HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXXI.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,

DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXIV.



TABLE
POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

ALGEBRE.

MÉCANIQUE RATIONNELLE.

MÉCANIQUE PRATIQUE.

ASTRONOMIE.



TABLE
POUR LES MÉMOIRES.



HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCLXXI.



SA MAJESTÉ le roi de Suède a fait à l'Académie l'honneur d'assister à sa séance du 6 Mars 1771. Ce jeune Roi, qui depuis en changeant le gouvernement de son pays, a eu le courage de s'imposer une obligation plus étroite de rendre ses peuples heureux, venoit alors de monter sur le trône; mais il y avoit déjà long-temps que le Prince royal de Suède étoit connu dans l'Europe, cher aux Savans par son zèle éclairé pour le progrès des Sciences, & sur-tout cher à la France par les honneurs qu'il a rendus à la mémoire de Descartes *.

* *Voyez l'Hist. de 1765, p. 2.*

M. d'Alembert, chargé d'exprimer au roi de Suède les sentimens de l'Académie, a lû le Discours suivant.

DISCOURS

Lû à l'Académie Royale des Sciences le 6 Mars 1771, en présence de Sa Majesté le roi de Suède.

MESSIEURS,

« DANS la circonstance intéressante & flatteuse qui nous rassemble aujourd'hui, notre premier devoir sans doute est de nous livrer à la reconnoissance qu'elle nous inspire. Mais cette reconnoissance, pour se montrer dans toute son étendue, semble exiger, qu'avant d'y donner un libre cours, nous arrêtions quelques momens nos regards sur le sort que peuvent éprouver les Sciences & les Lettres chez les peuples qui les cultivent. On se plaint souvent, que dans le temps même où elles font le plus de progrès, elles reçoivent rarement l'accueil qu'elles méritent. Il semble, en jetant un coup d'œil général & désintéressé sur tous les siècles, & même sur le nôtre, que cette ingratitude est au moins exagérée. Mais fût-elle, pour le malheur des Nations, plus fréquente encore & plus réelle, le Philosophe ne devroit ni s'en offenser, ni même en être surpris. Si le partage du Souverain est de gouverner les hommes par les loix, celui du Sage est de les diriger par les lumières; son premier devoir est donc de les connoître, & sur-tout de les juger avec ce sang-froid que la Philosophie donne ou qu'elle suppose. En les voyant avec cet esprit d'équité, il se dira d'abord à lui-même, que l'injustice de ses compatriotes & de ses contemporains, s'il a vraiment à s'en plaindre, est plutôt le triste effet de la condition humaine, que le vice particulier de sa Nation ou de son siècle, puisque toutes les Nations & tous les siècles en ont été presque également accusés. Il reconnoîtra par mille exemples, que les services rendus à la patrie ne sont pas toujours le moyen d'en obtenir les hommages; que les Princes même qui ont fait le plus de bien à l'humanité n'ont pas été à l'abri de l'injustice, & que les plus estimables d'entre eux sont ceux à qui on peut donner ce singulier éloge, d'avoir

été, comme les particuliers, l'objet de la ſatyre. La Philoſophie, Meſſieurs, pourroit-elle ſe plaindre de partager le ſort des Rois les plus dignes de l'être? Je ne parle point ici d'une Philoſophie coupable, qui attaqueroit ce qu'elle doit reſpecter; je parle de cette Philoſophie également libre & décente, courageuſe & ſage, ferme & modeſte, qui en dévoilant aux hommes des vérités utiles, a cependant eſſuyé plus d'une fois des traverſes & des malheurs; témoin Socrate, Roger Bacon, Galilée, & leurs ſemblables. Pour ſe fortifier & ſe ranimer dans ces momens d'oppreſſion, le Sage pourroit ſe contenter des réflexions qu'on vient de lui offrir. Mais il doit conſidérer encore (& cette conſidération eſt la plus propre à ſoutenir ſon courage) que ſi l'intérêt de la verité eſt qu'on éclaire les hommes, l'intérêt de ſes ennemis eſt de l'empêcher; que l'erreur, lors même qu'elle ſe ſent affermie & ſe croit aſſez puiſſante pour pouvoir marcher tête levée, aime & cherche encore les ténèbres, pour y porter avec plus de ſûreté pour elle des coups inattendus; que la raiſon, fière de ſa propre force, néglige de chercher ailleurs un appui qu'elle croit trouver dans elle-même; que l'ignorance au contraire, honteuſe & humiliée de ſon néant, mandie dans tous les états des partiſans & des protecteurs; que pour aſſurer ſon triomphe, elle appelle à ſon ſecours l'envie, dont la rage cherche à ſe dédommager de ſon impuiſſance à produire, en déchirant & en étouffant même, ſi elle le peut, les productions du génie; que la foibleſſe humaine, en butte à tant de ſéductions, eſt ſouvent moins à blâmer qu'à plaindre, d'écouter l'erreur qui lui en impoſe avec audace, au préjudice de la vérité qu'elle voudroit connoître, & qui ſe tient à l'écart. Enfin, Meſſieurs, la raiſon méconnue & proſcrite penſera quelquefois pour ſe conſoler, que la proſcription même eſt une eſpèce d'hommage qu'on lui rend, un aveu ſecret de la force qu'on reconnoît en elle, une preuve de la crainte qu'elle inſpire aux méchans par le bien qu'elle peut faire aux hommes. Cette conſolation ſeroit aſſez triſte, je l'avoue, ſi elle étoit la ſeule à laquelle le Philoſophe pût avoir recours. Mais il en trouve une plus réelle & plus douce dans la juſtice que les Nations étrangères s'empreſſent

à lui rendre. Dégagées de tout intérêt perſonnel ou puſillanime, de toutes les petites vues de la prévention ou de la haine, ces Nations ſont pour le Sage une eſpèce de poſtérité vivante qui lui paye d'avance le tribut que ſes concitoyens lui refuſent. Il ſemble qu'il en ſoit de la lumière, au moral comme au phyſique. Vûe de trop près, elle éblouit & bleſſe les yeux; & ſon éclat, pour ceſſer d'être incommode, a beſoin que les organes deſtinés à le recevoir ſoient placés à une juſte diſtance.

Je n'examinerai point, Meſſieurs, ſi la Philoſophie & les Lettres ſont auſſi honorées parmi nous qu'elles y ſont cultivées. Mais la vérité nous oblige de dire, que l'Académie des Sciences n'a pas à ſe plaindre de ſon partage. La multitude, qui croit juger tant d'autres ſociétés littéraires, écoute, conſulte & reſpecte la vôtre; ce qu'il y a de plus diſtingué dans l'État, recherche avec empreſſement l'honneur d'être aſſis parmi vous; les hommes en place, perſuadés de l'utilité de vos travaux, les favoriſent par tous les ſecours & tout l'appui que vous avez droit d'attendre d'eux; notre auguſte Monarque s'occupe lui-même avec intérêt de ces travaux; inſtruit dans pluſieurs des Sciences que vous cultivez, il aime à ſe faire rendre compte de leurs progrès; & dans les occaſions où cette Compagnie a le bonheur de l'approcher, il l'honore d'une bonté plus précieuſe encore pour elle que ſa protection même. Ces avantages, Meſſieurs, ſont les plus grands ſans doute auxquels puiſſent aſpirer vos deſirs. Mais ce ne ſont pas les ſeuls dont vous jouiſſez. Vous avez vu depuis quelques années, des Princes, & des Souverains même, vous donner des preuves éclatantes de leur eſtime, en honorant vos Aſſemblées de leur préſence. Vous y avez vu un jeune guerrier *(a)*, héritier d'une illuſtre Maiſon, & auſſi recommandable par ſes vertus que par ſa valeur *, qui en combattant contre la France, a ſu l'intéreſſer pour lui & s'en faire aimer; vous y avez vu *(b)* un jeune Roi *, qui au milieu de l'empreſſement que la nation Françoiſe marquoit pour lui plaire, a témoigné lui-même

* *Voyez l'Hiſt. de 1768, p. 1.*

* *Voyez l'Hiſt. de l'Acad. de 1768, p. 4.*

(a) S. A. S. M.[gr] le Prince héréditaire de Brunſwick.

(b) Sa Majeſté le roi de Danemarck.

l'empreſſement le plus flatteur pour la partie de la Nation qui ſe diſtingue par les lumières & par les talens ; qui à peine de retour dans ſes États, a montré à toute l'Europe le fruit qu'il a tiré de ſes voyages, par les loix pleines de ſageſſe qu'il a faites *(c)*, par l'économie qu'il a miſe dans ſa dépenſe, par la liberté même qu'il a cru devoir donner à la preſſe ; liberté peut-être dangereuſe dans certains Gouvernemens & chez certaines Nations, mais peut-être néceſſaire dans les États d'un Monarque abſolu qui gouverne une Nation ſage, & qui ne craint point d'ouvrir toutes les portes à la vérité. Enfin, Meſſieurs, vous poſſédez aujourd'hui deux jeunes Princes *(d)*, dont l'un va régner moins en Souverain qu'en père ſur une Nation digne de l'avoir pour Roi, & dont l'autre n'enviera à ſon auguſte frère que le ſeul avantage qui adouciſſe le poids d'une Couronne, la conſolation de pouvoir répandre le bonheur ſur tout un peuple. Les Princes que nous avons l'honneur de recevoir, avoient été précédés & comme annoncés il y a quelques mois par un frère digne de l'un & de l'autre, & dont nous n'avons pu jouir qu'un moment, mais dans lequel nous avons reconnu les qualités qui brillent en eux. Ces qualités, préparées par un heureux naturel, ont eu l'avantage d'être cultivées & développées par la plus excellente éducation, par l'éducation la plus propre à former des hommes deſtinés à régner ſur leurs ſemblables. Qui de nous, Meſſieurs, ne partage pas la reconnoiſſance que l'humanité doit à la Suède, pour l'inſtruction donnée par les États de ce royaume au gouverneur des Princes qui nous écoutent? Qui de nous n'a pas admiré les ſages & précieuſes maximes que cette inſtruction renferme? Qui de nous n'a pas lû avec attendriſſement ces paroles, dictées par un ſentiment que les Monarques humains & juſtes trouvent au fond de leur cœur ; *qu'il faudra ſouvent conduire les*

(c) Nota. On peut conſulter ſur tous ces faits les nouvelles publiques, entr'autres la Gazette de France. On y verra que depuis ſon retour dans ſes États, S. M. le roi de Danemarck a fait une infinité de loix & de règlemens très-ſages. Ces loix & ces règlemens ont été faits ſous le miniſtère de M. de Struenſée.

(d) Cet endroit a été un peu changé à la lecture, parce qu'une indiſpoſition empêcha S. A. R. M.[gr] le Prince Frédéric de ſe trouver à l'aſſemblée.

jeunes Princes dans les cabanes des payſans, afin qu'ils apprennent par eux-mêmes qu'il y a des malheureux, & que l'Etre ſuprême n'a pas créé le genre humain pour le plaiſir de quelques hommes! Heureuſe la Nation ſur laquelle doit régner un Souverain qui a reçu de pareilles leçons! Elle eſt bien digne de les lui donner, elle qui dans toute l'Europe a ſeule cet avantage, d'avoir admis dans l'aſſemblée de ſes États, comme un Ordre particulier & reſpectable, cette portion du peuple, par-tout en effet ſi reſpectable & ſi utile, mais preſque par-tout ſi opprimée & ſi mépriſée *(e)*. La nation Suédoiſe, Meſſieurs, va recueillir les fruits d'une éducation ſi rare, & ſi bien ſecondée par la Nature. Depuis long-temps la Renommée a fait connoître à l'Europe les lumières & les vertus de l'auguſte Prince qui vient de monter ſur le Trône de Suède. La France en particulier a déjà reſſenti l'effet de ces lumières & de ces vertus, d'une manière également honorable pour le Prince & pour elle. Deſcartes, qui a tant appris aux Philoſophes, puiſqu'il leur a appris à douter, a reçu de la part de ce jeune Prince un honneur qu'il attend encore dans ſa patrie, celui d'un monument élevé à ſa cendre. Il ſemble que la deſtinée de ce reſtaurateur des Sciences ait été d'obtenir en Suède, de ſon vivant & après ſa mort, les hommages qu'il étoit en droit d'eſpérer de ſes concitoyens & de ſon ſiècle. Méconnu & peu accueilli de ſa Nation, encore à demi barbare lorſqu'il parut au milieu d'elle, retiré enſuite chez un peuple libre, où il croyoit du moins trouver le repos, & où il ne trouva que la perſécution, il fallut qu'une Reine de Suède allât le chercher au fond de ſa retraite, & fît connoître ce Sage à des contemporains qui n'en étoient pas dignes. Bientôt enlevé par la mort aux honneurs qu'il méritoit, il jouit à peine quelques momens de ſa gloire; il étoit réſervé, Meſſieurs, au jeune Prince que nous avons le bonheur de voir, de reſſuſciter, pour ainſi dire, ſon ombre preſque oubliée, & d'acquitter la dette de l'humanité, de la Philoſophie & de la France, en gravant ſur l'airain les ſervices que Deſcartes leur a rendus. Vous avez été, Meſſieurs, les interprètes de la

(e) L'Ordre des *Payſans*, admis dans les États de Suède.

reconnoiſſance que notre Nation doit à ce Prince; les témoignages en ſont conſacrés dans les faſtes publics de cette Académie; & la réponſe qu'il vous a faite*, & que la Poſtérité lira dans votre Hiſtoire, eſt un monument de la nobleſſe de ſes vues & de ſon ame. Pourroit-il, Meſſieurs, ne pas connoître le prix des Sciences & des Lettres, ayant ſans ceſſe devant les yeux l'exemple d'une mère auſſi reſpectable qu'éclairée, qui aime & cultive avec intérêt la Littérature, & ſur-tout la Littérature françoiſe; qui a donné à pluſieurs de nos Écrivains des témoignages diſtingués du cas qu'elle fait de leurs Ouvrages; qui a établi dans ſon propre palais une Compagnie ſavante, à laquelle elle a voulu préſider elle-même? A cet exemple ſi puiſſant & ſi chéri, le jeune Monarque joindra celui d'un Roi, digne frère de cette auguſte Reine; d'un Roi, dont la poſtérité parlera comme notre ſiècle; qui ayant gagné douze batailles, jouit de ſa gloire comme de ſon trône, ſans en être ébloui; qui après avoir rempli chaque jour ſon premier devoir, celui de Roi, en travaillant aux grands objets de l'adminiſtration, donne aux Sciences & aux Lettres quelques inſtans d'un délaſſement néceſſaire; qui à côté des Commentaires de Céſar, avec lequel il a tant de reſſemblance, a placé les Ouvrages des Philoſophes, dont il ne croit être que le diſciple, & dont il eſt le rival; qui pour marquer le prix qu'il attache aux Lettres & à la gloire qu'elles procurent, n'héſite point à dire qu'il aimeroit mieux être l'auteur d'*Athalie,* que le vainqueur de Fridberg & de Liſſa *(f)*; qui mérite en particulier, Meſſieurs, toute votre reconnoiſſance, par l'honneur qu'il vous a fait de ne choiſir juſqu'ici que parmi vous le Préſident d'une Académie, que ſa protection a rendue floriſſante *(g)*.

* *Voy. l'Hiſt. de 1765, p. 3.*

(f) C'eſt ce que l'auteur de ce Diſcours a entendu dire pluſieurs fois à Sa Majeſté le roi de Pruſſe; il a cru qu'un trait ſi honorable aux Lettres méritoit d'être conſigné dans les faſtes d'une Académie ſavante, deſtinés à paſſer à la Poſtérité.

(g) Feu M. de Maupertuis avoit été choiſi par le roi de Pruſſe pour Préſident de l'Académie de Berlin. Depuis ſa mort, la place de Préſident eſt reſtée vacante; & le roi de Pruſſe a bien voulu l'offrir à un des Membres de cette Compagnie, à qui ſon attachement pour ſa patrie n'a pas permis d'accepter la place. *Note du Secrétaire de l'Académie.*

Tels ſont, Meſſieurs, les modèles qui s'offrent au jeune Monarque de la Suède, dans les Souverains qui lui ſont le plus étroitement unis par le ſang. Tels ſont les exemples qu'il ſe propoſe d'imiter; tels ſont ceux qu'il donnera bientôt lui-même. Il va porter ſur le trône une ame qui depuis long-temps en étoit digne; une ame que la Couronne a trouvée toute prête, & qui n'attendoit, pour déployer toute ſon énergie, que de grands devoirs à remplir, & de grandes actions à faire. La Suède jouira du bonheur qu'un tel Souverain lui prépare; & la France du bonheur d'une Nation, ſa plus chère & ſa plus reſpectable Alliée. »

De retour dans ſes États, le roi de Suède a daigné ſe ſouvenir de l'Académie. Les ſoins du gouvernement ne lui ont pas fait oublier qu'il avoit laiſſé en France des hommes qui ne connoiſſant pas d'intérêt plus cher que celui de voir les lumières plus répandues chaſſer enfin de la terre l'ignorance & le malheur, reſſentiroient comme un bienfait perſonnel tout ce qu'il feroit dans ſes États pour accélérer une époque ſi deſirable, & malheureuſement ſi éloignée. Sa Majeſté a fait à l'Académie l'honneur de lui envoyer ſon portrait; & M. de Fouchy, Secrétaire perpétuel, a été chargé par la Compagnie de lui témoigner toute ſa reconnoiſſance.

LETTRE de M. de Fouchy à S. M. le roi de Suède.

SIRE,

L'Académie royale des Sciences a reçu le portrait de Votre Majeſté, que M. le Comte de Creutz votre Ambaſſadeur lui a fait remettre, & elle l'a placé dans la Salle où elle s'aſſemble. Il lui renouvelle à chaque inſtant la mémoire du jour heureux conſacré dans ſes faſtes, & plus encore dans le cœur de tous les Académiciens, où elle a eu l'honneur d'y recevoir Votre Majeſté.

Elle

Elle y admire un Roi déjà mis, malgré ſa jeuneſſe, au rang des plus grands Monarques de l'Europe, & qui n'a jamais ceſſé de donner aux Sciences & au mérite, même étranger, les marques les plus éclatantes de ſon eſtime. Ce portrait, Sire, placé dans ce Sanctuaire des Sciences, ſera à jamais pour le Public françois, admis deux fois l'an à nos Aſſemblées, un monument du cas que Votre Majeſté ſait faire des connoiſſances utiles qui ſont l'objet de nos occupations; & il deviendra pour ceux qui rempliront un jour nos places, un puiſſant motif d'émulation, en conſidérant un Prince ſi juſte eſtimateur & ſi reſpectable Protecteur des talens. Quant à nous, Sire, nous ne pouvons en ce moment, que nous borner à témoigner à Votre Majeſté notre vive & reſpectueuſe reconnoiſſance. L'Académie me charge d'en être l'interprète, & de la porter aux pieds de votre trône. C'eſt au nom de tous mes Confrères que j'oſe offrir cet hommage à Votre Majeſté; mais ſi les vœux d'un ſimple particulier pouvoient mériter de lui être préſentés, l'Hiſtorien de l'Académie prendroit la liberté d'aſſurer qu'il eſt en ce point plus Académicien qu'aucun autre. Je ſuis, avec un très-profond reſpect, &c. *Signé* DE FOUCHY.

LEURS Alteſſes Séréniſſimes M.gr le Margrave & Madame la Margrave de Bade-Dourlak, & les Princes leurs Enfans, ayant aſſiſté à la Séance du 6 Septembre 1771, cette circonſtance a obligé M. d'Alembert de donner au Mémoire qu'on va lire, une forme un peu différente de celle des Mémoires ordinaires deſtinés pour l'Académie. Il ſe propoſe de donner dans le *VII.e Volume de ſes Opuſcules Mathématiques*, les démonſtrations des principales propoſitions que ce Mémoire renferme, démonſtrations qui d'ailleurs ne ſont pas fort difficiles à trouver.

RÉFLEXIONS

Sur le mouvement des Corps pesans, en ayant égard à la rotation de la Terre autour de son axe.

6 Septemb. 1771.

AVANT de vous exposer, Messieurs, le plus brièvement qu'il me sera possible, les réflexions que j'ai faites sur le point d'Astronomie-physique qui est l'objet de ce Mémoire, permettez-moi de servir un moment d'interprète aux sentimens de l'Académie. Honorée depuis trois ans de la présence de deux Monarques, & de celle de plusieurs autres Princes également respectables par leurs dignités & par leurs lumières, elle ne comptera peut-être jamais dans ses fastes d'année aussi glorieuse pour elle, que celle que nous finissons aujourd'hui *(a)*. Nous avons joui, il y a peu de mois, de l'honneur de voir assis parmi nous un jeune Roi dont nous avons admiré les connoissances & les vertus *(b)*, un Roi qui par sa bienfaisance & sa justice, fait aujourd'hui éprouver à une grande Nation combien il est pénétré des vérités importantes sur le devoir des Souverains, qui ont retenti de bonne heure à ses oreilles, & combien il desire de justifier les éloges que cette Compagnie a donnés à son attachement pour des vérités si précieuses. Nous avons aujourd'hui l'honneur de posséder un Prince & une Princesse, qui méritent de notre part les mêmes éloges & les mêmes sentimens, parce qu'avec les mêmes talens & les mêmes qualités, ils exercent la même bienfaisance & la même justice sur un peuple, moins nombreux à la vérité, mais heureux de les avoir pour maîtres, & sans doute assez éclairé pour connoître toute l'étendue de son bonheur. Persuadés l'un & l'autre, malgré les nuages qu'on cherche à répandre sur cette vérité trop

(a) L'Année *Académique*, si on peut l'appeler de la sorte, finit au 8 Septembre, où l'Académie entre en vacances, pour ne reprendre ses Séances qu'à la Saint-Martin.

(b) Voyez dans l'Histoire de cette année 1771, le Discours prononcé en présence de Sa Majesté le roi de Suède, par l'auteur de ce Mémoire.

importante pour n'être pas combattue, que les lumières ne sont pas moins utiles aux peuples que nécessaires aux Souverains, ils viennent recueillir, Messieurs, celles que vous répandez par vos Écrits & par vos Discours, pour les répandre ensuite eux-mêmes parmi les sujets qu'une Providence bienfaisante leur a soumis. Cependant l'Académie, empressée de répondre à leurs vues, ne sait si elle doit se louer ou se plaindre en cet instant de sa destinée. Elle touche au moment de sa séparation, à ce moment desiré avec justice, parce qu'il est bien mérité, où la plupart de ses Membres ne songent qu'à se délasser durant quelques semaines de leurs profondes & pénibles méditations. Déjà même plusieurs sont allés goûter dans la retraite le repos dont ils ont besoin; & nos travaux, finis pour cette année, sont à peine ébauchés ou projetés pour l'année prochaine.

La Compagnie sera cependant un effort en cette occasion; elle dira à nos respectables auditeurs ce que le Philosophe Posidonius, usé & consommé de travaux, disoit à Pompée qui venoit exprès de Syrie à Rhodes pour le visiter dans sa solitude, qui desiroit de l'entendre & qui se plaignoit de n'oser l'espérer: *l'état où je suis*, lui répondit le Philosophe, *ne m'empêchera point de satisfaire à vos desirs; il ne sera pas dit qu'un homme tel que vous soit venu inutilement honorer ma retraite de sa présence:* réponse qui fut suivie d'un Discours aussi profond qu'éloquent, que le Sage fit au grand Capitaine sur un des plus importans objets de la Philosophie *(c)*. Je ne parlerai point, Messieurs, aussi éloquemment que Posidonius; je n'entretiendrai point cette Assemblée de recherches aussi profondes & aussi intéressantes que la plupart d'entre vous seroient en état de le faire dans une circonstance moins urgente & moins imprévue; je me bornerai à vous faire part de quelques Calculs qui m'ont occupé en dernier lieu sur le mouvement des Corps pesans, en ayant égard à la rotation diurne de la Terre autour de son axe.

Il n'y a pas jusqu'aux premiers commençans en Astronomie,

(c) Voyez les Tusculanes de Ciceron, II. 25. Voyez aussi Pline, *Hist. Nat. liv. VII, chap. 30.*

qui ne connoiſſent les miſérables objections par leſquelles le Syſtème de Copernic a été ſi long-temps & ſi vainement attaqué. Le Jéſuite Riccioli en a propoſé, dans ſon *Almageſte*, environ une centaine, qu'il a fait valoir avec un zèle vraiment Théologique, & avec une Logique digne de ſon zèle. Pour l'honneur de la Théologie, je ne répéterai point ici ces objections, quoiqu'il ſe trouve encore au XVIIIe ſiècle & au milieu de l'Europe, de grandes Nations chez leſquelles on ne rougit point de rebattre, au moins pour la forme, de ſi ridicules difficultés; je m'arrêterai un moment à une ſeule, qui quoique ſuffiſamment réfutée, peut donner lieu à quelques remarques curieuſes: c'eſt celle de la chute des Corps peſans.

Les adverſaires de Copernic ont prétendu que dans ſon Syſtème, les corps lancés verticalement de bas en haut ne devroient pas retomber au point de la Terre d'où ils ont été lancés, mais ſur un point plus occidental, attendu le mouvement de rotation diurne de la Terre d'occident en orient, mouvement par lequel le point d'où le corps eſt parti, ſemble ſe dérober à la chute de ce corps. C'eſt ce que Buchanan, dans ſon Poëme ſur la Sphère, a exprimé en beaux vers latins, qui méritoient d'être conſacrés à un meilleur uſage. Je les rapporterai ici avec la traduction que j'en ai faite, au riſque d'affoiblir le Poëte, mais ſans aucune crainte d'affoiblir le Philoſophe qui défend avec tant d'élégance une ſi mauvaiſe cauſe.

Ipſæ etiam volucres tranantes aëra lævi
Remigio alarum; celeri vertigine Terræ
Abreptas gemerent ſylvas, nidoſque tenellâ
Cum ſobole, & carâ forſan cum conjuge; nec ſe
Auderet zephyro ſolus committere turtur.

« Les oiſeaux en traverſant les champs de l'air par le doux » mouvement de leurs ailes, gémiroient de voir les forêts enlevées » à leurs yeux entraîner en fuyant leurs nids, leur famille chérie » & déſolée, & peut-être leurs fidèles compagnes; la tendre

tourterelle, dans la crainte de reſter ſeule au monde, n'oſeroit ſe «
confier au zéphir. »

Ce ſeroit, Meſſieurs, faire à cette Aſſemblée une eſpèce d'injure que de répéter ici, au moins en détail, la réponſe ſolide qui a été faite à cette objection : on a démontré ſans replique, & il eſt de la plus grande évidence par le fait même, que tous les corps lancés verticalement de la ſurface de la Terre, reçoivent en même temps un mouvement horizontal égal à celui de cette ſurface, & que par conſéquent durant tout le temps qu'ils mettent à s'élever & à retomber, ils ſont horizontalement autant de chemin que le point de la Terre d'où ils ſont partis; d'où il eſt clair que ces corps doivent retomber ſur ce même point. Il y a cependant une reſtriction à mettre à cette concluſion. Comme le mouvement de la Terre n'eſt pas rectiligne, mais circulaire, le corps ne doit pas, en rigueur exacte, retomber préciſément au même point; mais la différence, comme il eſt aiſé de le faire voir, eſt inſenſible, au moins ſi la vîteſſe avec laquelle le corps eſt lancé, eſt très-petite par rapport à celle de la Terre. Il n'en ſeroit pas de même ſi les deux vîteſſes étoient comparables. Le corps devroit alors retomber ſur un point de la Terre ſenſiblement plus occidental que celui d'où il ſeroit parti. Car il eſt facile de démontrer, en premier lieu, que la peſanteur qui pouſſe le corps vers la Terre, agiſſant en raiſon inverſe du quarré de la diſtance, ce corps doit décrire un ſecteur d'ellipſe, terminé par les deux rayons de la Terre qui aboutiſſent au point d'où le corps part, & au point où il retombe; en ſecond lieu, que le point de la Terre d'où le corps eſt parti, doit décrire en même temps un ſecteur circulaire égal à ce ſecteur elliptique. Donc lorſque le corps retombera ſur la Terre, le point d'où le corps eſt parti ſera plus avancé vers l'orient, que le point où le corps retombe. Donc le corps retombera ſur un point plus occidental que celui d'où il a été lancé. De-là réſulte ce paradoxe, qu'afin que le corps retombe au même point, il faut néceſſairement qu'il ſoit lancé, non ſuivant une direction abſolument & uniquement verticale, mais obliquement, & avec une vîteſſe horizontale qui ſoit dirigée dans le même ſens que

le mouvement de la Terre. On peut aſſigner ſans beaucoup de difficulté, par la Théorie des projections, le rapport que cette vîteſſe horizontale doit avoir avec le mouvement du point d'où le corps eſt lancé; mais je n'effrayerai point ici les yeux par les calculs algébriques dont je pourrois couvrir & décorer nos planches. Je me contenterai de rapporter le réſultat ſimple & purement arithmétique de quelques-uns de ces calculs.

Suppoſons d'abord que le corps ſoit lancé ſous l'Équateur avec une vîteſſe ſimplement verticale, & capable de lui faire parcourir uniformément 900 pieds par ſeconde; on trouve que le corps devroit retomber environ 71 pieds plus à l'occident que le point de la Terre d'où il a été lancé. Si la vîteſſe du corps étoit double, c'eſt-à-dire de 1800 pieds par ſeconde, cet eſpace de 71 pieds ſeroit augmenté en raiſon du cube de 2, c'eſt-à-dire, huit fois, & ſeroit par conſéquent de 568 pieds ou environ. Par la même raiſon, ſi la vîteſſe étoit triple, l'eſpace de 71 pieds ſeroit augmenté en raiſon du cube de 3, c'eſt-à-dire, vingt-ſept fois; & ainſi du reſte. De-là on peut trouver par une formule très-ſimple, quelle eſt la vîteſſe horizontale que doit recevoir le projectile dans le même ſens que la Terre, pour retomber au point d'où il eſt parti.

M. Varignon, dans la Préface de ſes *Conjectures ſur la cauſe de la peſanteur,* imprimées en 1690, dit que le Père Merſenne & M. Petit, Intendant des fortifications, ayant placé très-perpendiculairement un canon chargé d'un boulet, & ayant enſuite tiré le canon, ils n'avoient pu retrouver le boulet; ce qui leur faiſoit croire, ajoute M. Varignon, que le boulet étoit *encore en l'air,* & que ſelon les apparences *il y reſteroit long-temps.* Cette expérience prétendue eſt gravée dans la vignette qui eſt à la tête de l'ouvrage; le Minime & l'Ingénieur y ſont repréſentés à droite & à gauche du canon, regardant le boulet qui en part, avec ces mots au haut de la vignette: *retombera-t-il!* C'eſt d'après un fait ſi légèrement avancé que M. Varignon imagina le ſyſtème ſur la peſanteur, teur, qu'il a expoſé dans l'ouvrage cité, & dont M. de Fontenelle a donné une idée dans l'Éloge de ce ſavant Mathématicien *(d)*.

(d) Voyez l'Hiſtoire de l'Académie pour l'année 1722.

Suivant ce ſyſtème, qui juſqu'ici paroît n'avoir eu d'autre partiſan que ſon auteur, les corps qui ſont plus près de la ſurface de la Terre que de la ſurface ſupérieure de l'atmoſphère, doivent tomber vers la Terre, parce que la colonne de fluide qui les preſſe & les pouſſe de haut en bas, eſt plus longue & plus forte que celle qui les preſſe & les ſoulève de bas en haut. Si les deux colonnes ſont égales, c'eſt-à-dire, ſi le corps eſt préciſément à égale diſtance de la Terre & de la ſurface ſupérieure de l'atmoſphère, le corps reſtera en repos & ſuſpendu, étant également preſſé ſuivant deux directions contraires; s'il eſt placé plus haut il montera; & c'eſt apparemment, dit M. Varignon, le cas du boulet du P. Merſenne, *ſi l'expérience eſt vraie*, car M. Varignon veut bien en douter. Il étoit plus ſimple, avant de faire un ſyſtème, & un ſyſtème ſi peu recevable en Phyſique, de répéter l'expérience, & de s'aſſurer, ce qui n'étoit pas difficile, qu'elle étoit ſans fondement comme ſans vraiſemblance; mais ce n'eſt pas la première fois que les Philoſophes, ou ceux qui prétendent à ce nom, ſe ſont empreſſés de chercher les cauſes avant de s'aſſurer des effets, & par conſéquent ont rendu raiſon le mieux du monde de ce qui n'exiſtoit pas. On ne ſauroit trop rappeler à ce ſujet la prétendue dent d'or de l'enfant de Siléſie, qui produiſit de ſi longues & de ſi ſavantes diſſertations, & qui, lorſqu'on eut conſulté un orfévre, ſe trouva n'être qu'une feuille d'or qui avoit été appliquée ſur cette dent avec beaucoup d'adreſſe. *On commença*, dit à cette occaſion un Philoſophe, *par faire des livres, & on finit par conſulter l'orfévre.*

Pour en revenir à l'expérience de M. Petit & du P. Merſenne, il eſt inconteſtable, ou qu'ils n'ont pas bien cherché le boulet, qui vraiſemblablement aura fait un trou en terre, & aura diſparu, ou ce qui eſt plus vraiſemblable encore, qu'ils l'auront cherché trop près de l'endroit d'où il avoit été lancé, dans la fauſſe perſuaſion qu'il auroit dû retomber à peu-près en ce même endroit; or nous venons de voir qu'en ſuppoſant au boulet une vîteſſe de 1800 pieds par ſeconde, vîteſſe qu'il peut très-bien avoir reçue, il auroit pu retomber à près de 600 pieds au-delà du point

de départ. C'eſt ainſi qu'avec un peu d'Analyſe & d'Arithmétique, on ſe diſpenſe d'expliquer un fait abſurde par une hypothèſe qui ne l'eſt pas moins.

M. Varignon dit que le P. Merſenne inſtruiſit Deſcartes de l'expérience qu'il croyoit avoir faite, & lui en demanda la raiſon: Deſcartes, Philoſophe intrépide, que rien n'étonnoit, & qui étoit toujours prêt à expliquer tout, même ſans avoir auparavant conſtaté les faits, ne fut point ſurpris d'une obſervation ſi extraordinaire; du moins il le dit dans ſa réponſe au P. Merſenne *(e)*, & il lui mande que cette expérience s'accommode le mieux du monde avec ſa manière d'expliquer la peſanteur, qui par malheur n'explique pas même d'une manière ſatisfaiſante le phénomène ſimple & journalier de la chute des corps vers le centre de la Terre. Puiſque Deſcartes avoit, ſi on oſe le dire, la manie des explications phyſiques, dont les Philoſophes modernes reviennent de jour en jour, il auroit au moins dû imiter cet ancien Philoſophe, qui voulant expliquer pourquoi les caves ſont plus chaudes en Hiver qu'en Été, commence par en rapporter pluſieurs raiſons toutes meilleures les unes que les autres, & finit par la meilleure de toutes, c'eſt que peut-être l'obſervation n'eſt pas vraie, comme en effet les Thermomètres nous l'ont appris.

J'ai dit plus haut qu'un corps peſant, pour retomber préciſément au point de la Terre d'où il eſt parti, devroit être lancé obliquement dans le même ſens où la Terre ſe meut, & avoir par conſéquent une vîteſſe horizontale dirigée dans ce même ſens. Cette règle n'eſt pourtant pas abſolument générale; ſi la vîteſſe verticale imprimée au corps, étoit aſſez grande pour que le corps ne retombât ſur la Terre qu'au bout de 24 heures & davantage, on trouve alors que le corps pourroit en certains cas retomber au même point d'où il eſt parti, ſans avoir reçu aucune vîteſſe horizontale. Je n'en donnerai point la démonſtration en détail; je ferai ſeulement obſerver que le ſecteur elliptique décrit par le corps peſant, eſt évidemment toujours plus grand

(e) Voyez les Lettres de Deſcartes, *Tome I, Lettre 73 & ſuiv.*

que

que le secteur circulaire sur lequel il est comme appuyé, toutes les fois que le corps retombe avant la révolution complète de la Terre, mais qu'après cette révolution achevée, le secteur elliptique peut être égal, ou plus petit, ou plus grand que le secteur circulaire. C'est une vérité qu'on peut prouver par un calcul assez simple. Si le secteur elliptique est égal au secteur circulaire, le corps retombera au même point d'où il est lancé : il retombera plus à l'occident si le secteur elliptique est plus grand, & plus à l'orient si le secteur est plus petit.

Jusqu'ici nous avons supposé que le corps étoit lancé sous l'Équateur; s'il étoit lancé sur un parallèle, il résulteroit de cette supposition de nouveaux paradoxes. En effet, il n'est pas difficile de s'assurer par les principes de la Géométrie, que ce corps, lancé de telle manière qu'on voudra, doit se mouvoir dans le plan d'un grand cercle de la Terre, & par conséquent dans un plan différent de celui du parallèle; d'où il s'ensuit en premier lieu, que si le corps est lancé verticalement, le grand cercle où il se mouvra touchant alors le parallèle, & ne le coupant nulle part, le corps ne retombera jamais exactement & en rigueur au point d'où il est parti; en second lieu, qu'afin que le corps retombe en ce point, il doit être lancé obliquement avec une vîtesse qui ne soit ni verticale, ni même dans le plan du grand cercle dont nous parlons.

Voilà, ce me semble, un assez grand nombre de paradoxes, qui au premier coup d'œil n'auroient pas paru devoir résulter de la solution d'une question aussi simple que celle qui fait l'objet de cet Écrit. Cependant les paradoxes ne sont pas encore épuisés. Nous avons supposé jusqu'à présent que la vîtesse verticale avec laquelle le projectile est lancé, ou sous l'Équateur ou sous un parallèle, est assez petite pour que le corps retombe sur la surface de la Terre, soit au point d'où il est parti, soit en quelqu'autre point. C'est ce qui arrive toutes les fois que cette vîtesse est telle que le corps décrit une ellipse dans son mouvement; mais on sait par la Théorie de Newton, qu'un corps lancé avec une vîtesse & suivant une direction quelconque, & attiré vers un point en raison inverse du quarré de la distance, peut décrire ou une

ellipse, ou une parabole, ou une hyperbole, selon le rapport entre la vîtesse de projection & la force centrale par laquelle il est poussé. Si le rapport est tel que la courbe décrite par le corps lancé soit parabolique ou hyperbolique, le corps ne retombera point sur la Terre, il s'en éloignera même à l'infini, semblable à une espèce de Comète qui n'auroit point de retour. Mais ce n'est pas, comme on pourroit peut-être le croire sans examen, le cas du boulet du P. Mersenne; il faudroit pour que ce boulet ne fût pas retombé, qu'il eût été lancé avec une vîtesse prodigieuse, que tous les canons & les mortiers du Royaume, réunis ensemble, n'auroient pu lui imprimer.

Il y a cependant un cas où le corps lancé verticalement retombera, quelque prodigieuse vîtesse qu'on lui imprime, & de plus retombera au point d'où il est parti; ce seroit celui où le corps seroit lancé verticalement sous le Pôle même, & par conséquent dans la direction de l'axe de la Terre; car le Pôle n'ayant aucun mouvement, & ne pouvant par conséquent en donner aucun au corps lancé, ce corps ne décrira absolument qu'une ligne droite verticale de bas en haut, jusqu'à ce qu'il ait perdu tout son mouvement; après quoi il retombera verticalement de haut en bas suivant la même ligne droite, & reviendra au pôle d'où il est parti. Mais un autre paradoxe non moins singulier, c'est que ce même corps, qui lancé verticalement avec une vîtesse aussi grande qu'on voudra, doit toujours retomber, & retomber au même point, ne retombera pas même sur la Terre, pour peu qu'il soit lancé obliquement, sa vîtesse verticale étant toujours supposée fort grande; parce que la ligne qu'il décrira pour lors ne sera plus une ligne droite, mais une parabole ou une hyperbole qui l'éloignera toujours de plus en plus de la Terre, comme nous venons de le dire.

Voilà, Messieurs, un abrégé très-succinct de mes recherches sur un sujet peu intéressant en apparence, mais qui plus approfondi qu'il ne paroît l'exiger, méritoit peut-être de vous occuper un moment. Je ne sais si les bornes que j'ai dû me prescrire, & que je crains bien d'avoir passées, m'auront permis de m'expliquer assez nettement pour être entendu. J'ai épargné, autant qu'il m'a

été poſſible, les termes ſcientifiques dont j'aurois pu aiſément embellir ou plutôt défigurer ce Diſcours; & je les ai épargnés, non par défiance de mon illuſtre auditoire, mais par la perſuaſion où je ſuis que les Sciences, pour ſe rendre plus utiles, ne ſauroient trop humaniſer leur langage. J'ai pourtant été forcé par la nature de la matière, d'employer quelques-uns de ces termes; je n'en ferai point d'excuſes au Prince qui me fait l'honneur de m'entendre, ſes lumières bien connues me diſpenſent de cette précaution: je ne crois pas même devoir en uſer à l'égard de la Princeſſe éclairée qui a voulu l'accompagner dans la viſite ſavante dont ils nous honorent l'un & l'autre; je ſais, Meſſieurs, qu'elle n'a pas plus beſoin que lui des excuſes d'un Savant qui parle ſa langue; perſonne n'ignore l'étendue de ſes connoiſſances, ſon goût pour les Sciences qui nous occupent, & les progrès qu'elle y a faits; qualités qui ſe trouvent rarement unies aux agrémens de ſon ſexe & à l'éclat de ſon rang, & dont quelques-uns d'entre nous ont été témoins, avec autant d'étonnement de ſon ſavoir, que de reconnoiſſance au nom de la Philoſophie qu'elle cultive *(f)*. L'exemple & les leçons de ces deux reſpectables époux, ont inſpiré le même goût aux dignes Princes à qui ils ont donné le jour; par là ils prolongeront bien au de-là de leur vie, ſi précieuſe à leurs ſujets, les biens dont ils les font jouir: & la Philoſophie qu'ils aiment & dont ils ne craignent point d'entendre la voix, cette Philoſophie aujourd'hui ſi redoutée & ſi décriée dans une partie de l'Europe, ſi recherchée & ſi accueillie dans l'autre, & ſi eſtimable en effet quand elle joint aux lumières la ſageſſe & la décence, tranſmettra leur nom à la Poſtérité avec

(f) Ce n'eſt point ici, comme on pourroit ſe l'imaginer, une de ces exagérations malheureuſement ſi ordinaires dans les éloges qu'on donne aux Princes. Il eſt très-vrai que pluſieurs Académiciens, confrères de l'auteur de ce Mémoire, & qui ne connoiſſent pas plus que lui l'art de flatter, lui ont parlé avec étonnement des connoiſſances très-étendues que Madame la Margrave de Bade-Dourlack, a acquiſes dans les Sciences qui ſont l'objet de l'Académie. L'auteur croit pouvoir ajouter qu'il n'a jamais loué que par les faits, le petit nombre de Princes dont il a célébré les talens ou les vertus; c'eſt la ſeule manière de les louer que doive ſe permettre tout Écrivain qui ſe reſpecte lui-même, & qui met quelque prix à la vérité.

celui du petit nombre de Princes, qui, par leur amour pour les Sciences & pour les Lettres, ſe ſont montrés les bienfaiteurs de l'humanité.

DEPUIS quelques années M. Hériſſant, par zèle pour l'Académie & par reconnoiſſance pour ceux qu'il regardoit comme ſes maîtres, nous avoit donné les buſtes de M.rs Winſlow & de Reaumur. Il y avoit joint un portrait de M. de la Hire, peint par lui-même. Peu de temps avant ſa mort, M. Hériſſant y avoit encore ajouté le buſte de M. l'Abbé Nollet ſon ami. M. de la Condamine a donné à l'Académie le buſte de M. de Maupertuis; & M. Houſtet celui de M. de la Peyronnie.

M. le Moine a préſenté le buſte de Fontenelle & celui de Deſcartes, deux hommes dont la mémoire ſera toujours chère tant qu'il reſtera chez les hommes des lumières & des vertus, dont l'un prépara par ſes découvertes la naiſſance de l'Académie, & dont l'autre a tant contribué à ſa gloire. M. le Moine a fait eſpérer à l'Académie un buſte de Newton, compoſé comme celui de Deſcartes, d'après la comparaiſon des tableaux & des gravures de ces grands hommes. Le talent de M. le Moine eſt au-deſſus de nos éloges, & il ne nous appartient de louer en lui que cet enthouſiaſme pour le génie qui l'engage à faire du ſien un uſage ſi noble. L'Académie voulant donner à cet Artiſte célèbre, une marque de ſa reconnoiſſance & de ſon eſtime, lui a décérné une médaille d'or avec la deviſe & l'emblême de l'Académie.

M. Morand a offert le buſte de M. ſon père, que l'Académie vient de perdre apres avoir joui de ſes travaux pendant plus de cinquante ans. Enfin, M.de de la Condamine nous a fait eſpérer un buſte de ſon mari & ſon oncle, de cet homme rare dont toute la vie n'a été qu'une ſuite de Voyages & de travaux utiles à l'humanité, & qui mériteroit qu'on écrivît ſur ſa tombe ce mot ſi ſimple & ſi touchant: *tranſiit benefaciendo.*





PHYSIQUE GÉNÉRALE.

DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE,

Faites aux environs de Compiegne.

AVANT de se livrer à aucune conjecture sur l'Histoire du globe & de ses révolutions, il semble qu'il faudroit avoir pour chaque contrée, une connoissance détaillée des différentes couches de la Terre, de leur épaisseur, de leur étendue, de la nature des pierres ou des terres qui les forment, des débris d'animaux ou végétaux qu'elles renferment, & des êtres vivans à qui ces dépouilles appartiennent. Cette connoissance est encore bien peu avancée, & la plupart des Naturalistes ont été jusqu'ici moins occupés à connoître le globe, qu'à en arracher quelques morceaux propres à enrichir une collection.

Voyez les Mémoires, page 75.

Mais depuis quelque temps, les systèmes publiés sur cet objet ont réveillé l'attention; c'est du moins un bien qu'ils ont produit.

Le Valois que M. de Lassone décrit dans ce Mémoire, avoit déjà été examiné par les Naturalistes. Bernard de Palissi y avoit remarqué ces différentes couches de pierres calcaires, qui semblables par leur nature & ne différant que par leur dureté, semblent ne représenter que trois divers états d'une même substance. Il avoit observé les productions marines qui se rencontrent dans le sein des cailloux & même des agates; mais il croyoit que

c'étoit la ſubſtance même de ces coquilles qui s'y trouvoit. M. de Laſſone prouve ici que ce ſont ſeulement les noyaux, & que la coquille a été détruite par une opération qu'aucun Naturaliſte n'a pu encore expliquer d'une manière ſatisfaiſante.

Les environs de Compiegne ſont couverts de pierres lenticulaires. On les y trouve ou raſſemblées en maſſes ou diſperſées. M. de Laſſone les a examinées avec ſoin pour ſavoir à quelle claſſe d'animaux vivans il faut rapporter ces êtres qui ont conſervé des marques non équivoques d'une organiſation animale. Il croit que ce ſont des polypes; que les corps marins de leur eſpèce (ſi le temps ne les a point détruits) ſubſiſtent au fond de la mer & nous ſont encore inconnus; nous n'en avons même aucun qui leur reſſemble. Ce ne ſeroit pas dans nos mers qu'il faudroit les chercher, mais dans celles de climats très-différens du nôtre. Une foule d'obſervations ſemble prouver que lorſque les foſſiles de nos contrées ont été ou abandonnés par la mer, ou enterrés ſous les ſables, notre mer nourriſſoit les mêmes individus que nourrit actuellement la mer d'Afrique. M. de Laſſone rapporte dans ſon Mémoire, qu'on a trouvé dans une carrière des environs de Maeſtricht, une grande partie du ſquelette d'un crocodile; des os d'éléphant ont été découverts en Sibérie & dans le Canada; ainſi tout conſtate cette grande & antique révolution du globe, & tout ſemble prouver qu'elle a été produite par une action lente & régulière. C'eſt aux Géomètres à examiner ſi l'action des Planètes n'a point dû altérer l'obliquité de l'écliptique; ſi l'action de Mars, de Jupiter & de Saturne ſur la Terre n'a point dû lui donner, pour s'éloigner du Soleil, une équation ſéculaire plus grande que celle que la réſiſtance de l'éther lui donne pour s'en rapprocher. Si l'on trouve qu'aucune de ces deux cauſes n'exiſte, ſi l'on prouve, par exemple, par l'Obſervation ou par la Théorie, que l'équation ſéculaire de la Terre, ou n'exiſte point, ou tend à la rapprocher du Soleil; ſi l'on prouve que l'action des Planètes, quelque valeur qu'on donne aux élémens, ne peut produire qu'un balancement dans l'inclinaiſon de l'écliptique, ce ſera dans l'action des Comètes, ſoit ſur la Terre, ſoit ſur les Planètes ſupérieures, qu'il faudra chercher la cauſe des

révolutions de notre globe. Mais nos méthodes & nos instrumens ne sont pas encore assez parfaits, & nos observations n'embrassent pas un espace de temps assez long, pour que l'on puisse sur tous ces objets, & principalement sur le dernier, faire autre chose que hasarder des conjectures vagues & incertaines.

Ce n'est donc que de la perfection des instrumens Astronomiques, ce n'est que des progrès de ces calculs abstraits que les Naturalistes ont quelquefois regardés comme inutiles, qu'ils peuvent attendre quelque connoissance réelle sur les plus grands objets de leurs recherches.

SUR L'ORIGINE ET LA NATURE DU BASALTE PRISMATIQUE.

IL n'y a pas long-temps qu'on ne regardoit les volcans que comme des phénomènes isolés. On ignoroit qu'une grande partie de la Terre fût couverte de leurs produits, & qu'on dût les regarder comme une des causes les plus générales qui ont agi à la surface de notre globe. Des laves spongieuses, des pierres qui offroient l'apparence de scories, étoient les seules substances dont on attribuât la production aux volcans. Il y en a cependant d'autres d'une nature très-différente, & qui ont la même origine; ce sont ces masses immenses composées de grands prismes irréguliers, dont le nombre de côtés est plus ou moins grand, mais en général le même dans chaque masse, continus dans leur longueur, ou divisés en articulations qui s'emboîtent les unes dans les autres, d'une couleur noire, d'un grain très-serré, susceptibles de poli, d'une dureté très-grande, faisant feu avec le briquet, & fusibles sans addition. Agricola avoit décrit celles de ces pierres qu'on trouve à Stolpen en Saxe, & il les avoit nommées *basaltes.* On avoit donné le même nom aux pierres semblables, qui forment en Irlande ce qu'on appelle le *pavé des géans.*

V. les Mém. p. 705.

M. Desmarest a observé les mêmes prismes dans une grande partie de l'Auvergne, qui en est presque couverte, & où ils se

préſentent ſous une infinité d'aſpects différens. C'eſt-là qu'en comparant la poſition de ces maſſes de pierres, avec la direction des courans des volcans éteints de l'Auvergne, il a ſoupçonné qu'on pouvoit les regarder comme le produit de ces volcans. D'autres obſervations l'ont confirmé dans cette conjecture. D'abord il a trouvé que ſouvent la baſe de ces priſmes eſt appuyée ſur des matières ſemblables aux ſcories & aux laves ſpongieuſes des volcans, tandis que la partie ſupérieure eſt également recouverte des mêmes ſubſtances. M. Raſpe, Conſeiller de Caſſel, a obſervé que le ſommet de la montagne où ſont placées les caſcades du Landgrave, eſt formé de ſcories & de laves, tandis que le milieu de la montagne eſt de baſalte. Dans les carrières des environs de Rome, la partie ſupérieure fournit des pierres ſpongieuſes propres à faire des meules; & plus bas, on trouve une pierre compacte ſemblable au baſalte, & dont les rues de Rome ont été pavées. Que l'on examine enfin les maſſes de pierres évidemment produites par les courans du Véſuve, on les trouvera appuyées par leurs baſes ſur des ſcories & des laves ſpongieuſes, & leur nature eſt la même que celle du baſalte priſmatique. Si quelquefois le baſalte ſe préſente ſans quelque reſte de laves qui placées à côté de lui indiquent ſon origine, il eſt aiſé de voir qu'il a ſeul échappé à l'action des eaux, aux variations de l'atmoſphère, tandis que les laves, les terres brûlées ont été détruites, & qu'entraînées par les eaux elles ſont allées par un autre mécaniſme, former au loin d'autres terres & d'autres pierres.

Si l'enſemble de ces preuves de M. Deſmareſt n'eſt pas encore aſſez frappant, les morceaux de baſalte qu'il a préſentés à l'Académie paroiſſent ne plus rien laiſſer à deſirer. Le temps ſemble avoir effacé les veſtiges des opérations de la Nature, mais il en ſubſiſte çà & là quelques monumens, & celui qui a reçu d'elle le talent d'obſerver, ſait les reconnoître & y lire ſes ſecrets. Parmi des morceaux de granite ramaſſés en Auvergne auprès des maſſes de baſaltes priſmatiques, M. Deſmareſt en a fait voir où ce granite compoſé de ſpath fuſible & de quartz, ſe trouve dans la même pierre, depuis ſon état naturel juſqu'à celui d'une fuſion totale, enfin celui de baſalte, en ſorte que l'on peut

en ſuivre

en ſuivre toutes les nuances. Ainſi le baſalte eſt un granite qui, fondu dans l'intérieur du volcan, s'eſt répandu ſur le ſol en torrens enflammés, & a pris en ſe refroidiſſant, la forme de priſmes. A ces recherches ſur l'origine du baſalte, M. Deſmareſt a joint la deſcription des différentes maſſes priſmatiques de baſalte qu'il a obſervées ou qui ont été décrites par d'autres Naturaliſtes. Preſque par-tout le baſalte ſe trouve mêlé avec les ſcories, & tous les volcans connus ſont accompagnés de maſſes de baſalte. L'Irlande, les Orcades, l'Italie, une grande partie de l'Allemagne, l'Auvergne, l'île de Bourbon ſont couvertes de cette ſubſtance, & offrent, en même temps, des preuves que c'eſt aux volcans ou brûlans ou éteints qu'elle doit ſon origine.

M. Deſmareſt a même ajouté des diſcuſſions ſur la nomenclature de cette claſſe de pierres.

Dans d'autres Mémoires, M. Deſmareſt ſe propoſe de s'occuper en détail des phénomènes de la formation du baſalte, de comparer les baſaltes priſmatiques avec ceux à qui les Anciens donnèrent ce nom. Mais tout cela n'eſt qu'une partie d'un grand ouvrage que M. Deſmareſt a entrepris ſur l'Hiſtoire des volcans & de leurs produits, & qu'il compte publier inceſſamment. Ce morceau qu'il en a détaché eſt bien propre à exciter la curioſité du Public pour l'ouvrage même. Il n'y a point encore eu dans la Minéralogie, de Théorie auſſi vaſte & en même temps auſſi bien appuyée ſur les faits, que celle que doit offrir l'Ouvrage de M. Deſmareſt.

SUR LE VARECH.

A L'EXCEPTION d'un petit nombre d'hommes accoutumés à ne regarder comme vrai que le réſultat de leurs obſervations & de leurs calculs, les autres ne jugent que ſur l'autorité d'autrui, & dociles à l'opinion populaire, ils n'échappent aux préjugés que lorſque le jugement des ſociétés ſavantes leur dicte ce qu'ils doivent penſer. C'eſt-là peut-être le plus grand avantage des Académies.

V. les Mém. p. 307.

M. le Comte de Maurepas avoit permis en 1739, aux

habitans du pays de Caux, de brûler les plantes marines confondues sous le nom de *varech*, qui croissent sur les rochers, & dont la cendre produit le sel de soude. Les verreries font une consommation considérable de ce sel, & les travaux nécessaires pour brûler le varech & en tirer la soude, occupoient & faisoient vivre une partie des habitans des villages voisins de la mer.

Il y avoit déjà long-temps que ces travaux avoient été établis dans le ressort de l'Amirauté de Cherbourg, & ils s'étoient étendus dans celle de Harfleur, où ils avoient fourni aux habitans voisins de la Hague, une occupation & un moyen de subsister; ces hommes que la misère & l'oisiveté rendoient auparavant féroces, & qui n'étoient connus que par leurs brigandages contre les vaisseaux échoués sur leurs côtes, ont perdu tous leurs vices depuis l'établissement des travaux du varech, & on les voit aujourd'hui affronter, pour sauver les équipages des Vaisseaux échoués, les mêmes dangers auxquels ils s'exposoient autrefois pour les piller.

Il s'élevoit cependant dans le pays de Caux des préjugés contre l'opération de brûler le varech. Par-là on détruisoit, disoit-on, le frai déposé sur ces plantes, & l'on ôtoit un abri aux poissons du premier âge, la diminution sensible du produit de la pêche, n'avoit pas d'autres causes; enfin la fumée du varech brûlé nuisoit aux végétaux & causoit des maladies épidémiques parmi les hommes & parmi les animaux. Tout cela ne pouvant manquer d'être attesté par des certificats, les clameurs devinrent si fortes, que M. le Procureur général du Parlement de Rouen rendit plainte contre la fumée *pestilentielle du varech, qui désoloit, depuis quelques années, les bords maritimes de la province.* Un arrêt du Parlement défendit de brûler du varech, excepté dans le ressort de l'Amirauté de Cherbourg, où la fumée n'étoit pas moins dangereuse, mais où ces travaux étoient autorisés par un Édit. Une partie des riverains du pays de Caux & les habitans de la Hague, alloient retomber dans la misère; des personnes zélées pour le bien public, firent parvenir à M. le Contrôleur général les plaintes de ces malheureux. Il demanda l'avis de l'Académie des Sciences, M.rs Tillet, Fougeroux & Guettard furent nommés

pour aller juger ſur les lieux des effets de la fumée du varech, les deux premiers allèrent en Normandie, & M. Guettard en Provence. Il faut lire dans le compte qu'ils ont rendu de leur commiſſion, par combien de ſoins ils ſont parvenus à s'aſſurer, qu'il n'y a jamais de frai ſur le varech, au moins dans le temps où on le recueille; que ces plantes ne peuvent point ſervir de retraite aux poiſſons naiſſans; que leur fumée a une odeur aſſez déſagréable, mais ne produit, ni ſur les végétaux, ni ſur les êtres vivans, aucun effet fâcheux; que malgré tous les certificats enfin, il n'y avoit pas un ſeul fait qui pût ſervir de prétexte aux clameurs qui s'étoient élevées.

Les Commiſſaires de l'Académie ſe propoſent de publier dans un autre Mémoire, les obſervations utiles que leur voyage leur a donné lieu de faire. Nous ne nous étendrons pas davantage ſur cette première partie de leur relation, il faut lire le Mémoire même, où, malgré l'aridité du ſujet, on trouvera cet intérêt qu'une ame remplie de l'amour de l'humanité répand ſur tous les objets qui ont rapport à l'utilité publique.

M.rs Tillet & Fougeroux ont eu occaſion de faire une obſervation morale qui pourroit jeter quelque lumière ſur l'hiſtoire de l'origine de la ſociété. Dans le pays de Caux, la partie des côtes qui répond au territoire de chaque village, a été partagée entre ceux des habitans qui vouloient brûler le varech, & chacun a droit de brûler tout le varech qui croît vis-à-vis de cette portion de côte, appelée dans le pays *une place.* D'après les règlemens, *la place* ne peut être héréditaire; & à la mort d'un propriétaire elle doit être donnée, non à ſes enfans, mais à celui des habitans du village qui s'eſt fait inſcrire le plus anciennement pour en avoir une. Or il arrive ſouvent que du conſentement de celui qui avoit droit à cette place vacante, & à la requête de tout le village, elle eſt donnée aux enfans ou à la veuve de l'ancien propriétaire. Ainſi l'on voit la ſucceſſion des pères aux enfans s'établir ici malgré une loi poſitive qui s'y oppoſe, & des hommes groſſiers ſentir aſſez fortement la juſtice de ce droit, pour refuſer ce qu'une loi poſitive leur accorde.

SUR UN INSECTE DE L'AMÉRIQUE.

V. les Mém. p. 45.

LE Naturaliſte ne regarde rien avec des yeux indifférens, & une ſorte d'inſtinct lui fait ſaiſir dans chaque objet qui ſe préſente à lui, tout ce qu'il peut renfermer d'intéreſſant. Cet inſtinct qu'il ne faut pas confondre avec le haſard, a fait rencontrer à M. Fougeroux l'Inſecte dont il a fait l'objet de ſon Mémoire. L'inſecte étoit renfermé dans le cocos d'une eſpèce de palmier-cocotier dont on fait de petits ouvrages. Le ver qui produit cet inſecte étoit encore vivant dans le cocos, la chryſalide, l'inſecte même ſe trouvoient dans d'autres cocos; ainſi M. de Fougeroux a été à portée de nous donner une deſcription complette de cet inſecte, juſqu'ici inconnu aux Naturaliſtes.

TABLES DE MORTALITÉS.

V. les Mém. p. 830.

ON s'eſt fort occupé de calculs ſur la durée de la vie humaine, ſoit par des vues d'utilité publique, ſoit par cet intérêt machinal que l'homme prend à la durée de ſa vie, comme s'il étoit queſtion de vivre plus ou moins long-temps, & non pas de remplir cet eſpace, quel qu'il ſoit, d'actions utiles à l'humanité. On ſe tromperoit d'ailleurs beaucoup en eſtimant la vie par ſa durée ſeule. Tous les biens de la vie répandus ſur l'enfance & ſur la jeuneſſe, ne laiſſent à ceux qui ſurvivent que des pertes & des regrets. On a des organes pour ſentir la douleur long-temps après qu'on n'en a plus pour le plaiſir; & une vie plus longue n'eſt pour la plupart des hommes, qu'une plus longue ſuite de malheurs.

D'ailleurs l'eſpérance d'approcher juſqu'à ce terme qu'on appele la *vie moyenne*, n'eſt pour chaque homme qu'une probabilité très-petite, & ce n'eſt que pour les États dont l'intérêt embraſſe une maſſe nombreuſe d'hommes, & non pour les individus que ces calculs de mortalité peuvent être utiles.

Plus les obſervations ſur leſquelles on fonde ces calculs ſont nombreuſes, plus les conſéquences qu'on en déduit deviennent

probables. Il faut donc chercher à multiplier ces obſervations, & ſur-tout à les étendre ſur un long eſpace de temps, afin que l'influence des circonſtances particulières devienne de plus en plus inſenſible. On ne ſauroit auſſi les faire avec trop de détails, parce qu'alors elles peuvent ſervir pour un plus grand nombre de vues. C'eſt pour cela qu'il ſeroit bon que les Tables des mortalités marquaſſent l'âge des morts, leur état, le genre des maladies, les mariages, les naiſſances, l'âge des époux ou des parens, qu'on eût des obſervations météorologiques correſpondantes pour chaque lieu, qu'enfin la grandeur de chaque ville, la nourriture de chaque claſſe de citoyens, ſon régime, le prix des denrées dans chaque année, les évènemens politiques même entraſſent dans ces Tables.

Celles que donne ici M. Morand & qui ſont auſſi complettes qu'il a pu ſe les procurer, contiennent les naiſſances, morts, mariages & enfans-trouvés pour Paris, depuis 1709 juſqu'en 1770 (c'eſt-à-dire) pendant ſoixante-deux ans.

Elles prouvent qu'il naît plus de garçons que de filles, qu'il meurt plus d'hommes que de femmes, mais dans une proportion plus grande, parce que la faim, l'avidité & le libertinage attirent à Paris encore plus d'hommes que de femmes. On voit auſſi que le nombre des enfans-trouvés eſt plus que quadruplé depuis le commencement du ſiècle, tandis que le nombre total des naiſſances n'eſt augmenté que d'un cinquième. Ce n'eſt pas à une plus grande corruption de mœurs qu'il faut attribuer cette effrayante augmentation, au contraire on en doit attribuer une partie à ce que nos mœurs étant devenues plus douces ſans être plus corrompues, & des Magiſtrats plus humains & moins aſſervis aux préjugés, ayant rendu l'entrée de l'hôpital des enfans-trouvés plus ſecrette & plus libre, il arrive bien moins ſouvent qu'autrefois de commettre un crime pour cacher une foibleſſe.

SUR L'AIGUILLE AIMANTÉE.

M. LE MONNIER continue de rendre compte dans ce volume, de ſes Recherches ſur la déclinaiſon de l'aiguille aimantée. A Paris, l'aiguille déclinoit à l'Eſt de $7^d \frac{1}{2}$ en 1541. Oronce- V. les Mém. p. 93 & 95.

Finée lui donne à peu-près la même déclinaiſon en 1550. Celle de 1541 eſt prouvée par un cadran d'ivoire très-bien conſervé & fait avec beaucoup de ſoin. L'inſcription porte qu'il a été conſtruit à Paris. Ce monument très-curieux & très-important pour l'hiſtoire des variations de l'aimant, eſt gravé dans ce volume.

Il ſuit de cette obſervation & du peu de mouvement de l'aiguille entre 1541 & 1610, qu'elle étoit alors à peu-près ſtationnaire. Depuis elle eſt revenue vers le Nord, y a paſſé en 1666, s'eſt avancée juſqu'à environ vingt degrés vers l'Oueſt où elle paroît actuellement ſtationnaire. Ainſi nous connoiſſons d'une manière aſſez approchée les limites de ſes variations. Il eſt néceſſaire de remarquer que le temps de la plus grande vîteſſe dans la variation, ne répond point à la direction de l'aiguille vers le Nord, mais à peu-près à celle de ſix degrés vers l'Oueſt, c'eſt-à-dire, à peu-près au point de milieu entre ſa plus grande variation occidentale & ſa plus grande variation orientale.

Il paroît auſſi que ſon mouvement ſe ralentit à meſure qu'elle approche de ces points extrêmes; mais les deux parties de cette longue oſcillation ne paroiſſent pas ſemblables, & le mouvement paroît plus rapide dans la partie occidentale.

Ce moment du retour vers le Nord où il ſemble que nous ſommes arrivés, eſt bien précieux pour les Obſervateurs; c'eſt en voyant ſi l'aiguille ſuit en ſe rapprochant du Nord, les mêmes loix qu'en s'en éloignant, qu'ils pourront juger s'ils peuvent ſe flatter d'aſſujettir les inégalités de ſon mouvement à une loi régulière.

SUR LE MÉTÉORE DE 1771.

V. les Mém. p. 668.

LE 17 Juillet 1771, vers 10 $\frac{1}{2}$ heures du ſoir, on aperçut un météore igné dans tout l'eſpace en latitude de Sarlat à Oxford, & en longitude de Granville à Reims; c'eſt-à-dire dans un eſpace d'environ 5 degrés en longitude, & 6 degrés en latitude. Une foule de Savans, d'Amateurs des Sciences, bien des gens même,

qui épouvantés de la vue de ce météore, sentoient peut-être pour la première fois le besoin d'être éclairés, se sont empressés d'envoyer à l'Académie des descriptions de ce phénomène; les uns pour l'en instruire, & les autres pour la consulter. Elle a chargé M. le Roi de lui rendre compte de ce que les diverses relations offroient de faits constatés, & propres à donner quelques connoissances sur le lieu du météore, sur la direction de son mouvement, sur sa grandeur, sa véritable forme, &c. M. le Roi a joint à ces détails ce qu'il a trouvé de plus intéressant dans les ouvrages des Physiciens, sur les météores ignés qui ont précédé celui-ci.

Les Anciens ont connu ces météores; le peuple, dans tous les temps, les a regardés comme des marques de la colère céleste, & il n'y a pas bien long-temps que cette opinion a cessé d'être adoptée, même par des gens qui ne sont point peuple, du moins par leur état. On a confondu souvent ces météores avec les comètes & avec le tonnerre, parce qu'ils ressemblent quelquefois aux Comètes par leur forme, & le bruit de leur explosion à celui de la foudre. Le peu de durée de ces globes enflammés, la rapidité de leur mouvement, l'irrégularité de leurs apparitions dans toutes les saisons & dans tous les états du ciel, leur rareté enfin, & le petit nombre de ceux qui peuvent même encore les observer de sang-froid, tout cela n'a guère permis de les bien décrire. On s'est assuré seulement qu'ils sont souvent à la hauteur de plusieurs lieues, que leur vitesse est très-grande, & que leur explosion est quelquefois très-violente. Celle du globe qui éclata au-dessus de la ville d'Aix en 1756, endommagea quelques cheminées, & produisit un mouvement qu'on prit pour une secousse de tremblement de terre; mais comme les lieux voisins d'Aix n'en éprouvèrent aucune commotion, aucun effet, il paroît plus naturel d'attribuer ces effets à l'explosion du météore.

On ignore encore comment ces météores se forment, & de quelle matière ils sont composés; on ne sait même si cette matière est dense ou rare; seulement, on est presque sûr que ces globes se dissipent dans l'atmosphère, & l'on n'a jamais observé ni qu'ils aient causé des incendies, ni même qu'il en soit parvenu jusqu'à la surface de la Terre quelques débris enflammés. Mais

il faut lire tous ces détails dans le Mémoire de M. le Roi. Il paroît dans le volume tel qu'il a été lû dans une Assemblée publique; c'est-à-dire mis à la portée de tous les lecteurs, & dépouillé des calculs d'après lesquels M. le Roi a fixé la hauteur de ce globe à plus de 18 lieues, son volume à plus de 500 toises de diamètre, & sa vîtesse à plus de 7000 toises par secondes.

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GÉNÉRALE.

I.

M. HÉRISSANT a présenté à l'Académie un morceau d'ivoire dans lequel il se trouve un lingot de fer. Ce lingot a été tellement recouvert que l'on voit à peine par où il est entré.

II.

M. le Monnier a rendu compte de quelques Observations faites, tant à Pontorson, qu'au Mont-Saint-Michel, sur les plus grandes marées. Il les a continuées depuis, & doit en publier à part les détails & les résultats.

III.

M. Duhamel a observé le 6 Septembre 1771, une grande variation dans la déclinaison de l'Aiguille aimantée.

Les détails de ce phénomène feront partie d'une belle suite d'observations sur la déclinaison des aiguilles aimantées que M. Duhamel se propose de donner à l'Académie.

IV.

M. Bomare, le premier Naturaliste qui depuis Bernard de Palissi ait donné en France des Leçons publiques d'Histoire Naturelle, a envoyé à l'Académie le récit d'un orage violent dont il fut témoin à Chantilli le 12 Août 1771.

Le tonnerre tomba sur une maison placée dans la direction d'une plate-bande du parterre du château, & d'un pont sur lequel étoit M. Bomare; quoique le vent fût alors très-violent, il

cessa

cessa entièrement au-dessus de l'endroit où étoit M. Bomare, les tiges des fleurs de la plate-bande n'étoient pas agitées.

Une femme qui étoit alors occupée à laver, en face d'une fenêtre de la maison, fut frappée au bras & à l'oreille; les vitres d'une autre fenêtre furent brisées; plusieurs pièces de bois furent déchirées, d'autres seulement remuées; des morceaux de métal parurent calcinés & corrodés, & quelques-uns marqués seulement de quelques taches: mais rien n'indiquoit la route de la foudre, aussi n'y avoit-il dans la maison aucune substance métallique disposée de manière à la conduire. Deux hirondelles furent tuées dans leur nid, placé au haut de la cheminée, & il paroissoit que c'étoit leur ventre & non leur dos qui avoit été frappé, & qu'ainsi la matière du tonnerre s'étoit élevée de la cheminée.

Leurs Altesses Sérénissimes M.gr le Duc de Chartres, M.gr le Prince de Condé, & M.gr le Duc de Bourbon ont été témoins de tous ces faits. Ils étoient à la chasse pendant l'orage; au coup de tonnerre ils se sont sentis frappés, non dans les articles, mais dans les muscles de la poitrine & du ventre. Ils ont jugé aux mouvemens de leurs chevaux que ces animaux avoient aussi éprouvé la commotion. M.gr le Duc de Bourbon fut frappé avec plus de violence; son cheval l'emporta quelques pas; il sentit au visage un frémissement semblable à celui qu'on éprouve lorsqu'on s'approche d'un corps électrisé, & les gens de sa suite aperçurent sur son visage, & sur-tout à la lèvre inférieure, des taches noirâtres & formées par une matière onctueuse.

M. Bomare, en regardant la pluie tomber dans un bassin, peu de temps avant l'orage, a remarqué que les gouttes de la pluie formoient sur la surface de l'eau une pellicule qui offroit les couleurs de l'iris, ces couleurs subsistèrent long-temps après un double arc-en-ciel, à qui il avoit d'abord attribué cette apparence.





ANATOMIE.

SUR LES ENFANS QUI NAISSENT SANS ANUS.

V. les Mém. p. 472.

LES loix de la Nature ne ſont ni ſi régulières, ni ſi ſimples que l'orgueil des hommes s'eſt plu à le ſuppoſer. Dans la foule des êtres vivans qu'elle deſtine à l'exiſtence, un grand nombre périt ſans avoir jamais été qu'une ébauche groſſière, tandis que d'autres naiſſent avec l'impoſſibilité de vivre. On doit ranger dans cette claſſe les enfans qui viennent au monde ſans anus, ou ſans que l'inteſtin *rectum* ſoit percé, ou ſans que cet inteſtin ſoit joint au colon, comme il doit l'être dans l'état naturel. Quelquefois ces accidens ſe compliquent.

Lorſqu'il n'y a point d'autre vice de conformation que l'exiſtence d'une pellicule ou même d'une ſubſtance charnue qui bouche l'orifice de l'anus, une opération aſſez ſimple ſauvera la vie de l'enfant. Mais lorſque le défaut de conformation eſt plus compliqué, ou ſeulement lorſqu'il attaque le *rectum* ou le colon, la difficulté de démêler en quoi il conſiſte préciſément, & celle d'opérer ſur des parties ſi petites, & ſur des ſujets ſi foibles, rendent toutes les opérations fort dangereuſes. Cependant il faut les tenter, pour peu qu'il y ait quelqu'eſpérance de réuſſir, autrement l'enfant abandonné à la Nature périroit infailliblement & par une mort cruelle.

Il arrive auſſi quelquefois qu'au lieu d'aboutir à l'anus, le *rectum* s'ouvre dans la veſſie des enfans mâles; cet accident eſt auſſi dangereux que le défaut total de l'anus; l'enfant périt de même ſi on ne lui fait pas une opération. Il y a même un danger de

plus; dans ce cas, le *méconium* tombé dans la veſſie ne peut ſortir par l'urètre. M. Bertin propoſe de faire alors une inciſion à la veſſie, & de procurer par-là, tant au *méconium* qu'aux urines, une iſſue commune & différente de l'iſſue naturelle.

Un autre accident, moins dangereux, mais également fâcheux, eſt lorſque dans les filles le *cæcum* s'ouvre dans le vagin; ſi cette ouverture n'eſt pas la ſeule, ſi on peut en former une autre, il y a lieu de ſe flatter que le canal de communication du *cæcum* au vagin s'oblitèrera, & on peut eſpérer une guériſon; mais ſi ce canal eſt la ſeule ouverture du *cæcum*, ſi cette ouverture eſt ſuffiſante, alors l'enfant vivra, condamné à une infirmité horrible & incurable.

M. Bertin développe pour tous ces accidens les différentes eſpèces de ſecours que l'Art a pu fournir juſqu'ici.

Il en propoſe de nouveaux dont il montre la poſſibilité. Il entre ſur toutes ces opérations dans des détails utiles aux gens de l'Art; il ne laiſſe rien à deſirer ſur les objets qu'il traite; mais nous n'en ſommes pas moins forcés de conclure, en admirant la hardieſſe & les prodiges de l'Art, que ſes reſſources ſont bien foibles & que nos maux ſont bien grands.

SUR LES MALADIES DE L'ÉPIPLOON.

M. PORTAL a raſſemblé dans ce Mémoire tout ce qu'un grand nombre de diſſections lui a fait obſerver ſur les maladies de l'épiploon. V. les Mém. p. 541.

On a donné le nom d'*hydatides* à des tumeurs de l'épiploon, remplies d'une liqueur qui cependant eſt quelquefois très-colorée & très-épaiſſe. Ces tumeurs ont été regardées d'abord comme des glandes engorgées; mais comme Ruiſch en a rencontré dans des parties où il n'y a point de glandes, on a attribué la cauſe de l'hydatide à l'extenſion des vaiſſeaux lymphatiques & ſanguins. Selon M. Portal, ſi telle étoit ſon origine, ſes parois ſeroient très-minces; elles ſont cependant d'une grande épaiſſeur. C'eſt donc avec le tiſſu cellulaire que ſe forment les parois des hydatides,

& de-là vient que ces parois renferment quelquefois de la graiſſe.

Dans quelques ſujets l'épiploon contient de l'air. M. Portal rend compte à cette occaſion des effets que produit l'introduction de l'air dans différentes cavités ou dans différens vaiſſeaux. L'air introduit dans les vaiſſeaux ſanguins ou dans la cavité du crâne, cauſe une mort prompte. Les mauvais effets qu'il produit dans les autres parties ſont très-lents au contraire: M. Portal avoit inſinué une grande quantité d'air dans la cavité du bas-ventre d'un chien, il boucha ſoigneuſement la plaie, & cependant au bout de quelques jours l'enflure du ventre diſparut, & le chien fut guéri.

Le racorniſſement de l'épiploon eſt une ſuite de preſque toutes les aſcites, c'eſt une remarque précieuſe & dont les Médecins doivent ſe ſouvenir pour ne pas fatiguer le malade de remèdes inutiles, car la tumeur que ce racorniſſement produit, n'eſt pas dangereuſe.

La plupart des femmes qui ont fait beaucoup d'enfans, ont l'épiploon racorni, ſur-tout celles qui, ſacrifiant leur ſanté & celle de leurs enfans, ſoit à la néceſſité de cacher une foibleſſe, ſoit au deſir bien plus coupable de déguiſer le changement de leur taille, ſe ſont ſerrées pendant leur groſſeſſe. En général, l'épiploon des femmes qui ont accouché, même une ſeule fois, eſt plus racorni que celui des filles, mais il n'en réſulte pas toujours une tumeur ſenſible à l'extérieur.

SUR LA SITUATION DES VISCÈRES DU BAS-VENTRE CHEZ LES ENFANS.

V. les Mém. p. 575.

CE Mémoire fait partie d'un travail fort étendu, que M. Portal a entrepris ſur l'anatomie comparée de l'homme dans les différens âges de la vie. Ces recherches peuvent contribuer ſingulièrement à perfectionner nos connoiſſances ſur l'économie animale.

Elles ont encore une utilité plus prochaine, & qui ſur-tout eſt particulière à ce Mémoire.

Il y a beaucoup de maladies qui attaquent les viſcères, & dont on reconnoît le ſiége, la nature, les progrès, en tâtant le ventre des malades; il eſt donc important de ne pouvoir ſe tromper ni ſur la poſition, ni ſur l'étendue, ni ſur la forme des viſcères; & c'eſt ce qui arriveroit ſouvent ſi on ſuppoſoit que ces viſcères duſſent, dans l'état naturel, offrir à la main de l'Anatomiſte, les mêmes apparences dans l'enfant ou dans l'adulte.

Le travail de M. Portal a encore un autre avantage: on trouve dans des Anatomiſtes également accrédités, des deſcriptions différentes & quelquefois contradictoires des mêmes parties, ce qui jette ſur la forme naturelle de ces parties, & ſur la conſtance de cette forme, une incertitude très-déſavantageuſe à la ſcience, & qui diſparoît en remarquant que ces deſcriptions ont été faites ſur des ſujets de différens âges, & que les différences qu'on y trouve ſont dûes aux changemens que l'âge produit dans les parties décrites.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

M. GRIGNON a préſenté à l'Académie une tête de Chatte monſtrueuſe; elle paroiſſoit ſimple à la partie poſtérieure & double en devant; les deux gueules communiquoient enſemble intérieurement; les langues unies par leur baſe aboutiſſoient à un larynx & à un œſophage commun. La mère de ce monſtre étoit ſi électriſable, que ſi on tenoit une de ſes pattes dans la main, tandis que de l'autre on l'électriſoit, on ſentoit ſouvent des ſecouſſes vives & douloureuſes dans les doigts, le coude, & juſque dans l'épaule.

II.

Un charlatan s'étant vanté de percer de part en part la tête d'un animal, & de le guérir ſur le champ avec un baume de ſa compoſition, M. Portal a fait des recherches ſur cet objet. Ce

charlatan n'eſt pas le premier qui ait fait des promeſſes de ce genre, & qui même les ait remplies; mais cela ne prouve rien en faveur des remèdes; des chiens à qui M. Portal a percé la tête dans toutes ſortes de directions, ont été guéris ſans aucun ſecours; les plaies de ce genre ne ſont mortelles que lorſque la moelle épinière a été attaquée. Il faut un grand zèle & bien du courage pour que la vue de l'utilité de ces cruelles expériences puiſſe l'emporter ſur la répugnance qu'elles inſpirent.

III.

M. de Laſſone a communiqué à l'Académie deux obſervations qui lui ont été envoyées par M. Guyon Chirurgien à Carpentras.

L'une eſt d'un accouchement où l'enfant ſe préſentoit par le bras, & fut chaſſé vivant par les ſeuls efforts de la Nature. L'autre d'un fœtus venu mort à terme, & qui avoit au bas des lombes une maſſe plus groſſe d'un tiers que la tête d'un fœtus: cette maſſe renfermoit une tête, les os du baſſin, un os de la cuiſſe, & d'autres os informes; ils paroiſſoient des mêmes dimenſions que ceux d'un fœtus de quatre mois.

M. Fougeroux ayant prié M. Portal de diſſéquer un Pigeon qui avoit deux anus, il trouva qu'à ces anus répondoient deux inteſtins *rectum* à peu-près égaux, capables des mêmes fonctions, & qui ſe réuniſſoient à un pouce & demi de l'anus: une maſſe charnue qui pendoit au croupion du même pigeon, contenoit un os qui paroiſſoit être le fémur joint à une partie de l'os de la hanche: l'articulation étoit bien marquée.

M. Portal a obſervé ſur un autre Pigeon, qu'il avoit une double trachée-artère qui ſe réuniſſoit à peu de diſtance des bronches. Ces obſervations ſont importantes & ne ſauroient être trop multipliées. Peut-être que pour ſurprendre les ſecrets de la Nature il faut l'obſerver moins lorſqu'elle ſuit ſes loix que lorſqu'elle ſemble s'en écarter.

IV.

M. Fougeroux a obſervé un ovaire de Poule monſtrueux; il peſoit trois onces, ſa ſubſtance étoit charnue & il renfermoit une matière ſemblable au blanc d'œuf pour la conſiſtance, & de couleur jaune.

V.

Quelques Phyſiologiſtes ayant imaginé que le ſang ſe raréfioit dans le poumon, en conclurent avec raiſon que les vaiſſeaux qui y portoient le ſang, devoient être en plus grand nombre, ou plus grands que ceux qui le reportoient dans le cœur, & qu'ainſi le poumon avoit plus d'artères que de veines.

M. Portal rapporte ici des obſervations qui détruiſent cette hypothèſe. Il a injecté des poumons avec de la cire colorée, dans cet état il les a mis macérer dans un acide qui, détruiſant à la longue la ſubſtance du poumon, ne laiſſoit plus ſubſiſter que la cire; & en l'examinant il a vu que les veines ſurpaſſoient les artères en nombre & en groſſeur. Enſuite, de crainte qu'on ne lui objectât que cette expérience peut s'expliquer en ſuppoſant que les veines ont été plus diſtendues que les artères par la liqueur injectée, il a examiné des poumons non injectés, & a toujours vu les veines en plus grand nombre, & les troncs des groſſes veines, même lorſqu'elles étoient vuides, plus grands que ceux des artères pleines de ſang ou de liqueur injectée.

VI.

Il n'y a point d'Anatomiſte qui n'ait obſervé dans les ſujets qu'il a diſſéqués, des variétés de conformation indifférentes, du moins en apparence, à l'économie animale. Ce qui prouve que la Nature n'a point formé chaque eſpèce ſur un modèle unique, & que cette régularité dont nous avons la témérité de lui faire honneur, n'exiſte que dans la tête des Philoſophes.

M. Portal en examinant les veines du poumon, trouve qu'en général celles du poumon droit ſont plus longues & plus groſſes que celles du poumon gauche, parce que le poumon droit eſt plus gros & plus éloigné de l'endroit de l'oreillette où ces veines aboutiſſent.

Mais quelquefois le poumon droit a cinq veines au lieu de quatre. D'autres fois les veines pulmonaires ſe réuniſſent deux à deux avant que d'arriver au cœur.

Il paroît que les veines pulmonaires ſe diviſent toujours en deux branches à leur inſertion dans le poumon, mais leur poſition

n'eſt pas la même à l'égard des artères. L'artère qui ſe trouve entre les deux branches des veines, eſt quelquefois réunie avec elles dans une gaine commune, d'autres fois chaque vaiſſeau a ſa gaine particulière.

VII.

Le 13 Avril 1771, il eſt venu à l'Académie une fille ſans langue, & qui parloit très-bien. Ce fait n'eſt pas unique; feu M. de Juſſieu a vu en Eſpagne un phénomène ſemblable, c'étot encore une fille.



CHIMIE.



CHIMIE.

ANALYSE DE L'EAU MINÉRALE DE ROYE.

CETTE Eau contient du fer & une terre alkaline, mais ces ſubſtances n'y ſont pas combinées avec un acide. Ainſi l'eau de Roye n'a point les inconvéniens des eaux vitrioliques ou ſéléniteuſes; coupée avec du lait elle pourroit faire l'office d'abſorbant; enfin elle peut ſe garder & être tranſportée ſans ſe décompoſer. L'analyſe de cette Eau a offert un phénomène digne de remarque. Quand on la ſoumet à l'évaporation, il ſe précipite un dépôt ocreux qui contient du fer & une terre alkaline. Si on ſépare le dépôt, qu'on verſe deſſus de l'acide du vinaigre, & qu'on décante la liqueur lorſque l'effervescence eſt ceſſée, ſon mélange avec l'infuſion de noix de gale prend une teinte violette; ſi au lieu d'acide de vinaigre on avoit verſé de l'eſprit de nitre, le même mélange ne ſe ſeroit pas coloré. L'eau de la ſource mêlée immédiatement avec l'infuſion de noix de gale, avoit produit une couleur violette. C'eſt ſelon M.rs de Laſſone & Cadet, au phlogiſtique uni à l'acide de vinaigre dans la première épreuve, & dans la ſeconde au phlogiſtique d'une terre graſſe, dont l'eau minérale de Roye contient une petite quantité, qu'il faut attribuer ce phénomène. Il en réſulte que la manière d'éprouver les eaux ferrugineuſes, en y verſant de l'infuſion de noix de gale, n'eſt point du tout certaine. Les Chimiſtes ſavent, il y a long-temps, que toutes les épreuves ne peuvent donner une véritable connoiſſance de la compoſition des eaux minérales; ils s'en ſervent ſeulement pour s'aſſurer de la nature des principales ſubſtances

V. les Mém. p. 1.

que ces Eaux contiennent, & pour se conduire d'après cette connoissance dans l'analyse qui leur reste à faire; les Naturalistes les emploient pour classer les mêmes eaux. Mais on voit par l'expérience curieuse rapportée par M.[rs] de Lassone & Cadet, que ces liqueurs d'épreuves ne sont pas sûres, même quand on les emploie pour reconnoître seulement la présence d'une certaine substance.

Il y a aux environs de Roye plusieurs autres sources minérales, entre autres une auprès de Beaurain, qui s'est trouvée être vitriolique, & ressembler aux eaux de Passy. La source de Beaurain est très près d'une couche de terre noire qui s'étend à une assez petite profondeur, sous une grande partie de la Picardie. Cette terre au-dessus de laquelle règne en quelques endroits un banc de coquilles assez semblables au falun de Touraine, & qui pourroit servir aussi à fertiliser les terres, s'enflamme spontanément à l'air, les cendres qui en résultent contiennent du vitriol & de l'alun. Les habitans de cette province doivent à ces cendres l'avantage d'avoir pu se procurer des prairies artificielles, c'est particulièrement dans des terreins formés de débris de pierres calcaires, mêlées avec très-peu de terre végétale, que ces cendres ont été employées avec succès. Par ce moyen, des terres qui n'avoient jamais produit, ont acquis & conservé, pendant plusieurs années, la faculté de produire. Lorsqu'on met les cendres en trop grande quantité, il arrive quelquefois que la première année seulement, l'herbe dégoûte les chevaux, soit qu'elle ait contracté un mauvais goût, soit qu'elle ait alors des tiges trop ligneuses. Ce n'est qu'au bout de quelques années que les terres sur lesquelles on a répandu des cendres, peuvent être ensemencées en blé, autrement elles produiroient beaucoup d'herbes & très-peu de grains.

Les fourrages dans les mêmes circonstances sont très-abondans, mais donnent également très-peu de graines.

M. Sage a donné une analyse de la terre noire de Beaurain. L'origine de cette couche de terre, au-dessus de laquelle on voit en quelques endroits un banc de coquilles, n'a pas encore été l'objet des recherches des Naturalistes, & mériteroit bien de le devenir.

On trouve à Omblières près Saint-Quentin, une autre espèce

de terre qui tombe en efflorefcence à l'air, mais qui ne s'enflamme pas. Elle peut auffi fervir d'engrais. M. Rigaud, Phyficien & Chimifte attaché à la Marine, a examiné cette terre, & a trouvé qu'elle contenoit du fuccin en affez grande quantité. Ce fuccin fe trouve principalement dans les gerfures d'une couche d'argile affez dure, qui fe divife en lames lorfqu'on l'expofe à l'air; ce qui a fait conjecturer à M. Rigaud que le fuccin étoit formé dans les couches fupérieures, & qu'entraîné par les pluies il s'arrêtoit dans cette argile dure.

Il feroit à defirer que M. Rigaud fît de nouvelles recherches fur cet objet, foit pour conftater l'identité du fuccin & de la fubftance qu'il a obfervée, foit pour tâcher de démêler quelle en eft l'origine, & par quelle fuite d'opérations elle a été produite ou dépofée dans la couche d'argile où on la trouve.





BOTANIQUE.

OBSERVATIONS BOTANIQUES.

I.

LA glacière commune de la ville de Narbonne avoit été remplie au mois de Décembre 1769; elle étoit vuide au mois de Janvier 1771; & le froid étant devenu assez rigoureux au commencement de Février, il fut question d'y remettre de la glace. Celle de 1769, avoit été placée suivant l'usage, sur un lit de sarmens, on trouva que ces sarmens qui n'avoient que depuis un mois cessé d'être couverts de glace, avoient poussé des branches de sept à huit pouces, avoient des bourgeons, des feuilles, des grappes en fleurs, & même des fruits tout formés. Les ouvriers avoient déjà observé ce phénomène, mais jamais ils n'avoient vu la végétation si avancée.

On sait que plusieurs espèces de plantes végètent sous la neige; mais l'observation de M. Marcorelle dont je viens de rendre compte, semble prouver que ce phénomène n'est point particulier à quelques plantes, & qu'en général c'est moins le froid que les alternatives de froid & de chaud, ou l'action de l'air qui arrêtent la végétation.

II.

Dans l'histoire de l'Académie de l'année 1723, on rapporte qu'au royaume des Algarves, les arbres qui avoient porté des fruits au mois de Juin 1722, parurent couverts de nouvelle

fleurs au mois de Décembre de la même année, & donnèrent au mois de Janvier suivant, des fruits aussi bons que ceux qui étoient venus dans la saison ordinaire. M. Marcorelle a observé le même fait en 1765, dans les environs de Narbonne; les poiriers & les pruniers y refleurirent au mois d'Octobre, & dans celui de Novembre ils étoient couverts de fruits. Il attribue ce phénomène à la chaleur des mois de Septembre & d'Octobre de cette année, où le thermomètre monta à 25 degrés comme dans le mois de Juin.

III.

M. Mustel a placé pendant l'hiver, dans sa serre chaude, un certain nombre d'arbrisseaux, de manière qu'une partie, placée au dedans de la serre, n'avoit en dehors que quelques branches qu'on avoit fait passer dans un trou bouché ensuite avec du mastic: une autre partie de ces arbustes étoit hors de la serre, mais quelques-unes de leurs branches étoient dedans.

L'observateur a suivi avec soin le progrès de la végétation dans ces arbustes. Ils ont été les mêmes pour toutes les branches situées dans la serre, soit que la tige & les racines fussent aussi échauffées, soit qu'elles fussent exposées à l'air; & de même tout ce qui étoit hors de la serre est resté engourdi sans qu'on pût remarquer la moindre différence entre les branches des arbrisseaux placés au dehors, & celles dont les tiges & les racines éprouvoient l'action de la chaleur.

Cette expérience paroît établir entre les animaux & les végétaux deux différences remarquables; elle indique d'abord que chaque partie des végétaux a en elle un principe indépendant de mouvement, de nutrition & de vie. Il est de plus très-difficile de concilier avec ces expériences, l'idée d'une circulation de sève dans les plantes, analogue à celle du sang dans les animaux. Cependant ces observations ne prouvent point que les plantes ne tirent pas toujours quelque nourriture de leurs racines même engourdies; le contraire paroît même prouvé, puisque les boutures ne peuvent produire de fruits parfaits qu'après avoir poussé des racines. Ainsi la correspondance est seulement bien

plus foible entre les parties des végétaux qu'entre celles des animaux, mais il en subsiste toujours quelqu'une, & l'indépendance ne sauroit être entière.

IV.

M. Mustel a observé que des fleurs de pommier dont les pétales & les étamines avoient été mangées par un limaçon, avoient produit des fruits en plus grand nombre à proportion, & plus beaux que les fleurs dont les pétales & les étamines étoient tombées d'elles-mêmes. M. Mustel a essayé sur quelques fleurs de couper les mêmes parties avec des ciseaux, & toujours avec le même succès. Mais il ne dit point qu'il ait pris des précautions pour que les étamines n'eussent pas répandu leur poussière avant d'être retranchées, ou pour que la poussière des étamines des bouquets voisins n'y fût point portée.





ALGEBRE.

SUR LES ÉQUATIONS.

IL y a plus de deux ſiècles que les Équations du troiſième degré ont été réſolues par Ferreo, & celles du quatrième par Ferrari. Depuis ce temps les Analyſtes ont en vain cherché la ſolution de celles du cinquième. La Théorie générale des équations a cependant fait de grands progrès. On a déterminé le nombre, la nature de leurs racines, la manière dont elles forment les coëfficiens des équations propoſées, la manière dont on peut juger par ces mêmes coëfficiens de l'eſpèce des racines; il ſemble enfin qu'on ait tout épuiſé ſur ces objets, ſans cependant ſe trouver plus près du dernier but où il faut atteindre, c'eſt-à-dire, de la ſolution générale des Équations, ou du moins de l'équation du cinquième degré. Les méthodes propoſées par Tſchirnhaüs dans le dernier ſiècle, & par M.[rs] Euler & Bezout dans celui-ci, font dépendre la ſolution du cinquième degré d'une équation du vingt-quatrième. Cette équation ſe trouve à la vérité réductible au ſixième, mais il reſte toujours vrai que pour toute équation au de-là du quatrième degré, les méthodes connues conduiſent à des équations d'un degré plus élevé que les propoſées, ſi ce n'eſt peut-être celle du ſixième degré. M. de la Grange prouve en effet qu'on peut la faire dépendre d'une du dixième; & comme ſa méthode la feroit également dépendre d'une du quinzième, cela indique d'abord qu'elle doit être réductible à une du cinquième, comme M. Bezout l'avoit déjà annoncé. M. Vandermonde prouve de plus ici que ces équations du degré dix ou quinze, peuvent ſe rapeler à une équation du cinquième degré, & à une équation particulière du ſixième.

V. les Mém. p. 365.

Cet inconvénient commun à toutes les méthodes de faire dépendre une équation générale d'une équation particulière d'un degré plus élevé, donne lieu à plusieurs questions. La racine de ces équations du sixième degré, où se réduisent la solution des équations du cinquième & du sixième degré, contient-elle des radicaux cinquièmes, ou seulement des radicaux des degrés inférieurs? Est-elle réductible à un degré moindre que le sixième, ou ne l'est-elle pas? Et, ce qui en est la conséquence, la racine d'une équation du cinquième ou du sixième degré est-elle susceptible d'une expression générale & finie? Il n'y a que deux manières de répondre à ces questions, l'une d'en chercher la solution dans la théorie des équations; M. de la Grange s'est occupé de cet objet & n'a point trouvé de solution satisfaisante. On peut aussi chercher ces équations particulières du degré sixième, où l'on a réduit la solution générale des degrés cinquième & sixième, & essayer de les résoudre, ou du moins de les réduire à celle du cinquième, ou du dixième dont elle peut dépendre, & qui doivent alors se réduire à une du premier degré, ou à une du second.

Les calculs qu'il faudroit faire pour parvenir à ce but sont impraticables, si l'on n'emploie que les moyens ordinaires de l'analyse; mais on a d'autres ressources. Les quantités qu'on cherche sont, jusqu'au moment où l'on veut déterminer enfin la racine cherchée, des fonctions qui appartiennent également à chacune des racines de la proposée, ou qui sont semblablement composées de toutes ces racines. La manière dont ces fonctions peuvent être exprimées en coëfficiens de la proposée, soit d'une manière rationnelle, soit par des équations d'un degré quelconque, peut faire l'objet d'une théorie étendue. M. Euler a traité cette matière dans son introduction à l'analyse de l'Infini; depuis, M.rs Waring, de la Grange, Vandermonde, s'en sont occupés & ont trouvé des résultats piquans par leur singularité, leur élégance, & la force de tête nécessaire pour y parvenir. Ces recherches fournissent à la fois des vues utiles pour la solution des équations, & des simplifications de calculs sans lesquelles on ne peut rien espérer pour une Théorie, qui peut-être n'a plus maintenant d'autres

d'autres difficultés que la longueur des formules. Le Mémoire de M. Vandermonde a été imprimé tel qu'il l'a lû à l'Académie en 1770.

La théorie des Équations qu'il y donne eſt abſolument à lui. Elle conſiſte à chercher *a priori* une fonction des racines qui les contienne d'une manière ſemblable, & qui puiſſe en repréſenter une à volonté, c'eſt en cherchant cette fonction *a priori*, qu'il trouve à faire dépendre la ſolution des équations du cinquième degré d'une du ſixième; celles du ſixième d'une du dixième ou du quinzième qu'il réduit enſuite à une du ſixième; & à en juger par l'analogie, ſi la ſolution générale eſt poſſible, cette dernière équation ne doit plus contenir de radicaux cinquièmes.

On verra qu'il s'eſt rencontré dans pluſieurs points avec M. de la Grange, mais il paroît s'être plus particulièrement appliqué à ſimplifier les méthodes de calcul pour les rendre praticables, tandis que M. de la Grange s'eſt plus occupé des moyens de s'aſſurer *a priori*, de la poſſibilité de la ſolution cherchée, ou de la généralité des méthodes connues. Enfin, M. de la Grange paroît perſuadé qu'il faut, pour parvenir à la ſolution du Problème, choiſir une autre route que celle qui eſt connue, car toutes les méthodes peuvent ſe rappeler à une ſeule; & M. Vandermonde ſemble plus porté à croire que c'eſt par cette même méthode qu'on parviendra à la ſolution cherchée, ſi elle eſt poſſible en général. Mon ſuffrage ne peut être regardé comme d'un aſſez grand poids, pour qu'il ne me ſoit point permis de dire que je penche vers l'opinion de M. Vandermonde, qui d'ailleurs eſt moins décourageante.

On pourroit, d'après ce que je viens de dire, objecter ici que pour ſe permettre de ſe livrer à un travail dont le ſuccès eſt incertain, & qu'on n'oſe à peine eſpérer de rendre praticable, il faudroit que du moins il fût d'une très-grande utilité; que cependant l'on a pour réſoudre les équations, des méthodes approchées, ſi ſûres, que la méthode rigoureuſe ne peut être que de pure curioſité, & qu'ainſi on doit déplorer que des hommes de génie emploient toutes leurs forces, & perdent leur temps à des recherches ſublimes & profondes, mais inutiles. Ce reproche

qu'on pourroit faire avec autant de raiſon à un grand nombre de nos Mémoires, mérite que je m'y arrête quelque temps.

Les Philoſophes peuvent diſputer encore ſur l'utilité morale des Sciences; car ſi elles ont l'inconvénient de détourner de la vue des maux de l'humanité, les mêmes hommes qui auroient la force & le talent de les ſoulager, ne peut-on pas dire auſſi que les malheurs des Nations étant ſur-tout l'ouvrage de leurs préjugés, elles ont encore plus beſoin d'être éclairées que conduites?

Mais il y a long-temps qu'on ne diſpute plus ſur l'utilité phyſique des Sciences. Tous conviennent qu'elles ſont néceſſaires aux progrès des Arts. On ſait que la Navigation a beſoin de l'Aſtronomie, & l'Aſtronomie de la Géométrie; que les travaux des mines, la fabrication des glaces & des porcelaines ſont dirigées par la Chimie; que la Chimie, l'Anatomie & la Botanique ſont les fondemens de l'art de guérir; qu'il n'y a point d'Arts qui ſe puiſſent paſſer de la Mécanique & de la Phyſique; qu'enfin l'Hiſtoire Naturelle nous apprend à connoître, par la forme extérieure des productions de la Nature, quelle eſt l'utilité que nous en pouvons retirer. Cependant il s'eſt élévé un préjugé preſque auſſi funeſte aux progrès des Sciences, que celui de leur inutilité abſolue. Quelques Savans qui avoient inutilement tenté de faire des découvertes, ont cherché pour ſe venger, à décrier les Sciences. Ils ont dit qu'il ne falloit en conſerver que la partie qui eſt applicable à la pratique, & rejeter le reſte comme des ſpéculations inutiles. Cette opinion a été adoptée par les ignorans; ils ne regardent les Savans qui ſe livrent à la pratique, que comme des ouvriers qui les ſervent, tandis qu'ils ſont humiliés de trouver dans les Théoriciens des hommes qui peuvent prétendre à les éclairer. C'eſt ce préjugé que je vais eſſayer de détruire.

Les Sciences ſont utiles de deux manières. Il y a des théories qu'on peut immédiatement appliquer à la pratique. Celui qui les applique en eſt ordinairement récompenſé par la fortune, & cela eſt juſte. Mais il y a des Théories d'une utilité importante, quoique moins prochaine. On conviendra, par exemple, qu'il ſeroit utile de connoître les loix de la Nature. La Science des

grandeurs & des combinaiſons, eſt la ſeule qui puiſſe nous conduire à cette connoiſſance. Nous n'avons encore trouvé qu'une de ces loix, la gravitation univerſelle; & c'eſt à l'analyſe que nous en devons la découverte. Mais malgré les ſpéculations tant reprochées aux Géomètres, cette analyſe eſt encore inſuffiſante pour réſoudre complètement des problèmes aſſez ſimples, ſur des phénomènes qui dépendent de la loi de la gravitation. Dans tous les autres nous ſommes encore loin de prétendre connoître les loix de la Nature, ce ſont des phénomènes généraux qui nous tiennent lieu de ces loix, nous ſavons qu'ils exiſtent, mais nous ne pouvons encore les aſſujettir au calcul. La recherche de ces phénomènes généraux eſt elle-même un objet de ſpéculation. Voilà donc deux genres de théories qui promettent une utilité éloignée, mais dont on ne peut aſſigner les bornes; tandis que, ſi l'utilité des Sciences-pratiques eſt prochaine, elle eſt en même-temps particulière & limitée. Quelle ſera donc la récompenſe de ces Théories, dont l'utilité ne peut quelquefois ſe faire ſentir qu'au bout de pluſieurs ſiècles, & qui ſeront regardées comme des ſpéculations arides par une longue ſuite de générations, ce ne doit pas être la fortune, mais la gloire. Elle ſeule peut conſoler les Savans du malheur de n'être pas témoins de l'utilité de leurs travaux.

Le dernier but de la plupart des Arts, c'eſt de ſatisfaire les beſoins factices des riches; c'eſt donc à eux à les payer. Mais que l'homme occupé de la connoiſſance de la Nature, qui ſait créer pour ſes rivaux de nouvelles occupations, & par conſéquent de nouvelles ſources de plaiſir, en ſoit récompenſé par leur eſtime.

Une foule d'Artiſtes éclairés par les Savans, perfectionnent les choſes de pratique & s'enrichiſſent en les perfectionnant, mais qui ſe chargera de ces Théories qui ne peuvent encore procurer que de la gloire à leurs inventeurs, & du plaiſir à ceux qui les étudient? ce ſeront les Sociétés ſavantes; & il faut que, ſans paroître dédaigner la pratique, ce ſoit à ces ſpéculations regardées par le vulgaire comme inutiles, qu'elles conſacrent leurs travaux & les récompenſes qu'elles accordent; ſans cela elles ſe rempliroient bientôt d'hommes

médiocres, qui n'auroient pour mérite que de la dextérité & de la patience. Occupés de la fortune qu'on se dispute toujours avec plus d'acharnement que la gloire, les Académies seroient déchirées de leurs divisions; l'intrigue emporteroit la récompense dûe aux talens, parce qu'il est plus aisé d'enlever à un autre le profit d'une invention que l'honneur d'une découverte; & les hommes nés avec du génie & de l'élévation, s'éloigneroient d'une Académie qui ne seroit plus qu'un attelier.

Il ne faut pas se rebuter de la longue inutilité des spéculations; pourvu qu'elles aient ce caractère de grandeur & de généralité qui entraîne les hommes de génie, & les force à s'en occuper. Les sections coniques inventées du temps de Platon, ont été au nombre des Théories de pure curiosité jusqu'au temps de Képler, qui découvrit que les Planètes décrivoient des ellipses autour du Soleil; de Galilée qui trouva que la courbe décrite par un projectile, étoit une parabole; de Descartes qui vit que ces courbes avoient la propriété de réunir à leurs foyers, les rayons parallèles ou partis de l'autre foyer. Pour y découvrir ces propriétés utiles, il ne fallut qu'appliquer aux observations des Planètes, ou aux loix de la réfraction & du mouvement des propositions purement géométriques, que les Grecs s'étoient amusés à considérer il y avoit près de deux mille ans. La Société n'auroit-elle pas été privée de ces avantages, si les Anciens eussent voulu se borner à la pratique, à ce qui est d'un usage prochain. Si nous venions à adopter ce préjugé, les Sciences s'arrêtant au point où nous les voyons, ce que nous pouvons attendre de leurs progrès seroit perdu pour jamais. Livrées à des praticiens ignorans, elles se corromproient bientôt, seroient oubliées, & les Arts auxquels on voudroit les sacrifier, retomberoient dans la barbarie dont elles seules les ont tirés.

C'est donc par le desir d'être plus utiles, que les Sociétés savantes applaudissent à ces travaux qu'on leur reproche, & on ne les accuse d'être occupées d'inutilités, que parce que, pénétrant dans les siècles éloignés, & devinant la marche de l'esprit humain, elles savent être utiles avec plus de grandeur.

Une remarque assez singulière en faveur des Savans qui se

livrent à des Théories abſtraites, c'eſt que les découvertes les plus importantes par leur utilité-pratique, ſont l'ouvrage des hommes les plus occupés de grandes Théories & les plus féconds en découvertes ſublimes.

Sans parler d'Archimède qui défendit trois ans, contre une armée Romaine, une Ville que cinquante ans de ſervitude avoit avilie, on ſait que c'eſt à Galilée que l'on doit les grandes Lunettes & la première idée des Pendules, auſſi-bien que la Théorie du mouvement accéléré. Deſcartes a réduit à des règles la pratique de l'art des Lunettes en même temps qu'il créoit la ſcience de la Dioptrique, & inventoit une nouvelle analyſe. Les Téleſcopes à réflexion ſont dûs au même Newton qui trouva le ſyſtème du Monde & le Calcul différentiel. Un des plus grands Analyſtes qui aient jamais exiſté, l'illuſtre Euler nous a donné les Lunettes achromatiques. C'eſt à Huyghens, c'eſt à ſa profonde Théorie des développées & du mouvement dans les courbes que nous devons l'exactitude de nos horloges; & ſi l'obſervation de la Lune & des Satellites de Jupiter conduit ſur les Mers nos Vaiſſeaux & leur indique les écueils avec une exactitude qu'on n'eût jamais oſé eſpérer, c'eſt à Galilée, c'eſt à Newton, c'eſt aux Clairault, aux d'Alembert, aux Euler, aux la Grange que nous en avons l'obligation. Enfin, c'eſt Toricelli, Deſcartes & Paſchal qui nous ont appris à conſtruire des Baromètres. Dans d'autres genres, nous voyons que deux des plus puiſſans remèdes que connoiſſe la Médecine, les préparations d'antimoine & de mercure, ont été imaginées par un Chimiſte occupé des opérations les plus ſecrettes de l'Alchimie. Si l'analyſe végétale de M. Rouelle, ſi l'air fixe nous fourniſſent un jour des remèdes nouveaux, ce ſera encore à des hommes occupés de Théories que nos neveux devront ces remèdes. L'Anatomiſte qui le premier a bien prouvé la circulation du ſang, le célèbre Harvey, eſt le même qui a conſumé tant d'années pour chercher à pénétrer le myſtère de la génération; & les barres qui préſervent les édifices du feu de la foudre, & qui la forcent à ſuivre la route que l'homme lui preſcrit, ſont l'ouvrage du même Phyſicien qui a deviné la cauſe du tonnerre & aſſigné les loix de l'électricité.

Si l'on demande la raiſon de ce fait contre lequel on ne peut à peine oppoſer quelques exceptions, elle eſt facile à découvrir. Il faut de grands motifs pour faire de grandes choſes, & les récompenſes, le plaiſir même de faire un peu de bien, ſeuls avantages des travaux de pratique, n'inſpireront jamais autant d'efforts que l'eſpérance d'occuper les générations futures de ſa gloire & de ſes bienfaits.

Que peuvent répondre à cela ceux qui n'oſant nier que les hommes que nous venons de citer, ne ſoient de grands hommes, cherchent à ſe conſoler en diſant que ces grands hommes ſont inutiles. Il leur reſte encore une reſſource. Ces Théories ſi vantées, diſent-ils, n'ont ſervi à rien; nous ne taillons point de verres elliptiques ou paraboliques comme Deſcartes l'auroit voulu; nous ne faiſons plus décrire aux lentilles des pendules des arcs de cycloïdes; nous ne ſuivons point dans les lunettes achromatiques, les proportions que M. Euler avoit propoſées d'abord. Cela eſt vrai; mais ſans Deſcartes, ſans Tſchirnhaüs, ſans Huyghens vous ne ſauriez pas qu'on peut, ſans inconvénient, ſubſtituer des lentilles ſphériques aux verres elliptiques, & de petits arcs de cercle à ceux de cycloïde; & c'eſt M. Euler qui vous a appris que des verres de denſité différente, ſont propres à détruire cette aberration qui s'oppoſoit à la perfection des lunettes. Ces inventions ſi utiles & ſi brillantes, dont on fait honneur à la pratique, elle les doit à l'uſage heureux de vérités que des Théoriciens avoient amaſſées dans le ſilence de la méditation. C'eſt ainſi qu'un feu caché, mais toujours actif, produit lentement dans les entrailles de la Terre, ces métaux & ces pierres que des eſclaves vont en arracher.

Il eſt ſans doute inutile d'avertir ici qu'il ne faut pas confondre la pratique avec l'expérience & l'obſervation. L'obſervation & le calcul ſont les deux moyens qui nous ont été donnés pour trouver la vérité; il faut également du génie pour ſavoir employer l'un ou l'autre; mais la pratique ſe borne à appliquer à l'uſage commun, les vérités que le calcul ou l'obſervation ont fait découvrir.

Dans ce que j'ai appelé la pratique des Sciences, je n'ai point renfermé non plus le génie de la Mécanique. Ce génie emploie une Géomètrie d'une eſpèce particulière, dont la Théorie n'eſt pas encore écrite, & que chaque grand Mécanicien eſt obligé d'inventer. C'eſt-là ce qui rend les Mécaniciens ſi rares, tandis que les faiſeurs de machines ſont ſi communs.

SUR LES
PROBLÈMES DE SITUATION.

UN des hommes à qui les Sciences doivent le plus de découvertes, & ſur-tout de vues originales & profondes, le célèbre Leibnitz, étoit perſuadé que l'analyſe des Géomètres ne pouvoit pas s'appliquer à toutes les queſtions de la Philoſophie naturelle, & que pour ſoumettre au calcul les rapports de différens corps, en ne conſidérant que l'ordre de leur poſition dans l'eſpace, il falloit inventer une Géométrie nouvelle. Il l'a nommée *Geometria ſitus*, ou Géométrie de ſituation. V. les Mém. p. 566.

Cette idée de Leibnitz a été juſqu'ici fort négligée; je ne connois dans ce genre que quelques Eſſais que Leibnitz même a donnés ſur le Jeu du Solitaire, & les Recherches de M. Euler ſur la marche du cavalier aux échecs, & ſur la manière de lui faire parcourir toutes les caſes de l'échiquier ſans qu'il paſſe deux fois ſur la même.

M. Vandermonde s'eſt appliqué particulièrement à trouver pour cette eſpèce d'analyſe une notation ſimple & qui pût faciliter les calculs.

Un point fixe étant donné dans l'eſpace, la poſition de tant de points qu'on voudra, ſe peut toujours exprimer par trois lignes, ou par trois nombres, qui expriment la diſtance de chaque point à trois plans perpendiculaires & paſſant par le point fixe. Dès-lors, ſi les lignes qui expriment cette poſition ſont toutes commenſurables entr'elles, & que par conſéquent elles puiſſent être déſignées par des nombres entiers; quel que ſoit le problème, il

dépend de la ſcience des combinaiſons. Si au contraire les lignes peuvent être incommenſurables, le problème ſe rapporte au calcul des différences finies.

Une application directe de la théorie des combinaiſons ſeroit d'une longueur rebutante, même pour des queſtions en apparence aſſez ſimples, & l'avantage de la notation de M. Vandermonde, eſt ſur-tout de rendre cette application bien plus facile. Il en donne pour exemple le problème du cavalier, déjà réſolu par M. Euler, & un ſimple coup-d'œil ſur la notation de M. Vandermonde, ſuffit pour trouver en un inſtant la ſolution cherchée, ſi on obſerve en même-temps que de quelque caſe que parte le cavalier, il y en a toujours trois autres dont la poſition eſt ſemblable.

Cette notation eſt cependant très-ſimple, elle conſiſte à déſigner la poſition du cavalier ſur l'échiquier par deux nombres placés l'un au-deſſous de l'autre, & qui marquent le rang & la caſe qu'occupe le cavalier. S'il s'agiſſoit de corps qui ne fuſſent pas aſſujettis à être dans le même plan, un troiſième nombre placé à côté des deux autres détermineroit la poſition du corps dans la ligne perpendiculaire au plan que déſignent les deux premiers nombres.

SUR LA DÉTERMINATION DES FONCTIONS ARBITRAIRES, &c.

V. les Mém. p. 49.

CE Mémoire ne renferme que de l'analyſe pure; mais l'objet peut en être utile dans la pratique. L'eſpèce de queſtions algébriques qu'on y examine, ſe préſente ſouvent dans les recherches ſur les fluides, ſur les corps flexibles & élaſtiques. On s'eſt propoſé ici de montrer comment on pourroit réduire ces queſtions au calcul des différences finies, priſes ſelon différentes hypothèſes. Comme quelques-unes de ces hypothèſes n'avoient pas encore été conſidérées par les Géomètres, l'auteur donne un eſſai de leurs Théories, & ſur-tout de la ſolution de ces équations lorſqu'elles

lorsqu'elles sont linéaires, parce qu'en général l'intégration des équations linéaires sert à trouver des solutions approchées lorsque cela est possible, & peut toujours conduire à une solution en séries. Le Mémoire est terminé par des réflexions sur la continuité des fonctions arbitraires dans les intégrales des équations aux différences partielles. Ce sujet a déjà été discuté par les plus grands Géomètres de ce siècle, M.rs d'Alembert, Euler, Daniel Bernoulli, & de la Grange; mais M. de Condorcet ne prétend point décider la question, il se borne à soumettre ses remarques au jugement des hommes illustres que nous venons de nommer.

SUR LES
MÉTHODES D'APPROXIMATION.

JAMAIS peut-être l'homme n'a paru plus grand que, lorsque sans autre secours que le Calcul, il a osé déterminer & prédire les plus petites irrégularités des corps célestes, assigner leur figure & peser leurs masses. Deux mille ans de spéculations regardées comme inutiles par le vulgaire, avoient préparé cet instant, & de longues méditations avoient formé dans le silence, l'instrument que Newton sut perfectionner & employer. Ce grand homme n'avoit pu calculer avec précision que les irrégularités elliptiques des Planètes; leurs perturbations exigeoient d'autres méthodes. L'imperfection de l'analyse a même forcé ses successeurs à se contenter des méthodes approchées, & peut-être la nature même du Problème ne permet-elle pas d'en espérer d'autres. Les moyens de perfectionner ces méthodes d'approximation, de les rendre sûres & aussi convergentes qu'on voudra, & pour un espace de temps indéfini, ont été depuis trente ans l'objet des travaux des Analystes les plus célèbres. Une circonstance particulière leur offre une question remarquable. C'est le cas où une quantité qu'on a supposée très-petite, se trouve être proportionnelle à une quantité qui augmente toujours, à un arc de cercle, par exemple; alors la première supposition est illusoire, du moins au bout d'un certain espace de valeurs. Mais dans ce

cas, cette quantité entre-t-elle néceſſairement dans la valeur cherchée; & ſi on peut ne pas l'y faire entrer, la ſérie qui repréſente la quantité cherchée ſous cette nouvelle forme, eſt-elle toujours convergente? Peut-on s'aſſurer qu'elle le ſoit indéfiniment? Comment entre les deux formes dont l'une offre une quantité qui augmente indéfiniment, tandis que l'autre n'en offre point, pourrons-nous reconnoître ſi une des deux & laquelle repréſente la valeur cherchée, d'une manière approchée à l'infini? La difficulté de réſoudre ces queſtions a engagé l'Académie à propoſer cette partie de la Théorie de la Lune, pour le Prix de 1774. L'auteur de ce Mémoire a cru que ce ſeroit concourir aux vues d'une Société à laquelle il a l'honneur d'être attaché à pluſieurs titres, s'il faiſoit un examen analytique de ce que les méthodes connues d'approximation, peuvent offrir ſur cette queſtion.

Il s'arrête très-peu ſur les méthodes employées d'abord pour la ſolution du Problème des trois corps. Elles ſont moins générales, & d'ailleurs les hommes illuſtres à qui nous les devons, en ont fait des applications trop nombreuſes & trop étendues, pour avoir laiſſé rien à faire après eux. On diſcute principalement ici trois méthodes générales moins connues, l'une eſt de M. d'Alembert qui n'a fait que l'indiquer dans le *Tome IV* de ſes Opuſcules; l'autre eſt de M. de la Grange qui l'a appliquée à la Théorie de Jupiter & de Saturne, dans le *Tome III* des Mémoires de l'Académie de Turin. La troiſième eſt de l'auteur lui-même. Ce n'eſt pas qu'il ait eu la prétention de ſe comparer aux Géomètres illuſtres dont on vient de parler; mais en examinant toutes les méthodes connues, & en trouvant que dans toutes il y a les mêmes difficultés de s'aſſurer de l'exiſtence d'une équation ſéculaire, ou de la bonté de l'approximation pour un temps indéfini, il a voulu prouver que ces difficultés n'étoient pas un défaut des méthodes particulières, mais une ſuite néceſſaire de la nature des queſtions propoſées & des ſolutions approchées.

Il trouve en effet, que dans une infinité de cas, quelque méthode qu'on prenne, on peut faire diſparoître ou faire paroître à volonté la quantité qui augmente continuellement, en ne faiſant dans la forme des équations du Problème, que des changemens

qui ne détruisent pas les premières suppositions; que la seule manière de distinguer entre les deux formes, celle qui représente la vraie valeur, est de voir si l'une des deux est telle que les coëfficiens forment une suite convergente à l'infini, ce dont il est souvent, pour ainsi dire, impossible de s'assurer. Pour former cette suite de coëfficiens de manière à pouvoir juger de la convergence, il auroit fallu être sûr qu'en négligeant les puissances des différentielles de la quantité supposée très-petite, on ne négligeoit que des quantités aussi très-petites; & l'on savoit au contraire que les différences pouvoient être très-grandes, quoique la quantité dont on cherchoit la valeur, fût très-petite. Heureusement qu'on peut trouver en séries, des intégrales qui ne contiennent que des différences finies de la quantité dont on cherche la valeur. Or il est évident que tant que cette quantité est très-petite, ces différences finies le sont aussi *. Enfin l'auteur montre comment on peut faire en sorte que la valeur cherchée, soit donnée par une série qui ne dépende que d'un nombre fini de termes, quelque loin qu'elle soit continuée, de manière que les autres termes ne soient plus que des produits & des puissances entières des premiers.

THÉOREMES SUR LES QUADRATURES.

L'OBJET principal de ce Mémoire est de rappeler aux fractions rationnelles, l'intégration des fonctions embarrassées de radicaux. V. les Mém. p. 693. L'auteur prouve que si on regarde le radical qui entre dans une de ces fonctions comme une nouvelle variable, & qu'on cherche une fonction de ces variables avec ces deux conditions; 1.° qu'elle soit une différentielle exacte; 2.° qu'elle soit égale à la fonction proposée, on pourra trouver toujours une fonction finie telle que le nombre des coëfficiens indéterminés surpasse celui des

---

* L'auteur n'avoit fait qu'indiquer cette méthode qu'il a développée ailleurs. Quelques Géomètres ayant paru desirer qu'il l'exposât dans ce Volume, il a cru devoir déférer à leur avis, & on la trouvera à la fin de cette Histoire, *Note 1*.

équations qui doivent avoir lieu entre ces coëfficiens, pour remplir les deux conditions qu'exige la solution du Problème.

M. de Condorcet applique ensuite cette méthode des coëfficiens indéterminés à d'autres questions ; il trouve qu'en général toutes les fois qu'il sera question de faire disparoître des irrationalités, on pourra faire en sorte que le nombre des coëfficiens indéterminés, surpasse celui des équations, mais que cela n'aura point lieu en général, si l'on cherche, en regardant une transcendante comme une nouvelle variable, à changer en fonctions algébriques & finies les coëfficiens de l'équation différentielle où elle se trouve. De même, si l'on a une équation différentielle du premier ordre, & qu'on cherche le facteur qui la rend une différentielle exacte, en supposant ce facteur d'une forme convenable & d'un nombre indéfini de termes ; le nombre des équations entre les coëfficiens sera toujours plus grand que celui des coëfficiens indéterminés.

L'auteur se propose de publier la suite de ces Recherches dans les Mémoires de 1772.





MÉCANIQUE RATIONNELLE.

TRAITÉ D'HYDRODYNAMIQUE.

M. L'ABBÉ BOSSUT a préſenté à l'Académie, un Traité élémentaire d'Hydrodynamique en deux volumes. Le ſuccès mérité que cet Ouvrage a obtenu dans l'Europe entière, nous diſpenſe d'en donner ici un extrait étendu, & nous nous bornerons à quelques obſervations. On ſe tromperoit ſi l'on jugeoit cet Ouvrage d'après le titre modeſte que l'auteur y a mis. Il renferme non-ſeulement les élémens de la ſcience de l'équilibre & du mouvement des fluides, mais on y trouve le corps entier de cette Science, expoſé d'une manière ſimple, courte & lumineuſe. M. l'abbé Boſſut n'a écarté que quelques Théories épineuſes & profondes qui ne peuvent encore intéreſſer que de grands Géomètres. Parmi le grand nombre de Problèmes que l'auteur a embraſſés dans ſon plan, pluſieurs ſont nouveaux, & d'autres ſont réſolus d'une manière nouvelle. On peut même regarder comme neuve preſque à tous égards, la Théorie qu'il donne des Machines mues par l'action d'un fluide.

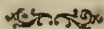
M. l'abbé Boſſut a fait beaucoup d'expériences ſur les fluides. Il n'en eſt pas de leur Théorie comme de celle des corps ſolides, où tout eſt réduit à des queſtions purement géométriques.

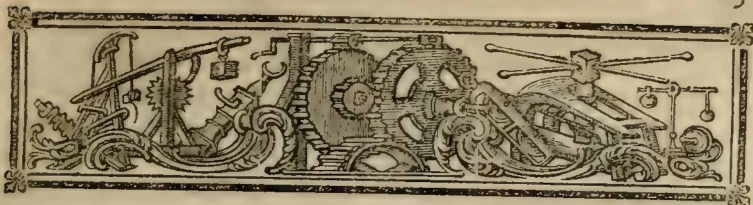
Si l'on examine les équations différentielles du mouvement des fluides, telles que M. d'Alembert les a déduites du ſeul principe de l'égalité de preſſion, ou celles que M. de la Grange a trouvées en ſuppoſant les fluides ou incompreſſibles, ou élaſtiques ſuivant une loi donnée; tantôt on trouvera des équations

différentielles, qui renferment une indéterminée indépendante des conditions du Problème, comme par exemple, la fonction qui exprime la force élastique des fluides, ou la cohésion de leurs parties ; & ces équations ne peuvent être intégrées sans que cette fonction soit déterminée: tantôt on aura les intégrales de ces équations, & ces intégrales renfermeront des fonctions arbitraires. Si au lieu de suivre cette marche savante, mais difficile, on en prend une plus simple, & qu'on calcule d'après quelque hypothèse plausible, telle, par exemple, que le paralélisme des tranches dans les vases qui se vuident; alors on aura des équations déterminées. Mais quelle doit être la valeur de ces fonctions ou indéterminées ou arbitraires? Les hypothèses qu'on a choisies sont-elles d'accord avec la Nature? C'est de l'expérience seule que l'on peut attendre la solution de ces questions. Or les expériences sont toujours faites chacune sur des quantités déterminées, & pour des temps & des espaces finis, tandis que les valeurs que nous cherchons doivent être sous une forme indéterminée, ou que même nous ne connoissons que le rapport de leurs élémens.

Il n'y a donc qu'un Géomètre, & un Géomètre bien exercé à la Théorie & au Calcul, qui puisse donner aux expériences la forme qu'elles doivent avoir pour être comparables avec la Théorie, pour qu'on puisse les employer à rectifier les hypothèses, ou à trouver une Théorie conforme à la Nature. Il n'y a qu'un Géomètre qui puisse savoir, soit quelle précision peut produire dans la Théorie, une expérience dont le degré d'exactitude est donné; soit réciproquement avec quelle précision les expériences doivent être faites, pour qu'on puisse les employer à fonder une Théorie ou à la vérifier.

Des expériences faites par un Géomètre tel que M. l'abbé Bossut, doivent donc être bien précieuses, tant pour les Mathématiciens qui voudront approfondir la Théorie des fluides, que pour les Mécaniciens qui s'occupent d'Hydraulique. C'est dans cette Science sur-tout que la pratique a besoin que la Théorie la dirige. Tout ce qu'il y a, & même dans l'Hydraulique-pratique, de règles sûres & utiles, elle les doit aux Géomètres & aux Physiciens.





MÉCANIQUE-PRATIQUE.

SUR LES POMPES À FEU.

ON ſait avec quel zèle feu M. de Parcieux a ſuivi le projet de fournir à la ville de Paris, une eau claire, ſaine & abondante; la petite rivière d'Ivette conduite juſqu'à Paris, peut y amener plus de deux mille pouces d'eau. M. de Parcieux avoit prévu toutes les difficultés de ce projet & les avoit levées; il n'y avoit plus qu'une révolution dans le globe qui, en tariſſant la ſource de l'Yvette, pût enlever à M. de Parcieux la gloire d'être éternellement le bienfaiteur de ſon pays. V. les Mém. p. 17.

Il reſtoit une ſeule objection contre ſon projet, celle de la dépenſe qui étant priſe ſur les fonds publics, auroit été par conſéquent levée ſur le peuple: & les Magiſtrats ſavent que dans de tels établiſſemens, c'eſt le bien-être du peuple & non la commodité des gens riches qu'il faut conſidérer.

M. d'Auxiron a propoſé le projet d'établir des pompes à feu, comme moins diſpendieux que celui de M. de Parcieux. M. Lavoiſier examine ici cette queſtion, & après avoir pris les ſuppoſitions les plus favorables aux pompes à feu, il trouve que ſi cet établiſſement eſt moins coûteux que le projet de M. de Parcieux, il demande un entretien annuel très-conſidérable, & que ſi on joint à la dépenſe de la conſtruction des pompes, le capital de leur entretien annuel, cette ſomme ſurpaſſe celle que demandoit M. de Parcieux. M. Lavoiſier a fait ſes calculs d'après trois pompes à feu, ſituées dans différens pays, & conſtruites dans des proportions différentes, & toutes trois lui donnent le

même résultat. Un autre inconvénient des pompes à feu, c'est la consommation perpétuelle d'une quantité énorme de charbon de terre; on ne peut ni le faire venir en tous temps par les rivières, ni le garder sur des bateaux où il se mouille, ni le conserver en tas où il se décompose. Ces inconvéniens qui ont quelquefois dérangé les travaux de la Verrerie de Sève, suspendroient souvent l'action des pompes à feu.

Il est intéressant de voir un Physicien qui s'est occupé avec succès des spéculations les plus grandes & les plus abstraites de la Chimie, consacrer ainsi son temps à l'examen du projet d'un autre, sans autre intérêt que celui d'être utile. Mais comment se fait-il que dans une Ville où tant de gens riches se ruinent pour se rendre ridicules, il ne se soit encore rencontré personne qui, en consacrant son superflu à l'exécution d'un projet si important pour le bien-être de ses concitoyens, ait cherché, par cet emploi de ses richesses, à se les faire pardonner & à en justifier la source?

En calculant la dépense qu'exigeoit la consommation de charbon, M. Lavoisier a considéré le cas où le charbon seroit exempt de droits, & celui où il y seroit assujetti; ces droits sont environ la moitié du prix réel de la denrée; mais M. Lavoisier auroit pu se dispenser de calculer dans cette dernière hypothèse. Je n'examinerai point si, en exemptant de droits une consommation toute nouvelle & consacrée à un usage public, le Gouvernement n'auroit pas été dispensé même d'offrir des dédommagemens aux Fermiers de ces droits. Il eût suffi sans doute de leur proposer de consentir à cet affranchissement, comme à une condition sans laquelle cet établissement n'auroit pas lieu, & l'on ne devoit pas craindre de rencontrer des hommes assez vils pour oser balancer un moment.

SUR

SUR LES
MANIPULATIONS EN USAGE
DANS LES
PAPETERIES DE HOLLANDE.

ENTRE deux Nations voisines qui ont les mêmes manufactures, & qui fabriquent les mêmes matières par des moyens semblables, l'une acquiert & conserve sur l'autre une supériorité marquée, sans que les ouvriers même des manufactures qui ont cet avantage, sachent à quoi ils le doivent. Ceux qui connoissent les procédés de deux fabriques, aperçoivent bien entr'elles une foule de petites différences. Mais ces procédés sont l'ouvrage d'une routine aveugle; on ignore les motifs qui les ont fait adopter, & l'on ne sait à laquelle des ces pratiques, attribuer la supériorité d'une manufacture sur l'autre. Les épreuves nécessaires pour décider cette question, seroient trop dispendieuses & trop incertaines, il faut qu'un Physicien suive les opérations des manufactures, & sache démêler l'influence de chacune sur la perfection de l'ouvrage fabriqué. V. les Mém. p. 335.

M. Desmarest a soigneusement examiné les manufactures de papiers de Hollande. Il a démêlé dans leurs procédés, ce qui donnoit à ces papiers leur supériorité sur les nôtres, pour l'écriture & le dessin, ce qui rendoit les nôtres plus propres à l'usage de l'impression; & comment, en combinant ces procédés, on parviendroit à fabriquer dans nos manufactures, un papier égal ou même supérieur au papier de Hollande, & qu'on rendroit à volonté plus propre pour l'écriture ou pour l'impression. Ce travail de M. Desmarest a eu le succès le plus flatteur pour lui. M. Trudaine, convaincu de l'utilité des changemens proposés, les a introduits dans nos manufactures, & bientôt la France sera affranchie d'un tribut payé trop long-temps à l'industrie étrangère.

LES Arts qui ont été publiés en 1771, ſont au nombre de trois.

L'art du Menuiſier, troiſième partie.

L'art de la Lingère.

L'art de préparer la colle.

M. Duhamel ne parle ici que des colles proprement dites; c'eſt-à-dire, des matières mucilagineuſes que l'on tire principalement du règne animal.

Celle de ces colles qui ſe préparent avec les extrémités des animaux, leurs peaux, leurs nerfs, & qu'on connoît ſous le nom de *colle-forte, colle à bouche, colle de Flandre, colle de gant, &c.* ſont trop communes pour s'y arrêter ici.

Il n'en eſt pas de même de la colle de poiſſon qu'on prépare en Ruſſie, & dont la véritable origine étoit inconnue. M. Duhamel la donne telle qu'il la tient de M. Muller, Correſpondant de l'Académie, & qui étoit alors Secrétaire de celle de Péterſbourg.

La colle de poiſſon ſe trouve toute formée dans l'Eſturgeon, le Sterled, le Bélouga, &c. Elle eſt ou contenue dans leur veſſie, ou attachée en maſſe à la peau de leur dos, & il n'y a qu'à en ſéparer, par des moyens mécaniques, le ſang & les membranes qui y adhèrent.

Les gommes proprement dites, ſont autant d'eſpèces de colles que les végétaux fourniſſent, & on en peut faire avec toutes les plantes qui contiennent une quantité abondante de mucilage. Mais en général les colles animales ſont plus fortes. Peut-être cependant pourroit-on en tirer d'auſſi fortes du blé, & des autres végétaux qui donnent cette eſpèce de ſubſtance, à qui ſes propriétés ſingulières ont fait donner par quelques Chimiſtes, le nom de *ſubſtance végéto-animale.*

M. DE REGEMORTE a fait préſent à l'Académie, d'un Ouvrage intitulé: *Deſcription des travaux & détails de la conſtruction du pont de Moulins.*

Un pont de charpente & deux ponts de pierre, détruits en

moins de quarante ans, faisoient regarder comme impossible la construction d'un pont à Moulins. M. de Regemorte a surmonté toutes les difficultés que les cruës de l'Allier, & la nature du terrein sur lequel il coule sembloient rendre insurmontables. Il a fondé sur le sable un ouvrage d'une solidité inébranlable.

Les eaux de l'Allier trouvent un écoulement toujours libre sous cinq arches immenses & d'une étendue égale.

M. de Regemorte rend compte dans son ouvrage, de pratiques inconnues jusqu'ici, de machines nouvelles qu'il a été obligé d'employer. L'art de construire des ponts est devenu en France un Art nouveau; & ces ponts, supérieurs à tout ce que les Étrangers ont fait dans ce genre, moins gênans pour la Navigation, plus commodes pour les voyageurs que ceux des Anciens, éternels comme eux, seront à jamais des monumens de notre industrie, tandis que ceux qui nous restent des Romains n'attestent que leur puissance.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCLXXI.

I.

DEUX *Machines* pour diviser un Instrument quelconque, pourvu qu'on ait déjà une plate-forme ou une échelle bien divisée. Par M. Pattier, Horloger-Mécanicien.

Avec ces machines, un ouvrier ordinaire peut exécuter les divisions d'une manière plus exacte & plus sûre que ne le pourroient sans cela les meilleurs Artistes. Le Public n'a pas oublié cette manière ingénieuse de diviser les Instrumens que feu M. le Duc de Chaulnes a proposée il y a quelques années. La machine de M. Pattier rend l'invention de M. de Chaulnes d'une utilité plus générale, en donnant le moyen de faire partager à tant d'instrumens qu'on voudra, l'exactitude d'une échelle divisée par la nouvelle méthode.

II.

Un *nouveau Baromètre* portatif de M.rs Bourbon & Périca. Cet instrument a l'avantage de ne pouvoir être brisé par le choc du mercure contre le haut du tube ; mais il est à craindre que ces Baromètres ne soient très-difficiles à purger d'air.

III.

Un *nouvel Étamage* où le sieur Chartier emploie un Étain préparé d'une manière particulière, & qui donne à l'étamage plus de solidité, sans le rendre plus nuisible à la santé.

IV.

Un *Lit mécanique.* Ce lit est destiné à épargner aux malades les douleurs que les secousses leur font éprouver lorsqu'on est obligé de les remuer. M. Garat maître Menuisier, avoit le malheur d'être témoin des souffrances de sa femme ; il s'est occupé des moyens de la soulager, & l'ouvrage qu'il présente est le fruit de sa sensibilité. La Mécanique en est plus simple, & cependant elle exécute plus de mouvemens qu'un autre lit mécanique présenté par M. Hanot en 1741 ; mais ce nouveau lit est susceptible encore d'être perfectionné, & l'Académie qui a cru devoir encourager l'auteur en louant son invention, n'a pas cru pouvoir porter un jugement décisif, jusqu'à ce qu'elle ait vu ce lit exécuté en grand, & employé à l'usage de quelque malade.

V.

Un *Fourneau économique,* où un seul foyer peut échauffer plusieurs chaudières remplies d'eau ; par M. Domicetti, Médecin Vénitien. Ces chaudières sont disposées de manière qu'on peut les employer, soit à donner à un malade un bain de vapeurs, soit à faire cuire à la fois un grand nombre d'alimens.

VI.

Un *Fusil* qui s'amorce promptement au moyen d'un réservoir de poudre placé dans la batterie. Par ce moyen on peut amorcer pendant la pluie ; on évite le danger auquel on s'expose en

amorçant à la manière ordinaire, si le bassinet contient encore quelqu'étincelle. Ainsi ces batteries peuvent être utiles aux chasseurs, leur mécanique est ingénieuse. M. Delaunay, Arquebusier, qui en est l'inventeur, les exécute très-bien, & elles n'ont d'autres désavantages sur les batteries ordinaires, que ceux qui résultent nécessairement d'une plus grande complication.

VII.

Des *Crayons*, par M. de la Fosse; ces crayons sont d'une seule pièce, d'une bonté égale dans toute leur longueur. L'auteur les peut rendre plus ou moins durs à son choix; & sous tous ces rapports ils paroissent supérieurs aux crayons d'Angleterre.

VIII.

M. de la Nux a envoyé à l'Académie la *Description de ruches* d'une forme inconnue en Europe. Ce sont des cylindres creux, dont l'axe est placé horizontalement. Cette construction est dûe aux habitans de Madagascar, & ils ont porté cet usage dans l'île de Bourbon. On sait qu'elle n'est cultivée que par des esclaves de Madagascar, enlevés à leurs familles par la trahison & la violence, vendus comme une vile marchandise, & traités avec une barbarie qui révolteroit en Europe, si on la voyoit exercer contre des bêtes de somme.

M. de la Nux construit ces ruches cylindriques en paille avec deux fonds mobiles, & qui peuvent glisser dans ce cylindre. L'un de ces fonds est fermé; l'autre a les ouvertures nécessaires pour le passage des mouches. Ces ruches ont quelques avantages sur les nôtres; on peut avec plus de facilité les visiter & les soigner, changer les abeilles de vaisseau, détacher les gâteaux de cire, & replacer le couvain dans de nouvelles ruches. Enfin on ménage la place en empilant les ruches comme les tonneaux.

IX.

M. Mellawitz présenta en 1756 à l'Académie, différentes *Pièces argentées* par une méthode nouvelle. L'Académie nomma pour l'examiner, M.rs de Montigny & Lassone. L'auteur leur

communiqua ſon procédé, mais il exigea le ſecret. Sur leur rapport, & d'après leur jugement, l'Académie approuva cette méthode. M. Mellawitz eſt mort depuis ſans avoir obtenu de privilége; & perſonne ne réclamant ſon ſecret, ce ſecret n'étant d'ailleurs qu'un procédé, connu des anciens Alchimiſtes, qui le donnèrent pour un moyen de convertir le cuivre en argent, propoſé par Glauber, pratiqué en Allemagne, & décrit par Juncker * auxquels M. Mellawitz n'avoit ajouté que quelques détails de manipulation, l'Académie a cru qu'il ſeroit utile de publier le détail des procédés de M. Mellawitz, & leur comparaiſon avec ceux de l'argenture ordinaire. Voici ces détails tels que les Commiſſaires les ont préſentés à l'Académie, & ce ſont eux qui vont parler.

« Pour mieux faire connoître la différence & les avantages » de cette nouvelle argenture, nous la comparerons avec l'argen- » ture ordinaire, comme nous le fimes dans notre premier rapport; » & nous renverrons à la fin de cet expoſé, dans des articles » rapprochés, l'état exact des matières requiſes, leurs préparations, » leurs proportions reſpectives & leurs mélanges. C'eſt ce qui » conſtitue eſſentiellement le ſecret du S.r Mellawitz. Nous croyons » qu'il ſera plus utile de réunir ainſi ces mêmes objets ſous un » ſeul point de vue, que de les diſperſer en décrivant les différens » détails du manuel.

» 1.° L'argenture ordinaire exige avant l'application des feuilles » d'argent, que les pièces de cuivre ſoient *recuites;* c'eſt-à-dire, » rougies au feu, & plongées enſuite dans l'eau de chaux ſeconde. » On les y laiſſe ſéjourner quelques minutes.

» 2.° Il faut *poncer,* c'eſt-à-dire, frotter avec la pierre-ponce, » les pièces recuites pour les éclaircir.

» 3.° Il faut faire *réchauffer* la pièce éclaircie, & la replonger » dans l'eau ſeconde.

» 4.° Si l'on veut que l'argenture ſoit plus ſolide & plus du- » rable, il y a encore une préparation qui conſiſte à *hacher* les pièces;

* Élémens de Chimie de Juncker, 1757; traduits par M. Machy, *Tome III.*

c'eſt-à-dire, à y pratiquer en tout ſens une infinité de traits avec « la pointe d'un couteau d'acier deſtiné à former ces hachures. «

5.° Il faut remettre au feu la pièce hachée pour la *bleuïr;* « c'eſt-à-dire, pour changer en bleu la ſurface qui étoit auparavant « d'une belle couleur jaune. «

Tout cela eſt néceſſaire pour diſpoſer le métal à recevoir & « à retenir fortement les feuilles d'argent. «

6.° Il faut aſſujettir les pièces ainſi préparées, ſur des mandrins « qui ſont des tiges ou des chaſſis de fer, dont la forme varie « comme celle des pièces. «

On procède enſuite à l'opération qui eſt proprement celle de « l'argenture. «

7.° On *charge,* c'eſt-à-dire, on applique à diverſes repriſes, « les feuilles d'argent ſur la pièce de cuivre préparée & diſpoſée. « Enſuite on les *ravale,* c'eſt-à-dire, qu'avec un bruniſſoir d'acier « bien poli on preſſe en frottant. L'application exacte des feuilles « d'argent, exige que le métal ſoit entretenu toujours chaud. «

8.° La première charge étant ainſi faite, on réchauffe la « pièce, & l'on procède à une autre charge. On égaliſe toujours « les feuilles d'argent, en favoriſant leur adhérence avec les bruniſ- « ſoirs; on continue de même juſqu'à ce que l'on ait plus ou moins « chargé; ſelon que l'on veut faire une argenture plus ou moins « durable, ou plus ou moins belle. «

Pour la nouvelle argenture, on procède bien différemment. « Les opérations préliminaires dont nous avons parlé, ne ſont pas « néceſſaires. On commence tout de ſuite par la charge des pièces, « & voici l'ordre du manuel. «

On humecte d'abord la ſurface du métal bien polie & bien « nette avec un pinceau trempé dans l'eau commune, qui tient « un peu de ſel marin en diſſolution. «

On tamiſe doucement & également ſur le métal ainſi humecté, « la poudre préparée du n.° 1, qui y adhère & y forme une « couche. «

La pièce ainſi chargée eſt miſe au milieu des charbons bien « embraſés; on l'y laiſſe juſqu'à ce qu'elle ſoit rouge de feu: ce « qui arrive promptement. «

» On la retire avec des pinces, & on la plonge peu-à-peu dans » l'eau bouillante ſimple, ou qui tient en diſſolution une petite » quantité de ſel marin & de tartre blanc.

» Enſuite on la *grateboſſe,* en la tenant plongée dans l'eau froide; » c'eſt-à-dire qu'on la frotte avec un inſtrument de laiton, fait en » forme de broſſe à nétoyer les peignes, pour enlever de la ſurface » une légère couche d'impuretés, qui ſont une eſpèce de ſcorie » produite par la poudre dont on a chargé la pièce.

» Cette première opération eſt la plus eſſentielle, parce qu'ici » l'argent mis en fuſion, pénètre la pièce chargée, fait corps avec » elle, & diſpoſe aux opérations ſuivantes. Le métal ainſi pénétré » par cette première couche, paroît déjà argenté.

» On procède enſuite à une nouvelle charge, avec une pâte » que l'on étend également ſur la ſurface de la pièce avec un » pinceau.

» On remet cette pièce au feu, juſqu'à ce qu'elle ait pris une » couleur rouge de ceriſes.

» On la retire avec les pinces, & on la replonge peu-à-peu » dans l'eau bouillante.

» On la gratteboſſe dans l'eau froide.

» On l'eſſuye, & on la frotte avec la poudre de tartre blanc.

» On continue de même juſqu'à ce que l'on ait chargé quatre » ou cinq fois, ſans compter la première. Alors la pièce eſt ſuffi- » ſamment argentée ; en cet état elle a l'œil de l'argent mat.

» Le ciſeau avec lequel on peut ſans crainte rechercher les » ornemens, & enſuite le bruniſſoir, achèvent de donner à l'ou- » vrage le brillant & le poli, que peuvent avoir les pièces même » d'argent.

» Nous avons fait caſſer des pièces ainſi argentées ; nous en » avons fait limer d'autres, & nous avons remarqué que l'argent » employé aux différentes charges, a pénétré le cuivre, & a fait » corps avec lui : de ſorte que la ſolidité de cette nouvelle argen- » ture ſurpaſſe infiniment celle de l'argenture ordinaire en feuilles.

» Si l'uſure détruit celle-ci, on ſait que pour le réparer, il faut » déſargenter la pièce entièrement, en la mettant au feu, & en la » plongeant enſuite dans l'eau ſeconde.

Après

Après quoi, pour réargenter on recommence les mêmes opé- «
rations que nous avons déjà décrites. «

L'uſure des pièces argentées par la nouvelle méthode, ſe répare «
ſimplement, commodément & en très-peu de temps. Il ne «
s'agit que de faire une nouvelle charge ſur l'endroit gâté. Il n'en «
coûte pas plus de temps de charger la pièce entière. On l'expoſe «
à l'action du feu, comme nous l'avons dit : alors elle eſt au «
moins auſſi belle qu'auparavant. «

Si ces pièces argentées ont été ternies ou noircies par des «
vapeurs qui ont cette propriété ; le fuſſent-elles par la vapeur «
même du ſoufre, une nouvelle charge les rétablit dans toute leur «
beauté. «

Enfin, cette nouvelle argenture peut ſe pratiquer avec la même «
facilité ſur les pièces de métal les plus minces, deſtinées à un «
grand nombre d'ornemens. L'argenture ordinaire ne ſauroit avoir «
lieu que difficilement ſur ces plaques minces, ſur-tout quand elles «
ſont relevées en boſſe. «

Nous avons conſtaté tous ces faits en argentant nous-mêmes «
des boſſettes, des boucles de harnois, des chandeliers, des pla- «
ques minces chargées d'ornemens ; & nous avons bien réuſſi dans «
ces opérations, en nous conformant à tout ce que nous venons «
d'expoſer. «

Voici maintenant les articles les plus eſſentiels, d'où dépend «
tout le ſecret.

N.° I.

Compoſition de la poudre pour la première charge.

Ayant fait diſſoudre l'argent dans l'eau-forte, précipitez cet argent, «
en tenant plongées dans la diſſolution des lamines de cuivre. «

Prenez de cet argent précipité & bien ſéché, *une partie.* «

De lune cornée, lavée & bien ſéchée, *une partie.* «

De borax purifié bien calciné & réduit en poudre fine, *deux* «
parties. «

Mêlez le tout exactement dans un mortier de verre, en triturant «
pour faire une poudre fine, qui ſera paſſée au tamis.

N.° II.

Compofition de la pâte pour la feconde charge.

» Prenez de la poudre compofée & préparée pour la première » charge, *une partie.*

» De fel ammoniac purifié en poudre fine, *une partie.*

» De fel de verre pur en poudre fine, *une partie.*

» De fel gemme pur en poudre fine, *une partie*

» De vitriol martial pur en poudre fine, *une partie.*

» Mêlez le tout exactement, en triturant d'abord dans un mortier » de verre; enfuite fur le porphire. Humectez peu-à-peu cette poudre » avec de l'eau diftillée fimple, ou très-légèrement gommée, jufqu'à » ce qu'il en réfulte une efpèce de pâte, que l'on puiffe faifir & » étendre avec un pinceau.

» Ce font-là les matières, leurs préparations, leurs proportions » refpectives, & leurs mélanges tels que nous les tenons du fieur » Mellawitz, & tels que nous les avons nous-mêmes employés.

» Nous convenons que tout ceci examiné rigoureufement, & » d'après les règles de la Chimie, feroit fufceptible de quelque » critique, fur-tout par rapport à certains ingrédiens, & à leurs » mélanges; & que l'on pourroit peut-être réformer, abréger même » ce procédé avec avantage. Mais en nous bornant ici à faire cette » remarque, nous nous fommes crus obligés de communiquer en » entier & fans nuls changemens, les procédés du fieur Mellawitz, » que nous avons fuivis nous-mêmes avec fuccès. Les Artiftes » intéreffés à ce genre de travail, pourront facilement effayer de les réformer ou de les perfectionner. »





ASTRONOMIE.

SUR LES
ÉCLIPSES SUJETTES AUX PARALLAXES.

M. DU SÉJOUR continue dans ce Mémoire, l'application de ses formules analytiques à différentes queſtions d'Aſtronomie. V. les Mém. p. 97.

Ces formules le conduiſent, comme nous l'avons déjà dit, à des équations entre les erreurs très-petites qu'on doit ſuppoſer, ſoit dans les obſervations, ſoit dans la détermination des élémens. Ainſi il ſe trouve également à portée de corriger ces obſervations par des déterminations d'élémens plus préciſes & connues d'ailleurs, ou de corriger les Élémens par des obſervations exactes.

C'eſt ainſi que dans ce Mémoire il prouve que la détermination de la plus grande phaſe de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, a dû être un peu antérieure à celle que M. Short a obſervée; ce qui eſt d'ailleurs très-vraiſemblable, puiſque M. Short, marquant la plus grande phaſe au moment où il a vu décroître l'Éclipſe, n'a obſervé qu'un temps néceſſairement un peu poſtérieur à la plus grande phaſe réelle.

Un autre avantage de la méthode de M. du Séjour, c'eſt de pouvoir, l'erreur poſſible d'une obſervation étant déterminée, connoître quels élémens elle peut donner avec une exactitude ſuffiſante. On voit que cela dépend des coëfficiens de l'équation qu'on a entre l'erreur de l'obſervation & celle de cet élément.

M. du Séjour trouve, par exemple, que ſi la grande phaſe d'une Éclipſe eſt donnée par l'obſervation, l'erreur que l'obſervateur a

pu commettre influera ſur la détermination de la longitude du lieu d'une quantité dix fois plus grande que celle dont elle influe ſur la latitude de la Lune.

Ce Mémoire contient une remarque importante ſur les mouvemens horaires des Tables de la Lune, de M.rs Mayer & Clairaut. M. du Séjour a trouvé que les mouvemens horaires déduits des lieux de la Lune, diffèrent de ceux qu'on déduit des Tables de ces mouvemens; que cette différence eſt beaucoup plus grande dans M. Clairaut; que même les mouvemens horaires calculés d'après les lieux de la Lune que donnent les Tables de M. Clairaut, s'accordent plus avec les mouvemens de M. Mayer qu'avec ceux de ſes propres Tables. M. du Séjour explique toutes ces contradictions qui auroient pu faire naître des doutes ſur la bonté de ces Tables ſi célèbres, & il propoſe pour la table des mouvemens horaires de M. Clairaut, une petite correction au moyen de laquelle il croit que l'on pourra les employer auſſi ſûrement que celles de M. Mayer.

M. du Séjour donne à la fin de ce Mémoire une table de la longitude des lieux où les éclipſes de Soleil de 1764 & 1769, ont été obſervées. Ces longitudes y ſont déduites des obſervations par la méthode analytique de l'auteur.

SUR LA THÉORIE DE MERCURE.

V. les Mém. p. 417.

L'OBJET de ce Mémoire eſt de prouver que l'attraction des Planètes, ne trouble point, d'une manière ſenſible, l'orbite de Mercure. M. de la Lande s'en eſt aſſuré en calculant ſéparément l'effet de l'attraction de Mars & de celle de Jupiter. Il trouve que l'effet de chacune en particulier, peut être regardé comme nul; d'où il conclud que leur effet combiné peut l'être auſſi. Cette concluſion eſt légitime ici, mais il n'eſt pas vrai en général que l'on puiſſe toujours juger de l'effet total de pluſieurs forces perturbatrices, par celui que chacune produiroit ſi elle étoit ſeule.

SUR LES
INÉGALITÉS DES SATELLITES DE JUPITER.

LE moment où l'on voit disparoître un astre qui s'éclipse, précède nécessairement l'instant de son immersion totale, puisque l'astre disparoît aussi-tôt que le segment éclairé cesse d'être visible. La grandeur de ce segment est donc variable ; elle dépend de plus ou moins de lumière de l'astre, de la force des lunettes, de la bonté de la vue de l'Observateur, de la hauteur de l'astre sur l'horizon; enfin, s'il est question des satellites de Jupiter, comme l'intensité de la lumière de cette planète diminue l'intensité de celle du satellite, la grandeur du segment qui disparoît dépend encore de la distance du satellite au bord de Jupiter. On voit aisément que les mêmes causes qui avancent le moment de l'immersion apparente retardent celui de l'émersion. V. les Mém. p. 480.

M. de Fouchy avoit expliqué par ce principe, pourquoi l'immersion totale des satellites paroissoit arriver un peu trop tôt, & en supposant que la grandeur du segment, au moment où il cesse d'être visible, ne dépend que de la quantité de lumière que le satellite envoie à l'œil de l'observateur, il trouvoit que le segment devoit croître comme le produit du quarré de la distance du satellite au Soleil, par le quarré de la distance du satellite à l'observateur. Pour dresser une Table d'après ce principe, il falloit connoître pour un point donné, la quantité réelle dont cette cause avançoit le moment de l'immersion.

Pour cela, M. de Fouchy imagina d'observer une éclipse d'un satellite avec deux lunettes d'une force égale, mais dont l'une fût couverte d'un diaphragme, en sorte que les quantités de lumière reçues dans les deux lunettes eussent entr'elles le même rapport que la lumière du satellite au point où il est le plus éclairé, à la lumière du même satellite au point où il l'est le moins.

Voilà où M. Bailly a trouvé cette théorie. Il se propose ici de la perfectionner, en ne négligeant aucune des causes qui font varier le moment de l'immersion apparente ; en sorte que quelle que soit la hauteur de l'astre éclipsé, sa distance du Soleil

ou de la Terre, la forme de l'inſtrument, ou celle de la vue de l'Obſervateur, il puiſſe conclure l'inſtant de l'immerſion réelle, celui de l'immerſion apparente étant connu.

M. Bailly a employé pour ſes obſervations, une lunette qu'il couvroit à volonté de diaphragmes de différentes grandeurs; il meſuroit à quel degré de lumière le ſatellite ceſſoit d'être viſible, & il en déduiſoit la grandeur du ſegment qui auroit été inviſible avec la lunette dans les mêmes circonſtances.

Le changement que produit la différente élévation de l'aſtre ſur l'horizon, & qui dépend de la dégradation de la lumière, a paru dans les obſervations de M. Bailly, être d'accord avec les Tables de M. Bouguer; ainſi à l'aide de cette Table & de la loi ſelon laquelle la lumière du ſatellite augmente ou diminue, lorſqu'on aura une fois obſervé avec une lunette quelconque, le point de lumière où le ſatellite diſparoît, on pourra en déduire la grandeur du ſegment qui diſparoît pour le même Obſervateur & pour la même lunette dans toutes les poſitions de l'aſtre.

J'ai déjà dit que la grandeur du ſegment qui diſparoît, dépendoit de la diſtance du ſatellite au bord de Jupiter; mais la loi que ſuit alors la grandeur du ſegment eſt abſolument inconnue: M. Bailly l'a déterminée par l'obſervation. Comme la diſtance du ſatellite au bord de Jupiter n'eſt jamais fort grande, M. Bailly a ſuppoſé avec raiſon qu'une équation du premier degré entre cette diſtance & la grandeur du ſegment que cette cauſe faiſoit diſparoître, repréſenteroit ſuffiſamment bien la loi cherchée; il a déterminé les deux coëfficiens de cette équation d'après deux obſervations choiſies, il a dreſſé une Table d'après cette équation, enſuite il l'a comparée avec les obſervations, & il a trouvé qu'elle les repréſentoit avec une exactitude ſuffiſante.

Il ne reſtoit plus pour compléter toute cette théorie, qu'à déterminer le diamètre des ſatellites. M. Bailly emploie pour cette recherche, une méthode fort ingénieuſe; il détermine peu de temps avant l'éclipſe, quel diaphragme fait diſparoître le ſatellite. Enſuite il change de diaphragme & en prend un tel que le ſatellite ſoit à peine viſible. Avec cette ouverture diminuée, il obſerve la diſparition du ſatellite; ôtant le diaphragme avec l'ouverture entière,

il obſerve une ſeconde diſparition. Le premier diaphragme comparé au ſecond, donne le rapport du diſque au ſegment inviſible pour le temps de la première diſparition : ce même diaphragme comparé à l'ouverture totale, donne le rapport du diſque au ſegment pour le temps de la ſeconde diſparition. Le temps écoulé entre ces deux phaſes, détermine une partie du diamètre, d'où il eſt facile de conclure le diamètre entier. M. Bailly n'a déterminé par cette méthode que le diamètre des trois premiers ſatellites; il n'avoit pu ſe procurer d'obſervations du quatrième.

On voit que le moyen employé par M. Bailly peut ſervir à déterminer le rapport des forces de deux différentes lunettes, ou d'une lunette & d'un téleſcope. Il ſuffit de ſavoir pour ces différentes lunettes, le rapport de l'ouverture du diaphragme qui fait diſparoître le même ſatellite dans chacune, avec l'ouverture totale de la lunette. Si la force de la vue d'un Obſervateur étoit conſtamment la même dans tous les temps ; ſi tous les Obſervateurs avoient une vue égale; ſi enfin les variations de l'atmoſphère n'influoient pas ſur l'effet des lunettes, la méthode de M. Bailly donneroit un moyen ſûr de comparer entre elles des obſervations faites avec différentes lunettes, & par des Aſtronomes différens. On pourroit auſſi, le lieu du ſatellite étant donné, & la force de la lunette connue, en déduire la grandeur du ſegment qui diſparoît; mais comme on ne peut aſſujettir au calcul ces deux dernières cauſes, il faut avant chaque obſervation d'écliſe, déterminer quel diaphragme fait diſparoître le ſatellite; par ce moyen on connoît, & la grandeur du ſegment qui diſparoît, & la force de la lunette telle qu'elle eſt pour l'Obſervateur au moment de l'obſervation, en ſorte que des obſervations faites avec cette précaution ſeront toujours comparables entr' elles.

Tel eſt le Mémoire, où par des recherches également ingénieuſes & fines, M. Bailly fait connoître le moyen de donner aux obſervations des ſatellites, une exactitude que le degré de perfection de leur théorie a rendu néceſſaire.

SUR LES NÉBULEUSES.

V. les Mém. p. 435.

PLUSIEURS Aſtronomes célèbres ont obſervé les Nébuleuſes; comme elles ont quelquefois la même apparence que les Comètes, & qu'au premier aſpect on pourroit les confondre avec elles, M. Meſſier a cru devoir en dreſſer un catalogue. Ce travail ne pouvoit être entrepris que par un Obſervateur infatigable & très-exercé.

Les Nébuleuſes ſont des taches plus ou moins lumineuſes, fixes, ſouvent d'un diamètre ſenſible; quelques-unes vues avec le téleſcope, ne ſont plus qu'un amas d'étoiles très-voiſines & très-petites; d'autres conſervent leur apparence avec quelques inſtrumens qu'on les obſerve; mais l'analogie la plus forte indique que ſi on avoit des inſtrumens plus parfaits, on diſtingueroit comme dans les autres les Étoiles qui les forment.

M. Meſſier donne ici une deſcription détaillée des nébuleuſes, & détermine leur poſition & marque les Étoiles qui en ſont les plus voiſines.

En liſant les Mémoires de M. Meſſier, on ne peut s'empêcher de regretter qu'un Obſervateur ſi exact & ſi plein de zèle, n'ait pas été placé dans un climat plus heureux, ou ſous un ciel plus pur, où il ne fût pas obligé d'attendre ſi ſouvent que l'intervalle des nuages lui découvre de loin en loin quelques points du Ciel. Les inſtrumens excellens qu'il a employés, lui ont été prêtés par un Amateur éclairé de l'Aſtronomie, que l'excès de ſa modeſtie peut cacher aux yeux du public, mais qui n'a pu échapper à la juſte eſtime des Savans.

Au catalogue des nébuleuſes qu'il a obſervées, M. Meſſier a joint la Table des Nébuleuſes que d'autres Aſtronomes ont décrites, & qu'il a cherchées vainement. Il eſt vraiſemblable que ces prétendues Nébuleuſes étoient des Comètes très-éloignées, & qui n'ont été viſibles qu'aux inſtrumens, & dans une très-petite partie de leur orbite.

OBSERVATIONS

OBSERVATIONS DES COMÈTES DE 1764 ET 1769.

LA dernière de ces Comètes eſt la *cinquante-neuvième* dont l'orbite ait été calculée. V. les Mém. p. 423 & 506.

Ces Mémoires renferment un grand nombre d'Obſervations dont pluſieurs ſont très-voiſines entre elles; ce qui les rend ſingulièrement propres à donner les premières valeurs approchées de l'orbite. M. Meſſier y a joint des Tables de l'aſcenſion droite & de la déclinaiſon des Étoiles auxquelles il a comparé ces Comètes.

Les élémens de leurs orbites ont été calculés par M. Pingré, qui, pour la Comète de 1769, a comparé ſa théorie aux obſervations : la plus grande différence eſt d'environ trois minutes & demie en longitude, & de ſix & demie en latitude.

OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE DU 4 JUIN 1769.

M. MESSIER a remarqué des inégalités dans la courbe qui termine l'ombre de la Lune, & il en donne la figure dans une Carte de cette Éclipſe. Il a obſervé auſſi avec exactitude les immerſions & les émerſions de pluſieurs taches du Soleil. Page 12.

OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE DE LUNE De la nuit du 28 au 29 Avril 1772.

CETTE obſervation eſt très-détaillée. M. Meſſier a remarqué pendant une partie de l'Éclipſe, deux cônes lumineux oppoſés, ayant la Lune pour baſe commune, & perpendiculaires à l'horizon. Il en a fait graver la figure. Page 430.

OBSERVATION DU PASSAGE DE VÉNUS LE 3 JUIN 1769.

M. MESSIER n'a rien négligé de ce qui pouvoit contribuer à la préciſion d'une obſervation ſi importante. Mais il n'a pu voir que le ſecond contact. V. les Mém. p. 501.

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES.

V. les Mém. p. 462.

CE Mémoire a pour but de compléter la ſuite des obſervations d'oppoſitions, que renferment nos Mémoires. M. de la Lande y a joint des obſervations de Mercure faites en Bavière, & elles prouvent la bonté des Tables de Mercure que M. de la Lande a calculées, & qu'on trouve dans ſon grand Traité d'Aſtronomie.

LATITUDE ET LONGITUDE DE PONOI.

Pages 241 & 244.

LES déterminations délicates que le paſſage de Vénus devoit donner, ne peuvent être certaines que lorſqu'on connoît avec beaucoup d'exactitude, la poſition des lieux des différentes obſervations. C'eſt dans cette vue que M. le Monnier a cherché à déterminer avec le plus grand ſoin, la Longitude de Ponoi, ville de Lapponie, où M. Mallet a obſervé le paſſage de Vénus. M. le Monnier emploie pour cela des obſervations de l'Écliple du Soleil du 4 Juin 1769, faites par lui-même à Saint-Hubert, & a Ponoi par M. Mallet. La même Écliple obſervée à Breſt par M. de Verdun, a donné lieu à M. le Monnier, de déterminer les différences de longitude entre Breſt & Paris; il l'a trouvée de 40 ſecondes plus occidentale que celle que M. du Séjour a déduite par ſa méthode, des Éclipſes du Soleil de 1764 & 1769, & que ces deux Éclipſes lui ont donnée exactement la même.

SUR L'OBLIQUITÉ DE L'ÉCLIPTIQUE.

V. les Mém. p. 96.

ON ſait que cette obliquité a été obſervée par M. Richer en 1672, & environ ſoixante-dix ans après, par les Académiciens envoyés au Pérou: elle a été trouvée la même: ſavoir, $23^{d}\ 28'\ 39''$; on y a meſuré le double ou la diſtance des Tropiques.

SUR LA PARALLAXE DU SOLEIL.

DANS ce Mémoire, M. de la Lande déduit la parallaxe du Soleil des obſervations des paſſages de Vénus, faites dans les lieux les plus éloignés & dans les circonſtances les plus favorables: il les compare, les diſcute; & d'après leur réſultat moyen, fixe la parallaxe équatoriale à 8",62, & la parallaxe ſous le Pôle à 8",58, à raiſon de l'aplatiſſement de la Terre. V. les Mém. p. 776.

SUR DES OBSERVATIONS DE LATITUDE ET DE LONGITUDE, *Faites à la Côte d'Eſpagne.*

M. DE BORI détermine, d'après des obſervations aſtronomiques, faites avec ſoin, la longitude & la latitude de pluſieurs points de la Côte d'Eſpagne. La Navigation, la Géographie, &, ce qui nous intéreſſe plus directement, l'Aſtronomie peuvent retirer le plus grand fruit de ce travail. On ſait combien des obſervations qui ſont faites dans des lieux dont la poſition eſt connue, & que par conſéquent on peut comparer entr'elles, ſont utilement employées à perfectionner la théorie des mouvemens des corps celeſtes. Page 518.

VOYAGE DE M. LE GENTIL.

M. LE GENTIL a été envoyé pour obſerver dans l'Inde, le paſſage de Vénus ſur le Soleil en 1761. La priſe de Pondicheri, & d'autres accidens que M. le Gentil n'a pu prévenir, l'ont empêché de faire cette obſervation & l'ont forcé à revenir à l'île de France. Il a cru ſa gloire intéreſſée à n'avoir pas fait un voyage inutile. Il étoit en état de prouver qu'on n'avoit aucune négligence à lui reprocher, mais il ne vouloit pas qu'on pût même l'en ſoupçonner. Il réſolut donc d'attendre le paſſage de Page 247.

1769, & d'employer l'intervalle des deux paſſages à parcourir des pays où il étoit tant à deſirer qu'un Aſtronome qui fût en même temps Naturaliſte, pût faire des obſervations!

M. le Gentil vouloit faire à Manille, l'obſervation du paſſage de 1769. Des lettres qu'il reçut de France, le déterminèrent à revenir à Pondichéri: il eut lieu de s'en repentir. Un nuage l'empêcha de voir le Soleil pendant le paſſage, & les Aſtronomes qu'il avoit formés à Manille pendant ſon ſéjour, purent faire une obſervation complette. Ainſi, M. le Gentil, après dix ans de voyages pénibles, n'eut pas le plaiſir de voir le phénomène qui en avoit été l'unique objet. Heureuſement pour lui & pour les Sciences la quantité des recherches curieuſes qu'il a eu occaſion de faire, a été un dédommagement bien ſuffiſant.

La détermination préciſe d'une foule de lieux importans pour la Navigation, & qu'on ne connoiſſoit que par une eſtime groſſière; l'hiſtoire des vents de ces contrées, ſi utile aux Navigateurs & ſi intéreſſante pour les Savans; l'examen des différentes méthodes de trouver les Longitudes en mer, & de faire ſur un vaiſſeau les Obſervations aſtronomiques & celles de la bouſſole; la comparaiſon des différentes routes qu'on peut prendre pour aller de l'île-de-France à la côte de Coromandel; les productions des îles de l'Afrique & de l'Aſie dans les trois règnes: telles ſont les richeſſes que nous devons à ce voyage, auquel M. le Gentil a conſacré la partie la plus précieuſe de ſa vie, & ſacrifié peut-être ſa ſanté. Dans ces climats ſi différens du ſien, il a éprouvé des maladies longues & cruelles. Un coup de ſang cauſé par la nature des alimens trop nourriſſans de Madagaſcar, a produit ſur lui un effet ſingulier. Il vit les objets doubles pendant quelque temps, & ne ceſſa de les voir ainſi qu'après avoir repris ſes forces.

M. le Gentil a eu occaſion de s'inſtruire dans l'Aſtronomie des Brames. Ses recherches en ce genre, ne ſeront pas la partie la moins curieuſe, ni peut-être la moins utile de ſon voyage. Les Brames n'obſervent plus. Le calcul des Éclipſes n'eſt pour eux qu'une obſervance religieuſe, les élémens qu'ils emploient dans ces calculs, leur viennent d'une tradition dont ils ne connoiſ-

ſent plus l'origine. Ceux à qui ils les doivent, connoiſſoient la préceſſion des équinoxes & la durée de l'année avec d'autant plus de préciſion, qu'il y a lieu de croire qu'une partie de la différence aſſez petite qui ſe trouve entre leurs déterminations & les nôtres, vient d'un changement réel dans le mouvement de la Terre, & dans celui de ſon axe. Mais ils avoient déterminé l'obliquité de l'écliptique à trois degrés près de ce qu'elle eſt actuellement, quoique cet élement fût bien plus facile à déterminer, & quoiqu'ils connuſſent la méthode de le faire avec préciſion. On ne peut concilier ces faits qu'en attribuant aux Brames une très-grande antiquité. Mais avant de ſe livrer à aucune conjecture ſur cet objet, il faut attendre la publication du voyage de M. le Gentil, que l'extrait qu'il en donne dans ce volume, fait attendre avec bien de l'impatience. Ce n'eſt cependant pas pour exciter cette impatience qu'il a publié cet extrait, mais il s'eſt empreſſé de montrer à l'Académie & au Public, l'emploi qu'il avoit fait de ſon temps; & il faut convenir que peu de Savans peuvent ſe flatter d'avoir employé dix ans d'une manière plus utile pour les Sciences & pour leur pays. M. le Gentil a étendu plus loin ſes ſervices. L'Eſpagne lui doit une bonne Carte de l'île Manille; ce pays ſitué ſous le plus beau ciel, où la Terre prodigue des productions de toutes eſpèces, & où il ne manque que des hommes. Les Philippines couvertes des plus beaux bois de conſtruction, & qui offrent d'excellens ports, ſont preſque également déſertes: auſſi coûtent-elles à la Cour d'Eſpagne, beaucoup plus qu'elles ne lui rapportent. Le plus grand objet de cette dépenſe, eſt l'entretien des Couvens qui y ſont en très-grand nombre; les habitans du pays prétendent que c'eſt à cette condition que le Pape a donné ces îles au Roi d'Eſpagne. M. le Gentil rapporte un fait très-intéreſſant pour les Naturaliſtes qui s'occupent de la théorie de la Terre; Don Antonio Ulloa, ſavant Eſpagnol, célèbre par la part qu'il a eue à la meſure d'un Degré du méridien, a montré à M. le Gentil des coquilles de l'eſpèce des peignes, ramaſſées ſur les Cordelières, à deux mille deux cents toiſes de hauteur. M. le Gentil a trouvé dans les Gouverneurs des îles Eſpagnoles, dans les Colons, dans les Capitaines

de vaiſſeaux, le plus grand zèle à le ſeconder dans ſes travaux & à lui procurer toutes les facilités. Ils n'ont pas même attendu les ordres de la Cour, & les recommandations des Miniſtres. Si on compare ce traitement avec celui qu'en 1739 les Académiciens éprouvèrent à Cuença, on verra que l'amour des Sciences & de la Philoſophie qui eſt devenu ſi actif & ſi général depuis trente ans, a cependant fait faire quelques pas à l'eſpèce humaine.

ASTRONOMIE DE M. DE LA LANDE.

L'HISTOIRE de l'Académie a rendu compte de la première édition de ce Traité, le plus complet qui ait encore été publié ſur l'Aſtronomie.

Cette nouvelle édition renferme des additions importantes. Telles ſont les Tables de toutes les Planètes; des applications de la Théorie analytique de M. du Séjour; celle des courbes d'illuminations, des courbes de plus courte diſtance, & de l'inflexion des rayons ſolaires que l'on doit au même Géomètre; les élémens de ſoixante Comètes, dont on avoit calculé l'orbite au moment que cette nouvelle édition, a été donnée à l'impreſſion.

Outre ces additions, il y en a un grand nombre d'autres répandues dans le cours du Livre, & qui tendent au but que l'auteur paroît s'être propoſé, de ne rien laiſſer d'utile & de curieux ſur l'Aſtronomie, qui ne ſoit pas renfermé dans ſon Ouvrage.

M. D'ANVILLE a préſenté à l'Académie un ouvrage intitulé: *États formés en Europe, après la chute de l'Empire Romain.*

Cet Ouvrage renferme un tableau intéreſſant d'une des plus grandes époques de l'Hiſtoire, où l'Europe, après avoir été long-temps opprimée par les Romains, & ſaccagée par les Barbares du Nord, vit enfin Rome elle-même tomber ſous le joug de ces Barbares, l'Empire ſe partager entre eux, le deſpotiſme d'un peuple ſauvage, ſuccéder à celui d'un peuple corrompu, & les conſtitutions libres & ſimples des peuplades de la Germanie,

que Tacite avoit proposées à ses compatriotes comme des modèles de sagesse, dégénérer dès qu'elles furent appliquées à des Nations puissantes, en une Anarchie dont treize siècles n'ont point encore réparé les désordres.

En nous éclairant sur les bornes physiques des différens États qui se formèrent après la chute de l'empire Romain, M. d'Anville nous met à portée de faire sur les causes de leur naissance & de leur chute, des conjectures mieux fondées.

DANS le nombre des Pièces qui ont été présentées cette année à l'Académie, elle a jugé les vingt-sept suivantes dignes d'avoir place dans le Recueil de ces Ouvrages qu'elle fait imprimer.

Sur la fausse Émeraude d'Auvergne: Par M. d'Antick.

Sur les Équations de *maximum* & de *minimum*, qui contiennent des différences partielles, & qui ont un double signe d'intégration: Par M. Monge.

Observations sur les Teintures rouges des Indes & d'Andrinople, considérées relativement aux Arts & aux moyens de la faire passer aux fils de lin & de chanvre: Par M. l'Abbé de Mazéas.

Sur une Éclipse de Soleil, visible en 1772, dont la limite australe a été vue dans la partie boréale de l'Europe: Par M. Duvaucel.

Sur les Ruches des Abeilles à l'île de Bourbon: Par M. de la Nux.

Plusieurs Expériences électriques: Par M. l'Abbé Musnier.

Sur la Vision, Par M. du Tour.

Observation & calcul de la Conjonction de Mars & de l'Étoile ε des Gémeaux: Par M. d'Antelmi.

Extrait d'un Voyage en Auvergne: Par M. de Varenne de Béhost.

Observation de l'Éclipse de Lune, du 29 Avril 1771, faite à Rouen: Par M.rs Bouin & Dulague.

Observations & Calculs de quelques Éclipses de Satellites de Jupiter: Par M. d'Antelmy.

Voyage souterrain, ou Description des grottes du bas Languedoc: Par M. Marcorelle.

Observations faites à Chaudes-aigues en Rouergue: Par M. l'abbé Marie.

Observations & Calcul de trois Éclipses de satellites de Jupiter, faites en Juin 1771: Par M. d'Antelmy.

Considérations optiques, *quatrième Mémoire:* Par M. du Tour.

Sur la fritte des Forges à feu: Par M. Grignon.

Sur l'Histoire naturelle du Crapaud: Par le même.

Sur l'Eau minérale sulfureuse de Montmorenci: Par M. Veillard.

Sur la Mine de fer de l'île d'Elbe: Par M. Tronson.

Sur les Courbes à double courbure: Par M. de Tinseau.

Sur l'Intégration des différences partielles: Par M. Monge.

Sur l'Huile de colza & de navette: Par M. l'Abbé Rosier.

Observation & Calcul de l'opposition de Jupiter au Soleil, du 14 Juillet: Par M. d'Antelmy.

Sur l'extraction & le raffinage du Salpêtre: Par M. Tronson.

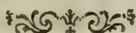
Sur une nouvelle espèce de Mouche du genre des Tinipes: Par M. de la Tourette.

Sur des Os fossiles: Par le même.

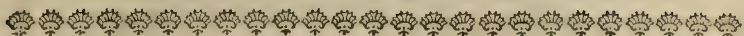
Tables Nozologiques pour 1769 & 1770: Par M. Rasoux.

Observations Météorologiques, faites à Pékin pendant six années: Par le P. Amyot, rédigées par M. Messier.

LE Prix proposé pour l'année 1771, *sur la meilleure manière de trouver l'heure en mer,* & le Prix extraordinaire *sur la manière de perfectionner les Verres propres à faire des Lunettes achromatiques,* n'ont point été donnés cette année, & tous deux ont été remis à l'année 1773.



ÉLOGE



ÉLOGE DE M. DE MAIRAN.

JEAN-JACQUES D'ORTOUS, Écuyer, ſieur DE MAIRAN, Secrétaire ordinaire de S. A. S M.gr le Duc d'Orléans, l'un des quarante de l'Académie Françoiſe, de la Société royale de Londres, de celles d'Édimbourg & d'Upſal, de l'Académie de Péterſbourg, de celle de l'Inſtitut de Bologne, & ancien Secrétaire de cette Académie, naquit à Béſiers en 1678, de François d'Ortous, Écuyer, ſieur de Mairan, & de Magdeleine d'Ortous ſa parente, qu'il avoit épouſée.

A peine avoit-il atteint l'âge de quatre ans, qu'il eut le malheur de perdre ſon père, & reſta ſous la conduite de M.me de Mairan ſa mère, qui lui fit commencer ſes premières études dans la maiſon paternelle. Il les y continua juſqu'en 1694 qu'elle mourut, laiſſant ſon fils âgé de ſeize ans, maître de lui-même; danger peut-être le plus grand auquel il ait jamais été expoſé. Heureuſement, l'amour de l'étude & les bons principes dont il avoit été imbu de bonne heure, avoient prévenu ce riſque; & le premier emploi qu'il fit de ſa liberté, fut de partir pour Toulouſe, où il eſpéroit trouver plus de ſecours que dans ſa patrie, pour continuer ſes études. Bien d'autres à ſa place auroient pu en faire un autre uſage.

Il y reſta environ trois ans, & nous ignorons les progrès qu'il fit dans ſes études ; mais nous ne pouvons douter qu'il ne les eût faites avec le plus grand ſuccès, car il a lui-même raconté à un de ſes amis, que dans un voyage qu'il fit à Paris en 1698, immédiatement après les avoir finies, on lui préſenta chez le P. Malebranche, un Auteur grec qu'il expliqua à livre ouvert. Peu de ceux même qui ſortent des colléges de la Capitale, avec la réputation de bons Humaniſtes, ſeroient en état d'en faire autant.

Son deſſein n'étoit pas encore alors de s'établir à Paris ; il n'y reſta qu'environ quatre ans, pendant leſquels il fut en liaiſon avec

les habiles gens qui ornoient alors cette Capitale, & ce fut vraiſemblablement en leur compagnie qu'il prit le goût des Mathématiques & de la Phyſique, & qu'il ſe fit initier dans les myſtères de ces Sciences.

Il retourna en 1702 dans ſa patrie, où il continua le même genre de vie. L'amour des Sciences qui l'avoit préſervé des dangers de la Capitale, lui fit éviter ceux de la Province. Il étoit lié avec la jeune Nobleſſe, mais il évitoit toutes leurs parties, & le temps que les bienſéances indiſpenſables lui laiſſoient libre, étoit ſévèrement réſervé pour ſes études favorites, juſque-là que M. l'Évêque de Béſiers lui ayant fait accepter ſa table où il mangeoit tous les jours, il continua de ſe retirer régulièrement à cinq heures pour reprendre ſon travail. C'étoit dans cette eſpèce de ſolitude qu'il puiſoit toutes les connoiſſances dont il avoit beſoin, qu'il cultivoit les talens qu'il avoit reçus de la Nature, & qu'il jetoit, pour ainſi dire, les fondemens des beaux Ouvrages qu'il a donnés depuis, & qui ont conſacré ſon nom à l'Immortalité.

Aprés avoir paſſé près de douze années dans ces occupations, il étoit bien temps qu'il commençât à ſe faire connoître pour ce qu'il étoit; l'année 1714, lui en fournit une occaſion favorable. L'Académie Royale des Sciences de Bordeaux propoſa, pour ſujet du Prix qu'elle diſtribue tous les ans, l'explication des variations du Baromètre. M. de Mairan concourut, & ſa pièce fut couronnée en 1715. Il obtint celui de 1716, ſur la Glace, & celui de 1717, ſur les Phoſphores & les Noctiluques. Ces trois triomphes ſucceſſifs déterminèrent l'Académie de Bordeaux à le prier de ne plus concourir; mais ce ne fut qu'en le mettant au nombre de ces mêmes Académiciens qui l'avoient déjà trois fois couronné. Cet honneur & la façon dont il lui fut déféré, valoient bien une quatrième couronne. Les deux premières de ces Pièces furent réimprimées à Béſiers, tant l'édition en fut enlevée promptement; & celle ſur la Glace, a depuis été encore imprimée à Paris en 1749, comme nous aurons bientôt occaſion de le dire.

Ce fut de cette brillante manière que M. de Mairan prit, pour ainſi dire, congé de ſa patrie. Il penſoit dès-lors à venir s'établir dans la Capitale, & pendant le cours des mêmes années

1715, 1716 & 1717, il avoit envoyé à l'Académie quelques Mémoires qui y avoient établi avantageusement sa réputation.

Le premier de ces Mémoires avoit pour but la solution du problème de la Roue d'Aristote: problème qui, depuis ce grand Philosophe jusqu'alors, avoit exercé la sagacité des Philosophes & des Mathématiciens.

Qu'on imagine une grande roue de six pieds de diamètre, sur laquelle soit attachée fixement une autre roue plus petite, comme, par exemple, de trois pieds, concentrique à la grande; il est clair que si on place la grande roue sur le terrein, & qu'on établisse à trois pieds de hauteur une planche parallèle à ce terrein, il arrivera nécessairement qu'en faisant rouler la grande roue avec la petite qui y est attachée, la circonférence de la grande roue appliquera successivement tous ses points sur le terrein, & celle de la petite sur la planche, & que le chemin qu'a parcouru le centre commun, sera précisément égal à la circonférence de la grande roue. Mais comment concevoir que la circonférence de la petite roue qui s'est aussi développée sur la planche, & qui est de moitié plus petite, y ait cependant parcouru autant de chemin que celle de la grande en a parcouru sur le terrein? Les opinions avoient extrêmement varié sur l'explication de ce phénomène. On voyoit bien qu'il falloit que la petite roue eût eu un autre mouvement que le roulement; mais ce mouvement ne paroissoit point. M. de Mairan fit voir évidemment que le mouvement de glissement de la petite roue ne devoit point effectivement paroître, parce qu'il étoit mêlé, s'il m'est permis de parler ainsi, avec le roulement *per intima*, & qu'il l'affectoit à chaque instant infiniment petit.

Les deux autres Mémoires contenoient deux observations d'Histoire Naturelle. L'un étoit sur un abaissement subit des eaux de la rivière d'Érault près Agde, qu'il soupçonnoit être l'effet d'un tremblement de terre en cet endroit; & l'autre avoit pour objet une corne de bœuf tirée de terre avec une grande quantité de racines, comme si elle avoit végété. M. de Mairan fit voir que ces prétendues racines étoient les coques de quelques insectes souterrains qui s'étoient attachés à la corne pour se métamorphoser.

Il falloit être bien familier avec cette partie de l'Hiſtoire Naturelle, pour les reconnoître en cet état.

Ces Mémoires envoyés à l'Académie, & ſes trois triomphes conſécutifs de Bordeaux, avoient fait connoître avantageuſement ſon nom, & inſpiré à l'Académie, le deſir de ſe l'acquérir. L'occaſion s'en préſenta en 1718, preſque auſſi-tôt après ſon arrivée à Paris, & il y obtint, le 24 Décembre de cette même année, la place d'Aſſocié-Géomètre, vacante par la mort de M. Guiſnée, ſans avoir auparavant paſſé par le grade d'Adjoint; preuve bien évidente de l'eſtime que l'Académie avoit conçue pour lui.

Il en reçut, peu de mois après, une nouvelle marque. M. Rolle, accablé d'années & d'infirmités, demanda ſa retraite & l'obtint. M. de Mairan qui comptoit pour lors à peine ſept mois de réception, fut préféré à tous ſes rivaux, & choiſi pour le remplacer le 8 Juillet 1718. L'Académie crut qu'une très-grande capacité pouvoit bien compenſer la brièveté du temps pendant lequel il avoit été à portée d'en faire uſage.

Dès l'année ſuivante, il commença à donner les principes de ſa belle théorie ſur la cauſe du chaud & du froid; théorie qu'il continua en 1721, & à laquelle il n'a donné la dernière main qu'en 1765; car c'étoit une des propriétés de ſon vaſte génie, que de ſaiſir d'un ſeul coup-d'œil toute l'étendue d'un objet; de former, s'il m'eſt permis d'employer ce terme, d'un ſeul jet, tout le plan de ſon ouvrage & d'en travailler enſuite les parties à loiſir, de manière qu'étant raſſemblées, elles formaſſent un tout régulier: nous aurons occaſion d'en citer plus d'un exemple dans le cours de cet Éloge.

Il ſemble, au premier aſpect, que cette queſtion ne ſoit pas une queſtion. La cauſe de cette variation de température ſemble s'offrir d'elle-même dans la plus grande & la moindre hauteur du Soleil; auſſi n'en avoit-on pas cherché d'autre. M. de Mairan oſa le premier porter ſur cet objet des regards plus philoſophiques; & il trouva que cette cauſe ſi généralement reconnue, non-ſeulement n'étoit pas la ſeule qui agît dans ce phénomène; mais que même elle n'y jouoit pas le principal rôle; qu'il y avoit un fonds de chaleur qui paroiſſoit venir du centre de la Terre, beaucoup

plus confidérable que celui qu'elle reçoit de l'action du Soleil; que l'action du Soleil, géométriquement calculable, en ayant même égard à la perte de rayons caufée par la plus grande ou la moindre épaiffeur d'air qu'ils ont à traverfer, à la longueur des jours & à une infinité de circonftances qui doivent entrer dans ce calcul, donneroit la différence entre la chaleur de l'été, & celle qui refte en hiver à Paris, à peu-près comme 17 eft à 1, tandis que les obfervations du thermomètre, continuées depuis plus de cent ans, ne la donnent que dans la raifon de 31 à 32. Il y a donc un fonds de chaleur centrale, & la force de ce feu central eft exprimée par un nombre tel qu'en lui ajoutant 17 d'une part & 1 de l'autre, on ait, pour la chaleur des deux folftices, deux nombres dans le rapport de 32 à 31, donné par le thermomètre; c'eft au moyen de ce feu central & de la différente épaiffeur de la croûte folide qui l'enveloppe, qu'il explique le phénomène furprenant de l'égalité de la chaleur moyenne de l'été dans tous les climats, donnée par toutes les obfervations du thermomètre, tandis que les hivers y font fi prodigieufement différens. Il explique de même pourquoi les fommets des montagnes élevées éprouvent un fi grand froid dans les pays, même les plus chauds, par la petite quantité de ces émanations centrales qu'elles reçoivent, la formation des grêles, &c. Il ofe même porter fes conjectures plus loin, & fait voir qu'en fuppofant une pareille conftruction dans toutes les Planètes, la température y pourroit être plus égale qu'on ne penfe, malgré l'extrême différence de leur éloignement du Soleil. En un mot, on peut dire qu'il y a peu de morceaux de Phyfique auffi bien liés, auffi attentivement travaillés & auffi folidement appuyés que l'eft l'ouvrage de M. de Mairan fur cette matière.

Pendant le cours de ce travail, il en fuivoit un autre prefque auffi étendu, fur une matière auffi peu connue que la précédente, fur la Réflexion des Corps; on favoit depuis long-temps que l'angle d'incidence eft toujours égal à celui de réflexion. Ce principe fervoit de bafe à toute la Catoptrique, & on ne s'étoit pas même avifé de foupçonner qu'il pût y avoir quelque recherche à faire fur cette matière; M. de Mairan entreprit cependant de

l'examiner & de la rappeler aux premiers principes : il avoit lû dès 1719 quelques échantillons de ſon travail ; mais ce ne fut qu'en 1722 qu'il en développa les principes, & que ce ſujet qu'on ne croyoit ſuſceptible d'aucune diſcuſſion, devint entre ſes mains, une théorie générale & lumineuſe; & il continua depuis la lecture de ſes recherches en 1723, 1724, 1738 & 1740.

Il en réſulte que la réflexion ne peut avoir lieu qu'en ſuppoſant des corps à reſſort, & que le plan ſur lequel tombent ces corps ſoit inébranlable, ou que ſeulement le corps choqué ait une maſſe aſſez grande, relativement à l'autre, pour qu'il ne puiſſe en être ſenſiblement déplacé; que l'égalité des angles d'incidence & de réflexion exigeroit un reſſort parfait, qui n'exiſte peut-être nulle part dans la Nature; & que ſi les rayons de lumière paroiſſent ſuivre cette loi, ils ne doivent cette propriété qu'à leur extrême vîteſſe, à leur ténuité, & au peu de réſiſtance qu'ils éprouvent: qu'en ſuppoſant le plan choqué mobile & capable de ſortir du plan horizontal où on l'a d'abord ſuppoſé, la réflexion diminue toujours ſon angle, & que le déplacement du plan réfléchiſſant peut être tel que le corps qui le choque, ſe réfléchiſſe en deſſous, ce qui eſt le cas de la réfraction qui, par cet ingénieux ſyſtème, ne devient qu'un cas particulier de la réflexion; idée heureuſe qui cadre ſingulièrement avec l'état des fluides, & avec celle qu'on peut avoir de celui qui remplit les pores des corps tranſparens; il en tire toutes les règles connues de la Dioptrique, deſquels il finit par déduire les courbes que doit offrir à l'œil le fond ſuppoſé plan d'un vaſte baſſin rempli d'eau, celle de la voûte apparente du ciel; en un mot, on peut dire qu'il auroit épuiſé, par la fécondité de ſon principe & l'adreſſe avec laquelle il le manie, toute la Théorie de la réfraction & de la réflexion des corps, ſi une théorie de cette eſpèce n'étoit par elle-même, & de ſa propre nature, inépuiſable.

En 1721, un évènement d'un genre abſolument différent vint mettre à une nouvelle épreuve les talens de M. de Mairan. Le Conſeil de Marine, fatigué des plaintes qu'il recevoit tous les jours des erreurs commiſes dans le jaugeage des Vaiſſeaux, crut devoir conſulter l'Académie ſur l'établiſſement d'une manière de

jauger les Navires, qui fût aussi exempte qu'il est possible, des défauts & des erreurs qu'on reprochoit à celles qui étoient en usage; & l'Académie nomma pour Commissaires dans cette importante recherche, M. Varignon & M. de Mairan.

La discussion dans laquelle il falloit entrer pour l'examen des méthodes usitées est plus compliquée qu'elle ne le paroît d'abord. Ce n'est pas toute la capacité d'un Navire qu'il s'agit de mesurer, mais seulement celle qu'y occupent les marchandises qui seules doivent des droits; ou, ce qui revient au même, l'espèce de tranche du Navire comprise entre le plan de flottaison, lorsqu'il est seulement sur son lest, & ce même plan lorsqu'il est chargé. On voit assez combien cette tranche doit être irrégulièrement terminée, & combien la différente forme du Vaisseau la doit faire varier. Il n'est donc pas possible de porter dans cette mesure, l'exactitude de la Géométrie, & on doit au contraire chercher une méthode assez simple pour être pratiquée facilement par des gens médiocrement intelligens, sans cependant s'écarter trop de la précision. Il faut en supposant de l'erreur nécessaire, la renfermer dans de certaines limites; il faut même tâcher d'en prescrire de plus étroites à l'intérêt & à l'infidélité: ce qui n'est pas la partie du problème la plus aisée à résoudre. Malgré toutes ces difficultés, le travail de M. de Mairan sut dompter cette hydre à tant de têtes. Il adopta comme la meilleure, une méthode proposée par feu M. Hocquart, Intendant de la Marine à Toulon; & les additions qu'il y fit la mirent en état d'éviter, autant qu'il étoit possible, toutes les erreurs & toutes les fraudes qui effectivement n'ont pas reparu depuis.

Cette recherche & les voyages qu'elle lui occasionna dans les Ports, éloignèrent, pour quelque temps, M. de Mairan de ses autres occupations Astronomiques & Physiques; mais il sut en tirer parti pour réparer cette espèce de relâchement d'une manière bien éclatante.

Quoiqu'il se fût établi à Paris, il n'avoit pas oublié sa patrie, & il méditoit d'y établir une Académie. Dans un voyage qu'il fit à Agde, il s'arrêta quelque temps à Béziers, & il y conféra de ses desseins avec M. Bouillet son compatriote & son ami, de

l'Académie de Bordeaux, & Correfpondant de l'Académie. Il l'engagea à fe charger d'y enfeigner les Mathématiques; fonction qui fut l'année fuivante, dotée par le Roi, à la follicitation de M. de Mairan, d'une penfion de cinq cents livres. Ils proposèrent à plufieurs de leurs compatriotes de fe joindre pour former l'Académie qu'ils defiroient. La première Affemblée fe tint le 19 Août 1723, avec la permiffion du Roi, & fous la protection de M. le Cardinal de Fleuri, alors premier Miniftre; & cette Académie a fi bien répondu à l'idée qu'on en avoit conçue, qu'en 1766, M. de Mairan eut le plaifir de lui procurer des Lettres patentes, qui lui affurent la pérennité & le titre d'Académie Royale, joignant ainfi à la gloire que fes travaux dans l'Académie des Sciences lui avoient fi juftement acquife, celle d'avoir décoré fa patrie d'un pareil établiffement.

L'année 1726 offrit, le 19 Octobre, une Aurore boréale admirable, mais qui pénétra d'un tel effroi une grande partie des habitans de ce Royaume, que le Gouvernement crut néceffaire d'engager l'Académie à en donner dès la Saint-Martin, une explication qui pût raffurer les efprits. Nous avons parlé de cette circonftance dans l'Éloge de M. Godin *. M. de Mairan avoit été un des Obfervateurs, & il en donna la defcription la plus exacte & la plus détaillée; mais il fe garda bien d'en hafarder aucune explication. Il avoit dès-lors cru remarquer à quoi tenoit ce phénomène, & il fe difpofoit à en publier une théorie fondée fur des principes inconteftables. Ce travail fit fon occupation pendant quatre ans, & ce ne fut qu'en 1731 qu'il le donna au Public, fous le titre de *Traité phyfique & Hiftorique de l'Aurore boréale.*

* Voy. l'Hift. année 1760, page 183.

Tous ceux qui avoient jufque-là traité de l'Aurore boréale, l'avoient rangée au nombre des Météores qui fe forment dans l'atmofphère. M. de Mairan ofa le premier penfer qu'il tenoit à l'arrangement général de l'Univers, & qu'il étoit ce qu'on nomme *cofmique.* Voici le principe fur lequel eft fondée l'explication qu'il donne de ce phénomène. Les Aftronomes ont trouvé par leurs obfervations des taches du Soleil, que cet aftre tournoit fur lui-même dans l'efpace de vingt-fept jours, & que l'axe de cette rotation étoit incliné à l'Écliptique d'un peu plus de 7 degrés.

Une

Une rotation ſi rapide doit faire écarter autour de cet immenſe foyer de lumière, une infinité de particules lumineuſes qui formeront une eſpèce de gâteau lenticulaire, étendu dans le ſens de l'Équateur ſolaire, & dont par conſéquent le plan eſt incliné de 7 degrés avec celui de l'Ecliptique, & le coupe en deux points ou nœuds oppoſés.

Ce gâteau de lumière forme ce qu'on appelle *la lumière zodiacale*, découverte par feu M. Caſſini en 1683. On le voit alors par ſon tranchant, ſous la forme d'une bande inégalement lumineuſe qui ſe termine en pointe, & la diſtance de cette pointe au Soleil, donne les limites du gâteau lumineux qui s'étend quelquefois juſqu'au tiers de la diſtance entre la Terre & Mars. Puiſque le plan de ce gâteau eſt incliné à l'Écliptique, la Terre peut ſouvent ne le pas rencontrer, mais lorſqu'elle le rencontre, elle ſe charge néceſſairement de cette pouſſière lumineuſe que le mouvement diurne renvoie vers les Pôles, où elle formera des arcs, des calottes lumineuſes, que les habitans des Zones tempérées ne verront que comme des arcs lumineux peu élevés ſur l'horizon.

Les Comètes qui atteindront ce même terme, ſe chargeront de la même matière; & comme elles n'ont point vraiſemblablement de rotation, elles l'entraîneront ſous la forme d'une queue lumineuſe.

Telle eſt la baſe & comme la clef de l'explication que M. de Mairan donne de ce phénomène; & on voit aiſément avec quelle adreſſe cette clef doit être maniée, pour expliquer par ſon ſecours, tant de bizarreries auxquelles ce phénomène paroît ſujet, & quel travail immenſe fut néceſſaire, pour démêler la complication de tant d'élémens, & pour les amener à l'explication de chaque phénomène particulier!

Cependant malgré toutes ces difficultés, l'hypothèſe a répondu à toutes les interruptions & les repriſes du phénomène; ſa plus grande fréquence dans certaines ſaiſons, ſa hauteur, ſa déclinaiſon preſque toujours conſtante vers le Nord-Oueſt, les vibrations, cette eſpèce de couronne qu'on y voit quelquefois, les queues des Comètes obſervées; en un mot tous les phénomènes viennent

comme d'eux-mêmes se ranger dans l'ordre qui leur est prescrit. Bien plus, dans la nouvelle édition qu'il donna en 1754, plus de vingt ans après la publication de la première, & dans laquelle il répond aux objections qu'on lui avoit faites, il rapporte un nombre immense d'observations, tant de celles qui avoient été faites dans cet intervalle, que de celles qu'il avoit avec un travail incroyable, ramassées dans les différens Auteurs où souvent elles sont si défigurées, qu'il est très-difficile de les reconnoître; pas une ne se refuse à ses principes, & pour tout dire en un mot, cette hypothèse si hardie est aujourd'hui adoptée par presque tous les Physiciens, & devenue un des principes de l'Astronomie-physique. Elle forme une époque dans les fastes de cette Science.

Quoiqu'occupé pendant si long-temps de cette recherche, il ne laissa pas de donner à l'Académie plusieurs autres Mémoires très-intéressans, sur différens sujets.

De ce nombre est une Dissertation dans laquelle il détruit sans retour, l'opinion avancée par quelques Auteurs, que la Terre tourne autour de la Lune comme satellite, tandis que cette dernière tourne autour du Soleil, & joue le rôle de Planète principale. Il y fait voir qu'en admettant cette hardie supposition, il en résulteroit que le mouvement du Soleil devroit nous paroître accéléré pendant quinze jours, & retardé pendant quinze autres jours; que la durée de l'année solaire deviendroit elle-même variable & sujette à une équation sensible, & que rien de tout cela ne s'observant, il en résulte nécessairement que cette hypothèse est fausse. Il recherche même à ce sujet les inégalités que le Soleil doit paroître avoir pour les habitans des satellites de Jupiter & de Saturne, s'il y en a; il fait voir, par exemple, que les habitans du premier satellite de Jupiter, voient pendant une partie de leur révolution, le Soleil stationnaire; & il tire de son Mémoire cette conséquence nécessaire, que les habitans d'une Planète secondaire, ont plusieurs moyens de s'apercevoir qu'ils n'habitent pas une Planète principale.

Feu M. de l'Isle le Géographe avoit donné en 1725, un Plan de Paris, divisé par des méridiens & des parallèles en rectangles, & qui lui avoit servi à comparer l'étendue de plusieurs grandes

Villes, & ſur-tout celle de Londres avec cette Capitale. Il réſultoit de cette comparaiſon, que Paris étoit d'un vingtième plus grand que Londres. M. Davall, de la Société Royale de Londres, fit imprimer dans les Tranſactions Philoſophiques, un écrit dans lequel il prétendoit prouver que M. de l'Iſle avoit commis une erreur dans cette recherche; & qu'en corrigeant cette erreur, Paris, loin de ſe trouver plus grand que Londres, ſeroit au contraire plus petit d'un quatorzième; & en effet, en prenant les termes du Mémoire de M. de l'Iſle, M. Davall pouvoit avoir raiſon; mais M. de Mairan fit voir que M. de l'Iſle n'avoit point commis, ſur ſon Plan, l'erreur que lui reprochoit M. Davall; qu'elle ne s'étoit gliſſée dans le Mémoire que parce qu'il n'avoit pu le revoir, n'ayant été imprimé qu'après ſa mort; & que même, en ſuppoſant qu'il l'eût commiſe, elle influeroit également ſur l'étendue des deux Villes meſurées par cette même échelle, & n'altéreroit en rien la proportion trouvée par M. de l'Iſle.

Le dernier ouvrage d'Aſtronomie-Phyſique qu'ait donné M. de Mairan, eſt le Mémoire qu'il lut en 1747, ſur la rotation de la Lune. Les Aſtronomes étoient extrêmement partagés ſur ce point; les uns vouloient que la Lune eût une rotation ſur ſon axe ſemblable à celle de la Terre, & ils ſe trompoient; les autres vouloient qu'elle n'en eût aucune, & ils ſe trompoient encore, puiſque ſans cette rotation, on ne pourroit jamais expliquer comment cette Planète préſente toujours la même face à la Terre. M. de Mairan fit voir que toute l'équivoque venoit de ce qu'on n'avoit eu d'idée que d'une ſeule eſpèce de mouvement de rotation, quoiqu'il y en ait réellement deux; l'une indépendante du mouvement de tranſlation, comme celui de la roue d'une horloge; & l'autre que ſubit tout corps qui ſe meut dans une courbe rentrante, avec la condition d'avoir toujours le même de ſes diamètres tangent à cette courbe, & que la rotation de la Lune eſt de cette dernière eſpèce. Par cette ingénieuſe diſtinction, il fait diſparoître pour jamais toute l'ambiguité que l'ignorance où l'on étoit de ces deux genres de rotation avoit jetée ſur cette matière.

Juſqu'ici nous n'avons conſidéré M. de Mairan que comme

un des Phyſiciens de ce ſiècle qui ait été le plus au fait de la Phyſique céleſte; mais cette qualité qui pouvoit ſeule ſuffire pour la gloire d'un autre, ne faiſoit qu'une médiocre partie de la ſienne; & nous ferions tort à ſa mémoire, ſi nous laiſſions ignorer de combien d'autres elle étoit accompagnée.

Il étoit Géomètre, & cela dans toute l'étendue de ce mot; il avoit donné, en 1719, un Mémoire ſur les courbes ovaliformes, & ſur celles qui n'ont qu'une équation analogue à celle de l'ellipſe. Il communiqua à l'Académie, en 1725, ſes Remarques ſur l'Inſcription du Cube dans l'Octaëdre ou de l'Octaëdre dans le Cube. Il eut beaucoup de part à la fameuſe queſtion des Forces vives: il avoit donné à l'Académie quelques Réflexions ſur le jeu de *Pair-ou-Non;* ſur une propriété du nombre *neuf,* & ſur les Séries infinies dont les numérateurs ſont égaux; enfin, les Réponſes à M. Euler, inſérées dans la ſeconde édition de ſon Traité de l'Aurore, feroient bien voir, ſi l'on en pouvoit douter, combien la haute Géométrie lui étoit familière.

La Phyſique expérimentale & l'Hiſtoire Naturelle ne lui étoient pas plus étrangères; on a de lui pluſieurs obſervations en ce genre. De ce nombre ſont celles qu'il a données ſur des pierres figurées qu'il avoit obſervées à Breuillepont près Paſſy en Normandie; ſur l'aiguillon des limaçons & ſon uſage; ſur un coup de tonnerre qui avoit produit des effets ſinguliers; ſon obſervation ſur la Senſitive qui paroît ſentir l'action du Soleil & du jour, lors même qu'elle n'y eſt pas expoſée: il a donné un Baromètre d'épreuve pour les expériences du Vide, plus ſimple & moins embarraſſant que le baromètre ordinaire, & adopté aujourd'hui de tous les Phyſiciens. Mais ce qu'il a fait de plus eſſentiel en ce genre, c'eſt la ſubtile & pénible obſervation de la longueur du pendule ſimple à Paris, pour ſervir de correſpondante à celles qu'alloient faire dans leurs voyages les Académiciens chargés de la Meſure de la Terre. Ceux qui voudront prendre la peine de lire le Mémoire qu'il donna ſur ce ſujet en 1735, y verront les difficultés ſans nombre qu'il y éprouva; la patience & la ſagacité avec leſquelles il ſut les ſurmonter; & ils jugeront eux-mêmes à quel prix on achette la préciſion en pareille matière.

Il étoit Aſtronome, & non-ſeulement il poſſédoit parfaitement la théorie de cette Science, mais encore l'art d'obſerver avec préciſion, qu'il exerçoit ſouvent lui-même. On a de lui une Méthode d'obſerver la hauteur du Pôle, indépendamment des Réfractions, imprimée dans le Volume de 1736.

Les Arts de goût même entroient dans la compoſition de ſon mérite; il étoit Muſicien, & peut-être plus qu'aucun de ceux qui ſe ſont occupés de cet objet. Il connoiſſoit cette partie des Mathématiques à fond, depuis la ſtructure de l'organe de l'ouïe juſqu'à la pratique & au ſavant uſage du clavier: il a donné quelques morceaux à l'Académie ſur ce ſujet; tel eſt le Mémoire qu'il lut en 1720, dans lequel il fait voir qu'il peut y avoir dans l'air des particules propres à tranſmettre les différens ſons, comme il y en a de deſtinées à tranſmettre la lumière & les couleurs; & celui de la propagation du ſon, lû en 1737, où il fait voir que la propagation ou plutôt la vîteſſe avec laquelle ſe communique le ſon, n'eſt pas la même dans les différens tons, & que ceux qui ſont plus aigus ſe communiquent avec plus de vîteſſe que les graves. Ce fait que les expériences ingénieuſes que M. de Mairan fit à Béſiers ont donné tout lieu de ſoupçonner, mériteroit bien d'être conſtaté par de nouvelles expériences qu'il n'a pas été à portée de faire; & l'Académie a vu avec plaiſir qu'un Phyſicien qui lui a communiqué ſes vues ſur ce ſujet, ſe diſpoſoit à les continuer.

Il étoit connoiſſeur en Peinture & en Sculpture; les beautés des chefs-d'œuvres des grands Maîtres n'échappoient pas à ſes yeux; nous pouvons alléguer ici pour preuve le Mémoire qu'il donna en 1755, qui contient une eſpèce de commentaire ſur la balance des Peintres de M. de Piles, c'eſt-à-dire, ſur la manière d'apprécier leur mérite.

Enfin, il étoit Chronologiſte & Antiquaire; ſes Lettres au P. Parennin, publiées en 1759, font foi que les myſtères les plus profonds de la Chronologie lui étoient bien connus, & qu'il ſavoit en faire les plus heureuſes applications; ces lettres & celles qu'il adreſſa à feu M. le Comte de Caylus, ſur une pierre gravée antique, dans laquelle il démêle avec tant de ſagacité, le ſujet qui

y étoit repréſenté, & l'occaſion qui y avoit donné lieu, auroient pu trouver place dans les Mémoires d'une autre Académie qui s'occupe uniquement de ces objets, & à laquelle celle-ci ſe fait gloire d'être unie par les liens de la fraternité.

Nous ne finirions point, ſi nous voulions faire ici l'énumération de tous les talens de M. de Mairan; il n'y en avoit preſqu'aucun qu'il ne poſſédât; & on ne pouvoit guère l'attaquer ſur une matière où il ne fût pas en état de ſe défendre avec avantage. Son ſtyle étoit auſſi net que ſes idées; il écrivoit avec la plus grande préciſion & avec la plus grande pureté de langage qu'il ſavoit orner ſagement dans le beſoin des images les plus nobles & les plus vraies.

Cette dernière partie du mérite de M. de Mairan lui occaſionna, en 1740, un ſurcroît d'occupation. Nous avons dit, dans l'Éloge de M. de Fontenelle *, que cet illuſtre Académicien, âgé alors de quatre-vingt-trois ans, & ayant rempli pendant plus de quarante-quatre années les fonctions du Secrétariat, ſe crut permis de demander la Vétérance & le droit de jouir d'un repos qu'il avoit ſi bien mérité. Feu M. le Cardinal de Fleury & M. de Maurepas ſe trouvèrent embarraſſés ſur le choix d'un ſujet capable de le remplacer; l'univerſalité des talens de M. de Mairan, la douceur de ſon caractère, ſon impartialité, ſa prudence & ſon attachement pour l'Académie, eurent bientôt fixé leur choix en ſa faveur; mais il falloit l'engager à ſe charger de ce miniſtère; il avoit pour lors ſoixante-deux ans, & ſa ſanté étoit aſſez délicate; cependant malgré ſes premiers refus, deſquels ils ne ſe rebutèrent pas, ils l'engagèrent à prendre la plume pour trois ans; mais à condition d'avoir en entrant en place ſa lettre de Vétérance pour ce temps. Il ne nous appartient nullement de décider de la manière dont il s'acquitta de ce miniſtère; c'eſt au Public à en juger. Tout ce que nous pouvons en dire, c'eſt qu'il ne s'eſt jamais démenti ſur la clarté de l'Hiſtoire, & que pluſieurs des Éloges qu'il a prononcés pendant ce temps ont paſſé pour des ouvrages achevés. Mais ce que la reconnoiſſance ne me permet pas de diſſimuler, c'eſt que ſon amitié pour moi me peignit à ſes yeux comme propre à lui ſuccéder, qu'il fut le premier à me le propoſer &

* *Voy. l'Hiſt. année 1757, p. 195.*

à m'engager à me charger d'une place à laquelle je penſois d'autant moins que je connoiſſois toute l'étendue de ſes devoirs; & que je n'acceptai qu'en comptant qu'il voudroit bien m'y ſervir de guide. Ce fut pendant les trois années qu'il exerça la fonction de Secrétaire, que l'Académie Françoiſe l'admit au nombre de ſes Membres, à la place de feu M. le Marquis de Saint-Aulaire.

La Vétérance à laquelle avoit paſſé M. de Mairan en 1744, n'étoit pas, à proprement parler, une Vétérance; auſſi fut-il nommé Sous-directeur, pour cette même année, & Directeur l'année ſuivante; & la retraite de M. de Maupertuis ayant laiſſé une place de Penſionnaire vacante, il y fut nommé par le Roi, avec conſervation d'Ancienneté.

Rendu à lui-même, il reprit le fil de ſes travaux; & ç'a été pendant les vingt-ſept ans qui ſe ſont écoulés juſqu'à ſa mort, qu'il a donné la ſeconde édition de ſon Aurore boréale; ſon Mémoire ſur la Rotation de la Lune; ſa Balance des Peintres; la ſeconde édition de ſon Traité de la Glace; ſon Mémoire ſur les Séries infinies; la dernière partie de ſes Recherches ſur la cauſe du Froid & du Chaud; & qu'il a publié ſes Lettres au P. Parennin, & celle qu'il écrivit à M. le Comte de Caylus; tous Ouvrages dont nous avons parlé dans le cours de cet Éloge.

L'âge cependant s'avançoit toujours; mais ſans lui apporter aucune des infirmités qu'il traîne ordinairement après lui. Rien ne ſe démentoit dans ſa perſonne; il travailloit, il ſe chargeoit de commiſſions à l'ordinaire, & aſſiſtoit à nos Aſſemblées avec l'aſſiduité la plus exemplaire; nous l'y vimes encore le 22 Décembre de l'année dernière (1770); mais c'étoit la dernière Aſſemblée à laquelle il devoit aſſiſter. Il craignoit extrêmement le froid, il en eſſuya pendant les vacances de Noël, & contracta un rhume qui ne parut avoir rien de menaçant, & ne ſembloit devoir lui cauſer d'autre incommodité que de garder la chambre. Pluſieurs Académiciens même, du nombre deſquels j'étois, montèrent chez lui le 9 Janvier de cette année, & nous le trouvames au coin de ſon feu, & ſans aucun ſymptôme fâcheux. Bientôt après, le rhume devint fluxion de poitrine, & celle-ci ſe termina par un dépôt à la cuiſſe, qui auroit pu être critique, ſi l'affoi-

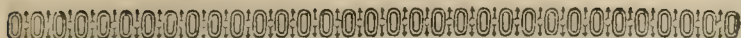
bliſſement avoit permis à l'abcès de mûrir, mais il ne reſtoit plus aſſez de force; la gangrène ſurvint, & il mourut le 20 Février dernier, âgé de quatre-vingt-treize ans. Il vit venir la mort avec la fermeté la plus héroïque, ayant mis ordre ſix jours auparavant à ſes affaires temporelles & ſpirituelles; car ſa tête reſpectée par les années, le fut auſſi par la maladie juſqu'au dernier moment.

M. de Mairan n'étoit pas d'une grande taille, mais il étoit d'une figure agréable; ſes yeux annonçoient la vivacité de ſon eſprit & la douceur de ſon caractère: on l'a quelquefois accuſé d'avoir des attentions minutieuſes, mais il pouvoit avoir contracté cette habitude par l'exercice continuel des obſervations, où cette préciſion eſt néceſſaire; au reſte, ces minuties, ſi elles exiſtoient, étoient entièrement renfermées dans l'intérieur de ſon appartement; hors de-là perſonne n'avoit des manières plus aiſées & plus polies que lui: il faiſoit les délices de toutes les compagnies où il ſe trouvoit, & ſon égalité d'ame étoit à toute épreuve. Il étoit extrêmement attaché à l'Académie; il en deſiroit ſincèrement la gloire, & jamais perſonne n'en a plus exactement ſuivi les loix. Ceux qui avoient affaire à lui n'ont jamais pu ſe plaindre qu'il leur ait fait ſentir ſa ſupériorité, il étoit toujours à leur portée; & ce n'étoit, pour ainſi dire, qu'en le creuſant qu'on pouvoit connoître ſon mérite. Il eſt peu d'hommes qui puiſſent ſoutenir cette épreuve; la plupart ne gagneroient pas tant à être approfondis: & pour réſumer en un mot tout ce que nous avons dit, il a fourni une longue carrière, exempte du trouble que les vices entraînent après eux, toujours occupé d'ouvrages utiles, & eſt mort couvert de la gloire la plus éclatante & la mieux méritée.

La place de Penſionnaire-Géomètre de M. de Mairan a été remplie par M. le Chevalier d'Arcy, déjà Penſionnaire ſurnuméraire dans cette même Claſſe.



ÉLOGE



ÉLOGE DE M. FONTAINE.

ALEXIS FONTAINE naquit à Claveiſon en Dauphiné, vers l'année 1705. Il avoit environ vingt ans lorſque ſon père mourut; ſes parens auroient voulu qu'il ſuivît les Études de Droit, néceſſaires pour exercer une Charge; mais le ſtyle barbare des Commentateurs des Loix Romaines, & leur enthouſiaſme ſervile dégoûtoient un homme que la Nature n'avoit pas deſtiné à ſe traîner ſur les pas d'autrui. Né avec cette rigueur d'eſprit que les démonſtrations ſeules peuvent ſatisfaire, & qui donne un goût excluſif pour les Sciences exactes; peu ſenſible au plaiſir de démêler parmi les débris des anciennes Loix Romaines, quelques reſtes de la ſageſſe du Sénat; ces Loix elles-mêmes ne pouvoient être à ſes yeux qu'un amas de déciſions, fondées moins ſouvent ſur la raiſon que ſur les paſſions du Légiſlateur, ou ſur les préjugés de ſon ſiècle.

D'ailleurs, la conſidération qu'on achette avec une Charge ne flate guère que les hommes qui n'ont pas en eux de quoi prétendre à celle que donnent les talens; & l'envie d'être ce qu'on apelle quelque choſe, n'eſt bien ſouvent, dans un jeune homme, que l'inſtinct de la médiocrité. Tourmenté par les ſollicitations de ſes parens, & encore plus par l'activité de ſon génie auquel la Province n'offroit aucun aliment, M. Fontaine vint chercher à Paris le repos & un objet d'occupation. Le haſard lui offrit un livre de Géométrie dont il avoit appris les élémens dans ſon enfance, & il ſentit qu'il étoit né pour elle. Il la cultiva environ deux ans dans la Capitale. Élevé chez les Jéſuites, ce fut au Père Caſtel qu'il s'adreſſa pour avoir des ſecours & des conſeils. Le Père Caſtel étoit alors le Mathématicien le plus célèbre de ſa Société. La Nature lui avoit donné une imagination ardente, un eſprit hardi & élevé; & peut-être eût-il laiſſé quelque réputation, ſi la certitude de compter autant d'admirateurs qu'il y avoit de Jéſuites n'eût éteint en lui cette inquiétude qui nous rend difficiles ſur nos productions, & ſans laquelle le génie même s'éléveroit

rarement à de grandes choſes; tant il eſt vrai, & même en plus d'un ſens, qu'il n'y a point pour les talens d'ennemis plus dangereux que des prôneurs.

La fortune de M. Fontaine ne lui permettoit pas alors de ſe fixer à Paris; il retourna dans ſa Province & y reſta juſqu'à la mort de ſon frère aîné. Maître alors d'une Terre d'environ cinquante mille livres, il la vendit & vint à Paris dans le deſſein de ne plus vivre que pour les Sciences. D'abord il employa une partie de ſes fonds à l'acquiſition d'Anel, petite Terre auprès de Compiegne: à cette diſtance de Paris, il pouvoit réunir & la paiſible liberté de la ſolitude, ſi précieuſe pour ceux qui ſe livrent aux Études abſtraites, & le commerce des Savans qui excite le génie & lui fournit les objets ſur leſquels il doit s'exercer. Ce fut dans ce temps que M. Fontaine ſe lia avec M.rs Clairaut & de Maupertuis; & il montra qu'il étoit digne d'une Société ſi ſavante, en donnant, pour les Problèmes *de maximis,* une Méthode plus générale que celle de Jean Bernoulli, dont alors il n'avoit pas encore lû les Ouvrages. Cette Méthode, imprimée en 1764, à la tête du Recueil des Œuvres de M. Fontaine, n'eſt pas réduite en formules comme celle de M. Euler; mais M. Fontaine, en donnant ſi long-temps après, l'eſquiſſe de la ſienne, n'a voulu que montrer au Public le premier eſſai de ſes forces & ſon premier titre pour l'Académie.

Les Géomètres s'occupoient alors des recherches de Jean Bernoulli ſur les *Tautochrones.* M. Fontaine trouva une nouvelle Solution de ce Problème: il l'appliqua à des cas abſolument nouveaux; & il montra qu'elle étoit ſuſceptible d'une très-grande généralité. Il étoit principalement queſtion alors de trouver la Tautochrone pour une force accélératrice, dont la loi étoit donnée. Les Géomètres ſe ſont propoſé depuis une queſtion d'un autre ordre; ils ont cherché dans quelles hypothèſes de force accélératrice il peut y avoir une Tautochrone. Le Problème dépend alors de la ſolution des équations aux différences partielles, dont le nom n'étoit pas même connu dans le temps où M. Fontaine donna ſon premier Mémoire. Deux grands Géomètres, M. de la Grange & M. d'Alembert, ont publié la Solution de ce dernier

Problème ſur les Tautochrones, dans les Mémoires de l'Académie de Berlin; leurs recherches furent pour M. Fontaine une occaſion de revenir ſur un ſujet qu'il avoit oublié depuis trente ans. Il pouvoit ſe borner à donner auſſi une ſolution du Problème, & à montrer que ſes premières Méthodes pouvoient y conduire: alors il eût pu partager la gloire de ſes illuſtres Rivaux; mais le ton avec lequel il parla de l'Ouvrage de M. de la Grange, annonçoit qu'il auroit voulu avoir cette gloire toute entière. M. de la Grange fut donc obligé d'examiner auſſi la ſolution de M. Fontaine; & il trouva qu'elle étoit moins complète que la ſienne, & même défectueuſe à quelques égards.

Juſqu'à M. Fontaine, on n'avoit connu, pour le Calcul intégral, que des méthodes particulières. Newton & Cotes * n'avoient travaillé que ſur les Quadratures; les Équations, ſoit homogènes, ſoit linéaires du premier ordre, avoient été rappelées aux Quadratures par Jean Bernoulli. Nicolas, ſon fils, qui enlevé aux Sciences dans ſa jeuneſſe, avoit déjà mérité que ſon père fût jaloux de ſa gloire; M. Euler qui jeune encore étoit cependant célèbre depuis long-temps, avoient étendu & perfectionné les méthodes de Jean Bernoulli; & l'on trouvoit dans leurs Ouvrages, des vues grandes & profondes ſur la nature même du calcul; mais M. Fontaine oſa le premier s'occuper de la Théorie générale des Équations différentielles, & l'embraſſer dans toute ſon étendue. Ses premières Recherches furent préſentées à l'Académie dès 1739, mais elles n'ont été imprimées qu'en 1764. Dans cette partie de ſon Calcul intégral, M. Fontaine a pouſſé très-loin la Théorie des Équations de conditions, dont Nicolas Bernoulli avoit donné les premiers eſſais; & dans la ſeconde partie, il a développé le ſyſtème des différentes intégrales que peut avoir une Équation des ordres ſupérieurs; il a montré comment toutes ces intégrales répondent à la fois à la même différentielle & à la même intégrale finie; & comment, lorſqu'on les connoît, il ne reſte plus pour avoir l'intégrale finie, qu'à éliminer les différences; mais

* Cotes mourut très-jeune, & Newton diſoit de lui: *ſi Cotes eût vécu, nous ſaurions quelque choſe.*

il ne confidère que les Équations dont les intégrales font algébriques. Si elles font rationnelles & pour le premier ordre, il eft aifé de déduire de la méthode de M. Fontaine une formule finie qui les renferme toutes, & par conféquent de reconnoître fi une équation propofée eft fufceptible d'une intégrale de cette forme *(II)*.

Outre ces deux Théories, également importantes & fécondes, on trouve dans fon Recueil l'idée de rappeler les équations des ordres fupérieurs à des équations du premier, en regardant les différentielles comme de nouvelles variables, & l'idée de rappeler enfuite l'intégration des équations du premier ordre, foit aux quadratures, en multipliant les équations propofées par un facteur qui les rend des différentielles exactes, foit à l'intégration des équations homogènes, en y fuppofant variable le paramètre qui avoit été regardé comme conftant.

M. Fontaine, après avoir inutilement cherché, pour parvenir à cette réduction des équations différentielles, ou à des différentielles exactes, ou à des équations homogènes, une autre méthode que celle des coëfficiens indéterminés, fentit que celle-là feule pouvoit être générale; & c'eft à mettre les Analyftes à portée d'employer ce moyen, qu'a été deftiné l'Ouvrage qu'il a intitulé feconde méthode de Calcul intégral *(III)*.

Ce calcul n'a pas feul occupé M. Fontaine. On voit, dans fon Recueil & dans les Mémoires de l'Académie, qu'il s'eft exercé fur d'autres objets : on y trouve, par exemple, une Méthode d'approximation pour les équations déterminées, où l'on n'a pas befoin, comme dans celle de Newton, de connoître d'ailleurs une première valeur approchée de l'inconnue, & qui donne toutes les racines, foit réelles, foit imaginaires *(IV)*.

Mais cette Méthode de M. Fontaine demande des Tables dont l'exécution feroit prefqu'impraticable pour les degrés un peu élevés. Et depuis que M. de la Grange a trouvé pour le même objet une méthode plus fimple, plus pratiquable, dont la marche eft plus certaine, & qui, fans exiger la conftruction des Tables, donne également les moyens de reconnoître, dans les équations littérales, la forme des racines *(V)*, on ne peut prefque plus regarder la Méthode de M. Fontaine que comme un monument de cette

ſagacité & de cette fineſſe qui formoient le principal caractère de ſon génie.

M. Fontaine s'étoit fait une Mécanique toute nouvelle, & dans laquelle les loix du mouvement ſont appuyées ſur une métaphyſique ſingulière. Cet Ouvrage que le temps & le ſuffrage des Géomètres mettront à la place qu'il mérite, a été imprimé pour la première fois en 1764, & on lit dans la préface de ce Recueil, que M. Fontaine connoiſſoit dès 1739, le principe ſur lequel cette Mécanique eſt fondée. Quelques gens plus propres à brouiller des Hommes célèbres, que dignes de les juger, ont conclu de cette obſervation, & même ont imprimé dans les Journaux, que M. Fontaine regardoit ſon idée comme la ſource d'où M. d'Alembert avoit tiré ce principe ſi général & ſi lumineux, auquel les Sciences Phyſico-Mathématiques doivent les progrès immenſes qu'elles ont faits depuis trente ans. Mais le principe de M. Fontaine eſt métaphyſique & vague, celui de M. d'Alembert eſt géométrique & précis. Le principe de M. d'Alembert a été imprimé en 1743 ; & M. Fontaine n'a parlé du ſien qu'en 1764; auſſi lui doit-on la juſtice de penſer qu'il ne contribua en rien à une réclamation qu'on fit alors en ſa faveur, par un faux zèle pour ſa gloire, ou par des motifs bien moins louables *(VI)*.

M. Fontaine eut avec pluſieurs Géomètres de ces diſputes toujours ſurprenantes pour ceux qui ne connoiſſant de la Géométrie que les routes battues, ignorent que dans la ſcience même de la certitude, le génie peut s'égarer quelquefois dans les routes nouvelles qu'il a oſé ſe frayer.

Telles furent la diſpute ſur les Tautochrones dont nous avons parlé, une autre diſpute avec M. de la Grange, ſur la détermination des points extrêmes, pour les *maxima* des fonctions indéfinies; une avec M. Clairaut, ſur la recherche d'une courbe décrite par le ſommet d'un angle dont les côtés gliſſent le long d'une courbe. Jamais M. Fontaine n'attaquoit une ſolution ſans donner auparavant une nouvelle ſolution du même Problème, ſoit pour montrer à chaque fois qu'il étoit digne de ſon Adverſaire, ſoit plutôt que ſon génie, vraiment original, n'eût pu ſans cela entendre le travail d'un autre; il faut avouer que dans la

diſpute il s'écartoit quelquefois de cette politeſſe d'uſage dont jamais il n'eſt permis de ſe diſpenſer, mais que M. Fontaine croyoit peut-être moins néceſſaire avec des Adverſaires illuſtres, & dont la gloire n'avoit pas beſoin de ces petits ménagemens.

Les morceaux dont nous venons de parler ſont les plus importans de ceux que M. Fontaine a publiés; ſon Recueil & les Mémoires de l'Académie en renferment quelques autres moins conſidérables, & dans tous, même dans les plus courts, on voit briller une manière abſolument à lui; c'eſt preſque toujours un fil délié qu'il ſaiſit, & qui auroit échappé à la vue de tout autre, que ſouvent même on a de la peine à ſuivre avec lui. Toutes ſes ſolutions ſont dûes à des vues fugitives, pour ainſi dire, qui ont dirigé les procédés de ſes calculs, mais que ſouvent il n'a pas jugé à propos de développer.

La plupart de ſes Ouvrages roulent ſur des objets de pur calcul, & conduiſent à des Théories profondes, plutôt qu'à des réſultats applicables à des objets utiles. Il eſt donc impoſſible d'en faire voir ici l'importance & le mérite. Ce mérite ne pouvoit être ſenti que par de très-grands Géomètres; eux ſeuls pouvoient connoître M. Fontaine. Les autres n'admiroient en lui que la grandeur des objets qui l'occupoient, & la hardieſſe qu'il avoit eue de les choiſir. L'admiration de ces derniers ne flattoit pas M. Fontaine, mais il trouvoit du plaiſir à les avoir étonnés; quelquefois même il s'eſt plu à laiſſer, ſur la nature & l'étendue de ſes méthodes, une obſcurité affectée qui ſervoit ſur-tout à en cacher les limites. Alors il aimoit à être deviné par ſes égaux, & convenoit de tout avec franchiſe, lorſqu'ils l'avoient pénétré: mais ſi quelques-uns de ces hommes qui louent uniquement pour faire croire qu'ils entendent, vantoient dans ſes Ouvrages des choſes qui n'y étoient point, il rioit de leur mépriſe & ne les en tiroit pas.

Les Géomètres ont un grand avantage: leur gloire ne dépend que d'un petit nombre de juges dignes de l'être. Le ſuffrage de ces juges leur ſuffit, & la voix de la multitude ne pourroit les en dédommager; auſſi ont-ils ce bonheur que les petits moyens leur ſont inutiles, & que les découvertes ſont le ſeul qui puiſſe les mener à la gloire. Si même l'injuſtice de leurs rivaux venoit

à la leur refuſer, preſque ſûrs par eux-mêmes du degré du mérite de leurs travaux, ils attendroient ſans trouble le moment de la juſtice. Ainſi, les Géomètres ne doivent point regretter ces jouiſſances brillantes réſervées aux ſuccès dans des genres plus agréables; ils ſavent combien ces jouiſſances peuvent être troublées par le refus des ſuffrages mêmes qu'on mépriſe le plus; car dans les principes mobiles & incertains des Arts, le Littérateur ne peut rien trouver qui le raſſure contre la crainte ſecrète que l'envie n'ait été juſte.

On auroit pu croire que M. Fontaine avoit même une ſorte d'indifférence pour la gloire. Content d'avoir montré, & ſur-tout de s'être prouvé à lui-même qu'il étoit peut-être égal en talent aux plus célèbres Géomètres; il ne chercha pas à égaler leur réputation par ſes Ouvrages. Il n'y a point d'hommes de génie qui n'éprouvent le beſoin de faire partager aux autres le ſentiment qu'ils ont de leurs forces; mais ſouvent ils n'ont pas cette avidité ſans ceſſe renaiſſante qui jouit chaque jour du ſuccès de la veille, en préparant celui du lendemain, qui veut maîtriſer l'opinion publique, mais qui nous en fait dépendre; ſentiment qu'on devroit peut-être appeler une foibleſſe, ſi ce n'étoit pas à cette foibleſſe qu'on doit tout ce qui a été fait d'utile aux hommes. Cette paſſion pour la gloire étoit preſque un ridicule aux yeux de M. Fontaine; auſſi n'a-t-on de lui que des eſſais. Le Calcul intégral eſt le ſeul objet qui l'ait occupé long-temps; & peu de Géomètres y ont fait d'auſſi grands pas.

On ſent que M. Fontaine devoit dédaigner les louanges, ſur-tout celles qui tirent tout le prix du rang de celui qui les donne; il étoit même inſenſible aux honneurs littéraires. La ſeule choſe qui ait paru le flatter a été ſon entrée à l'Académie des Sciences; peut-être parce que cet évènement ayant précédé ſes plus belles recherches, il étoit alors moins ſûr de ce qu'il valoit. Il aimoit à parler du bruit qu'avoit fait ſa première méthode du Calcul intégral, *dont on avoit parlé*, diſoit-il, *dans les Cafés;* mais on ne ſavoit ce qui l'avoit le plus frappé, ou le grand effet de ſes découvertes, ou le ridicule de ceux qui le célébroient ſans l'entendre. Loin qu'il cherchât à ſe rendre l'objet de l'attention & des diſcours du Public, l'eſpèce d'amour propre qui s'occupe de

ce ſoin, les petites fineſſes qu'il emploie, étoient un des défauts que M. Fontaine obſervoit avec le plus de plaiſir. Un jour un homme célèbre, mais avide de l'opinion, lui parloit avec un mépris trop ſérieux de cette curioſité pour l'Ambaſſadeur Turc qui étoit devenue l'unique occupation d'une ville entière. M. Fontaine crut entrevoir un peu d'humeur dans ce mépris: *que vous fait l'Ambaſſadeur Turc,* lui dit-il, *eſt-ce que vous en ſeriez jaloux!*

L'importance attachée à de petites choſes, étoit un autre ridicule que M. Fontaine ne pardonnoit pas. Quelqu'un diſſertoit longuement devant lui ſur le prix commun de pluſieurs denrées, & ſur les ſoins qu'il avoit pris pour le déterminer avec exactitude, *voilà*, dit M. Fontaine, *un homme qui ſait le prix de tout, excepté le prix du temps.*

Il faut diſculper ici M. Fontaine d'un reproche grave qu'on pourroit lui faire avec quelque apparence de juſtice, celui de n'avoir pas cité, avec aſſez de ſoin, ce qu'il a emprunté des autres Géomètres. En effet, Nicolas Bernoulli avoit donné avant lui, une équation de condition pour les équations du premier ordre à trois variables. M. Euler eſt le premier auteur du théorème ſur l'intégration des fonctions homogènes, par lequel M. Fontaine commence ſon Ouvrage ſur le Calcul intégral. Enfin, tout ſon travail eſt fondé ſur la méthode de différencier ſous le ſigne; & cette méthode ſouvent attribuée à Jean Bernoulli, ſe trouve dans les Lettres de Léibnitz qui, content de mériter la gloire, & trop grand pour s'en occuper, négligeoit de revendiquer ſes découvertes, & ſe contentoit de la conſcience de ſon génie & du ſuffrage de Bernoulli.

M. Fontaine a cependant mêlé toutes ces découvertes avec les ſiennes, & les a également données comme de lui. C'eſt qu'il les avoit réellement faites, c'eſt que jamais Géomètre n'avoit moins lû de livres de Géométrie, il étoit même en Géométrie d'une ignorance ſingulière; c'eſt la ſeule Science où cette ignorance puiſſe ſubſiſter avec de grandes découvertes, parce que c'eſt la ſeule Science où l'eſprit tire tout de ſon propre fonds. L'ignorance ne ſert même alors qu'à lui donner plus d'originalité & plus de hardieſſe. C'eſt ce qu'on remarque dans les Ouvrages de M. Fontaine,

Fontaine, & on voit qu'il lui en coûtoit moins pour affronter les plus grandes difficultés, que pour se plier à une marche étrangère. Il n'étoit donc point plagiaire, & jamais il n'eût voulu l'être; il savoit que s'approprier la découverte d'un autre, c'est convenir de sa supériorité.

Heureux par l'étude, ayant dans la Géométrie & dans la culture de sa terre, un remède sûr contre l'ennui, M. Fontaine n'avoit besoin, ni des services, ni malheureusement pour lui de l'amitié de personne. Il ne cherchoit point à plaire, & dédaignoit de se faire craindre; il observoit les hommes sans autre intérêt que celui de les connoître, & les observoit avec cette profondeur & cette finesse qui l'avoient si bien servi contre les difficultés les plus épineuses de l'analyse. Mené par M. de Maupertuis dans ces sociétés de gens oisifs qu'on appelle le monde, il vit bientôt que des hommes qui le composent, la plupart sans passions, sans vertus & sans vices, n'ont qu'un seul sentiment, la vanité plus ou moins déguisée. Mais il vit aussi que les hommes vains n'attachent tant de prix à des choses indifférentes en elles-mêmes, que parce que les autres en sont privés; il vit que ce sentiment à la fois puéril & cruel, blesse en secret, lors même qu'il fait rire ceux à qui la fortune a refusé les avantages dont la vanité se pare. M. Fontaine crut donc que la vanité ne méritoit aucun égard, & il la traita sans pitié. On lui demandoit un jour ce qu'il faisoit dans le monde, où il gardoit souvent le silence comme ceux qui ne prononcent des mots que lorsqu'ils ont des idées; *j'observe*, dit-il, *la vanité des hommes pour la blesser dans l'occasion.* Ce mot n'étoit pas en lui l'expression de la méchanceté, c'est qu'il croyoit que choquer la vanité lorsqu'elle se montre, ce n'est que repousser une attaque injuste. Si l'on entend par méchant, non celui qui méprise les hommes & qui ne s'en cache point, mais celui qui cherche à leur nuire, M. Fontaine ne pouvoit être méchant; il avoit trop bien calculé les peines que coûte la méchanceté, & les petits plaisirs qu'elle procure. Cependant il n'avoit point pour elle la haine vigoureuse de la vertu, mais il la méprisoit & s'en moquoit. La méchanceté n'étoit à ses yeux qu'une sottise aussi ridicule que beaucoup d'autres.

Jamais il n'entra dans ces brigues ſourdes, dans ces intrigues deshonorantes pour les ſociétés littéraires. Il n'y a point d'avantage d'amour propre, ou d'intérêt auquel un homme dominé par un grand talent puiſſe ſacrifier le plaiſir de ſe livrer à une idée qui le maîtriſe. Auſſi a-t-on toujours vu ces intrigues être l'ouvrage de ces hommes que pourſuit le ſentiment de leur impuiſſance; qui cherchent à faire du bruit parce qu'ils ne peuvent mériter la gloire; qui, n'ayant aucun droit à la réputation, voudroient détruire toute réputation méritée, & fatiguent par des petites méchancetés, l'homme de génie qui les accable du poids de ſa renommée.

Bien que M. Fontaine, en qualité de Penſionnaire, fût obligé à la réſidence par le règlement de l'Académie, il a fait preſque tous ſes Ouvrages à la campagne. Les grandes théories qui l'occupoient, avoient beſoin d'être ſuivies ſans diſtraction, & il diſoit qu'une découverte valoit mieux que dix ans d'aſſiduité à l'Académie. La haute idée que ſes premiers travaux avoient donnée de lui, les grandes eſpérances qu'on avoit de ceux qu'il annonçoit, empêchèrent qu'on ne ſe plaignît de cette infraction des règlemens. D'ailleurs comme, à l'exception de l'analyſe pure, tous les autres objets dont l'Académie s'occupe, lui étoient étrangers & ſur-tout indifférens, & que les hommes qui ſavent bien une choſe, ne parlent jamais de celles qu'ils ignorent, à peine pouvoit-on s'apercevoir de ſon abſence. Sa vie à la campagne étoit ſolitaire & ſimple; tout ce que ſes travaux & les ſoins de l'Agriculture lui laiſſoient de temps, il l'employoit à obſerver les gens de la campagne; & comme nous leur avons tout donné de nos vices hors l'art de les cacher, il y voyoit à découvert ces retours ſecrets & humilians d'intérêt & d'amour propre, que l'homme poli oſe à peine s'avouer à lui-même, & qu'il dérobe ſi ſcrupuleuſement aux autres. Revenu dans le monde, M. Fontaine y retrouvoit les mêmes foibleſſes & les mêmes vices, & il avoit le plaiſir de les ſurprendre & de les pénétrer malgré le voile dont on ſait ſi bien les couvrir. C'eſt ainſi qu'à force de deſſiner le nud, le Sculpteur apprend à démêler & à faire ſentir les effets des muſcles, même au travers des plis d'une draperie.

M. Fontaine avoit lû presque tous les bons livres de notre Littérature; mais il ne relisoit que Tacite & Racine. Cette même profondeur d'avilissement & de perversité qu'il avoit observée chez ses contemporains, il la retrouvoit dans Tacite, mais agissant sur de plus grands objets & placée dans des ames plus fortes: & Racine qui peint les passions, moins par les traits qui leur échappent, que par le développement des sentimens qui les forment; Racine qui, lorsqu'il exprime l'égarement des passions, ne s'écarte jamais de cette logique qu'elles suivent à l'insu même de ceux qui les éprouvent; Racine ne doit pas moins plaire au Philosophe qui y revoit ce qu'il a observé, qu'à l'ame sensible qui y retrouve ses mouvemens avec des nuances qu'elle-même n'auroit pas sû si bien démêler.

Le goût pour l'Agriculture, les soins qu'il prenoit de sa terre d'Anel, n'avoient pu diminuer dans M. Fontaine son aversion naturelle pour les affaires. Le hasard lui suscita un procès dans les premières années de sa possession, il en chargea un Avocat qui se crut obligé de lui rendre compte de ses démarches. Un jour qu'il lui en parloit, *Monsieur,* lui dit le Géomètre, après l'avoir écouté pendant quelques instans, *croyez-vous que j'aie le temps de m'occuper de votre affaire!* On peut juger quelle fut la surprise de l'Avocat, & quelle idée cette réponse dut lui donner de la Géométrie & des Géomètres.

Lorsque de jeunes Mathématiciens recherchoient les conseils & la société de M. Fontaine, qu'ils lui parloient de leurs travaux & de leurs idées, on le voyoit les encourager, & en causer avec eux, tantôt suivre les mêmes routes, tantôt leur en proposer de nouvelles; mais ils n'étoient pour lui qu'une occasion de s'occuper de Géométrie, il les oublioit dès qu'ils travailloient seuls; ce qu'il avoit fait, ce qu'il se sentoit capable de faire, le préservoit de toute jalousie à leur égard; mais il avoit le courage d'en avouer quelquefois les premiers mouvemens: *j'ai cru un moment qu'il valoit mieux que moi,* disoit-il un jour d'un jeune Géomètre; *j'en étois jaloux, mais il m'a rassuré depuis* *.

* Ce jeune homme est l'Auteur de cet Éloge.

Tel étoit cet homme auſſi original, peut-être par ſon caractère, que par ſon génie, que la ſociété n'avoit ni corrompu, ni poli; qui y porta tous les goûts de la Nature, & qui les ſuivit ſans contrainte, & ſans jamais connoître les paſſions violentes, qui ne ſont l'ouvrage que de la ſociété. S'il fit peu de bien à ſes ſemblables, du moins ne leur fit-il jamais de mal; & c'eſt un éloge que peu d'hommes encore peuvent mériter.

La vente de ſa terre d'Anel, l'acquiſition d'une autre, ſa négligence & ſon peu de capacité pour les affaires; enfin des procès qu'on lui ſuſcita, l'enlevèrent à la Géométrie & auroient pu tourmenter les dernières années de ſa vie; mais ſon indifférence étoit une reſſource plus ſûre que le courage.

En 1765, il ſe retira à Cuiſeaux, petite ville du comté de Bourgogne, dont il avoit acheté la ſeigneurie. En quittant Paris, il vendit tout ce qu'il avoit de Livres; c'eſt peut-être la première fois qu'on a vu un Savant renoncer à ſes Livres, dans un moment où la ſolitude devoit les lui rendre plus néceſſaires. Mais M. Fontaine n'avoit jamais eu de goût que pour la Géométrie & pour l'étude de l'homme; il y avoit long-temps que ſur ces deux objets il ne trouvoit plus rien à apprendre dans les Livres; & il ne vit alors dans les ſiens que l'embarras de les tranſporter.

Il mourut à Cuiſeaux le 21 Août 1771, d'une maladie cruelle que la force de ſon tempérament lui fit négliger dans les commencemens, & qu'il ſupporta avec ce calme qu'aucun évènement de ſa vie n'a pu altérer. Il avoit toujours regardé la douleur & la mort comme une ſuite néceſſaire des loix générales de la Nature, dont il ſéroit abſurde de ſe plaindre.

En mourant, il a nommé légataire univerſel M. de Borda Fermier général, qui ſait connoître & ſervir le mérite, & à qui M. Fontaine avoit des obligations. M. de Borda a rendu cette ſucceſſion aux héritiers naturels.

La place de Penſionnaire-Géomètre qu'avoit M. Fontaine, a été remplie par M. le Chevalier de Borda, déjà Aſſocié dans la même claſſe.

Nota. *Les Notes ſuivantes ſont le fruit des réflexions qui ſe ſont offertes à moi, en écrivant l'Hiſtoire de l'Académie & l'Éloge de M. Fontaine. Je crois qu'elles pourront intéreſſer les Mathématiciens, & je les prie de les recevoir avec indulgence, comme de ſimples eſquiſſes que je n'ai pas eu le temps de développer.*

(I). Voyez cette Hiſtoire, *p. 57 & ſuiv.*

SOIT une équation entre y, ſes différences juſqu'à $d^n y$, & la différence conſtante dx, que cette équation ſoit ordonnée par rapport à y & ſes différences, qu'aucun rang ne manque, que le terme conſtant n'y ſoit pas, & que $d^n y$ n'y ſoit qu'un premier degré: que je la multiplie par une ſérie de y & de ſes différences juſqu'à $d^{n-1} y$, tous les termes de cette fonction ayant un coëfficient conſtant multiplié par e^{fx}, & que je ſuppoſe qu'elle eſt devenue par-là une différentielle exacte. Il eſt clair que j'aurai f par une équation du degré n, & par conſéquent n différentielles exactes, qui me donneront autant d'intégrales différentes. Soit $V = 0$ une de ces intégrales dV ſa différentielle, telle que faiſant $\frac{dy}{dx} = p$, $\frac{ddy}{dx^2} = q$, $\frac{d^3y}{dx^3} = r$ ... &c. j'aie $dV = Adx + Bdy + Cdp + Ddq + Rdr$, &c. j'aurai $\Delta V = dV + \frac{d^2 V}{2} + \frac{d^3 V}{1.2.3}$ &c. en ſuppoſant que j'aie mis Δx pour dx, Δy pour dy, Δp pour dp, &c. dans dV, dans ddV, &c. & que dans ddV, $dddV$, &c. je n'aie fait varier ni dy, ni dp. Cela poſé, il eſt clair que ſi je ſuppoſe $V = XY$, X étant e^{fx}, & Y étant la fonction en y, p, q, &c. j'aurai $\Delta V = (X + \Delta X).(Y + \Delta Y) - XY$, $X + \Delta X = e^{fx} e^{f\Delta x}$, $Y + \Delta Y = Y + dY + \frac{d^2 Y}{2}$ &c. Donc, diviſant cette fonction ΔV par e^{fx}, j'aurai $e^{f\Delta x}(Y + \Delta Y) - Y = (e^{f\Delta x} - 1)Y + e^{f\Delta x} dY + \frac{e^{f\Delta x} d^2 Y}{2}$ &c. $= 0$, équation où il n'y a point de terme ſans y, où la fonction Y contient $y, dy \ldots d^{n-1} y$ $\Delta y, d\Delta y \ldots d^{n-1} \Delta y$; le nombre des valeurs de f, de V & de Y étant n, j'aurai donc n équations entre les $y, dy \ldots d^{n-1} y$, Δy e $d\Delta y \ldots d^{n-1} \Delta y$.

Je regarderai Δy comme une nouvelle variable y', & comme on ſait que ſi l'on a deux équations en $y, dy \ldots d^{n-1} y, y', dy' \ldots d^{n-1} y'$, on peut toujours les intégrer, je prendrai à volonté deux des équations $e^f (Y + \Delta Y) - Y = 0$. Ainſi, comme elles ſont au nombre de n, je pourrai faire $n - 1$ combinaiſons différentes en les prenant deux à deux.

Prenant donc deux de ces équations & les traitant comme des équations de l'ordre $n - 1$ entre les variables y, y' & x, où x ne se trouve point, & où dx est supposé constant, je remarque si les $d^{n-1}y$, $d^{n-1}y'$, n'y sont pas sous une forme linéaire. Ces équations étant en séries, on peut toujours les transformer en des équations où les différences les plus hautes ne soient qu'au premier degré.

En effet, supposant d'abord qu'il n'y a qu'une seule équation entre y & x où x manque, & dx est constant, qui n'a point de termes sans y, & à qui il ne manque point de rang. Dans ce cas, je fais $d^{n-1}y$ égal à une fonction sans terme constant de $y, dy \ldots . d^{n-2}y$; je substitue cette valeur de $d^{n-1}y$ dans l'équation en série où je suppose que $d^{n-1}y$ est à différentes puissances. Cela posé, & l'équation étant ordonnée par rapport aux puissances de y & de ses différences; il est clair que si j'y substitue la valeur $d^{n-1}y$ sans terme constant, il en résultera une fonction de $y, dy \ldots . d^{n-2}y$ qui doit être nulle identiquement; maintenant le premier rang de cette fonction, après la substitution contiendra tous les coëfficiens du même rang de la valeur de $d^{n-1}y$. Le second rang de la fonction qui doit être nulle identiquement, contiendra les coëfficiens du second rang de la valeur de $d^{n-1}y$, & ainsi de suite. D'un autre côté, les coëfficiens du premier rang de l'équation proposée entreront seuls dans le premier rang de l'équation qui doit être identiquement nulle; les coëfficiens du premier & du second de la proposée, entreront seuls dans le second rang de l'équation identiquement nulle. Ceux des trois premiers rangs de la proposée, entreront seuls dans le troisième de l'équation identiquement nulle, & ainsi de suite.

Donc 1.° pour déterminer les coëfficiens de chaque rang de la valeur qu'on a supposée pour $d^{n-1}y$, on n'aura qu'autant d'équations que d'indéterminées.

2.° Les équations ne contiendront que des fonctions finies des coëfficiens de la proposée, donc on aura la valeur de $d^{n-1}y$, & par conséquent une nouvelle équation en série où $d^{n-1}y$ est sous une forme linéaire.

Supposons maintenant deux équations entre les trois variables y, y', x où dx manque, dx est constant; & où les $d^{n-1}y$, $d^{n-1}y'$ montent à des puissances supérieures à l'unité.

Faisons $d^{n-1}y$ égal à une fonction sans terme constant de y jusqu'à $d^{n-2}y$, & de y' jusqu'à $d^{n-2}y'$, & de même $d^{n-1}y'$ égal à une semblable fonction, nous trouverons par le même raisonnement que ci-dessus, que si on substitue ces valeurs de $d^{n-1}y$, $d^{n-1}y'$ dans les deux équations, on aura deux fonctions qui devront être nulles identiquement, & que comme elles contiennent y jusqu'à $d^{n-2}y$ & y' jusqu'à $d^{n-2}y'$ de même que les valeurs de $d^{n-1}y$, $d^{n-1}y'$, on n'aura qu'autant d'équations que de coëfficiens indéterminés; que les équations seront en termes finis, & le terme connu ne manquera point dans toutes à la fois, lorsque les proposées auront tous leurs rangs.

Nous aurons donc toujours deux équations du degré $n - 1$ en séries

& de la forme convenable entre x, y & y'. Appliquant donc à ces deux équations la méthode que j'ai développée (*Mémoires de 1770*), j'aurai f par une équation du degré $2n - 2$, & traitant chaque différentielle exacte, comme j'ai traité dV, j'aurai, en les appelant dZ, dZ', &c. $2n - 2$ différentielles exactes. Si $n = 2$, Z & Z' ne contiendront que y & y'. Donc puisqu'on a deux de ces équations, que y & y' sont deux quantités très-petites & dont on peut négliger une puissance m; il est clair que, ne prenant les équations $Z = 0$, $Z' = 0$ que jusqu'au degré m, & éliminant y', on aura y sans avoir rien négligé que des puissances m de quantités nécessairement très-petites, si $n > 2$ divisant ΔZ, $\Delta Z'$ par ef^x, ef'^x, &c. on aura des équations en séries, qui contiendront

$$y, dy, + d^2 y \dots\dots\dots\dots d^{n-2} y,$$
$$y' dy' + d^2 y' \dots\dots\dots\dots d^{n-2} y'$$
$$\Delta y + d\Delta y \dots\dots\dots\dots d^{n-2} \Delta y$$
$$\Delta y' + d\Delta y' \dots\dots\dots\dots d^{n-2} \Delta y'$$

& en y faisant $\Delta y = y'$ & $\Delta y' = y''$, on aura $2n - 2$ équations qui contiendront $y \dots\dots d^{n-2} y$, $y' \dots\dots d^{n-2} y'$, $y'' \dots\dots d^{n-2} y''$. Prenant trois de ces équations, il suit de ce que j'ai dit ci-dessus, qu'on pourra en avoir trois autres aussi en séries, où ces $d^{n-2} y$, $d^{n-2} y'$, $d^{n-2} y''$ ne seront que sous une forme linéaire; & si je cherche à les intégrer, alors j'aurai f par une équation du degré $3n - 6$, & $3n - 6$ différentielles exactes dS. dS', dS'', &c. Si $n = 3$, comme ces équations ne contiennent en général que $d^{n-2} y$, $d^{n-2} y'$, $d^{n-2} y''$, elles ne seront dans ce cas que du premier ordre: donc leurs intégrales seront finies; & comme on en a $3n - 6$ différentes, on en aura trois lorsque $n = 3$. Or ces trois équations S, S', S'', contiennent y, y', y'', quantités dont on peut négliger la même puissance; donc ne prenant ces équations que jusqu'au degré m, & éliminant y' & y'', on aura y.

Si $n > 3$, on prendra ΔS, $\Delta S'$, $\Delta S''$, &c. & on aura des équations qui contiendront $y \dots d^{n-3} y$, $y' \dots d^{n-3} y'$, $y'' \dots d^{n-3} y''$, $y''' \dots d^{n-3} y'''$, $y''' = \Delta y''$. Prenant quatre de ces équations, les mettant sous une forme convenable, & cherchant à les intégrer, on aura f par une équation du degré $4n - 12$; donc si $n = 4$, on aura, en intégrant, quatre intégrales finies entre y, y', y'' & y''' desquels on tirera y.

Si $n > 4$, on recommencera les mêmes opérations jusqu'à ce qu'on parvienne aux équations entre y, y', $y'' \dots y''' \dots {}^{n-1}$, qui ne contiennent que dy, dy', dy''''^{-n-1} & où f soit donné par une équation du degré n.

Jusqu'ici j'ai supposé que les racines étoient toutes inégales, ou du moins qu'il y en avoit autant d'inégales que de variables plus une, sans cela les opérations que j'ai indiquées ne pourroient s'exécuter. Supposons maintenant que l'équation en f ait des racines égales, & d'abord qu'il y en ait deux; si la proprosée est du deuxième ordre, en la multipliant, elle devient $d^2 V$, & par conséquent on a immédiatement l'intégrale sans

différences; ſi elle eſt d'un ordre ſupérieur on a d'abord $n - 1$ équations en y & y', à cauſe des $n - 1$ valeurs de f & une équation qui contient x; mais par la méthode ci-deſſus il ſuffit d'avoir deux équations différentes. S'il y a trois racines égales, & que l'équation fût du troiſième ordre, elle s'intègre immédiatement en termes finis, & ſi l'équation eſt plus élevée, on aura toujours deux équations différentes, ce qui eſt ſuffiſant ici. La même réflexion peut s'appliquer aux équations qui ont plus d'une variable. En effet, dans ce cas, ſi n eſt l'ordre de l'équation, & m le nombre des y & des équations; le nombre des racines égales ne peut être plus grand que $n - 1$, à moins que ces équations ne ſoient pas réellement différentes entre elles; ce qui ne peut avoir lieu ici, puiſque les équations ſont toutes des intégrales ſuppoſées différentes. Ainſi lorſque chaque racine en aura $n - 1$ qui lui feront égales, on aura une intégrale finie; & quand elle en aura moins, il reſtera un nombre d'équations différentes & ſans x, plus grand que $m + 1$, & il ſuffit d'en avoir $m + 1$.

Ainſi l'on voit que ce ne ſera jamais qu'à la dernière intégration que l'on pourra être obligé dans cette méthode d'avoir des x, & ce ne ſera que par l'inſpection du premier rang de cette dernière équation, qu'on pourra juger ſi la méthode propoſée ici, donne ou ne donne pas d'équation ſéculaire.

(11).

Il eſt aiſé de conclure de la ſuite des formules de M. Fontaine, que ſi on a $Pdx + Qdy = 0$, P & Q étant des fonctions rationnelles & entières du degré m; la formule $\frac{A^p\, B^q\, C^r \ldots\ldots}{A'^{p'}\, B'^{q'}\, C'^{r'} \ldots\ldots} = N$ ou p, q, r, &c. p' q' r', &c. ſont des nombres quelconques; A, B, C, &c. A' B' C', &c. des fonctions rationnelles & entières, & N l'arbitraire repréſentera toutes celles de M. Fontaine; & que ſi m' eſt le degré de A, m'' celui de B, m''' celui de C; & que m_1^{I}, ſoit celui de A', m_1^{II}, celui de B', m_1^{III}, celui de C', &c. on aura $m' + m'' + m''' \ldots\ldots\ldots = $ ou $< m + 1$, & de même $m_1^{\text{I}}, + m_1^{\text{II}}, + m_1^{\text{III}}, \ldots\ldots = < m + 1$. Or, l'on voit que m étant un nombre fini, le nombre tant des A, B, C, &c. A', B', C', &c. que de leurs différentes combinaiſons ſera auſſi fini.

J'ai obſervé ailleurs que cet abaiſſement des formules intégrales avoit deux cauſes; l'une que le numérateur de la différentielle ait des facteurs; c'eſt le cas que je viens d'examiner; l'autre, que les rangs ſupérieurs du même numérateur ſe détruiſent par des valeurs particulières de coëfficiens. Pour voir ce que cette ſeconde cauſe peut produire, j'obſerverai que ſoit $\frac{A + B + C \ldots\ldots + F}{A' + B' + C' \ldots\ldots + F'}$ une intégrale où A, B, C, D, E, &c. F, A', B', C', $D' \ldots\ldots F'$, expriment les différens rangs de ces fonctions, A étant le rang le plus élevé, & F, F', des conſtantes, la différentielle ſera,

sera, après avoir négligé le dénominateur, & l'avoir ordonnée par rapport au degré des variables ; elle sera, dis-je, de la forme

$$(A'dA - AdA') + (A'dB + B'dA - AdB' - BdA') + (A'dC + C'dA - AdC' - CdA' + B'dB - BdB'), \text{\&c.}$$

Or, pour que le premier rang disparoisse, il faut que $\frac{dA}{A} = \frac{dA'}{A'}$ ou $A = nA'$; pour que le second disparoisse, il faut qu'y faisant $A = nA'$, $\frac{dA'}{A'} = \frac{dB - ndB'}{B - nB'}$ ou $NA' = B - nB'$; or, A' ne peut être du même degré que B par l'hypothèse. Donc $N = 0$, $B = nB'$; on trouvera de même $C = nC'$, & ainsi de suite; donc, si on va jusqu'au terme $F'dA - FdA'$, on trouvera $F = nF'$; or, cela ne peut avoir lieu sans que l'intégrale proposée se réduise à une constante ; donc, la différence ne peut s'abaisser à un degré plus bas que celui qui est inférieur d'une unité à celui de A; donc, si m est le degré de la différentielle, celui de A ne pourra être plus grand que $m + 1$; donc, le nombre des formules d'intégrales est fini pour chaque degré de l'équation différentielle.

(III).

I. Soit $V = 0$ une équation différentielle que, pour plus de simplicité, je supposerai du second ordre, & soient B & B' deux de ses intégrales du premier ordre; il est clair que la forme générale de l'intégrale de cette équation sera $F\,B\,B'$; donc sa différentielle sera

$$\left(\frac{dF}{dB}\,\frac{dB}{ddy} + \frac{dF}{dB'}\,\frac{dB'}{ddy}\right) ddy + \left(\frac{dF}{dB}\,\frac{dB}{dy} + \frac{dF}{dB'}\,\frac{dB'}{dy}\right) dy, \text{\&c.}$$

Donc, si $V = 0$ est de la forme $ddy + A$, & qu'on veuille chercher, comme M. Fontaine, à le mettre sous la forme $d\left(\frac{dy}{dx}\right) + A'dy + B'dx \ldots$ en regardant $\frac{dy}{dx}$, x, y, &c. comme des variables différentes, on aura $A' = \dfrac{\frac{dF}{dB}\,\frac{dB}{dy} + \frac{dF}{dB'}\,\frac{dB'}{dy}}{\frac{dF}{dB}\,\frac{dB}{ddy} + \frac{dF}{dB'}\,\frac{dB'}{ddy}}$ pour la valeur générale de A'; par conséquent, en cherchant A' en général par l'élimination des équations de condition, comme M. Fontaine le propose, on ne parviendra pas à avoir finalement A' égal à une fonction sans arbitraires. On voit que cette valeur de A' sera d'autant plus compliquée que $V = 0$ pourra avoir plus d'intégrales différentes.

II. Ainſi, la première méthode de M. Fontaine ne pourra ſervir à trouver en général les coëfficiens des différences des variables dans la forme qu'il donne aux propoſées, ni par conſéquent réduire les équations ſupérieures à celles du premier ordre.

III. On voit cependant que cette méthode peut réuſſir dans pluſieurs cas. En effet, ſoit une équation d'un ordre ſupérieur au premier, telle que la multipliant par un facteur ſans différences, elle devienne une différentielle exacte; il eſt clair que ſi le facteur eſt unique, tant le facteur que les coëfficiens des différentielles qui y répondent ſeront uniques & donnés, les coëfficiens par une équation finie, & le facteur par une équation de la forme $\frac{dp}{p} = R\,dy + S\,dx$. Ainſi l'on réduira toujours dans ce cas la propoſée aux quadratures, ſoit qu'on cherche d'abord les coëfficiens pour la réduire à une équation du premier ordre qu'il faille intégrer, ſoit qu'on cherche immédiatement le facteur qui la rend une différentielle exacte.

IV. Si l'équation propoſée d'un ordre ſupérieur au premier, admet deux facteurs de cette eſpèce, il eſt clair que la valeur générale des coëfficiens ſera, dans ce cas, de la forme $\frac{nAM + mA'M'}{nA + mA'}$, où A & A' ſont les deux facteurs, M & M', la valeur du coëfficient, & n & m, qui ſe réduiſent à la ſeule $\frac{m}{n}$, des conſtantes arbitraires. On voit donc que dans ce cas la valeur des coëfficiens pourra être donnée par une équation ordinaire du premier ordre, & celle du facteur, par une équation du ſecond ordre, réductible à deux du premier. Ainſi, ce ſera donc en général, dans ce cas, deux équations du premier ordre, que l'on aura à intégrer, & ainſi de ſuite, pour ceux où l'on auroit un plus grand nombre de facteurs.

V. Si l'équation eſt au-deſſus du ſecond ordre, & qu'on ait un facteur en x, y $\frac{dy}{dx}$, ſans autres différences, on aura ce facteur par une équation du premier ordre, & les coëfficiens par une équation finie, comme dans l'article III ci-deſſus; & il en ſera de même en général pour les facteurs des ordres ſucceſſifs, juſqu'à $m - 2$, ſeulement l'ordre de la propoſée étant m, parce que les intégrales renfermant les différences juſqu'à $m - 1$, les fonctions de ces intégrales ne peuvent entrer dans les facteurs.

VI. Soit une équation au-deſſus du premier ordre, & dans laquelle aucune différentielle ne ſoit ſuppoſée conſtante. Suppoſons de plus, qu'elle ſoit telle que ſon intégrale contienne une nouvelle arbitraire que la différentiation ait fait diſparoître, j'aurai pour intégrale $B + ax + b = 0$

a & b étant des conſtantes arbitraires, & x, cette variable qui avoit diſparu; il répondra donc à cette intégrale deux facteurs, dont l'un rendra la propoſée V de la forme de B, & ne contiendra pas x; l'autre, la rendra de la forme $xddB$, & contiendra x; la valeur générale du premier facteur ſans x ſera, ſi $AV = ddB, FdB.A$; mais il faut que FdB ſoit une conſtante ſi on veut que $FdBAV$ ſoit une double différentielle exacte. Donc, dans cette dernière hypothèſe, la forme générale du facteur eſt nA, n étant une conſtante arbitraire; donc, on aura dans ce cas le facteur comme dans l'article II ci-deſſus, c'eſt-à-dire, par une équation différentielle linéaire & du premier ordre; dans ce même cas, on aura pour les coëfficiens cherchés à la manière de M. Fontaine une équation finie.

VII. *Si* l'équation eſt au-deſſus du ſecond ordre, & qu'elle ſoit ſuſceptible de la forme d^3B, ſi elle eſt du troiſième; d^4B, ſi elle eſt du quatrième, la remarque de l'article précédent eſt vraie en général; mais ſi cela n'a point lieu, ſuppoſant qu'elle ait les deux intégrales $B + ax + b, B' + a'x + b'$; & ſoit $AV = ddB$ & $A'V = ddB'$, la forme générale du facteur ſera $(FdB, dB'.A + F'dB, dB'A')$, F & F' étant tels que $\frac{dFdB.dB'}{d.dB'} = \frac{d.F'dBdB'}{d.dB}$; & ſoit M le coëfficient cherché à la manière de M. Fontaine dans V & M', le même coëfficient dans V'; la valeur générale du coëfficient ſera dans ce cas $\frac{FA.M + F'A'.M'}{FA + FA'}$; donc, on ne peut ſe ſervir *immédiatement* de cette méthode pour avoir les coëfficiens; mais ſi on cherche le facteur dans l'hypothèſe que la propoſée admette une double différentielle, on aura l'intégrale générale $F''dB, dB'$, qui devra être une différentielle exacte. Donc, il faudra que F'' ſoit égal à $mdB + ndB'$; donc, la valeur générale du facteur ſera $mA + mA'$; donc il ſera donné par une équation linéaire du ſecond ordre.

VIII. Les réſultats de l'article précédent, ſont indépendans de l'hypothèſe que la propoſée renferme ou ne renferme pas une différentielle conſtante, & que la variable que l'intégration introduit avec cette condition, ſoit déjà dans la propoſée, ou ne s'y rencontre pas; mais lorſqu'aucune différentielle n'eſt ſuppoſée conſtante, on peut s'aſſurer *à priori*, ſi l'intégrale eſt ou n'eſt pas ſuſceptible de la forme de $ddB = 0$; au lieu que s'il y a une différence conſtante, on ne peut le ſavoir que par l'examen des équations de condition. En effet, dans le premier cas, ſoit l'équation entre y & y', où aucune des deux différences n'eſt conſtante, je ſuppoſe que dy le ſoit, c'eſt-à-dire, que je fais d^2y, d^3y, &c. $= 0$; enſuite je fais l'opération ordinaire pour compléter la propoſée miſe ſous cette forme, c'eſt-à-dire, que je mets $d.\frac{dy'}{dy}$ en faiſant

tout varier; au lieu de $\frac{d\,dy'}{dy}$, si je retrouve exactement la proposée, alors son intégrale ne contient pas de nouvelle variable, sinon elle en contient.

On ne peut appliquer la même règle aux équations qui contiennent une différence constante. En effet, dans le premier cas il est question de voir si l'on a différentié ou $A + C dx^m$, C étant une constante arbitraire, & x la nouvelle variable, ou si c'est $A + C$; mais dans le cas où A contient x, il est clair que ces deux cas se confondent, puisque A & $\frac{A}{dx^m}$ sont des fonctions de la même nature.

IX. La méthode de M. Fontaine ne peut s'appliquer, non plus que celle où l'on chercheroit le facteur par les équations de condition, au cas où ce facteur est sans différence, lorsque la proposée n'est qu'entre deux variables dont l'une a sa différentielle constante, ni dans celui où *(art. précéd.)* l'intégrale ne doit pas contenir de nouvelle variable; & par conséquent si on avoit une équation entre deux variables dont une des différences seroit constante, on ne pourroit la rendre résoluble par cette méthode, en y rendant toutes ces différentielles variables. La raison en est que, soit dans ce cas $AV = dB$ la proposée, on aura une seule équation pour déterminer A, si une différentielle est supposée constante; & que si elle ne l'est pas, on aura *(Mémoires de Turin, tome II, page 182* faisant $\frac{dAV}{dx} = N$. $\frac{dAV}{d.dx} = P$, &c. $d\frac{AV}{dy} = N'$ $d\frac{AV}{d.dy} = P'$, &c. $(N - dP + ddQ \ldots) dx + (N' - dP' + d^2 Q' \ldots) dy = 0$; donc les deux équations de condition pour déterminer A se réduiront à une, mais le coëfficient que cherche M. Fontaine, est, si on cherche celui de dx. $\frac{P - dQ + \ldots}{A}$ donc il sera aussi donné par une seule équation; donc on ne pourra le trouver par l'élimination. L'équation

$$(N - dP + ddQ \ldots) dx + (N' + dP' + d^2 Q' \,\&c.) dy = 0$$

est même identique quel que soit A; en effet dès que A est d'une dimension de différences nulles, si cette équation est identique pour une valeur de A, elle le sera pour toutes les autres. Il est aisé de voir que cette équation ne contient pas de différences partielles de A, & qu'ainsi elle le donneroit immédiatement par une équation linéaire d'un ordre égal à celui de la proposée.

Le même inconvénient pourra aussi se rencontrer pour les équations entre plus de deux variables qui se trouvent dans le cas d'avoir une de leurs différences constantes, ou de ne pas contenir de nouvelles

variables dans leurs intégrales, car le nombre des équations de condition est aussi diminué d'une unité.

X. Cette dernière conclusion du n.° IX, paroît contredire les principes des articles précédens, puisque A se trouve donné par une équation aux différences partielles, quoique la valeur générale assignée ci-dessus, soit telle qu'une équation aux différences ordinaires puisse la donner. Mais il faut observer que, ce qui dans l'équation en A, devient nul par la supposition de $A = F x, y$ est de la forme

$$P_{1} \frac{dA}{d.dy} + P_{11} \frac{dA}{d\,dx} \text{\&c.} + Q_{1} d. \frac{dA}{d.dx} + Q_{11} d. \frac{dA}{d.dy} \text{\&c.}$$

dont il arrive dans ce cas que $A = F x, y$, ne soit qu'une solution particulière.

Je m'arrête à cette dernière réflexion qui prouve combien la méthode qui emploie les équations de condition à la recherche des coëfficiens ou des facteurs, est incertaine & limitée.

(IV).

Sur la méthode de résoudre les Équations.

Cette note demande qu'on ait sous les yeux le Mémoire de M. Fontaine, inséré dans le volume de 1747, & réimprimé dans ses Œuvres.

La méthode de M. Fontaine suppose deux choses; 1.° lorsqu'on a un système de facteurs contenant un certain nombre de quantités a, b, c... & que supposant deux de ces quantités égales entr'elles, ou une d'elles, o; le système change de forme, & a une condition telle qu'une fonction donnée des coëfficiens de l'équation proposée soit égale à zéro, il arrive nécessairement que si cette fonction est > o ou < o, dans un exemple numérique proposé, elle le sera pour tous les cas du même système de facteurs.

L'autre, si deux systèmes se trouvent retomber dans un système commun, en faisant dans chacun une supposition différente, il y aura toujours une fonction des coëfficiens égale à zéro dans ce système commun, & qui sera < o dans un des deux premiers, & o dans l'autre.

Il n'a démontré aucune de ces deux suppositions, que je vais successivement examiner.

I. Puisqu'en supposant égales deux des quantités qui entrent dans un système à facteurs, on retombe dans un système dont la condition est $P = 0$, P étant une fonction des coëfficiens, on a la valeur de P dans le premier système de la forme $(a - b)^m (b - c)^n (c - d)^p$, &c. V; $a = b$, $b = c$, $c = d$ étant les différentes suppositions qui font retomber le système proposé dans celui où ceux où $P = 0$, & V étant une fonction qui ne peut devenir o sans supposer une des quantités a, b, c, &c. ou imaginaire ou négative au lieu de positive, ou d'un

ordre de grandeur différent de celui qu'elle doit avoir; donc, quelque valeur renfermée entre les limites du ſyſtème qu'on donne aux a, b, c, &c. V ne changera pas de ſigne; mais $a - b$, $b - c$, $c - d$, &c. n'en changeront pas non plus; donc P conſervera pour toutes les valeurs contenues entre ces limites un même ſigne.

Si c'étoit la ſuppoſition d'une des lettres a, b, c, &c. égale à zéro qui faiſoit retomber le ſyſtème propoſé dans celui de $P = 0$, on auroit P de la forme $Va^{1m}\ b^{1n}\ c^{1p}$, &c. V étant comme ci-deſſus, & a, b, c, &c. étant toutes les lettres qui étant égalées à zéro feroit tomber le ſyſtème propoſé dans celui où $p = 0$. Si dans le ſyſtème de facteur, la lettre égalée à zéro multiplioit $\surd - 1$ m, n, p, &c. ſeroient pairs; cela poſe, on voit encore que P doit conſerver toujours le même ſigne pour toutes les valeurs contenues dans les limites du ſyſtème propoſé. Or, ceci ſuffit pour aſſurer la légitimité de la méthode de M. Fontaine, toutes les fois que pour deux ſyſtèmes de facteurs qui ſe rappellent à un ſyſtème commun, qui a pour condition $P = 0$; on a $P > 0$ dans un de ces ſyſtèmes, & $P < 0$, dans l'autre, pour un exemple particulier.

II. Maintenant, il faudroit prouver que lorſque deux ſyſtèmes de facteurs ſe réduiſent à un ſyſtème commun, & que $P = 0$, $Q = 0$ équation de condition du ſyſtème commun, ne ſont pas telles que $P > 0$ & < 0, ou $Q > 0$ & $Q < 0$; dans ces deux ſyſtèmes il y a toujours une autre fonction R égale à 0, dans le ſyſtème commun, > 0 dans un des deux ſyſtèmes, & < 0 dans l'autre. Pour ſavoir ſi une telle fonction exiſte néceſſairement, je prendrai pour exemple le cas où l'on compare deux ſyſtèmes de facteurs qui ne diffèrent qu'en ce qu'au lieu de facteurs $x - b$, d'un des ſyſtèmes, l'autre a des facteurs $x - c$; & réciproquement, il faut pour cela que le nombre des facteurs $x - b$ étant m, dans l'une des équations, le nombre des facteurs $x - c$ y ſoit m' différent de m. Cela poſé, ſoit $m > m'$, je différencie la propoſée au moins un nombre m' de fois & ſous cette forme, & j'aurai le diviſeur commun de cette équation, & de la propoſée qui ſera $x + a \ldots\ldots (x + b)^{m''}$, $m'' < (m - m')$, a étant une racine répétée dans la propoſée plus que m' fois; donc le dernier terme ſera $A \cdot b^{m''}$. Maintenant ſoit X la propoſée, qu'on ait $\frac{dX}{dx}$, que X' ſoit leur commun diviſeur. $\frac{X}{X'}$ contiendra $x - b$, $x - c$, $x - a \ldots$ $x - a$ étant des facteurs de X autres que c & b; le dernier terme ſera donc $A'bc$, A' ainſi que A ne changeant point lorſque b devient c, & réciproquement, & je parviendrai ainſi à des équations dont les derniers termes ſeront $bb^{I}b^{II}$, $cc^{I}c^{II}$, b^{I}, b^{II} étant les racines qui ſe trouvent entrer dans l'équation en même nombre que b, c^{I}, c^{II} étant les racines en même

nombre que c; donc, s'il n'y a pas de ces racines, nous aurons b & c rationnels, & la fonction cherchée; mais, s'il y en a, comme toute formule rationnelle sera commune à tous les b ou à tous les c, puisqu'ils entrent semblablement dans la proposée, nous ne pourrons avoir d'expression particulière en b & en c. Il suit de-là que la méthode de M. Fontaine n'est pas générale, dans ce sens, que la supposition de $b > c$ doive produire une condition toujours la même; mais cela n'affecte ni l'égalité, ni le signe, ni la réalité des racines qui sont les objets les plus essentiels.

III. Ceci bien entendu, si on connoît pour chaque équation le système de facteur qui lui convient, & qu'on veuille chercher par approximation les valeurs de a, b, c, qu'on sait être des quantités réelles & positives, il faut d'abord distinguer deux cas; celui où n étant le degré de l'équation, & ayant n équations entre a, b, c, &c. le nombre des a, b, c est $c > n$, & celui où le nombre des a, b, c, est égal à n. Dans le premier cas, si a est la seule quantité qui soit répétée plus d'une fois dans le système de facteurs, on aura, en éliminant de ces équations en a, b, c, &c. une valeur exacte rationnelle de a, si a & b sont toutes deux répetées; mais un nombre inégal de fois, on aura une valeur exacte & rationnelle de a & de b; si c'est un nombre égal de fois, on aura a & b par une équation rationnelle du deuxième degré, & ainsi de suite. Cela posé, on pourra regarder comme connues les quantités a, b, & cela rabaissera le degré des équations qui doivent servir à déterminer les autres lettres.

Supposons maintenant que le nombre des lettres est égal à celui des équations, d'abord nous les éliminerons toutes, hors une que nous supposerons être a; soit cherchée une valeur approchée de a que nous savons être positive & réelle, il faudra distinguer deux cas; 1.° celui où l'on auroit les b, c, &c. égaux à des fonctions données de a; 2.° ceux où la proposée seroit telle que dans les équations du second degré, qui donnent b ou c, &c. en a ne se réduisent pas à une seule équation, la valeur de a étant substituée dans ces équations. Cela ne peut se vérifier immédiatement & rigoureusement avec la valeur approchée de a; mais on peut le faire par la comparaison des coëfficiens de l'équation du second degré en b, c, &c. avec la proposée. Lorsque cela a lieu, il vaudra souvent mieux chercher a dans l'équation en a, b positif, & $< a$ dans l'équation pour b, &c. parce qu'autrement il faudroit un nouvel examen pour savoir si ces valeurs de a qui reviennent à une b, deux équations où b sont réelles ou non, &c. Quant à la difficulté de l'article II ci-dessus, elle ne peut être incommode, parce que dans ce cas on a une équation en b & en c à part.

(V).

LA Méthode de M. Fontaine donne, pour les équations littérales,

les conditions qui apprennent à en distinguer les différentes formes; mais cette méthode ne donne les règles que successivement pour chaque degré, & exige pour chacun une construction de Tables dont le travail feroit immense. C'est ce qui me fait préférer la méthode de M. de la Grange, qui donne, pour les mêmes conditions des formules communes à tous les ordres. Comme cet illustre Analyste n'a pas développé ces formules, j'ai cru devoir les placer ici.

I. Soit $x^n + a'x^{n-1} + bx^{n-2} \ldots\ldots\ldots + q = 0$ *(A)* la proposée.

Et l'équation,

$$u^{\frac{n.n-1}{2}} + a'u^{\frac{n.n-1-1}{2}} \ldots\ldots\ldots + q' = 0 \quad (B)$$

l'équation; donc, les racines sont les quarrés des différences des racines de la proposée, on aura $a'\ b' \ldots\ldots\ q'$ en $a, b \ldots\ldots\ q$ pour un ordre quelconque. (Voyez le Mémoire de M. de la Grange, Mémoires de Berlin, *Tome XXIII*).

II. Comme je cherche ici des formules générales, je me contenterai de supposer seulement que le signe de $a, b, c \ldots\ldots q$ est connu.

Cela posé, je dis que la proposée ne peut avoir de racine positive plus grande que $a + b + c \ldots\ldots q$, étant tous pris avec le signe positif, ni de négative plus grande que la même quantité prise avec le signe contraire; on pourroit dire aussi que la plus grande racine positive ne peut être plus grande que le plus grand coëfficient, ou même que le plus grand coëfficient négatif, & que la plus grande négative ne peut non plus être plus grande que le plus grand coëfficient ou le plus grand positif, mais que cela demanderoit une trop grande subdivision dans les formules que nous cherchons.

III. Par la même raison $\frac{1 + a' + b' \ldots}{q'}$, tout étant pris positivement dans le numérateur est la plus grande limite de $\frac{1}{\Delta^2}$, Δ^2 étant le quarré des différences; ce qui donne $\Delta^2 < \frac{q'}{1 + a' + b' \ldots}$.

IV. Supposons que la proposée ait été $z^n \pm A\, z^{n-1} \ldots \pm Q = 0$; $z = A + B + C + \ldots + Q$; donc faisant $z = (A + B + C \ldots + Q)x$, nous aurons $x^n \pm ax^{n-1} \ldots \pm q$, où $a + b \ldots + q$ limite de x est < 1; donc la différence $\Delta < 2$; donc on peut prendre également pour limite $\sqrt{\left(\frac{q'}{1 + a' + b' \ldots}\right)}$ ou $\frac{q'}{2 \times (1 + a' + b' \ldots)}$

V. Cela posé, il y a autant de racines réelles, positives, inégales ou en nombre impair, que l'on peut avoir de fois

$$m^n\left(\frac{q'}{2.1+a'+b'\ldots}\right)^n \pm a m^{n-1} \left(\frac{q'}{2.1+a'+b'\ldots}\right)^{n-1}\ldots+q <> 0.$$

$$\&\ (m+1)^n\left(\frac{q'}{2.1+a'+b'\ldots}\right)^n \pm a(m+1)^{n-1}\left(\frac{q'}{2.1+a'+b'\ldots}\right)^{n-1}\ldots+q >< 0.$$

où m désigne un nombre entier tel que $m\dfrac{q'}{2.1+a'+b'\ldots\ldots}$ $< a+b+c+\ldots\ldots$ Or, quel que soit le signe de ces fonctions, si elles sont de signes différens, nous aurons leur produit négatif. Donc la proposée aura autant de racines positives, réelles, inégales ou égales en nombre impair, que l'on pourra avoir de fois

$$\left[m^n\left(\frac{q'}{2.1+a'+b'\ldots}\right)^n\ldots+q\right]\left[(m+1)^n\left(\frac{q'}{2.1+a'+b'\ldots}\right)+\ldots+q\right]<0.$$

VI. Il sera aisé, d'après les conditions connues pour les racines égales & les racines imaginaires composées, qui donnent des racines négatives dans l'équation en Δ^2, d'avoir une semblable formule pour tous les cas.

VII. Maintenant, les formules pourront être regardées comme aussi complettes qu'aucune autre qui contiendra des loix, telles $M>0$, M étant une fonction des coëfficiens. En effet, tout ce qu'on peut exiger d'une semblable loi, c'est que ayant n équations entre les n coëfficiens de la proposée, qui ne désignent ici que des rapports, on ait la condition sans avoir résolu ces équations.

(VI).

J'AI cru devoir justifier ici le jugement que j'ai porté des Principes de M. d'Alembert & de M. Fontaine. Les voici l'un & l'autre.

Principe de M. d'Alembert, tel qu'il l'a donné en 1743.

Soient A, B, C, &c. les corps qui composent un système quelconque, & supposons qu'on leur ait imprimé les mouvemens a, b, c, &c. qu'ils soient forcés de changer à cause de leur action mutuelle en $A\,B\,C$. Il est clair qu'on peut regarder le mouvement imprimé au corps A comme composé du mouvement A qu'il a pris, & d'un autre mouvement α; qu'on peut de même regarder les mouvemens b & c, comme composés des mouvemens B & β, C & $\varkappa$, &c. d'où il suit que le mouvement des corps A, B, C, &c. auroit été le même, si au lieu de leur imprimer les mouvemens a, b, c, &c. on leur eut donné à la fois ces doubles impulsions A & α, B & β, C & $\varkappa$; or, par la supposition, les corps A, B, C, &c. ont pris d'eux-mêmes les mouvemens $A\,B\,C$, &c. Donc, les mouvemens α, β, $\varkappa$, &c. doivent être tels qu'ils ne dérangent rien dans les mouvemens $A\,B\,C$, &c. c'est-à-dire, que si les corps n'avoient

reçu que les mouvemens α, β, κ, &c. ces mouvemens auroient dû se détruire & le systême demeurer en repos.

Or, on voit que dans ce Principe il n'entre que des quantités susceptibles d'une expression analytique, & entre lesquelles l'etat de repos de chaque point doit donner un nombre d'équations égal à celui des directions auquel le mouvement de chaque point peut être rapporté.

Le reste de l'Ouvrage de M. d'Alembert contient des applications de ce principe général; on y voit qu'il n'y a aucun genre de Problème de Dynamique dont ce principe ne donne les équations. M. d'Alembert l'a appliqué depuis à la Théorie des Fluides.

Enfin, si on suppose ou un nombre de corps quelconques animés de forces quelconques, ou un systême de corps liés entr'eux, & qu'on cherche les équations de leur mouvement, par le principe de M. d'Alembert, on trouvera des formules générales, qui seront les mêmes que celles que le Principe de la moindre action, & celui de la conservation des forces vives, combinés ensemble, ont données à M. de la Grange; & on déduira de ces formules les équations définitives de chaque Problème d'une manière semblable.

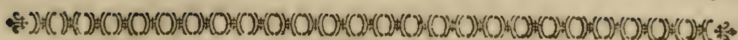
De ces mêmes formules, déduites du Principe de M. d'Alembert, c'est-à-dire, d'un principe vraiment mécanique, & fondé sur la nature même des corps & de mouvement; il est aisé de déduire l'existence du principe de la conservation des forces vives, & de celui de la moindre action, qui par-là cessent d'être des principes métaphysiques.

Une autre observation à faire, c'est que le principe de M. d'Alembert suffit seul pour résoudre tous les Problèmes; au lieu que tous les autres principes ont besoin, pour parvenir au même but, d'être combinés deux à deux. *Voyez* sur tous ces objets, le Mémoire de M. de la Grange, sur le Principe de la moindre Action *(Mémoires de Turin, tome II)*; la Pièce du même, qui a remporté le Prix en 1764, sur la Libration de la Lune; & un Essai que j'ai publié sous le titre de *Problème des Trois-corps.*

Voici maintenant le Principe de M. Fontaine, tel qu'il l'a publié plus de vingt ans après M. d'Alembert.

« Si plusieurs corps se choquent, ou plus généralement, si les états » de plusieurs corps, dans l'espace, se trouvent être incompatibles en- » semble; les changemens qui leur arriveront seront tels que les forces » qu'avoient les corps pour s'y refuser, se seront vaincues mutuellement, ou auront été en équilibre. ».





ÉLOGE DE M. MORGAGNI.

JEAN-BAPTISTE MORGAGNI, Docteur en Médecine, premier Professeur d'Anatomie dans l'Université de Padoue, de la Société royale de Londres, de l'Académie impériale de Péterſbourg, de celle de l'Inſtitut de Bologne, & de celle des Curieux de la Nature, naquit en 1682 à Forli, ville de la Romagne, de parens honnêtes & qui jouiſſoient d'une fortune aiſée, qui les mit à portée de faire valoir les talens dont la Nature l'avoit favoriſé.

Il fit ſes premières études dans ſa patrie; & ſi l'on en juge par la belle & correcte latinité qui règne dans ſes Ouvrages, il dut les faire avec diſtinction. Il eſt ſûr au moins qu'il les fit avec rapidité, puiſqu'ayant été envoyé à Bologne pour y étudier la Médecine, il y reçut le bonnet de Docteur ayant à peine atteint ſa ſeizième année. Ce fut-là vraiſemblablement que la liaiſon qu'il forma avec le célèbre Doménico Guglielmini, de cette Académie, lui inſpira à la fois le goût des Mathématiques, dans leſquelles il ſe rendit habile, & celui de l'Anatomie que M. Guglielmini poſſédoit également.

Ce goût de M. Morgagni pour l'Anatomie, trouva bientôt un Maître digne de le cultiver. Valſalva, ce célèbre Anatomiſte dont le nom ſeul fait l'éloge, enſeignoit alors l'Anatomie à Bologne. Il n'eut pas beſoin de toute ſa pénétration pour diſcerner le jeune Morgagni dans la foule de ſes diſciples; & on peut juger avec combien d'empreſſement il ſe ſaiſit d'un pareil ſujet, & lui prodigua ſes ſoins. Il en profita ſi bien que dès l'age de vingt ans il fut en état de donner lui-même à Bologne, des leçons d'Anatomie avec le plus grand applaudiſſement.

La célébrité de ſes leçons & l'affluence de diſciples qu'elles eurent bientôt attirés, déplurent à quelques Profeſſeurs qui en conçurent de la jalouſie, & lui ſuſcitèrent des perſécutions; mais ſes talens & ſa conduite le firent triompher de ſes ennemis. L'Anatomie ſeule y perdit; car il fut obligé d'employer un temps précieux à compoſer un grand nombre d'Ouvrages polémiques,

qui à la vérité mirent le Public de ſon côté, mais l'empêchèrent de s'occuper d'Ouvrages plus utiles. Le Sénat de Bologne ne décida la queſtion qu'en lui conférant une chaire de Médecine qui vint à vaquer, & en lui donnant par ce moyen le droit d'enſeigner; il y avoit déjà long-temps que ſes études lui en avoient donné la capacité.

Le travail qu'exigeoit de lui cette Chaire, ne ſuffiſoit pas à M. Morgagni pour ſatisfaire l'extrême deſir qu'il avoit de s'inſtruire; il travailloit encore en particulier & dans le ſilence, & bientôt il fit part au Public de ces études ſecrettes, en donnant ſes *Adverſaria Anatomica*, dont il publia la première en 1706, la ſeconde & la troiſième en 1717, & les trois autres en 1719.

Cet ouvrage dont la première partie fut lûe par M. Morgagni même, à l'Académie de Bologne, peut être regardé comme un des plus beaux morceaux d'Anatomie que le ſiècle où nous vivons ait produit. Il y donne la deſcription de pluſieurs parties du corps animal juſqu'alors totalement inconnues; il y rappelle pluſieurs découvertes intéreſſantes, ignorées des Anatomiſtes de ſon temps, quoique conſignées dans pluſieurs ouvrages de ſes prédéceſſeurs. Il relève des fautes qu'il avoit aperçues dans pluſieurs ouvrages anatomiques, & ſupplée à ce qui peut y manquer; tantôt Critique habile & impartial, tantôt Commentateur utile & lumineux; preſque par-tout ſubtil & ingénieux inventeur.

Les bornes qui nous ſont preſcrites ne nous permettent pas de faire ici l'énumération, même la moins détaillée, des nombreux objets compris dans cet ouvrage; nous nous contenterons d'en rapporter ſeulement quelques-uns des plus ſaillans.

De ce nombre ſont, la Deſcription de pluſieurs glandes de la face, juſqu'alors inconnues ou preſque inconnues aux Anatomiſtes, & ſur-tout celle de la glande qui ſe trouve ſur l'épiglotte, dont les canaux excréteurs traverſent ce cartilage, & vont former en s'ouvrant à ſa ſurface inférieure, pluſieurs ſaillies que quelques Anatomiſtes avoient priſes pour autant de glandes, un grand nombre de ligamens peu ou point connus; des glandes ſébacées ou remplies d'une matière ſemblable à du ſuif, qu'on connoiſſoit

dans quelques endroits des parties naturelles de l'homme, & qu'une analogie juſte & bien ſuivie lui a fait découvrir dans celles de la femme, où on ne s'étoit pas aviſé de les chercher. Dans un travail ſur le larynx, inſéré dans ſa première *Adverſaire*, il ſe ſert, tantôt de l'anatomie des animaux pour éclairer celle de l'homme, & tantôt de celle de l'homme pour éclairer celle des animaux ; il décrit les variétés qu'il avoit obſervées dans les ſinus de la face, tant pour le nombre que pour la grandeur; il rapporte pluſieurs expériences qui prouvent que le ſang du fœtus paſſe par le trou ovale de l'oreillette droite du cœur dans la gauche, & jamais de celle-ci dans la droite: enfin, on ne peut s'imaginer de combien de choſes curieuſes & intéreſſantes cette première Adverſaire eſt remplie. Un Ouvrage ſi ſavant produit par un jeune homme de vingt-quatre ans, ſurprit tous les Anatomiſtes, & la réputation de l'Auteur s'étendit bientôt non-ſeulement dans l'État de Bologne, mais encore dans toute l'Europe.

Les cinq autres Adverſaires de M. Morgagni ſont principalement deſtinées à faire la critique du Théâtre & de la Bibliothèque anatomique de Manget; mais cette critique eſt d'une eſpèce bien ſingulière, on n'y voit aucune trace d'amertume ni d'animoſité; il eſtimoit l'Auteur qu'il critiquoit, & ne le critiquoit même que parce qu'il l'eſtimoit, & qu'il craignoit que des erreurs répandues dans un Livre qui étoit entre les mains de tous les Anatomiſtes ne puſſent s'accréditer & devenir nuiſibles. Il en uſa de même & par le même motif avec M. Bianchi ſon ami, dont il releva les erreurs ſur la ſtructure du foie, dès que ſon Ouvrage eut paru; une critique de M. Morgagni ſur quelques endroits d'un Livre, pouvoit preſque être regardée comme une approbation de cet Ouvrage.

Dans la ſeconde Adverſaire, il rapporte la curieuſe Obſervation qu'il fit en diſſéquant le cadavre d'un Nègre; il trouva la ſuperficie de la peau noire & non blanche, comme Riolan l'avoit avancé; il obſerva que la graiſſe, dans le corps animal, eſt mêlée avec le ſang, & qu'elle s'échappe dans les cellules deſtinées à la recevoir par les extrémités des petits vaiſſeaux ſanguins; nouvelle eſpèce de ſecrétion ignorée juſqu'alors.

La troisième Adverſaire contient un grand nombre de remarques ſur l'Hiſtoire des découvertes anatomiques, & ſur la ſtructure & l'uſage des différentes parties du Corps animal ; il y donne ſes propres recherches ſur le péritoine, ſur les glandes de l'œſophage, ſur celles de l'eſtomac, ſur l'écartement des os du baſſin, ſur la rate qu'il a quelquefois trouvée double, mais qu'il n'a jamais vu manquer dans aucun ſujet ; ſur les inteſtins & ſur leurs valvules, & il décrit à cette occaſion deux liens qui ſervent à fortifier & à fixer la valvule du colon, & qui avoient échappé aux regards de tous les Anatomiſtes ; en un mot, on ne peut s'empêcher d'être étonné du nombre prodigieux de ſujets qu'il traite dans cette Adverſaire, de la ſagacité de ſes découvertes & de la netteté avec laquelle il a l'art de les préſenter.

La quatrième Adverſaire a pour objet l'examen des parties de la génération ; M. Morgagni y donne non-ſeulement une foule d'Obſervations importantes, mais encore la méthode propre à conduire les yeux & la main de l'Obſervateur, dans l'examen de cet amas d'organes délicats, que la plus petite faute peut faire méconnoître, & qu'on ne peut ſouvent apercevoir que par des coupes ſavantes & bien réfléchies.

Dans la cinquième, il relève les erreurs de Manget dans la deſcription des Mamelles & du Diaphragme, & à l'occaſion de ce dernier, il indique deux eſpèces de trous dont ce plancher muſculeux eſt percé, pour donner paſſage aux nerfs intercoſtaux ; il y fixe la vraie poſition du thymus ; de-là il paſſe à l'examen du cœur, relève quelques erreurs de Verrheyen ſur cet important organe, & termine cette Adverſaire par deux Lettres du célèbre Lanciſi, l'une ſur la veine azygos, & l'autre ſur les ganglions.

La ſixième & dernière Adverſaire, eſt principalement deſtinée à relever les fautes répandues dans le cinquième Livre de la Bibliothèque Anatomique de Manget ; mais à l'occaſion de ces fautes, M. Morgagni y propoſe pluſieurs découvertes importantes qu'il avoit faites. De ce nombre eſt celle d'un nouveau ſinus dans le cerveau ; des remarques importantes ſur les nerfs dans leſquelles il avoue que toutes ſes recherches n'avoient encore pu lui faire apercevoir les branches de communication entre la

cinquième paire de nerfs & le grand nerf ſympatique, quoiqu'il eût vu diſtinctement les branches de ce nerf qui ſe joignent à la ſixième paire; mais le morceau le plus achevé de cette Adverſaire eſt celui où il traite des voies lacrymales; il donne tout l'hiſtorique de cette partie de l'Anatomie, & décrit la manière d'opérer dans les maladies auxquelles ces parties ſont ſujettes: il examine de même les travaux des différens Anatomiſtes ſur l'oreille, le nez & la bouche, & finit par quelques remarques ſur les ſinus, ſur les glandes ſalivaires & ſur les canaux inciſifs & ſalivaires de Stenon.

Telle eſt la très-légère idée que le temps conſacré à la lecture de cet Éloge nous permet de donner des Adverſaires Anatomiques de M. Morgagni; ouvrage immenſe, non-ſeulement par le grand nombre de matières qui y ſont traitées, mais encore plus par la vaſte lecture qu'elles ont exigée, & par la manière dont elles ſont diſcutées. Cet Ouvrage peut être regardé comme un chef-d'œuvre, l'Auteur y eſt par-tout conduit par la critique la plus juſte & la plus ſavante, & par les obſervations les plus exactes: avec de ſemblables guides, on peut être ſûr de ne ſe pas égarer. Cette manière même de préſenter les objets détachés, & ſans s'aſſujettir à aucune liaiſon, parut ſi bonne & ſi expéditive au célèbre Ruyſch, bon juge en pareille matière, qu'il la combla d'éloges, & n'héſita pas à l'employer lui-même: elle a depuis ſervi de modèle à quantité de bons Ouvrages anatomiques.

Nous avons dit que la publication de la *première Adverſaire* de M. Morgagni avoit porté ſa réputation bien au-delà des limites de l'État de Bologne; elle l'avoit en effet portée à Veniſe, & cette ſage République informée d'ailleurs de la manière dont il rempliſſoit ſa place à Bologne, ne balança pas à lui faire les offres les plus avantageuſes pour l'engager, en 1715, à venir prendre à Padoue la ſeconde Chaire de Médecine Théorique, alors vacante par la mort de M. Molinetti, avec cinq cents florins d'appointemens, qui furent depuis augmentés juſqu'à mille, & elle le fit enſuite paſſer à la première Chaire d'Anatomie, avec des appointemens très-conſidérables. Il étoit juſte que celui auquel les Anatomiſtes ont depuis unanimement déféré le premier rang,

occupât la première place de ce genre dans le lieu de sa demeure; & le jugement du Sénat de Venise sur M. Morgagni, est devenu celui de tout l'Univers.

Ce fut apparemment pendant le temps qu'il occupa à Padoue la Chaire de Médecine Théorique, qu'il se crut obligé de tourner plus particulièrement ses vues vers la Médecine, & que pour satisfaire à cette obligation, il composa un Traité intitulé: *Nova Institutionum medicarum idæa,* qui fut imprimé in-4.° à Padoue en 1712. Ce fut aussi à peu-près dans le même temps qu'il se lia de l'amitié la plus étroite avec M. Ramanzini qu'il trouva à Padoue. La conformité de leurs caractères, de leurs mœurs, de leur goût & de leurs études, avoient formé les nœuds de cette liaison; aussi a-t-elle été durable.

Quoique M. Morgagni se fût absolument établi à Padoue, il n'avoit pas oublié que Bologne étoit, relativement aux Sciences, sa première patrie; qu'elle lui avoit mis pour ainsi dire les armes à la main, & il conservoit toujours une grande affection pour cette ville. Il trouva bientôt un moyen de lui donner des preuves de sa reconnoissance, en concourant de tout son pouvoir à l'établissement de l'Institut de Bologne, auquel feu M. le Comte Marsigli travailloit alors; & non content d'avoir contribué à former ce bel établissement, il l'enrichit encore de beaucoup de pièces curieuses. Aussi fut-il au nombre des premiers Associés de l'Institut: honneur bien dû à celui qui avoit pris tant d'intérêt à sa formation.

Le nom de M. Morgagni étoit revenu tant de fois & toujours si avantageusement à l'Académie, qu'elle ne put se défendre de desirer un tel sujet; & la mort de M. Ruysch ayant fait vaquer une de ses huit places d'Associé-Étranger, elle ne crut pouvoir mieux la remplir qu'en lui donnant M. Morgagni pour successeur, persuadée que le Public ratifieroit son choix, comme il avoit ratifié celui que la Société royale de Londres en avoit fait depuis quelques années.

Il fut extrêmement flatté de cette nouvelle marque d'honneur, & on peut voir comment il s'en explique dans une lettre qu'il écrivoit à M. Senac en 1760, & qui a été insérée dans ses

ouvrages.

ouvrages. C'étoit cependant au bout de vingt-neuf ans de réception qu'il exprimoit si vivement sa reconnoissance. On n'avoit sûrement pas à craindre, en cette occasion, l'enthousiasme du premier moment.

Trois ans ou environ avant cet évènement, M. Morgagni avoit publié ses deux premières *Épîtres anatomiques.* Ces Épîtres sont au nombre de vingt; elles forment une collection nombreuse de faits, d'observations & de remarques utiles, à peu-près dans le même goût & dans la même forme que ses *Adversaires anatomiques.* Les deux premières dont nous venons de parler, sont presqu'entièrement destinées à relever les erreurs contenues dans l'histoire du foie de M. Bianchi. Ce seroit beaucoup que de mettre le Public Anatomiste, en garde contre des erreurs que le nom & la réputation d'un Auteur célèbre pourroient facilement faire adopter. Ce n'est pas cependant à beaucoup près tout ce qu'a fait M. Morgagni, il substitue aux erreurs qu'il combat, des observations plus exactes; & de Critique il devient Auteur. Il y donne la véritable figure, la position de ce viscère, & sa connexion avec les parties voisines. Il entre dans le plus grand détail sur les vaisseaux qui s'y rencontrent, & sur-tout sur les vaisseaux biliaires; il fait voir comment la bile se peut introduire dans l'estomac, & les accidens qu'elle y cause; il rapporte des observations dans lesquelles il avoit vu les vaisseaux biliaires obstrués sans qu'il y eût de jaunisse; il distingue les différentes concrétions pierreuses qu'on y rencontre; il examine les ligamens & les cavités extérieures du foie, il fait voir que le diaphragme est plus haut du côté droit que du côté gauche: inclinaison qui avoit échappé jusqu'alors à tous les Anatomistes; & non content d'avoir éclairé son lecteur sur l'objet même qu'il traite, il porte sa juste critique jusque sur l'historique de cette partie de l'Anatomie, & restitue aux véritables Auteurs la gloire de leurs découvertes qui, on ne sait comment ni pourquoi, étoient connues sous d'autres noms. Malgré le nom & la célébrité de M. Bianchi, ces deux lettres pourroient peut-être mieux mériter le titre d'histoire du foie, que le livre qui en a été l'occasion.

Les dix-huit autres Épitres sont, à proprement parler, un

commentaire ſur Valſalva, dans lequel cependant il ſe permet de relever quelques erreurs, malgré l'attachement qu'il avoit pour ce célèbre Anatomiſte dont il avoit été diſciple, & qu'on voit régner dans tout cet ouvrage.

La première concerne le Traité de l'oreille, & tout ce que Valſalva a écrit ſur les glandes & ſur leur ſtructure. M. Morgagni admet avec Malpighi, les follicules & les vaiſſeaux dans leur compoſition; & l'examen qu'il rapporte des différentes glandes du corps humain, ne lui offre rien qui puiſſe le détourner de cette opinion. Dans la ſeconde, il traite de l'oreille externe & du conduit auditif. Il y examine les muſcles de l'oreille externe d'autant plus difficiles à découvrir, que le défaut d'uſage auquel nous aſſujettiſſons cette partie, ſouvent les oblitère ou les confond.

Il examine dans la troiſième ce qu'a dit Valſalva de la membrane du tympan & de ſes cavités; il rapporte les opinions des différens Auteurs ſur ce point; il aſſure qu'il a ſouvent trouvé dans le fœtus, cette membrane enduite d'une matière muqueuſe épaiſſie, qui lui forme comme une ſeconde lame; & il regarde l'ouverture que Rivinus y avoit obſervée, comme un fait iſolé & purement accidentel.

La quatrième eſt deſtinée à l'examen des oſſelets de l'ouïe, & M. Morgagni y rapporte ce que les différens Anatomiſtes en ont écrit.

La cinquième concerne la fenêtre ovale de l'oreille, la trompe d'Euſtache, les vaiſſeaux & les nerfs du tambour. Il indique quelques variétés qu'il a obſervées dans ces parties, & relève pluſieurs erreurs qu'avoient commis ſur ce point les plus célèbres Anatomiſtes qui ſe ſont occupés de cet objet. Si on joint à ce que nous venons de rapporter, ce qu'il dit dans ſa dixième Épître ſur le labyrinthe, & dans la onzième ſur les uſages des différentes parties de l'oreille, & ſur les altérations auxquelles elles ſont ſujettes, on verra que ces Épîtres forment un commentaire ſuivi ſur cette partie de l'ouvrage de Valſalva, ou plutôt un Traité complet de l'oreille.

La ſixième & la ſeptième ſont conſacrées à l'examen de la luette & du pharynx, & à la deſcription des glandes du fond

de la bouche & de l'œsophage; & c'est peut-être l'endroit où l'on peut trouver la description anatomique la plus exacte de ces parties. Il donne dans la neuvième, la connoissance des muscles qui servent à leurs mouvemens.

La douzième a pour objet les ligamens & les cellules du colon & du réseau, du *cæcum* & de son appendice.

Dans la treizième, il examine presque tout le système artériel & veineux; les valvules dont quelques-uns de ces organes sont pourvus; les sinus que forment quelques veines; la position naturelle du cœur dans l'homme & dans quelques animaux; & il termine cette Épître par l'énumération des Auteurs qui ont découvert les valvules des veines.

Dans la quatorzième, il traite des nerfs accessoires de la huitième paire & de la dixième, du cerveau, & de presque tous les nerfs du corps humain; des muscles des yeux, de l'anneau modérateur, & enfin, des principaux nerfs & des tuniques de l'œil.

L'examen de cet important organe fait le sujet de la quinzième; il y décrit les vaisseaux de l'œil, ses différentes tuniques, ses chambres, ses humeurs, & donne la structure interne de la rétine, & celle du nerf optique.

Il expose dans la seizième les usages de l'anneau modérateur, & les maladies auxquelles il est sujet ou qu'il peut produire.

Dans la dix-septième, il traite de la cataracte; & dans la dix-huitième & dernière, il examine ce que dit Valsalva sur la structure des reins & des glandes surrénales.

Il est aisé de juger, même par l'énumération très-rapide que nous venons de faire de ces Lettres de M. Morgagni, qu'elles sont autant de Dissertations savantes & curieuses, & qu'elles contiennent une critique judicieuse de plusieurs Auteurs d'Anatomie qui ont écrit sur les mêmes sujets; on y trouve des descriptions de parties plus exactes que celles qu'on en avoit, des éclaircissemens qu'on ne trouve point ailleurs, & une grande quantité d'observations d'Anatomie comparée.

Au milieu de tant de travaux, M. Morgagni trouvoit encore

le temps d'envoyer quelques Obſervations intéreſſantes aux différentes Académies dont il étoit Membre; il s'en trouve pluſieurs de ce genre dans les Mémoires de l'Académie de Bologne, & notre Hiſtoire fait mention, en 1741, de pluſieurs Obſervations ſur des conformations ſingulières, comme reins doubles, reins réunis, treize côtes de chaque côté, ſix vertèbres lombaires dans le même ſujet, quelques variétés qu'il a obſervées dans les veines & dans leurs valvules; & l'Académie ne put s'empêcher de s'étonner que tant d'Obſervations ſingulières euſſent pu être fournies par quatre cadavres, de cinq qu'il avoit diſſéqués en quarante jours.

Juſqu'ici nous n'avons conſidéré M. Morgagni que comme Anatomiſte; il étoit cependant encore Médecin, & Médecin très-habile & très-conſulté, ſur tout pour les maladies chroniques; & pour rendre ſes connoiſſances anatomiques plus directement utiles à la Médecine, il publia en 1761, âgé alors de ſoixante-dix-neuf ans, un Ouvrage imprimé à Padoue, ſous le titre *de ſedibus & cauſis Morborum per Anatomen indigatis*, ou du ſiége & des cauſes des Maladies découvertes par l'Anatomie. Cet Ouvrage eſt diviſé en cinq Livres; le premier traite des maladies de la tête; le ſecond, de celles de la poitrine; le troiſième, de celles du bas-ventre; le quatrième, des maladies extérieures ou chirurgicales; & le cinquième ſert de ſupplément aux précédens. Ce Livre, qui contient une multitude de faits curieux, appliqués à une fin utile, a été le dernier Ouvrage de M. Morgagni; il ne s'occupa depuis qu'à revoir ſes Ouvrages dont il vouloit donner une nouvelle édition, qui auroit ſûrement été augmentée d'un grand nombre d'Obſervations; mais la mort le ſurprit dans ce travail, & il finit ſa longue & glorieuſe carrière le 5 Décembre 1771, âgé de près de quatre-vingt-dix ans.

La Nobleſſe de la ville de Forli, ſa patrie, avoit voulu lui donner une marque non équivoque de ſon eſtime, en lui accordant des Lettres de Nobleſſe pour lui & pour ſa poſtérité, & avoit voulu que le buſte de M. Morgagni fût placé dans la Salle du Conſeil des Nobles de cette ville, tant elle ſe faiſoit honneur de lui avoir donné la naiſſance.

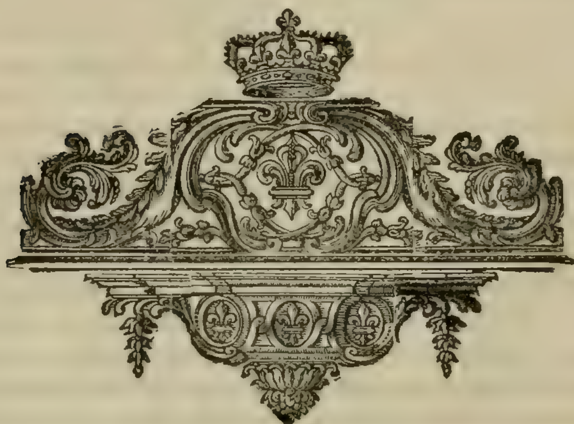
M. Morgagni étoit d'une taille avantageuſe; il eſt preſque

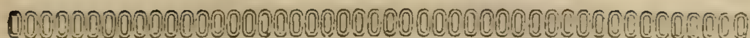
inutile, après ce que nous venons de dire, d'ajouter qu'il aimoit l'étude & la solitude; il recevoit cependant les Étrangers avec aménité, sur-tout quand ils venoient s'entretenir avec lui des objets de ses recherches; & pour lors ces mêmes connoissances qui lui avoient tant coûté à acquérir, ne lui coûtoient rien à communiquer; quant aux visites qui n'étoient que visites, il savoit les abréger & les réduire à leur juste valeur. Il étoit au reste très-souvent exposé à cet inconvénient; il ne passoit presque pas de Seigneur ou de Prince étranger à Padoue, qui n'allât voir M. Morgagni, & lui payer, pour ainsi dire, son tribut d'admiration. Ces visites multipliées & les nombreuses consultations qu'il recevoit de toutes parts, emportoient une grande partie de son temps, & il falloit qu'il fût bon ménager du reste pour avoir pu produire tous les excellens Ouvrages qu'il a donnés au Public. L'espèce de solitude dans laquelle il vivoit, & ses études continuelles entraînoient une sobriété qui lui devenoit nécessaire, & une espèce de sévérité de mœurs, mais qui n'alloit pas jusqu'à l'empêcher d'être extrêmement affable envers tout le monde, & d'être, dans l'intérieur de sa maison, bon père & bon mari; car il avoit été marié, & il a laissé son fils unique, héritier d'une très-grande fortune.

Cette fortune si différente de celle qu'il avoit reçue de ses aïeux, jointe à l'extrême simplicité de sa manière de vivre, a donné lieu de le soupçonner d'avarice; mais ne s'est-on pas un peu trop pressé d'en tirer cette conséquence. Les livres & les cadavres sont presque l'unique dépense d'un Anatomiste aussi continuellement occupé de sa science que l'étoit M. Morgagni. Il jouissoit d'appointemens considérables; il étoit très-fréquemment consulté; les souverains Pontifes Clément XI, Benoît XIII & Benoît XIV, l'honoroient de leur estime, & les deux derniers le combloient de bienfaits. Il pouvoit bien ne lui avoir manqué que le temps de dépenser & de sentir cette espèce de vide causé par l'inutilité, & que l'ignorance ne sait remplir qu'à grands frais; peut-être aussi cette sévère économie tenoit-elle un peu à son caractère; ce seroit en ce cas le tribut qu'il payoit à l'imperfection de la nature humaine: on l'a encore accusé d'une foiblesse bien moins excusable dans un homme aussi éclairé que lui; c'étoit de donner

croyance aux rêveries de l'Aſtrologie judiciaire. La ſincérité de nos Éloges ne nous permet pas de diſſimuler les défauts des grands Hommes, & nous les préſentons tels qu'ils ſont; leurs vertus ſeules doivent ſervir de modèles; & des taches auſſi légères que celles dont nous venons de parler, diſparoiſſent abſolument, & ſont abſorbées par l'éclat de la gloire que M. Morgagni a ſi juſtement méritée.

La Place d'Aſſocié-Étranger qu'occupoit parmi nous M. Morgagni, a été remplie par M. de la Grange, Directeur de la Claſſe-Mathématique de l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres de Pruſſe, & Membre de la Société Royale des Sciences de Turin.





ÉLOGE DE M. PITOT.

HENRI PITOT, Chevalier de l'Ordre du Roi, Penſionnaire-véteran de cette Académie, Membre de la Société Royale de Londres, de celles de Lyon & de Montpellier, Cenſeur Royal, & ancien Directeur du canal Royal de Languedoc, naquit à Aramont, diocèſe d'Uzès en Languedoc, le 3 Mai 1695, d'Antoine Pitot, Écuyer, & de Jeanne Julien, d'une famille noble de Beaucaire.

On lui fit commencer ſes études de bonne heure, mais inutilement; jamais enfant ne s'y montra moins propre, remontrances, exhortations, châtimens même, tout fut inutile, il fallut céder à l'extrême répugnance qu'il témoignoit pour ce genre d'occupation; il prit le parti des armes, ſuivit un de ſes frères, Officier au régiment de Marcellin & ſe dédommagea par la vie la plus diſſipée de l'eſpèce de régularité que les études avoient prétendu exiger de lui.

Le moment auquel il devoit changer de façon de vivre, n'étoit cependant pas fort éloigné: ce que les exhortations les plus pathétiques n'avoient pu gagner ſur lui, fut l'ouvrage d'un ſeul reproche de ſon père dans un des voyages qu'il fit à Aramont: il lui dit qu'il ne ſeroit jamais qu'un inutile & qu'un ignorant; ce reproche le piqua d'autant plus qu'il ne pouvoit ſe cacher à lui-même qu'il l'avoit bien mérité. Il ſe propoſa dès ce moment de réparer le temps qu'il avoit ſi mal-à-propos perdu & ſe mit à lire une hiſtoire Romaine écrite en vieux françois, l'Ancien Teſtament, l'hiſtoire de France de Mézerai, l'Hiſtoire poëtique du P. Gautruche & les Métamorphoſes d'Ovide, de la traduction de du Ryer. Ces livres, les premiers qui ſe trouvèrent ſous ſa main, furent comme la nuance par laquelle il paſſa, de l'ignorance volontaire dans laquelle il avoit vécu juſqu'alors, à l'amour des hautes Sciences auquel il étoit deſtiné.

Juſque-là M. Pitot n'avoit agi que par l'impreſſion qu'avoit fait ſur lui le reproche de ſon père, le goût n'avoit eu aucune

part à ses études; bientôt un heureux hasard le fit naître & développa tous ses talens.

Étant un jour à Grenoble où il étoit allé avec son frère, il vit en passant, sur la boutique d'un libraire, un vieux livre de Géométrie; les figures, dont cet ouvrage étoit rempli, piquèrent sa curisioté : il l'acheta, l'emporta chez lui & se mit à le déchiffrer.

Cette lecture lui fit en un instant connoître ou plutôt sentir ses talens, bientôt le goût des Mathématiques devint une passion à laquelle toutes les autres furent sacrifiées; il renonça entièrement à tous les amusemens qui avoient égaré sa jeunesse & ne connut plus d'autre plaisir que celui de méditer jour & nuit dans la retraite & dans le silence sur les vérités Géométriques.

Il n'avoit cependant alors presque d'autres secours que son génie; Henrion, le P. de Chales, & quelques autres Traités élémentaires, composoient en ce genre toute sa bibliothèque.

Malgré ce défaut de livres & d'un maître qui pût l'aider & le conduire dans ses recherches, on auroit peine à croire jusqu'où il étoit parvenu : à l'aide de quelques livres qu'on lui prêta, il avoit su pénétrer jusqu'aux sources de la haute Géométrie & aux mystères du Calcul différentiel & intégral; il avoit fait plus, il avoit osé porté son vol jusque dans le ciel, & s'étoit mis assez au fait des principes de l'Astronomie, pour pouvoir prédire la fameuse éclipse de Soleil de 1724.

Le goût de M. Pitot pour l'Astronomie ne fut pas exempt de contradictions: une tour qui se trouvoit dans la maison paternelle étoit devenue entre ses mains un observatoire; il l'avoit meublée de sphères, d'astrolabes & d'autres instrumens de cette espèce, la plupart de sa façon, & il y passoit la plus grande partie des nuits à observer les astres: c'en fut assez pour lui donner dans le pays, la réputation d'astrologue & presque de magicien. La piété plus vive qu'éclairée de ses deux sœurs, en fut alarmée; on ne pouvoit, selon elles, prédire des Éclipses par les seules lumières naturelles. Elles entrèrent un jour dans l'observatoire, brisèrent en sa présence sphères, astrolabes, cartes célestes qu'elles regardoient comme des instrumens magiques, & déchirèrent tous les calculs & toutes les figures qui leur parurent un

vrai

vrai grimoire. Les sœurs de M. Manfredi l'aidoient dans ses calculs & dans ses observations, celles-ci vouloient anéantir jusqu'au moindre vestige des travaux de leur frère.

Cette espèce de persécution ne dura cependant pas, le jeune Pitot avoit tracé quelques cadrans qui se trouvèrent très-bons, c'en fut assez pour faire comprendre au père que les études de son fils avoient un fondement solide; il lui rendit toute sa tendresse & voulut s'assurer des progrès qu'il avoit faits dans les Sciences.

Il y avoit alors à Uzès un Chanoine nommé M. l'abbé Cabol, qui passoit pour un grand Mathématicien; ce fut à lui qu'il envoya son fils. Le jeune homme parut en tremblant devant ce redoutable juge: il avoit cependant lieu d'être plus tranquille; l'examinateur avoua de bonne foi que M. Pitot en savoit plus que lui; & le résultat de l'examen fut une lettre que l'abbé Cabol écrivit à son père pour l'engager à faire faire à son fils le voyage de Paris, que le jeune homme desiroit de faire depuis long-temps, comptant bien y trouver des ressources dont il sentoit toute la nécessité.

Son attente ne fut pas trompée; il partit en Septembre 1718; & peu de temps après son arrivée à Paris, M.lle d'Aramont, sa parente, le présenta à feu M. de Reaumur. Cet illustre Académicien, qui se faisoit un plaisir d'encourager les jeunes gens dans lesquels il remarquoit des talens, n'eut pas de peine à reconnoître ceux de M. Pitot, & n'hésita pas à lui procurer les moyens de les cultiver.

Le jeune homme encore plein du succès de son examen, se croyoit au rang des grands Mathématiciens, & fut bien surpris quand M. de Reaumur lui fit voir l'étendue de la carrière qui lui restoit encore à parcourir. Cette longue perspective ne le rebuta point, & bien loin de le décourager, elle redoubla son ardeur pour le travail; M. de Reaumur lui promit de l'aider de ses conseils, & lui permit de disposer de sa bibliothèque; il y trouva les Œuvres de Descartes, de Léibnitz, de Newton, de Bernoulli, du Marquis de l'Hôpital, & plusieurs autres excellens Ouvrages qu'il ne connoissoit presque que de nom. Il les lut avec avidité, & passa de-là aux Mémoires de cette Académie qui,

comme on juge bien, faiſoient partie de la bibliothèque de M. de Reaumur, & qu'il étoit alors en état de parcourir avec utilité.

Les travaux de M. Pitot n'avoient encore ſervi qu'à ſatisfaire le goût qu'il avoit pour les Sciences; il étoit temps qu'il commençât à en tirer quelqu'utilité. L'Académie avoit confié la conduite de ſon Laboratoire de Chimie à M. de Reaumur, & celui-ci ſe ſervoit toujours du petit revenu qui y eſt attaché pour employer quelque jeune homme dont il connoiſſoit les talens, & qu'il formoit pour l'Académie. Cette place étant devenue vacante en 1723, M. de Reaumur l'offrit à M. Pitot: il n'ignoroit pas combien le genre d'étude auquel ce jeune homme s'étoit livré étoit éloigné de cette nouvelle occupation; mais il connoiſſoit l'étendue de ſon eſprit, & il étoit bien perſuadé qu'un ouvrage même de Chimie gagne à être fait par les mains d'un homme qui y porte l'exactitude & la préciſion géométrique. M. Pitot devint donc Chimiſte, mais ſans ceſſer d'être Mathématicien; & cette nouvelle occupation ne fut pour lui qu'une eſpèce de diverſion, qui le dédommageoit de la ſéchereſſe du calcul.

Les études multipliées de M. Pitot l'approchoient de l'Académie, & il ne deſiroit rien plus que d'en être & d'y conſacrer ſes veilles & ſes ſoins au bien de l'humanité. Ses vœux furent enfin accomplis, & après avoir fait preuve de ſa capacité par quatre Mémoires qui méritèrent les éloges de l'Académie; il y obtint, le 14 Juin 1724, la place d'Adjoint-Mécanicien, vacante par la promotion de M. de Beaufort à celle d'Aſſocié.

Il ne tarda pas à juſtifier le choix de l'Académie, & à faire voir ce qu'elle pouvoit attendre de lui comme Mathématicien & comme Phyſicien; il lut cette même année un Mémoire, dans lequel il donne la quadrature de la moitié d'une courbe connue ſous le nom de *la compagne de la cycloïde;* quadrature d'autant plus ſingulière, que l'aire de cette courbe eſt formée d'arcs de cercles, qui juſqu'ici n'ont pas été rectifiables; & il donna, l'année ſuivante, une démonſtration de quelques propriétés élémentaires des Polygones circonſcrits au cercle.

Dans la même année (1724) il accompagna M. de Reaumur dans un voyage qu'il fit à Coſne, pour viſiter les forges & les

fourneaux du Nivernois. Ce voyage penſa lui coûter la vie; il tomba dangereuſement malade à Nevers; cet accident interrompit les obſervations; mais le retour de ſa ſanté ne fut employé qu'à faire avec M. de Reaumur une infinité de recherches & d'expériences ſur le Fer fondu, ſur la Porcelaine, ſur les différentes ſortes de Vernis, & à préparer une nombreuſe collection de matériaux pour l'Hiſtoire des Arts, que l'Académie ſe propoſoit dès-lors de publier comme un des plus beaux monumens qu'elle pût élever à la gloire de l'Induſtrie humaine, & comme une des plus grandes marques qu'elle pût donner de ſon zèle pour le bien public.

De retour à Paris, M. Pitot reprit le cours ordinaire de ſes occupations. La place qu'il occupoit alors étoit, comme nous l'avons dit, une place d'Adjoint-Mécanicien; c'en fut aſſez pour l'engager à tourner ſes vues vers la Mécanique, & non-ſeulement ſur la partie théorique & abſtraite de cette Science, mais ſur la pénible application de ſes principes aux machines où le phyſique qui s'y mêle entraîne à chaque pas des exceptions à preſque toutes les règles, & demande des efforts de génie & des attentions continuelles pour n'être pas trompé dans l'exécution. Les Sciences qui exigent ces ſortes de reſſources ſont peut-être de toutes les plus difficiles à manier.

Le premier Mémoire ſur ce ſujet, qu'il lut en 1725, avoit pour objet les Machines mues par l'eau: il n'eſt que trop ordinaire que les Machiniſtes ſe trompent ſur l'effet des machines qu'ils inventent, ſur-tout dans le cas dont il s'agit. C'eſt à les mettre au fait des principes ſur leſquels eſt fondé le calcul de l'effet de ces machines qu'eſt deſtiné le Mémoire de M. Pitot. La vîteſſe de l'eau, celle qu'elle communique aux aubes qui fuient devant elles, la grandeur de ces dernières, leur rayon, la réſiſtance de l'eau aux bateaux qui remontent par la force même du courant, les différences eſſentielles qui peuvent ſe trouver dans ces ſortes de machines, tout y eſt diſcuté & examiné; il ſe trouve même que ces formules peuvent s'appliquer aux machines mues par le vent, en introduiſant ſeulement une plus grande vîteſſe, & ayant égard à l'obliquité des ailes de ces ſortes de machines.

Dans le courant de l'année 1726, M. Pitot lut à l'Académie le résultat d'un travail qu'il avoit fait sur la force qu'on doit donner aux ceintres d'une charpente, qui servent à soutenir les voûtes, les arches des ponts, les ceintres des portes & les autres ouvrages de cette espèce pendant leur construction.

Pour peu qu'on connoisse ce que c'est qu'une voûte, on sait qu'elle ne peut se soutenir que lorsqu'elle est absolument fermée, & que les pierres les plus hautes, qu'on nomme *clefs*, ont été mises en place; jusque-là les pierres qui la composent doivent être soutenues sur un bâtis de charpente qu'on nomme *ceintre*, & qu'on ôte lorsque l'ouvrage est achevé. Nous ne nous arrêterons pas davantage à décrire cette manœuvre, dont M. Perronet, de cette Académie, a rendu le public témoin, dans le beau Pont qu'il vient de faire construire à Neuilly, près de cette capitale; nous dirons seulement qu'il étoit plus d'une fois arrivé que ces ceintres avoient manqué & avoient entraîné la ruine de l'édifice & la perte des ouvriers. C'étoit à cet inconvénient que M. Pitot avoit voulu remédier par son Mémoire: il y donne la manière de tracer facilement les courbes des arcs surbaissés; d'évaluer le poids que les ceintres & chacune de leurs parties auront à supporter, la résistance des pièces de bois, & la coupe nécessaire pour leur donner, par leur position, un ensemble duquel résulte la plus grande force possible, relativement au poids qu'elles auront à supporter. En un mot, il n'omet rien de ce qui peut concourir à cet important objet. C'étoit des secours qu'il se préparoit dès-lors pour les belles constructions en ce genre, qu'il a depuis fait exécuter.

Ces travaux ne pouvoient manquer de lui concilier l'estime de l'Académie; elle trouva, en 1727, l'occasion de lui en donner des marques: il vaqua cette année une place d'Associé-Mécanicien; & elle lui fut déférée tout d'une voix: feu M. le Cardinal de Fleury, qui présidoit à cette Assemblée, lui fit en sortant compliment sur cette flatteuse unanimité de suffrages.

Il donna, cette même année, un Mémoire qui contenoit les Loix générales des impulsions obliques des fluides en mouvement contre une surface plane. On savoit depuis long-temps que dans

tous les chocs obliques, la force se décomposoit en deux parties, l'une parallèle à la surface choquée, qui étoit sans effet; & l'autre, perpendiculaire à cette surface, & qui agissoit sur elle. M. Pitot va plus loin, il décompose encore cette partie utile de la force, toutes les fois que le corps choqué ne peut pas suivre sa direction, ce qui est le cas le plus ordinaire, & ce principe exprimé par une seule équation du second degré s'applique sans peine à une infinité de cas, qui sembleroient être absolument isolés, & devoir être examinés chacun en particulier.

L'année suivante vit éclore un travail d'un autre genre, un Mémoire qu'il lut à l'Académie, sur le rapport de la solidité des corps à leur surface. On n'ignoroit pas que les grands corps n'ont pas à beaucoup près autant de surface que les petits, à raison de leur solidité, mais la loi de l'accroissement de cette différence n'avoit pas encore été suffisamment déterminée; M. Pitot la donne si simple & si facile à reconnoître, qu'il est étonnant qu'elle eût pu jusque-là échapper aux yeux & aux recherches des Géomètres. Il en résulte cet étrange paradoxe, confirmé cependant par l'expérience; qu'un bloc de marbre que la plus violente tempête ne pourroit seulement ébranler, peut être enlevé par un vent à peine sensible, si on le réduit en poudre très-fine, la surface des grains de cette poudre devenant alors comme infinie à l'égard de leur solidité.

Ce Mémoire, qui n'étoit qu'une pure recherche de Géométrie, avoit écarté pour quelque temps M. Pitot de ses travaux sur la Mécanique & sur l'Hydraulique, il les reprit, & donna dès l'année suivante une suite de recherches en deux Mémoires sur les aubes des roues qui doivent être mûes par un courant d'eau: les principes qui servent à déterminer le nombre des aubes, leur grandeur, leur position, la quantité dont elles doivent être plongées, & à évaluer le degré de force qu'elles ont dans tous ces différens cas y sont discutés avec la plus scrupuleuse exactitude; & en suivant exactement les principes de M. Pitot on sera presque assuré d'éviter toute erreur en cette matière. Ce n'auroit été remplir qu'imparfaitement l'objet qu'il avoit en vue que de donner simplement les moyens de déterminer l'action de l'eau sur les roues des machines, s'il n'avoit aussi donné les moyens de connoître

& d'évaluer cette action, ce fut ce qui le détermina à donner en 1730 un Mémoire sur le mouvement des eaux.

Les fameuses recherches de Galilée avoient appris depuis long-temps que l'eau qui étant tombée d'une hauteur donnée, coule ensuite horizontalement, prend une vîtesse dont le carré est égal au produit de la hauteur dont elle est tombée, multiplié par 56. Cette proposition étoit vraie, mais on en avoit déduit une assertion qui ne l'étoit qu'en partie. On en concluoit que la quantité d'eau coulante augmentoit en même raison que la vîtesse, & c'est ce qui n'est vrai que tant que l'eau coule dans un tuyau, parce qu'elle s'y meut uniformément & ne peut couler plus vîte sans qu'il en passe davantage; au lieu que dans le cas où elle est libre l'augmentation de sa vîtesse n'influe en rien sur sa quantité; erreur qui pouvoit être de la plus grande conséquence en cette matière. Il applique ensuite cette même théorie aux rivières, & explique par son moyen les phénomènes les plus singuliers du mouvement de leurs eaux.

Il auroit été bien difficile que tant de recherches sur le mouvement des fluides & sur celui des corps qui en sont choqués, soit directement, soit obliquement, n'eussent pas tourné les regards de M. Pitot vers la manœuvre des Vaisseaux, qui n'est qu'une application continuelle des mêmes principes; il travailla en effet sur cette importante matière, & le fruit de son travail fut sa Théorie de la manœuvre des Vaisseaux qui parut en 1731; il y examine tout ce qui peut avoir rapport au mouvement du Vaisseau; la vîtesse absolue du vent, son angle d'incidence sur les voiles, la grandeur des voiles, & la quantité qu'en porte le Navire, sa figure, ou plutôt celle de sa proue qui influe prodigieusement sur la résistance de l'eau, l'angle de la route avec la direction du vent, la dérive ou le chemin que le Vaisseau fait latéralement dès que le vent est oblique à la route, l'action du gouvernail, tout y est discuté avec le plus grand détail; mais ce qui caractérise principalement cet ouvrage, c'est le grand nombre de Tables qui donnent aux Pilotes, presque sans aucun calcul, toutes les déterminations dont ils peuvent avoir besoin. Ce livre fut extrêmement goûté des Marins, & les Anglois, bons

juges en pareille matière, le firent traduire en leur langue & en récompensèrent l'Auteur en lui accordant une place dans la Société Royale.

L'examen qu'avoit fait M. Pitot des différentes manières de mesurer le sillage du Navire, ou, ce qui revient au même, la vîtesse des eaux courantes ne lui avoit rien offert qui pût le satisfaire. Il imagina pour cet effet un instrument si simple, qu'il fut long-temps à se persuader qu'il n'eût pas été prévenu sur cet article; il ne consiste qu'en un seul tuyau de verre, recourbé par en bas à angle droit, & dont l'embouchure forme une espèce de pavillon. Il est clair que si l'on plonge ce tuyau dans une eau dormante, l'eau ne s'élevera que jusqu'à son niveau; mais si on le plonge dans une eau courante, de manière que son pavillon soit opposé à la direction du courant, l'eau s'élevera dans le tuyau au-dessus de son niveau, & s'y élevera d'autant plus que le courant sera plus vif. Il donna, en 1732, la description de cet instrument, la manière de le construire, celle de le graduer, & les différentes applications qu'on en pouvoit faire, soit à la recherche de la vîtesse des eaux courantes, soit à celle du sillage des Vaisseaux.

La question de la Figure de la Terre, suspendit en 1733 les travaux Mécaniques & Hydrauliques de M. Pitot, elle lui fit faire une petite diversion vers l'Astronomie. Il avoit été question dans l'Académie de déterminer la courbe formée sur la surface de la Terre, par la section d'un plan donné de position. M. Pitot se proposa le Problème dans la plus grande généralité; c'est-à-dire pour tous les sphéroïdes & les conoïdes quelconques, & se rabattant ensuite sur ceux qui sont produits par les sections coniques, il fit voir que dans le paraboloïde les sections parallèles à l'axe forment des paraboles égales & semblables à la parabole génératrice, & les sections non parallèles, des ellipses; que dans l'ellipsoïde toutes les sections devenoient des ellipses, avec cette seule différence, que celles qui étoient parallèles à l'axe en formoient de semblables à l'ellipse génératrice; que dans l'hyperboloïde les sections parallèles à l'axe donnent des hyperboles semblables à l'hyperbole génératrice; toutes celles qui sont parallèles

aux aſymptotes, des paraboles; & qu'enfin, entre celles qui ſont obliques aux aſymptotes, celles qui les coupent, toutes deux forment des ellipſes, & celles qui n'en coupent qu'une, des hyperboles.

Cette recherche avoit vraiſemblablement réveillé chez M. Pitot le goût qu'il avoit autrefois eu pour l'Aſtronomie, car il donna la même année une ſolution ſi ſimple du fameux problème de Képler, que le calcul s'en exécute preſque avec le ſeul ſecours des logarithmes, & l'année ſuivante il donna la ſolution du problème géodéſique, au moyen duquel on détermine le point d'où l'on verra quatre points donnés ſous des angles égaux.

Cette même année 1733 fut marquée par un évènement Académique trop honorable à M. Pitot pour être paſſé ſous ſilence: l'âge & les infirmités de M. de Lagny l'ayant déterminé à demander la vétérance, la place de Penſionnaire-Géomètre qu'occupoit ce ſavant Analyſte fut déférée à M. Pitot par le choix du Roi & celui de l'Académie.

Auſſi-tôt après, M. Pitot retourna à ſes travaux Mécaniques & Hydrauliques, & ce retour fut entier; car, à l'exception d'un ſeul problème Aſtronomique dont il donna la ſolution en 1736, on ne l'a plus vu déſormais occupé dans l'Académie d'autres objets.

Le premier travail de ce genre qu'il donna fut ſa belle Théorie des Pompes, dont il lut la première Partie en 1735, & la ſeconde en 1739. On deſiroit depuis long-temps un pareil Ouvrage, & cela avec d'autant plus de fondement que les pompes ſont peut-être, de toutes les machines Hydrauliques, celles dont on fait le plus d'uſage. M. Pitot, dont le talent étoit de tout analyſer, & de tout réduire aux premiers principes, n'a pas manqué d'y rappeler les pompes. Le jeu des piſtons, celui des ſoupapes & leurs diamètres, la groſſeur des tuyaux, la vîteſſe imprimée à l'eau, la hauteur à laquelle elle doit être élevée, tout y eſt rappelé à des principes ſi clairs que le calcul devient d'une facilité & d'une ſimplicité ſurprenantes, & que ces deux Mémoires ſont un guide aſſuré pour ceux qui voudront à l'avenir faire conſtruire de ces ſortes de machines.

Il traita de la même manière, en 1736, une autre machine

Hydraulique,

Hydraulique, la vis d'Archimède. On ſait que cette ſingulière machine eſt compoſée d'un tuyau roulé en pas de vis ſur un cylindre incliné, & dans lequel, au moyen de ſa rotation, l'eau monte réellement en deſcendant toujours. Ce paradoxe Hydraulique étoit connu de tout le monde, mais perſonne ne s'étoit encore aviſé de rappeler cette ingénieuſe machine au calcul, ni d'en diſcuter les effets; M. Pitot répara cette omiſſion, & non-ſeulement il rendit raiſon de l'élévation de l'eau dans cette machine; mais encore il donna le moyen d'en évaluer le produit & d'éviter d'être trompé dans les réſultats.

Une machine propoſée pour fournir de l'eau à la ville de Paris, & qui devoit, diſoit-on en élever dix mille muids en vingt-quatre heures, à cent trente pieds de hauteur, avec une force médiocre, engagea M. Pitot à raſſembler dans un Mémoire qu'il lut en 1737, les principes qui doivent ſervir à déterminer l'effet d'une machine propoſée, & par l'application qu'il en fit à la machine en queſtion, il ſe trouva que pour lui faire produire l'effet qu'on s'en promettoit il auroit fallu lui appliquer la force d'environ quinze cents hommes, ou de deux cents chevaux. On juge bien que d'après ce calcul la machine ne fut pas exécutée. Mais l'Académie crut, avec d'autant plus de raiſon, devoir publier ce Mémoire, qu'il n'arrive que trop ſouvent que des Inventeurs s'entêtent de leurs idées, & que le calcul très-ſimple de M. Pitot peut aiſément apprendre à ceux qui voudront s'en ſervir ce qu'ils ont à attendre de leurs machines, & ſouvent leur épargner bien des frais & bien des tentatives inutiles; on ne peut être trop armé contre la ſéduction.

Il donna encore en 1739, un dernier Mémoire d'Hydraulique; il y eſt queſtion de la jonction des rivières, & de l'altération que cette jonction doit produire dans le mouvement de leurs eaux: cette matière y eſt rappelée au calcul, & ce qu'il y a de ſingulier c'eſt que ce calcul ſemble s'écarter en quelques points de l'expérience. Mais M. Pitot fait voir que cette différence ne vient que de ce que le calcul n'a aucun égard à un grand nombre de cauſes phyſiques qui compliquent les effets & altèrent les réſultats du calcul dans lequel elles ne ſont pas entrées.

Jusqu'ici nous n'avons considéré M. Pitot que comme un savant & laborieux Académicien ; nous devons même ajouter que personne n'étoit plus souvent que lui chargé de l'examen des Mémoires, des Machines, des projets qu'on présente journellement à l'Académie, ou qui y sont journellement renvoyés. Nous allons présentement le voir sous un nouveau point de vue, & le considérer comme un Académicien citoyen, & consacrant à l'utilité de ses compatriotes, les lumières qu'il avoit acquises dans la Capitale & dans l'Académie.

Les États généraux du Languedoc invitèrent en 1740, M. Pitot à venir faire la vérification d'un projet proposé pour le dessechement des marais du bas Languedoc. Il accepta l'offre ; peut-être entroit-il dans cette acceptation un peu du desir très-légitime de revoir son père & sa patrie qu'il avoit quittés il y avoit vingt-deux ans. Il fit, avec un travail immense, la vérification proposée, & ne revint à Paris qu'après avoir ordonné les ouvrages nécessaires, & pourvu à la salubrité d'un grand nombre de villes & de villages que les vapeurs des eaux croupissantes dépeuploient par les maladies mortelles qu'elles y causoient, & qui n'y ont pas reparu depuis. Il rendit compte de tout ce travail à l'Académie, dans deux Mémoires qu'elle a publiés en 1741 & en 1746.

Le succès des opérations de M. Pitot, engagea les États à lui proposer de venir se fixer dans la province, & d'accepter la direction des travaux publics d'une des trois Sénéchaussées, & celle du Canal royal de Languedoc. Quelque flatteuse que fût cette proposition, M. Pitot hésita quelque temps à l'accepter ; son attachement pour l'Académie, les amis que son mérite lui avoit faits ici, dans le nombre desquels il nous est permis de compter l'illustre Maréchal de Saxe qui l'honoroit de sa confiance, étoient autant de liens qui l'attachoient à Paris & qui lui coûtoient à rompre. Cependant l'amour de la patrie l'emporta. Il est d'usage, & c'est même un des articles du règlement de l'Académie, que tout Pensionnaire qui prend une résidence hors de Paris, perde sa pension. Cependant, sur la représentation que fit au Roi M. le Chancelier d'Aguesseau, qu'il n'étoit pas juste que M. Pitot

fût en quelque ſorte puni, parce qu'il alloit ſervir dans un autre endroit du Royaume, une partie de ſa penſion lui fut conſervée, & il en a joui juſqu'à ſa mort. Il demanda donc la vétérance, & l'ayant obtenue il partit pour le Languedoc, & y fixa ſon ſéjour à Montpellier. Peut-être entroit-il pour quelque choſe dans le choix qu'il fit de cette ville, d'y trouver une Académie floriſſante.

Les bornes preſcrites à cet Éloge ne nous permettent de rappeler ici que très-ſommairement, les différens monumens conſacrés par M. Pitot, à l'utilité publique pendant près de trente ans qu'il a dirigé les travaux de la province.

Perſonne, je crois, n'ignore que les Romains avoient conſtruit un pont aqueduc ſur la rivière du Gardon, pour conduire à l'amphithéâtre de Nîmes, les eaux d'une ſource ſituée près d'Uzès. Les reſtes de ce pont connu ſous le nom de pont du Gard, ſont encore aujourd'hui l'objet de la curioſité des voyageurs. La province ayant décidé de faire bâtir un pont ſur cette rivière, M. Pitot l'adoſſa au pont du Gard. Ce pont eſt auſſi beau & auſſi grand que le pont-royal. On le nomme le nouveau pont du Gard, mais les habitans du pays le nomment le *pont Pitot:* honneur bien dû à ceux qui conſacrent leur temps & leurs ſoins à ces utiles conſtructions, & deviennent par-là les bienfaiteurs du commerce & de l'humanité.

Nous ne faiſons qu'indiquer ici trois autres ponts qu'il a fait conſtruire. Le premier de cinquante-deux arches ſur l'étang de Frontignan, pour faciliter le paſſage de Montpellier au port de Cette; & les deux autres ſur les rivières d'Ardèche & d'Hérieu, pour une grande route qui doit aller du Saint-Eſprit à Lyon; les ouvrages qu'il a fait faire pendant vingt-quatre ans, pour la conſervation & l'entretien du Canal royal, les ouvrages faits pour garantir la ville d'Alais des inondations du Gardon, qui ſont quelquefois ſi ſubites que, dans la dernière qui arriva en 1745, un particulier qui ſoupoit au premier étage de ſa maiſon, fut tout ſurpris de voir entrer ſon cheval dans ſa chambre, où cet animal avoit été chaſſé par l'eau qui le pourſuivoit; ceux qu'il fit pour garantir à Toulouſe des eaux de la Garonne, l'île de Tounis; la conduite des eaux de Carcaſſonne, nous ſupprimons,

dis je, tous ces utiles monumens de son zèle & de sa capacité, pour en venir à son dernier & son plus bel ouvrage, à la conduite des eaux de Montpellier.

Cette belle ville placée sous le ciel le plus favorable, & jouissant de tant d'autres avantages, souffroit une privation très-incommode. Elle n'avoit point de fontaines, ou du moins n'en avoit que deux peu abondantes & d'une mauvaise qualité. On avoit bien proposé d'amener au plus haut de la ville, les eaux des sources de Saint-Clément & du Boulidou, qui sont à trois lieues ou environ de la ville, mais on avoit toujours été arrêté par les difficultés. Elles n'effrayèrent plus dès qu'on eut M. Pitot; la Ville s'en remit à sa prudence & à son habileté; il fit & refit plusieurs fois les nivellemens; & après s'en être bien assuré, il osa promettre d'amener cette eau à la place du Peyrou, lieu le plus élevé de la ville, & ne répondit autre chose à ceux qui le défioient de l'y faire monter, sinon qu'il comptoit bien l'y faire descendre; & en effet elle forme dans cette belle place une cascade de près de sept pieds de haut. Cet ouvrage dura treize ans entiers; l'aqueduc absolument bâti en pierres de taille, passe tantôt sous terre, tantôt en l'air sur un double rang d'arcades: il a fallu petarder des rochers & couper des monticules. Il fournit quatre-vingts pouces d'eau d'une très-bonne qualité, & il fait aujourd'hui l'admiration des connoisseurs & des Étrangers, qui le mettent sans hésiter au rang de ce que les Romains ont fait de plus beau en ce genre.

Depuis que M. Pitot s'étoit établi en Languedoc, il avoit fait huit voyages à Paris. Au retour du dernier en 1756, il fut attaqué d'une fluxion de poitrine qui le mit à toute extrémité. Il se réduisit dès-lors au régime le plus sévère, il pesoit son pain & ne vivoit presque que de lait & de miel. Il se retira à Aramont, lieu de sa naissance où il se plaisoit; il cultivoit son jardin, il faisoit des modèles de machines hydrauliques, il calculoit la route des Comètes qui paroissoient, & n'étoit jamais un moment oisif. C'est ainsi qu'il vécut jusqu'à la fin de 1770, qu'un crachement de sang joint à une toux continuelle, l'obligèrent à garder la chambre; il souffrit avec la constance la plus marquée ses longues

& cruelles douleurs; & après avoir reçu les ſecours ſpirituels avec la piété la plus édifiante, il vit approcher la mort avec la fermeté la plus ſtoïque & la réſignation la plus chrétienne. Il s'étoit familiariſé depuis long-tems avec elle; il avoit fait creuſer lui-même ſon tombeau dans l'égliſe des Récollets d'Aramont, & il le montroit volontiers à ſes amis: idée peut-être ſingulière, mais il faut avoir une ame bien pure, pour enviſager de ſang-froid un pareil objet. Il mourut le 27 Décembre 1771, âgé de près de ſoixante-dix-ſept ans.

M. Pitot étoit d'une taille médiocre & d'une figure peu prévenante & peu agréable, mais ſon eſprit & ſon génie réparoient ce défaut avec avantage. Modeſte juſqu'à la timidité, il parloit peu, mais il s'exprimoit bien & toujours avec juſteſſe & préciſion, ſes démonſtrations étoient claires & exactes, ſon caractère étoit doux & tranquille, & il ne cherchoit que les occaſions d'obliger; auſſi étoit-il généralement aimé. Sa probité & ſon déſintéreſſement étoient à toute épreuve; il n'avoit jamais ſongé qu'à ſe rendre utile à ſes compatriotes, & il y avoit ſûrement bien réuſſi. Il avoit obtenu en 1748, des lettres de confirmation de Nobleſſe; & en 1754 il avoit été décoré de l'Ordre de Saint-Michel. Il s'étoit marié en 1738, avec Marie-Léonine de Saballoua, d'une des plus anciennes Maiſons de la baſſe Navarre. Il a eu deux fils, l'aîné eſt mort en bas âge, & le ſecond eſt aujourd'hui premier Avocat général de la Cour des Comptes, Aides & Finances de Montpellier, & Membre de la Société royale des Sciences de la même ville.

FIN de l'Hiſtoire.

ERRATA POUR LES MÉMOIRES DE 1764.

Page 372, Problème IV, *aux logarithmes dont il est dit qu'il faut faire une somme, il faut ajouter le logarithme constant*, 7,96859.

ERRATA POUR LES MÉMOIRES DE 1770.

Page 175, ligne 7, au lieu de $\frac{RdV}{dx}$, *lisez* $\frac{dRV}{dx}$.

Ibid. ligne 12, au lieu de $\frac{RdQ'}{dx}$, *lisez* $\frac{dRQ}{dx}$, *&* RQ' *au lieu de* Q'.

Page 124, ligne 22, ajoutez, on pourra de même supposer $\frac{X + \Delta X}{X} = Q$ étant une fonction quelconque de x', & alors X sera égal au produit indéfini. $Q . Q - \Delta Q . Q - 2 \Delta Q - \Delta^2 Q \ldots\ldots\ldots Q$ pourroit même être fonction de x' & de y; & si la proposée étoit d'un ordre supérieur de y, Δy, &c. & ce produit pourroit, en mettant ensuite dans Q, pour la plus haute différence de y, sa valeur tirée d'une des intégrales, devenir un produit en x' purs, mais d'une fonction qui contiendroit des arbitraires; autrement on auroit une intégrale qui ne feroit en termes finis, ni par rapport à y, ni par rapport à x. Cette remarque s'étend sur tous les articles suivans où il est question de ces produits.

Ibid. ligne 20, au lieu de I, lisez P.

ERRATA POUR L'HISTOIRE DE 1771.

Page 49, ligne 30, n'ose, *lisez* ose.

Page 55, ligne 7, SUR LES, lisez *SUR DES*.

Page 62, avant-dernière ligne, tout ce qu'il y a, & même, *lisez* & même tout ce qu'il y a.

Page 78, ligne dernière, ôtant le diaphragme avec l'ouverture entière, *lisez* ôtant le diaphragme, avec l'ouverture entière il observe.

ERRATA POUR LES MÉMOIRES DE 1771.

Page 280, ligne 23, j'en sortis le 6. Au lever du Soleil, &c. *lisez* j'en sortis le 4. Le 6, au lever du Soleil, &c.

Page 704, après la ligne 11, ajoutez j'ai toujours supposé dans le Mémoire que $\frac{2n^2 + n'^2}{2}$ pouvoit être plus grand que $\frac{n^2 + 2n'n + n'^2}{2}$, ce qui est vrai en général; mais comme il faut pour cela que $n > n'$, il en résulte que si on savoit que n fut nécessairement, dans certains cas, plus petit que n', on ne pourroit dans ces cas, quelques valeurs qu'on donnât aux P, Q, R, parvenir à un nombre de coëfficiens plus grand que celui des conditions; c'est ce qui arriveroit si on connoissoit, *à priori*, des fonctions différentielles, telles que leur intégrale ne put être que purement logarithmique. En effet, dans ce cas, n est nécessairement plus petit que n'. Or M. de la Place m'a fait connoître qu'il existoit de telles fonctions parmi celles dont l'intégrale n'est pas connue; en sorte que pour cette classe de fonctions on ne peut s'assurer par la méthode précédente que leur intégrale soit nécessairement possible en termes finis, mais seulement la trouver toutes les fois qu'elle le sera.

MÉMOIRES



MÉMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences.

Année M. DCCLXXI.

ANALYSE D'une Eau minérale de la ville de Roye.

Par M.rs DE LASSONE & CADET.

MESSIEURS les Officiers municipaux de la ville de Roye, informés qu'une nouvelle ſource d'eau minérale découverte aux environs de cette ville, avoit des propriétés médicinales dont l'efficacité avoit été bien reconnue 14 Nov. 1770.

par les gens de l'Art, desirèrent que l'analyse en fût faite en grand & avec tout le soin qu'elle exige, afin que la nature & les vertus de cette eau minérale fussent mieux constatées.

A la sollicitation de M.rs les Officiers municipaux, M. Dupleix, Intendant d'Amiens, toujours guidé par son zèle pour le bien public, a bien voulu confier ce travail intéressant à M. de Lassone & à moi.

La ville de Roye, auprès de laquelle se trouve la source d'eau minérale, est située à l'extrémité du petit canton de la Picardie, appelé *Santerre*, dans un terroir fertile & renommé pour la salubrité de l'air & des eaux; elle est très-ancienne, plusieurs monumens l'attestent. Il y a quelques années qu'en fouillant une montagne, on y trouva différentes médailles & antiquités très-curieuses, conservées par Dom Grenier, savant Religieux Bénédictin qui s'occupe de l'histoire de Picardie.

L'eau minérale dont nous allons rendre compte, est à Saint-Marc, à un quart de lieue de la ville de Roye; on doit la découverte de la source à M. Garde, Chirurgien de cette ville.

L'un de nous s'est transporté sur les lieux & a été conduit à la source, auprès de laquelle est un bassin que la ville de Roye y a fait construire: ce bassin forme un carré de deux pieds onze pouces, l'intérieur en est revêtu de pierres de grès.

On y tient ordinairement l'eau minérale à onze pouces de hauteur à l'aide d'un venteau, pour empêcher que les eaux inférieures, grossies par les pluies, n'y refluent.

Les sources d'eau minérale renfermées dans ce bassin, sortent d'une montagne au nord; elles fournissent en une minute quatorze pintes, mesure de Paris; ce qui fait environ quatre cents vingt pintes en une demi-heure, c'est-à-dire, un pouce d'eau.

Cette eau puisée à son bassin, est claire & limpide; elle a une saveur ferrugineuse, très-sensible.

Nous avons fait vider entièrement le bassin afin de nous mettre en état de juger si l'eau qui y viendroit ensuite, ne différeroit pas de celle que nous venions de goûter. Nous vimes jaillir du fond & des côtés de l'intérieur du bassin, plusieurs filets d'eau: nous les examinames avec la noix de gale sépa-

rément; ils nous parurent être de même qualité & partir de la même ſource, à l'exception cependant d'un filet d'eau douce qui ne ſe teignoit point avec la noix de gale. Comme il étoit eſſentiel de détourner ce filet d'eau douce qui ne pouvoit qu'affoiblir les principes de l'eau minérale, nous fimes faire en notre préſence les travaux néceſſaires à cet effet, & nous parvinmes à détourner ce filet d'eau.

L'eau minérale nous ſembla avoir une très-légère odeur d'*hepar*, qu'on y diſtinguoit également par le goût, & que n'avoit pas celle que nous avions goûtée d'abord; cette odeur foible d'*hepar* nous parut beaucoup plus ſenſible, un jour qu'il avoit plu.

Nous ſommes deſcendus à la ſource, munis d'un thermomètre fait ſuivant les principes de M. de Reaumur, & qui étoit à 21 degrés au-deſſus de la congélation: au bout d'un quart-d'heure ce thermomètre avoit baiſſé de 10 degrés. Nous avons répété pendant pluſieurs jours cette expérience avec le même thermomètre, & nous avons eu conſtamment 10 degrés de moins.

Pour juger de la peſanteur ſpécifique de l'eau minérale, nous l'avons comparée avec de l'eau diſtillée & avec de l'eau de la Seine, au moyen d'un aréomètre de M. Briſſon, fait ſuivant la méthode de Fahrenheit; la température de ces eaux étant de 18 degrés au-deſſus de la congélation, au thermomètre de M. de Reaumur.

Nous avons trouvé la peſanteur ſpécifique du pied cube de chacune de ces eaux, dans l'ordre qui ſuit:

	liv.	onc.	gros.	grains.
En ſuppoſant que le pied cube de l'eau diſtillée pèſe	70.	"	"	"
Le pied cube de l'eau de la Seine, filtrée	70.	"	2.	17
Le pied cube de l'eau minérale de la ville de Roye pèſe	70.	"	3.	$25\frac{5}{8}$

Nous avons fait creuſer profondément en différens endroits vers les côtés de la ſource; nous n'avons trouvé ni pyrites, ni terres glaiſeuſes. On a retiré de ces fouilles une terre blanche calcaire, qui paroît faire un des principes de cette eau minérale: on a auſſi trouvé parmi ces pierres un oſſement d'animal, qui étoit

noir comme du jayet. Nous l'avons fait scier; l'intérieur étoit d'un aussi beau noir que la superficie: cette couleur noire est sûrement dûe au fer de l'eau minérale dont cet os a été pénétré, & dont le phlogistique s'est combiné avec le fer.

Pour nous mettre d'abord en état de distinguer les principes constituans de cette eau, nous l'avons soumise à des expériences préliminaires, usitées parmi les Chimistes en pareils cas; telles que la dissolution d'argent, l'huile de tartre par défaillance, l'alkali volatil, la liqueur animalisée, &c.

La noix de gale l'a teint promptement en une couleur violette foncée, qui prouve la présence du fer.

L'esprit-de-vin dans l'instant du mélange n'y opère aucun changement.

L'alkali fixe l'a troublée aussitôt & l'a rendue laiteuse; ce qui nous a indiqué d'abord la présence de sels à base terreuse.

La dissolution d'argent lui donne un œil opale qui passe peu de temps après à une couleur violette assez foncée.

Cette première couleur nous a fait juger que cette eau minérale pouvoit tenir de l'acide marin, & la seconde couleur nous a indiqué la présence du fer.

Le sirop de violette y a pris une couleur verte assez foncée, qui nous a fait penser que cette eau pouvoit contenir non-seulement du fer, mais encore quelques autres substances alkalines.

La liqueur animalisée a occasionné seulement une légère teinte verte; ce qui nous a portés à croire que le fer de cette eau n'y étoit point vitriolisé comme dans plusieurs eaux minérales, en particulier celles de M. Calsabigi à Passy, dont l'un de nous a obtenu un véritable bleu de Prusse.

Cette eau n'altère point le papier bleu, au contraire il semble qu'elle en avive la couleur.

Le savon s'y dissout parfaitement, ce qui nous annonçoit que cette eau ne contenoit point de sels vitrioliques & séléniteux, ou du moins qu'elle n'en contenoit qu'en bien petite quantité.

Plusieurs habitans de la ville de Roye, auxquels on avoit conseillé l'usage de cette eau minérale, n'osèrent se déterminer à en boire, parce qu'on leur avoit assuré qu'elle étoit cuivreuse. Cette

observation qui ne partoit certainement que du zèle de celui qui l'avoit cru, nous mit dans le cas d'examiner plus particulièrement cette eau, pour voir si effectivement elle ne contenoit pas du cuivre. On y laissa tremper pendant fort long-temps une lame d'acier polie, sans qu'elle y ait souffert la moindre altération.

L'alkali volatil qui est comme la pierre de touche du cuivre, n'y donnoit aucune couleur bleue qui pût l'y faire craindre; mais comme l'on sait aujourd'hui que cette expérience n'est pas toujours démonstrative, nous avons eu recours à différens autres moyens. Il étoit possible que le cuivre soupçonné dans ces eaux, y fût dans une neutralité parfaite, ou que quelques principes alkalins s'opposassent à sa précipitation sur la lame de fer; en conséquence nous y avons versé quelques gouttes d'acide nitreux afin de faciliter la précipitation du cuivre: elle a été seulement dépolie à sa surface, sans que nous y ayons aperçu aucun indice de couleur cuivreuse.

Cette même eau minérale, concentrée & animée de quelques gouttes d'acide nitreux, mêlées avec trois parties d'esprit-de-vin, ne nous a donné à l'inflammation aucune nuance de couleur verte.

Toutes ces différentes expériences nous font prononcer affirmativement que cette eau minérale ne contient point de cuivre.

Comme ces expériences momentanées n'avoient fait jusqu'alors que nous donner des indices sur les principes constituans de cette eau minérale, & qu'il étoit essentiel d'y procéder analytiquement, nous avons évaporé sur les lieux cent pintes de cette eau minérale; dès l'instant qu'elle a senti la chaleur, elle s'est colorée d'un jaune citron, quelque temps après il s'en est dégagé nombre de bulles d'air. Nous avons exposé une feuille de papier frotté de blanc de céruse à la première vapeur de l'évaporation, afin d'examiner si ce papier n'éprouveroit pas quelqu'altération sensible; ce que nous n'avons tenté qu'à raison de l'odeur d'*hepar* que nous y avons reconnue, & qui paroît tenir à un principe sulfureux, subtil & si fugace, qu'il se perd à l'air libre & sans le secours de la chaleur. Le papier n'y a point changé de couleur; une pièce d'argent tenue pendant quelque temps dans cette eau minérale, n'y a ni jauni ni noirci: ce qui fait voir encore que le principe

ſulfureux eſt pour bien peu de choſe dans cette eau minérale.

Au commencement de l'évaporation nous avons vu ſe former pluſieurs flocons jaunes qui ont augmenté peu à peu, & qui enſuite ſe ſont précipités dans l'évaporatoire. Nous avons ſéparé ce précipité en continuant l'évaporation, qui ſe faiſoit très-lentement & ſans ébullition; nous avons remarqué à la ſurface une pellicule ſi fine, qu'il nous a été impoſſible d'en rien recueillir; nous la crumes d'abord une ſélénite.

Lorſque nos cent pintes ont été réduites à une, on a filtré le tout. La liqueur que nous avons ſéparée par le filtre avoit une couleur jaune de petite bière; nous l'avons miſe à évaporer dans une capſule de verre ſur un bain de cendre; lorſqu'elle a été réduite à près de deux onces, la vapeur qui s'en élevoit avoit une odeur ſemblable à celle que donne l'eau-mère du ſel marin, elle en avoit auſſi le goût.

Quelques gouttes de cette liqueur concentrée, miſes ſur un verre d'eau diſtillée, auquel nous avions ajouté une diſſolution d'argent de coupelle par l'acide du nitre, en ont précipité ſur le champ l'argent en un *coagulum* qui fait la lune cornée; ce qui a achevé de nous convaincre de la préſence de l'acide marin, que nous ſoupçonnions déjà dans cette eau minérale.

Nous avons expoſé au frais cette liqueur concentrée; elle a donné nombre de criſtaux par petits feuillets: ce ſel ayant été parfaitement deſſéché avec le reſte de la liqueur qui l'avoit fourni, nous avons trouvé en totalité ſoixante-douze grains d'un ſel roux très-âcre, très-ſalé & très-avide de l'humidité. Nous avons diſſous ce ſel dans de l'eau diſtillée, il nous eſt reſté ſur le filtre ſix grains d'une poudre que nous primes d'abord pour de la ſélénite, mais qui, bien examinée, n'étoit qu'une terre alkaline. L'acide du vinaigre l'a diſſoute entièrement avec une vive efferveſcence.

Nous croyons que dans l'évaporation, cette terre alkaline y étoit combinée avec l'acide marin; mais dans la deſſication que nous avons faite de ce ſel, une portion de l'acide marin s'étant échappée, a fait paroître cette petite portion de terre alkaline, qui jointe à cet acide, avoit formé le ſel par feuillets dont nous venons de faire mention. La preuve en eſt, qu'en évaporant de

nouveau une diſſolution de ce ſel dans des verres de montre à la ſimple chaleur du ſoleil, nous n'en retirames pas le moindre veſtige; nous n'obtinmes que du ſel marin à baſe alkaline, bien figuré, par criſtaux cubiques. Il nous eſt reſté huit à dix gouttes d'eau-mère, qui miſes ſur un charbon ardent, y ont bourſoufflé conſidérablement, en répandant une odeur exactement pareille à celle du tartre brûlé; le charbon en étoit alkalin.

Il ne nous reſtoit plus qu'à examiner la terre martiale provenue de l'évaporation de nos cent pintes d'eau minérale. Comme cette terre martiale pouvoit auſſi contenir d'autres principes dont il falloit ſe rendre compte, nous verſames peu à peu une chopine de vinaigre diſtillé ſur cette terre martiale; ce que nous ne fimes que parce que nous penſions que cette terre étoit jointe à une ſubſtance alkaline que nous avions cru déjà y reconnoître. Nos idées furent bientôt confirmées par la vive effervefcence qui ſe fit dans ce mélange: nous filtrames, auſſi-tôt que le premier mouvement d'effervefcence fut paſſé, afin de ne pas donner le temps à l'acide du vinaigre d'agir ſur la terre martiale. Malgré toute la diligence que nous y apportames, cet acide ne laiſſa pas d'en diſſoudre une petite partie; ce que nous reconnumes par l'expérience de la noix de gale qui colora en violet la diſſolution. Si au lieu de l'acide du vinaigre nous y euſſions employé de l'acide vitriolique affoibli ou de l'acide nitreux, ainſi que l'ont pratiqué différens Chimiſtes en pareilles occaſions, cette petite portion de terre martiale nous auroit échappé infailliblement, ainſi que nous le ferons voir dans la ſuite de ce Mémoire.

Cette première extraction par le vinaigre avoit un petit œil verdâtre dont la cauſe étoit dûe encore à cette petite quantité de terre martiale; elle avoit un goût amer, tel que le donne le vinaigre diſtillé & ſaturé d'une terre calcaire. Nous verſames dans cette diſſolution de l'huile de tartre par défaillance; il ſe fit auſſi-tôt un précipité blanc très-abondant. Pour nous rendre compte de la nature de ce précipité, nous le lavames exactement afin de le dépouiller de la plus grande partie de l'alkali fixe qu'il retient dans la précipitation; nous diſons de la plus grande partie, parce que M. de Laſſone a démontré que la plupart de ces

précipités, malgré les lotions qu'on leur fait ſubir ne peuvent être dépouillés entièrement d'une portion d'alkali, qui ſemble faire un des principes de ces précipités, & dont on ne les prive que par des procédés particuliers.

Nous avons verſé ſur le précipité une ſuffiſante quantité d'eſprit de vitriol qui a occaſionné une vive effervеſcence & une chaleur aſſez conſidérable. L'effervеſcence entièrement ceſſée, nous avons trouvé au fond du matras à peu près la même quantité de ſubſtance que nous avions employée; elle y eſt devenue d'une grande blancheur: nous l'avons reconnue pour être une vraie ſélénite qui exige beaucoup d'eau pour ſa diſſolution. La liqueur décantée de deſſus cette même ſélénite, & miſe à évaporer, a donné un ſel ſéléniteux ſemblable au premier produit, tout par petits criſtaux ſoyeux & inſipides au goût, auxquels ont ſuccédé d'autres beaucoup plus gros, que nous avons jugé être un ſel d'Epſom à baſe terreuſe: ce qui nous a indiqué dans ce dépôt ocreux deux eſpèces de terres, l'une purement calcaire, & l'autre une vraie terre alkaline du ſel marin.

Nous avons verſé de l'acide vitriolique très-affoibli ſur une autre partie du dépôt ocreux; il y a eu un mouvement d'effervеſcence très-conſidérable. Quoique la plus grande partie de cette terre martiale fût diſſoute dans cette expérience, nous n'avons pas eu avec la noix de gale la plus petite teinte de couleur rouge qui pût nous indiquer dans cette diſſolution la préſence du fer, quoique nous l'euſſions eue très-ſenſiblement, comme nous l'avons obſervé, par l'expérience du vinaigre; ce qu'on doit attribuer au principe phlogiſtique de l'acide végétal qui s'eſt reporté ſur la terre martiale, & qui a donné lieu à la préſence du fer par la noix de gale. (Cette expérience doit nous rendre plus circonſpects ſur l'épreuve de la noix de gale lorſqu'il eſt queſtion de conſtater la préſence du fer dans les liqueurs où l'on pourroit le ſoupçonner.)

La terre martiale qui eſt reſtée de nos opérations, a été ſoumiſe dans un creuſet, à un feu aſſez violent, ſans avoir pu y prendre de couleur rouge; ce qui prouve bien que le fer de ces eaux n'y eſt point, comme nous l'avions penſé, dans l'état de vitrioliſation: d'ailleurs nos expériences conſtatent que cette eau

eau minérale eſt entièrement exempte d'acide vitriolique & de ſels qui en contiennent.

Une autre partie de cette terre martiale, calcinée légèrement dans un creuſet, n'a pu être attirée par l'aimant; mais cette propriété lui a été bientôt donnée en lui fourniſſant du phlogiſtique.

Nous avons évalué, M. de Laſſone & moi, que chaque pinte d'eau minérale pouvoit contenir un grain & demi de fer, deux grains de terre calcaire, un quart de grain de terre alkaline du ſel marin, un demi-grain de ſel marin à baſe alkaline, autant de ſel marin à baſe terreuſe, & un peu de matière graſſe qui nous a paru être de nature végétale, à laquelle on doit certainement la préſence du fer dans cette eau minérale par l'expérience de la noix de gale; & ſans cette matière graſſe, nous croyons que l'épreuve n'auroit pas eu lieu, ainſi que nos expériences nous l'ont démontré.

M. Boullanger, Médecin de la ville de Roye, connu pour un habile Praticien, a eu occaſion de placer cette eau minérale avec beaucoup de ſuccès, dans différentes maladies. Nous n'entrerons pas dans le détail des avantages que la Médecine peut en tirer, notre but étant uniquement d'en faire connoître exactement les principes. Il eſt certain qu'elle doit avoir dans bien des cas un très-grand avantage ſur la plupart des Eaux médicinales ferrugineuſes, en ce qu'elle eſt exempte d'acide vitriolique & principalement de ſélénite, ſel qui fait ordinairement la baſe de la plupart des eaux de puits, ce qui les rend dures & peſantes à l'eſtomac.

Les principes alkalins de cette eau minérale la mettent dans le cas d'être coupée avec le lait, ſans riſquer qu'il ſe caille; nous croyons même que les principes alkalins de cette eau minérale y ſont aſſez ſenſibles pour s'oppoſer à la coagulation d'un lait qui tendroit à s'aigrir.

Nous avons auſſi obſervé que ces eaux pouvoient ſe tranſporter à pluſieurs lieues ſans qu'elles précipitaſſent leur fer. Il nous en eſt arrivé depuis un mois dans des bouteilles de verre, de pinte, dont les bouchons avoient été goudronnés, ſans qu'elles aient dépoſé; elles teignoient également avec la noix de gale: malgré

cela, nous penſons qu'il eſt plus ſûr d'aller prendre ces eaux à la ſource même. La route de Paris à Roye eſt très-belle; la fontaine ſe trouve heureuſement ſituée en bon air & dans un lieu très-agréable.

Au-deſſus de cette fontaine, dans un Prieuré des environs, l'on rencontre pluſieurs autres ſources d'Eaux minérales, à peu près ſemblables à celles que nous avons examinées. La plupart de ces eaux coulent dans des foſſés qui entourent différentes prairies; elles ont un goût d'*hépar* beaucoup plus ſenſible que notre eau minérale, ce que nous penſons être dû à leur ſtagnation.

On remarque à la ſuperficie de ces eaux une pellicule avec iris; les plantes qui croiſſent dans ces foſſés ſont toutes chargées d'une terre ocreuſe, occaſionnée par le dépôt de ces eaux ferrugineuſes.

Nous nous ſommes informés ſi, près de Roye on connoiſſoit quelques autres ſources d'eaux minérales; on nous aſſura qu'à Baurin, qui eſt environ à quatre lieues de la ville, il y en avoit une très-ferrugineuſe: le Seigneur du lieu nous a conduits lui-même à la ſource; l'eau qui en couloit nous a paru très-vitriolique; nous croyons que cette eau minérale diffère très-peu de la première ſource des nouvelles Eaux de Paſſy, qui ſont également très-vitrioliques.

Cette eau peut mériter attention & une analyſe particulière; elle doit ſans doute ſes principes à une terre noire ſingulière qui abonde dans le pays, & par laquelle ces eaux ſe filtrent.

M. le Sage nous a donné une analyſe de cette terre, qui s'échauffe conſidérablement lorſqu'on l'expoſe à l'humidité; cette chaleur va même juſqu'au point de produire une flamme ſenſible pendant la nuit. La chaleur & l'inflammation ceſſées, il en réſulte une cendre qui eſt très-vitriolique & qui donne par quintal près de vingt livres de vitriol.

La terre de Sevrac en Rouergue, qui appartient à M.de la Maréchale de Biron, eſt encore beaucoup plus riche en vitriol; l'un de nous a retiré de deux livres & demie de cette terre, juſqu'à quatorze onces de vitriol; nous préſumons que l'on pourroit trouver le même avantage dans la terre de Baurin.

Nous avons demandé aux Ouvriers qui ſont occupés journellement à remuer ces cendres vitrioliques ſous des hangars, ſi à la longue ils n'étoient pas incommodés de la pouſſière conſidérable qui s'en élevoit, dont ils étoient tout couverts, & dont nous avions bien de la peine à ſupporter le goût & l'odeur; ils nous ont répondu n'avoir pas connoiſſance qu'aucun d'eux en eût été malade.

Ces cendres vitrioliques ſont encore un objet de conſommation dans le pays, on les emploie à la fertiliſation des terres; ceux qui s'en ſervent ont grand ſoin de ne les répandre que dans des temps pluvieux, & en prenant la précaution de les mêler dans de certains terrains avec une terre blanche de nature calcaire. Sans ces précautions, ſans l'humidité & ſans le principe terreſtre alkalin, qui donnent lieu à la décompoſition des ſels vitrioliques & alumineux dont ces cendres abondent, nous ſommes convaincus qu'elles nuiroient à la fertiliſation.



OBSERVATION
DE L'ÉCLIPSE DE SOLEIL, LE LENDEMAIN DU PASSAGE DE VENUS, Le 4 Juin au matin 1769;

Faite à Paris, de la guérite du Collége de Louis-le-Grand, qui est 2 secondes de temps à l'orient de la méridienne de l'Observatoire.

Par M. MESSIER.

18 Décemb. 1771. LE Ciel a été parfaitement serein pendant la durée de cette Éclipse. J'ai employé pour cette observation le petit télescope d'un pied, dont j'ai déjà parlé dans le Mémoire des observations du passage de Vénus; j'avois déterminé par le moyen du micromètre qui étoit adapté à cet instrument, le point du limbe du Soleil où l'attouchement des deux bords devoit se faire. J'ai observé le commencement de cette éclipse à une ou deux secondes près; mais comme mon observation ne s'accorde pas avec celle des autres Astronomes, j'ai lieu de présumer que je me suis trompé en marquant la seconde de la pendule qui m'étoit indiquée par un compteur qui sonnoit les secondes; je rapporterai mon observation telle que je l'ai faite. Je me suis attaché ensuite à mesurer la grandeur de l'éclipse avec le même micromètre, mais les phases que je vais rapporter sont douteuses; le télescope qui étoit placé sur un pied de bois n'étoit ni stable ni solide, il étoit si chancelant qu'en dirigeant l'instrument & touchant au micromètre, j'avois beaucoup de peine à fixer un des bords du Soleil à un des fils fixes & à conduire le fil mobile au bord de la Lune; mais j'ai très-bien observé l'entrée & la sortie d'un grand nombre de taches, dont j'avois déterminé les positions la veille.

OBSERVATION de la grandeur de l'Éclipse.

TEMPS VRAI.			PARTIE restante du diamètre du Soleil en partie de gr. cercle.		PARTIE éclipsée du Soleil en partie de gr. cercle.		GRAND. de l'Éclipse en doigts & minutes de doigts.		
H.	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*	
6.	47.	13	......		......		....		Commenc.t de l'Éclipse.
7.	0.	45	26.	14	5.	21	2.	2	
7.	7.	11	23.	37	7.	58	3.	1 ½	
7.	9.	6	22.	21	9.	14	3.	30 ½	
7.	10.	23	21.	57	9.	38	3.	39 ½	
7.	18.	28	20.	2	11.	33	4.	23 ½	
7.	20.	39	19.	14	12.	21	4.	42	
7.	22.	48	18.	50	12.	45	4.	51	
7.	25.	31	18.	41	12.	54	4.	54	
7.	29.	48	18.	6	13.	29	5.	7	
7.	31.	8	17.	52	13.	43	5.	13	
7.	32.	59	17.	44	13.	51	5.	15 ½	
7.	36.	42	17.	33	14.	2	5.	20	Milieu de l'Éclipse.
7.	37.	10	17.	38	13.	57	5.	18	
7.	39.	30	17.	54	13.	41	5.	12	
7.	46.	40	18.	34	13.	1	4.	56 ½	
7.	50.	14	19.	4	12.	31	4.	45	
7.	51.	44	19.	29	12.	6	4.	36	
8.	4.	4	21.	58	9.	37	3.	39	
8.	7.	27	23.	55	7.	40	2.	55	
8.	11.	16	25.	11	6.	24	2.	26	
8.	14.	29	26.	36	4.	59	1.	54	
8.	16.	51	27.	35	4.	0	1.	31	
8.	18.	6	28.	1	3.	34	1.	21 ½	
8.	20.	34	28.	46	2.	49	1.	4	
8.	23.	33	29.	49	1.	46	0.	40	
8.	27.	24	......		......		....		Fin de l'Éclipse.
8.	31.	26	31.	35	......		....		Diamètre du Soleil.

OBSERVATION de l'entrée & de la sortie des taches du Soleil de dessous le disque de la Lune.

Temps vrai.	
A 6h 51′ 41″	la tache du bord du Soleil n.° 1, commence à entrer.
6. 52. 1	la même tache entièrement entrée.
7. 12. 8	la première des trois taches n.° 2, commence à entrer.
7. 12. 23	la seconde des trois commence à entrer.
7. 13. 48	entrée totale de la même.
7. 14. 26	entrée totale des trois taches n.° 2.
7. 23. 43	immersion de la tache, n.° 3.
7. 27. 55	la tache n.° 4, commence à entrer.
7. 28. 22	entrée totale de la même tache.
7. 40. 26	la tache du milieu des trois, n.° 2, est sortie.
7. 41. 40	la facule de cette grande tache quitte le bord de la Lune.
7. 42. 15	la tache n.° 9, commence à entrer.
7. 43. 1	la même tache entièrement entrée.
7. 54. 52 ½	la tache n.° 4, sort.
7. 57. 34 ½	la tache n.° 3, commence à sortir.
7. 57. 54 ½	la même tache entièrement sortie.
8. 0. 5 ½	la tache n.° 6, commence à sortir.
8. 0. 22 ½	la même tache entièrement sortie.
8. 9. 17	la tache n.° 7, quitte le bord de la Lune.
8. 22. 20	la tache n.° 9, commence à paroître.
8. 22. 47	la même tache quitte le bord de la Lune.

Pendant la durée de l'Éclipse, on voyoit sensiblement des inégalités au bord de la Lune, comme M. le Prince de Croy l'avoit déjà remarqué dans l'éclipse de Soleil du 16 août 1765, qu'il observa à Calais * *(Voyez la figure qui suit ce Mémoire)*. Le bord de la Lune y est tracé avec ses inégalités au moment de sa plus grande phase.

* *Mémoires de l'Académie, année 1765, p. 554, pl. 17, 1.re*

Plusieurs jours avant l'Éclipse, j'avois prévu que plusieurs taches qui paroissoient sur le disque du Soleil, seroient éclipsées par le bord de la Lune; j'en déterminai les positions le 3 Juin entre dix & onze heures du matin, par le moyen d'un micromètre

adapté à un téleſcope Newtonien de 4 pieds & demi de longueur, qui groſſiſſoit ſoixante fois. Le jour même de l'Éclipſe, entre dix & onze heures, je déterminai de nouveau leurs poſitions; en voici les Tables.

Poſition des Taches le 3 Juin, entre dix & onze heures.

Num.° des taches.	TEMPS VRAI du paſſage des taches au fil vertical.	DIFFÉR. de hauteur des taches au bord ſupérieur du Soleil.
☉	10ʰ 25′ 20″	1ᵉʳ bord.
1.	10. 25. 29	13′ 1″
1.²	10. 25. 31	22. 8
2.	10. 26. 20	12. 30
3.	10. 26. 50	10. 8
4.	10. 26. 50	11. 19
5.	10. 26. 52	11. 22
6.	10. 26. 58	10. 23
7.	10. 27. 11	9. 10
11.	10. 27. 14	20. 28
12.	10. 27. 17	7. 16
8.	10. 27. 26	13. 5
9.	10. 27. 28	8. 25
☉	10. 27. 37	2ᵉ bord.

Poſition des Taches le 4 Juin, entre dix & onze heures.

Num.° des taches.	TEMPS VRAI du paſſage des taches au fil vertical.	DIFFÉR. de hauteur des taches au bord ſupérieur du Soleil.
☉	10ʰ 57′ 36″	1ᵉʳ bord.
1.	10. 57. 39	13′ 17″
2.	10. 58. 20	13. 21
3.	10. 58. 51	11. 12
4.	10. 58. 51	12. 18
5.	10. 58. 53	12. 18
6.	10. 59. 0	11. 22
7.	10. 59. 16	10. 11
8.	10. 59. 37	13. 28
9.	10. 59. 40	8. 51
10.	10. 59. 43	8. 31
☉	10. 59. 53	2ᵉ bord.

Les obſervations de ces deux Tables m'ont donné occaſion de décrire une figure qui repréſente toutes ces taches, elles y ſont numérotées; celles qui ne le ſont pas, ont été deſſinées à vue. J'ai diſtingué les poſitions du 3 d'avec celles du 4, en marquant celles du 3 par des points qui laiſſent la tache en blanc, & celles du 4 ſont noires & les facules en points; on reconnoîtra aiſément, à l'aide de cette figure, les taches qui ont diſparu du 3 au 4, comme celles

n.os 1.r, 11 & 12. Les taches qui ont été éclipſées, & que j'ai obſervées, ſont celles qui ont les n.os 1, 2, 3, 4, 6, 7 & 9. Au-deſſus de la figure j'ai tracé le mouvement de la Lune ſur ſon orbite durant l'éclipſe; de manière qu'il ſera aiſé à ceux qui auront obſervé les immerſions & émerſions de ces taches ſous le bord de la Lune de les reconnoître aiſément, en prenant avec un compas le demi-diamètre de la Lune, mettant enſuite une des pointes ſur l'orbite à l'heure & à la minute où l'obſervation de la tache aura été obſervée. L'autre pointe du compas ſera connoître la tache qui aura été éclipſée. C'eſt à ce deſſein que j'ai conſtruit cette figure de l'éclipſe.



CALCULS ET OBSERVATIONS SUR LE PROJET D'ÉTABLISSEMENT D'UNE POMPE À FEU POUR FOURNIR DE L'EAU À LA VILLE DE PARIS.

Par M. LAVOISIER.

J'AI fait voir dans un précédent Mémoire & dans différens rapports dont j'ai été chargé par l'Académie, combien la plupart des objections qui avoient été faites contre le projet d'amener à Paris l'eau de la rivière d'Yvette, avoient peu de solidité; il m'en reste une dernière à discuter aujourd'hui, qui n'est pas la moins importante, & qui paroît avoir fait plus d'impression que les autres dans le public; je veux parler de la dépense nécessaire pour l'exécution. Mon objet n'est pas d'entrer ici dans l'examen de tous les projets qui ont été proposés pour donner de l'eau à la ville de Paris, la plupart sont évidemment inférieurs à celui de l'Yvette, le Public & l'Académie en sont suffisamment convaincus; la pompe à feu seule paroît en état de lui disputer l'avantage. En conséquence, c'est de la seule comparaison de ces deux projets que je me suis proposé de m'occuper ici; je me suis efforcé de mettre dans cette discussion toute l'impartialité dont je suis capable.

M. Deparcieux a avancé *page 16* de son troisième Mémoire, qu'une ou plusieurs machines à feu, capables d'élever 1000 pouces d'eau à la hauteur où doit arriver l'Yvette, consommeroient par jour pour 600 francs de charbon de terre; cet article seul forme une dépense annuelle de 219 mille livres; M. d'Auxiron annonce au contraire dans la préface de son second Mémoire, que l'entretien annuel de quatre machines à feu capables d'élever 2400 pouces d'eau, n'excèdera pas 100 mille livres. Ces deux assertions en raison de la quantité d'eau & de la dépense, présentent une différence de plus de quatre cinquièmes dans les résultats.

Une ſi grande diſparité ſur un objet ſuſceptible de calcul, annonçoit ou l'incertitude des baſes d'après leſquelles on étoit parti, ou des conſidérations importantes négligées, ou enfin des erreurs de la part de l'un des deux Auteurs qu'on vient de citer. L'objet m'a paru aſſez important pour mériter d'être approfondi; je n'ai rien négligé pour en démêler la cauſe, & j'ai fait tout ce qui étoit en moi pour me mettre en état de fixer à cet égard les idées du Public & de l'Académie.

La reconnoiſſance & l'amitié m'obligent de dire que je dois à M. de Borda une partie des détails qui ſe trouveront dans ce Mémoire; il a ſuivi avec le plus grand ſoin les effets de la pompe à feu établie dans les mines de charbon de terre de Montrelais près d'Ingrande-ſur-Loire: il a bien voulu me communiquer non-ſeulement toutes les proportions de cette machine, mais encore des relevés de la conſommation, tirés des comptes mêmes rendus par le Directeur aux Entrepreneurs; il y a joint d'excellentes obſervations ſur les pompes à feu en général, & ſur l'effet qu'on doit en attendre. De mon côté, dans deux voyages que j'ai faits l'année dernière à Valenciennes*, j'ai pris ſur les lieux les renſeignemens les plus exacts ſur les pompes à feu qu'on emploie dans les mines de charbon de terre des environs de cette ville: c'eſt également ſur le relevé des comptes, que j'ai établi les calculs de la dépenſe; je n'ai négligé aucune des précautions qui m'ont paru néceſſaires pour m'aſſurer de l'exacte contenance des meſures du pays, & pour les rapporter au pied cube ou à la livre poids de marc.

* En 1770.

Le détail, la clarté & la préciſion avec leſquels on a rendu compte de la machine à feu de Bois-boſſu en Haynault, dans l'Encyclopédie, à l'article *Feu, (pompe à feu)* étoient bien capables de m'inſpirer la plus grande confiance; & l'accord qui s'eſt trouvé entre le réſultat des calculs faits ſur cette machine & ſur les deux que je viens de citer, m'ont donné une nouvelle preuve de leur exactitude réciproque.

La pompe à feu eſt une machine aſſez connue aujourd'hui pour que je puiſſe me diſpenſer d'en donner ici la deſcription: il en exiſte d'ailleurs deux très-exactes, la première dans l'Ency-

clopédie à l'article ci-deſſus cité, la ſeconde dans l'Architecture hydraulique de M. Bélidor; je me contenterai donc de dire ici en peu de mots que le mécaniſme de la pompe à feu conſiſte en un balancier de 25 à 30 pieds de longueur, mobile ſur deux tourillons; la force eſt appliquée à l'un des bras de ce balancier, & la réſiſtance, c'eſt-à-dire, l'attirail des pompes, eſt appliquée à l'autre.

La force qui fait mouvoir cette machine n'eſt autre choſe que la peſanteur de l'air; on fait alternativement par le moyen de la vapeur de l'eau bouillante & par une injection d'eau froide, le plein & le vide dans un grand cylindre de fonte creux, dans lequel un piſton peut librement monter & deſcendre. Il eſt clair que dans l'inſtant du vide le piſton qui eſt mobile dans le cylindre eſt chargé de tout le poids de la colonne d'air dont il eſt ſurmonté, il eſt donc forcé de deſcendre; or il ne peut le faire ſans faire deſcendre avec lui le bras du balancier auquel il eſt attaché par une chaîne, & ſans faire lever par conſéquent le piſton des pompes, qui tient à l'extrémité oppoſée de ce balancier. La vapeur de l'eau bouillante qui rentre l'inſtant d'après dans le cylindre, a bientôt aſſez de force pour faire équilibre, & même pour vaincre le poids de l'atmoſphère; le piſton remonte, & ainſi alternativement.

Quelque ſuccinct que ſoit cet expoſé, il ſuffira pour faire ſentir combien il eſt aiſé de calculer la force de la pompe à feu; il ne s'agit en effet que de déterminer la ſurface du cylindre, ou plus exactement du piſton qui eſt mobile dans ſon intérieur, & de calculer les proportions de la colonne d'air dont il eſt chargé; on ſait que ſon poids eſt égal à une colonne de mercure de même diamètre & de 28 pouces de hauteur.

Ce principe eſt la baſe des calculs contenus dans ce Mémoire; on va ſucceſſivement l'appliquer à trois machines à feu différentes: on a ſuppoſé par-tout la peſanteur du pied cube d'eau de 70 livres, la peſanteur ſpécifique du mercure de 13593, celle de l'eau étant ſuppoſée 1000; enfin par une conſéquence néceſſaire, on a ſuppoſé de 2220 livres la peſanteur d'une colonne d'air d'un pied carré de baſe.

Machine de Bois-boſſu, décrite dans l'Encyclopédie.

Le diamètre du piſton de cette machine eſt de 30 pouces & demi, meſure de Roi, c'eſt-à-dire de 730 pouces & demi de ſurface; il a donc à ſupporter d'après les déterminations précédentes, le poids d'une colonne d'air de 11262 livres, cette puiſſance eſt celle qui fait mouvoir la machine. Le diamètre des pompes qui eſt attaché à l'autre extrémité du balancier, eſt de 8 pouces 3 lignes, & la profondeur d'où elles élèvent l'eau, de 242 pieds. Si l'on calcule d'après cela quel eſt le volume d'eau ſoulevé par la machine à chaque coup de piſton, on trouvera qu'il eſt de 155248 pouces cubiques; ce qui équivaut à un poids de 6288 livres. A cette quantité il faut ajouter 1.° 238 livres pour le poids de l'eau élevée pour le ſervice de la machine, par une petite pompe particulière, nommée *pompe de la bache;* 2.° le poids des attirails des pompes qui peut être évalué à 3000 livres environ: ces quantités réunies formeront un total de 9526 livres, leſquelles compoſent la totalité de la réſiſtance; d'où l'on voit que l'excès de la puiſſance ſur la réſiſtance dans la machine de Bois-boſſu, eſt de 1736 livres, c'eſt-à-dire un peu moindre que du ſixième.

Le tableau ci-joint préſente l'enſemble de ces réſultats.

RÉSULTAT de la machine à feu de Bois-boſſu.

PUISSANCE			11262#.
RÉSISTANCE...	Poids de la colonne d'eau élevée par la grande pompe	6288#.	9526.
	Poids de la colonne d'eau élevée par la pompe de la Bache	238.	
	Poids des attirails	3000.	
EXCÈS de la puiſſance ſur la réſiſtance			1736#.

Après avoir calculé la force de cette machine, ſi l'on veut en connoître le produit, on obſervera 1.° qu'elle bat quatorze coups par minute *(a)*; 2.° que la levée du piſton eſt de 6 pieds juſtes;

(a) On a lieu de croire cet effet exagéré, les raiſons en ſeront expoſées plus bas.

l'effet de la machine eſt donc d'élever à chaque coup de piſton une colonne d'eau de 8 pouces 3 lignes de diamètre ſur 6 pieds de hauteur, c'eſt-à-dire 3849 pouces cubiques un huitième; ce produit multiplié par 14, donnera 53887 pouces cubiques pour la quantité d'eau élevée par chaque minute; ce qui, évalué ſuivant le langage des Fontainiers, équivaut à 80 pouces un ſixième.

Ce produit eſt celui qu'on obtient dans la ſuppoſition d'une hauteur de 242 pieds; mais il s'en faut beaucoup qu'on ait beſoin d'une auſſi grande élévation pour la ville de Paris, 110 pieds ſuffiſent pour atteindre la hauteur à laquelle doit arriver l'Yvette. Si donc on réduit les 155248 pouces cubiques ou 6288 liv. que la machine peut ſoulever, en une colonne de 110 pieds de hauteur, on trouvera pour le diamètre de la baſe, c'eſt-à-dire pour celui du piſton des pompes, 12 pouces $\frac{14}{25}$; d'après quoi il ſera facile de calculer le produit de la machine; il ſera égal pour chaque coup de piſton à une colonne d'eau de 12 pouces $\frac{14}{25}$ de diamètre ſur 6 pieds de hauteur, c'eſt-à-dire de 8468 pouces cubiques, & en multipliant par 14, de 118551 pouces cubiques par minute; ce qui exprimé ſuivant le langage des Fontainiers, répondra à 176 pouces & demi. Il y aura peut-être en outre quelqu'économie à faire ſur le poids de l'attirail des pompes, en raiſon de la moindre élévation, mais l'objet n'en ſauroit être bien conſidérable, par la raiſon qu'il eſt néceſſaire de conſerver une prépondérance marquée du côté des pompes, pour faire remonter à chaque coup le piſton du cylindre. Ces différentes conſidérations réunies portent à croire que la machine à feu de Bois-boſſu ne pourroit guère élever plus de 180 pouces d'eau à 110 pieds d'élévation.

Par rapport à la conſommation de la matière combuſtible, on voit à l'article XXXV du Dictionnaire encyclopédique, qu'elle monte à la quantité de ſix muids de charbon de terre, chaque muid de 13 pieds cubes, c'eſt-à-dire à 78 pieds cubes en vingt-quatre heures. Le poids moyen d'un pied cube de charbon de terre, ou pour parler plus exactement, d'une meſure de charbon de terre d'un pied cube de capacité, eſt de 62 livres, ainſi qu'il réſulte de pluſieurs expériences que j'ai faites au port Saint-Paul,

principalement ſur le charbon de terre de Moulins. La quantité totale de ce charbon, conſommée par la machine, eſt donc de 4836 livres; en diviſant cette quantité par le produit de la machine, en pouces, c'eſt-à-dire par 180, on aura 27 livres pour la conſommation de charbon de terre néceſſaire en vingt-quatre heures pour élever chaque pouce à la hauteur de 110 pieds.

Machine de Montrelais près d'Ingrande-ſur-Loire.

Je ne fais que tranſcrire ici les proportions de cette machine, telles qu'elles m'ont été communiquées par M. de Borda, Membre de cette Académie; cette circonſtance ſuffira ſeule pour répondre de leur exactitude.

Le cylindre de cette machine eſt de 56 pouces anglois de diamètre, ce qui revient à 52 pouces 6 lignes de France; elle frappe huit coups & demi par minute: le diamètre des pompes eſt de 8 pouces 6 lignes, & la profondeur d'où elle élève l'eau, eſt de 612 pieds.

Le poids des attirails des pompes peut être évalué, tout compris, & déduction faite de la quantité qui eſt ſupportée par le contre-poids, à 6000 livres; enfin la levée du piſton eſt de 6 pieds 3 pouces. On trouvera, en appliquant à ces proportions les calculs faits ſur la machine de Bois-boſſu, les réſultats ſuivans:

Peſanteur de la colonne d'air qui fait mouvoir la machine. 33300$^{£}$.

Nombre de pouces cubes d'eau que la machine ſoulève à chaque coup de piſton . . . . 416698 $\frac{1}{2}$.

Peſanteur de la colonne d'eau que la machine ſoulève à chaque coup . . . . 16880$^{£}$.

Produit de la machine à chaque coup, en pouces cubes . . . 4255 $\frac{1}{3}$.

Produit par minute en pouces cubiques . . . . 36170 $\frac{1}{7}$.

Produit par minute en pintes de Paris, la pinte ſuppoſée de 48 pouces cubes . . . . 753 $\frac{1}{2}$.

Produit évalué en pouces des Fontainiers . . . . 53 $\frac{8}{10}$.

Il faut maintenant transformer, comme on l'a fait précédem-

ment, ces différens produits en ceux qu'on obtiendroit dans la ſuppoſition d'une hauteur de 110 pieds.

Il eſt évident qu'alors la maſſe d'eau ſoulevée par la machine à chaque coup de piſton, formeroit une colonne de 416698 pouces $\frac{1}{2}$ de ſolidité ſur une hauteur de 110 pieds. On trouvera que le diamètre d'une pareille colonne ſeroit de 20 pouces $\frac{1}{20}$; ce ſera le diamètre des pompes dans la nouvelle ſuppoſition: le produit de la machine ſera d'après cela à chaque coup (la levée du piſton étant toujours ſuppoſée de 6 pieds 3 pouces) de 23676 pouces cubiques; ce qui donne pour le produit par minute 201246 pouces ou 4192 pintes $\frac{2}{3}$, & en pouces des Fontainiers 299 $\frac{1}{2}$.

L'obſervation faite plus haut pour la machine de Bois-boſſu, relativement au poids des attirails des pompes, eſt également applicable ici. L'économie de force qu'on peut faire ſur cet article, eſt d'autant moins conſidérable qu'une partie de leur peſanteur eſt ſoutenue dans cette machine par un contre-poids très-conſidérable, & qu'il n'en reſte guère que ce qui eſt néceſſaire pour faire redeſcendre le piſton des pompes; on ne penſe donc pas que tout évalué, & en faiſant entrer cette dernière conſidération pour ce qu'elle mérite, on puiſſe élever avec cette machine plus de 310 pouces d'eau à une hauteur de 110 pieds.

RÉSULTAT de la Machine de Montrelais.

PUISSANCE de la machine			33300₶.
RÉSISTANCE...	Poids de la colonne d'eau...	16880₶.	22880.
	Poids des attirails, y compris celui de la pompe de la Bache	6000.	
EXCÉS de la puiſſance ſur la réſiſtance			10420₶.

Il réſulte des relevés des regiſtres des mines, qui m'ont été communiqués par M. de Borda, que cette machine conſomme en trois cents trois heures de travail, 1132 portoires de charbon, la portoire du poids de 135 livres; d'où l'on peut conclure que cette machine conſomme en vingt-quatre heures 12124 livres

de charbon de terre, ce qui, à raiſon de 310 pouces d'eau, donne pour chacun une conſommation de 39 livres en vingt-quatre heures.

MACHINE à feu des foſſes d'Anzain près Valenciennes, nommée Machine du Corbeau.

J'ai eu occaſion d'examiner cette machine dans le plus grand
* En 1770. détail, dans les mois de Janvier & d'Août de l'année dernière*; j'en ai meſuré moi-même toutes les dimenſions, de ſorte que je ſuis en état de répondre de leur exactitude.

Le diamètre du cylindre eſt de 44 pouces, meſure de Roi.

Le diamètre du piſton des pompes, de 7 pouces 6 lignes.

La profondeur de la foſſe eſt de 95 toiſes, meſure du Hainault; mais comme l'eau n'eſt élevée par la machine qu'à 16 toiſes au-deſſous du niveau de l'ouverture de la foſſe, la hauteur juſqu'à laquelle l'eau eſt élevée, n'eſt que de 79 toiſes; la toiſe, meſure du Hainault, eſt de 5 pieds 5 pouces 7 lignes de la toiſe du Châtelet de Paris *(b)*: la hauteur à laquelle l'eau eſt élevée par la machine, eſt donc de 5181 pouces, ou de 431 pieds 9 pouces, meſure de Roi.

Cette machine peut battre, en forçant le feu, juſqu'à huit coups par minute; mais elle n'en bat pas habituellement plus de ſept.

La levée du piſton eſt de 5 pieds 6 pouces.

Enfin le poids des attirails peut être eſtimé environ à 8000 liv.

Il eſt aiſé, d'après ces données, de conclure les effets ſuivans:

Peſanteur de la colonne d'air qui fait mouvoir la machine. $23343^{lt}\frac{1}{4}$.
Nombre de pouces d'eau que la machine ſoulève à chaque coup de piſton . . . . $228870^{lt}\frac{2}{3}$.
Peſanteur de cette même colonne . . . . $9271^{lt}\frac{1}{2}$.
Produit de la machine à chaque coup de piſton, en pouces cub. $2915\frac{1}{2}$.
Produit par minute, en pouces cubiques . . . . $20408\frac{1}{2}$.
Produit en pintes de Paris . . . . $425\frac{1}{5}$.
Produit en pouces des Fontainiers . . . . $30\frac{1}{3}$.

(b) Je me ſuis aſſuré de l'exactitude de ce rapport, ſur une toiſe étalonnée que j'ai rapportée de Valenciennes, & que je conſerve.

Mais

Mais pour calculer l'effet de cette machine, il faut obſerver que les deux bras du balancier ne ſont point parfaitement égaux; celui qui répond au cylindre n'a que 14 pieds, tandis que celui qui tient aux pompes en a 15. Pour avoir la véritable force de la réſiſtance, il faut donc multiplier le poids de la colonne d'eau & celui des attirails par 15, & le diviſer par 14.

Le tableau qui ſuit repréſente l'effet de la machine, on y a eu égard à la différence de longueur des bras du levier.

RÉSULTAT de la Machine des foſſes d'Anzain.

PUISSANCE	....	23443 ¼.
RÉSISTANCE...	Poids de la colonne d'eau élevée par les pompes, 9271 ½.	
	Poids de la même colonne, multiplié par 15, & diviſé par 14.... 9933 ¾.	18505 ¼.
	Peſanteur des attirails de toute eſpèce....... 8000.	
	Même peſanteur, multipliée par 15, & diviſée par 14... 8571 ½.	
EXCÉS de la peſanteur ſur la réſiſtance	....	4938.

L'effet de la machine des foſſes d'Anzain eſt, comme on voit, de ſoulever une colonne d'eau de 228870 pouces cubes ⅔; mais il eſt évident que ſi cette machine au lieu d'élever l'eau d'une profondeur de 431 pieds ¾, ne l'élevoit que de 110, comme dans la ſuppoſition de la ville de Paris; il eſt évident, dis-je, que la baſe ou diamètre de la colonne ſeroit beaucoup plus grande, & que chaque coup de piſton donneroit par conſéquent un produit beaucoup plus conſidérable.

On trouvera qu'alors le diamètre du piſton des pompes auroit 14 pouces 10 lignes ⅓:

Que le produit de chaque coup de la machine (la levée du piſton étant toujours ſuppoſée de 5 pieds 6 pouces) ſeroit de 11443 pouces ½; d'où l'on conclura les effets ſuivans:

Produit par minute, en pouces cubiques...........	80104 ¾.
Produit en pintes, meſure de Paris................	1668 ⅞.
Produit en pouces des Fontainiers.................	119 1/7.

Le poids de l'attirail des pompes n'étant ſoutenu dans cette machine que par un contre-poids de force médiocre, il ſeroit peut-être poſſible de faire ſur cet article une économie de force un peu plus conſidérable que dans les deux machines précédentes. On penſe qu'au moyen du nouvel avantage que la puiſſance acquerroit par-là ſur la réſiſtance, on pourroit porter juſqu'à 140 pouces la quantité d'eau que la pompe à feu des foſſes d'Anzain pourroit élever à une hauteur de 110 pieds.

Il réſulte des relevés des comptes rendus aux Entrepreneurs de la mine, que cette machine conſomme en vingt-quatre heures de travail conſécutif, vingt meſures de charbon de la peſanteur de 230 livres chacune, ce qui fait au total 4600 livres poids de marc: on vient de voir que le produit de la machine pouvoit être porté à 140 pouces des Fontainiers; d'où il ſuit que la conſommation de charbon de terre pour chaque pouce, ſera de près de 33 livres en vingt-quatre heures.

RÉFLEXIONS générales ſur l'effet des Pompes à feu, & ſur leur conſommation.

S'il n'y avoit aucune perte de force dans la machine à feu, l'effet qu'on devroit naturellement en attendre ſeroit de ſoulever à chaque coup de piſton une colonne d'eau de même baſe que le cylindre, & de 31 pieds & demi de hauteur; mais un grand nombre de cauſes concourent à détruire une partie de cet effet: 1.° le vide n'eſt jamais abſolu dans le cylindre, de ſorte que jamais le piſton n'eſt chaſſé par le poids total de l'atmoſphère; 2.° une partie de la puiſſance eſt employée à ſoulever le poids de l'attirail des pompes, & il en réſulte une perte égale dans la quantité pondérique de l'eau élevée par la machine; 3.° les frottemens & l'inertie de toutes les parties, l'étranglement des corps de pompes à l'endroit des ſoupapes, ſont autant de cauſes qui détruiſent encore une partie de la force; enfin il eſt néceſſaire de laiſſer dans la pompe à feu un avantage aſſez conſidérable à la puiſſance ſur la réſiſtance, autrement les variations de peſanteur qui ſurviennent dans la peſanteur de l'atmoſphère, réduiroient ſouvent la machine à l'impoſſibilité d'aller.

Le concours de ces différentes causes diminue de près de moitié l'effet des machines à feu; on trouve par le calcul que celle de Bois-bossu au lieu de soulever une colonne d'eau de 31 pieds & demi de hauteur, n'en soulève qu'une de 17 pieds 8 pouces; que celle de Montrelais n'en soulève qu'une de 16 pieds 1 pouce $\frac{1}{2}$; enfin que celle des fosses d'Anzain n'en soulève qu'une de 12 pieds 6 pouces $\frac{1}{2}$.

La différence considérable qui se trouve entre ces trois résultats n'aura rien de surprenant, si l'on considère que dans les deux premières machines, & sur-tout dans celle de Montrelais, la plus grande partie du poids de l'attirail des pompes est soutenue par un contre-poids, de sorte qu'il ne reste d'excédant de force du côté des pompes, que ce qui est nécessaire pour en faire redescendre le piston. La même chose n'arrive pas dans la machine des fosses d'Anzain; le contre-poids qu'on a placé du côté des pompes est trop foible, & il existe de ce côté un excès de pesanteur qui diminue d'autant la quantité d'eau que devroit élever la machine. On a vu plus haut que la machine à feu de Bois-bossu, décrite dans l'Encyclopédie avoit un avantage marqué sur les deux autres, relativement à la consommation du charbon de terre; elle semble encore avoir quelqu'avantage relativement à son effet: d'où l'on seroit tenté de conclure que toutes choses égales, les petites machines à feu font proportionnellement plus d'effet que les grandes. Cependant la plus grande partie de ce prétendu avantage s'évanouira si l'on considère qu'il est peu probable que la pompe à feu de Bois-bossu batte habituellement quatorze coups par minute. Les ouvriers sont presque toujours dans l'usage de forcer le feu lorsque des curieux se présentent pour examiner ces sortes de machines; de sorte qu'il est prouvé par toutes les informations qu'on a rassemblées, que pour ramener les choses à l'exacte vérité, il est nécessaire de réduire au moins à douze par minute le nombre des coups de piston de la machine de Bois-bossu. Cette correction portera environ à 31 livres $\frac{1}{2}$ en vingt-quatre heures la quantité de charbon de terre nécessaire pour élever chaque pouce d'eau à une hauteur de 110 pieds, & il en résultera une égalité presque parfaite entre l'effet de cette machine & celui de la machine de Valenciennes. Celle de Montrelais, comme on l'a vu plus haut,

consomme un peu plus de charbon de terre que les deux autres; mais la différence n'est pas fort considérable, & il est probable qu'elle tient même à la qualité du charbon *(c)*. Au reste, comme on a droit de supposer que les machines à feu destinées à fournir de l'eau à la ville de Paris seront aussi parfaites qu'il est possible, & qu'on emploiera le meilleur charbon pour les alimenter, on portera tout au plus bas, & on partira dans tout le reste de ce Mémoire d'après une consommation de 30 livres de charbon de terre en vingt-quatre heures pour chaque pouce d'eau élevé à une hauteur de 110 pieds.

Après avoir essayé de donner une idée de la quantité de charbon de terre que consommera la pompe à feu, il reste à convertir cette même quantité en argent & à y joindre par évaluation les autres dépenses qu'exige nécessairement un pareil établissement.

Le charbon de terre de Moulins, pris à Charenton, se vend communément 50 francs la voie; celui d'Auvergne vaut quelque chose de moins, mais la différence est peu considérable, & il est de moindre qualité. On conçoit que dans une fourniture en grand il seroit possible d'obtenir une réduction considérable sur le prix; aussi M. d'Auxiron avance-t-il dans un de ses Mémoires que le charbon de terre destiné à l'entretien de la machine à feu, ne coûteroit pas plus de 40 francs la voie rendue à Paris, & qu'une Compagnie s'offre de l'y fournir à cette condition. Les différens éclaircissemens qu'on s'est procurés pendant la rédaction de ce Mémoire, n'ont fait que confirmer ce qu'avance à cet égard M. d'Auxiron; aussi les calculs qui suivent ont-ils été établis sur le pied de 40 francs la voie.

(c) Les légères différences qui se rencontrent entre les machines à feu de Bois-bossu, des fosses d'Anzain & de Montrelais, & qui semblent être au désavantage de cette dernière, n'ont sans doute d'autre cause que la différence de hauteur à laquelle ces machines sont situées, par rapport au niveau de la mer. Il est constant que le sol de Montrelais est plus élevé que celui de la Flandre; au lieu donc de calculer la puissance qui fait mouvoir la machine d'après le poids d'une colonne de mercure de 28 pouces de hauteur, il faudroit peut-être calculer d'après le poids d'une colonne de 26 pouces & demi ou de 27 pouces tout au plus: on sent aisément que cette façon de calculer mettroit tout l'avantage du côté de la machine de Montrelais, & on a lieu de croire en effet qu'elle est la mieux construite des trois. Ces réflexions n'ont été faites que depuis la rédaction de ce Mémoire.

Il n'eſt pas poſſible de déterminer ici ſi le charbon de terre deſtiné pour l'entretien de la machine à feu, ſera exempt des droits d'entrée de Paris, ou s'il y ſera ſujet; en effet une partie de ces droits appartient à la Ville, une autre eſt aliénée & affectée aux payemens de différens offices, enfin une dernière portion eſt donnée à ferme: l'exemption, ſi elle étoit accordée, donneroit donc lieu à un grand nombre d'indemnités qui tomberoient toutes à la charge du Roi. Dans l'impoſſibilité de rien ſtatuer de précis ſur cet objet, on a cru devoir calculer ici la dépenſe de la machine à feu, telle qu'elle auroit lieu dans le cas de l'exemption & dans celui de la non-exemption; l'évènement déterminera auquel de ces deux calculs il conviendra de s'arrêter: les droits ſur le charbon de terre, y compris les frais de décharge de bateaux & de Gardes-nuits, forment un objet de 20 livres *(d)*, à quelques deniers près; la voie de charbon de terre reviendroit donc, en ſuppoſant le payement des droits, à 60 livres environ.

Il réſulte de trois expériences différentes, faites par M. Perronet au port Saint-Paul, & de quelques-unes que j'y ai faites moi-même l'année dernière, que le demi-minot de charbon de terre du Bourbonnois pèſe 91 livres poids de marc, & celui d'Auvergne 93 livres & demie; on les eſtimera ici en prenant à peu-près un milieu à 92 livres. La voie de charbon de terre étant de trente demi-minots, il en réſulte que ſa peſanteur totale eſt de 2760 livres; d'où l'on conclura que le prix du quintal du charbon de terre ſera, en ſuppoſant la perception des droits, de 2 livres 3 ſous 5 deniers $\frac{3}{4}$, & en ſuppoſant l'exemption, de 1 livre 8 ſous 11 deniers $\frac{7}{12}$.

La conſommation du charbon de terre ne forme qu'une partie des frais de la machine à feu; il eſt un grand nombre d'autres objets de dépenſe dont il eſt néceſſaire de donner une idée.

Il eſt conſtant, d'après les recherches de M. Deparcieux & d'après les nouvelles ſources découvertes par M. Perronet, que la quantité d'eau donnée par la rivière d'Yvette ſera de 12 ou 15 cents pouces, meſure des Fontainiers, pendant les plus grandes

(d) Ce Mémoire a été rédigé avant l'établiſſement des Deux nouveaux Sous pour livre impoſés en 1771.

fécheresses de l'année: il n'est pas moins constant qu'en hiver pendant la saison pluvieuse, elle donnera jusqu'à 3000 pouces & davantage; la quantité moyenne d'eau qui arrivera à Paris pendant tout le cours de l'année, peut donc être évaluée au moins à 2000 pouces. Il ne faut pas croire qu'une seule pompe à feu puisse élever une masse d'eau aussi énorme à une hauteur de 110 pieds; l'effort d'une pareille machine seroit si prodigieux qu'on ne pourroit trouver ni pièces de bois assez fortes pour former le balancier, ni point d'appui assez inébranlable pour résister à la pression réunie de la puissance & de la résistance *(e)*. Il est probable d'ailleurs que les machines à feu portées au-delà d'un certain diamètre, seroient, toutes choses égales, moins avantageuses que les petites: on pense donc, en rapprochant ces différentes considérations, que les machines destinées à donner de l'eau à Paris, devroient être construites de manière à élever environ 400 pouces d'eau, mesure des Fontainiers, tout au plus, à la hauteur de 110 pieds, & qu'il seroit dangereux de les porter au-delà. On ne pourroit d'après cela fournir 2000 pouces d'eau à Paris, qu'en faisant marcher continuellement cinq machines à feu; or il est aisé de sentir qu'à cause des réparations fréquentes qu'on est obligé de faire, soit à la chaudière, soit aux autres parties de la machine, on ne pourroit se dispenser, pour entretenir un service continuel, d'en avoir toujours deux de relai.

Sans avoir de calcul très-précis sur les frais de construction des pompes à feu, je crois pouvoir assurer ici qu'une de ces machines, capable d'élever à 110 pieds un volume de 400 pouces d'eau, mesure des Fontainiers, construite à Paris, coûteroit au moins 120 mille livres, sur-tout si l'on comprend dans ce prix l'achat du terrain, qui nécessairement a une valeur assez considérable, quel que soit l'endroit qu'on choisisse. A cette dépense première dont l'intérêt représentera une dépense annuelle, il en faudra ajouter plusieurs autres qu'il seroit trop long de détailler ici; on se contentera de les rapprocher dans l'état suivant.

(e) Le poids de la colonne d'eau que cette machine auroit à soulever à chaque coup de pillon (en supposant qu'elle en battît huit par minute) seroit de plus de 120 mille livres.

CALCUL des dépenses de toute espèce, tant pour l'établissement que pour l'entretien d'un nombre de machines à feu nécessaires pour fournir continuellement 2000 pouces d'eau à une hauteur de 110 pieds.

	PRIX du Charbon de terre évalué à 40 liv. la voie.	PRIX du Charbon de terre évalué à 60 liv. la voie.
Intérêts à Cinq pour cent de la somme de 840 mille livres, à laquelle montera la construction de sept machines à feu, y compris deux de relais, à raison de 120 mille livres chaque....................	livres. 42000.	livres. 42000.
Intérêts sur le même pied, de la somme de 600 mille livres, à laquelle montera la construction d'une tour de 110 pieds d'élévation pour la distribution des eaux *(f)*...	30000.	30000.
Montant en argent du prix de 21 millions 900 mille livres de charbon de terre.	317392.	476088.
Réparations annuelles à faire aux sept machines, à raison de 6000 liv. chacune.	42000.	42000.
Appointemens du Directeur.......	4000.	4000.
Appointemens de deux Commis pour tenir les registres de réception & de livraison du charbon de terre..............	1600.	1600.
Vingt-huit ouvriers à 600 livres par an, à raison de quatre ouvriers par machine, attendu que le service devant se faire jour & nuit, il est nécessaire qu'ils se relèvent.	16800.	16800.
Deux Maîtres-ouvriers ou Piqueurs...	1600.	1600.
Deux voitures avec chacune un attelage de trois chevaux, pour transporter continuellement les crasses des fourneaux...	7000.	7000.
	462392.	621088.

(f) On ne discute pas ici les difficultés qu'on éprouveroit pour faire refluer l'eau à une si grande élévation, dans la crainte de surcharger ce Mémoire de détails superflus; on verra en effet plus bas qu'une si grande élévation seroit inutile.

On n'a point envisagé dans l'état qu'on vient d'exposer, ni dans les articles qui l'ont précédé, le projet de la pompe à feu en lui-même, mais seulement par comparaison avec celui de la rivière d'Yvette. Cette comparaison, il faut l'avouer, est trop rigoureuse par plusieurs raisons; 1.° la quantité de 2000 pouces d'eau est très-considérable eu égard au nombre des habitans de Paris: elle répond en effet à 50 pintes environ par tête, & l'on pourroit certainement se passer à beaucoup moins; 2.° on a supposé qu'il étoit nécessaire d'élever la totalité de l'eau au niveau de l'Estrapade; cependant il est évident qu'il suffiroit de porter à cette hauteur 200 pouces d'eau tout au plus, le reste devroit être distribué graduellement dans les différens quartiers de Paris, en raison de leur élévation.

Le problème de la pompe à feu, envisagé sous ce point de vue, devient infiniment plus compliqué; il faudroit pour le résoudre avec précision, déterminer 1.° la quantité d'eau nécessaire pour la consommation de chaque quartier, 2.° la hauteur à laquelle il faudroit porter chacune de ces portions d'eau, en raison de leur élévation. On ne pourroit acquérir les connoissances de détail qu'exige cet objet, que par une étude très-approfondie du local & de la distribution de Paris; mais en attendant que les circonstances rendent ce travail nécessaire, on croit devoir fixer entre 60 & 80 pieds la hauteur moyenne à laquelle l'eau doit être élevée pour se répartir en quantité suffisante dans tous les quartiers de la ville: au reste, comme on ne veut rien hasarder sur un article aussi important, on va mettre ici sous les yeux du public, le tableau de la dépense des pompes à feu, dans toutes les suppositions qu'on peut raisonnablement faire: on supprime le détail des calculs, pour ne pas grossir inutilement ce Mémoire.

CALCUL

CALCUL des Dépenses de toute espèce, tant pour l'établissement que pour l'entretien du nombre de Machines à feu nécessaires pour élever 2000 pouces d'eau à une hauteur de 80 pieds.

	PRIX du Charbon de terre évalué à 40 liv. la voie.	PRIX du Charbon de terre évalué à 60 liv. la voie.
Intérêts à Cinq pour cent de la somme de 720 mille livres, à laquelle montera la construction de six machines à feu, y compris deux de relais, à raison de 120 mille livres chaque machine.........	livres. 36000.	livres. 36000.
Intérêt sur le même pied, de la somme de 300 mille livres, à laquelle montera la construction d'une tour de 80 pieds d'élévation, pour la distribution des eaux.	15000.	15000.
Montant en argent de la consommation annuelle du charbon de terre, d'après les évaluations ci-dessus..............	230828.	346245.
Réparations annuelles à faire aux six machines, à raison de 6000 liv. chacune.	36000.	36000.
Appointemens du Directeur.......	4000.	4000.
Appointemens de deux Commis pour tenir les regiſtres de réception & de livraison du charbon de terre...........	1600.	1600.
Vingt-quatre ouvriers à 600 livres par an, à raison de quatre ouvriers par machine.	14400.	14400.
Deux Maîtres-ouvriers ou Piqueurs...	1600.	1600.
Deux voitures avec un attelage de trois chevaux chacune, pour transporter continuellement les crasses des fourneaux......	7000.	7000.
	346428.	461845.

Même CALCUL *dans la ſuppoſition de 1200 pouces d'eau élevés à la hauteur moyenne de 80 pieds.*

	PRIX du Charbon de terre évalué à 40 liv. la voie.	PRIX du Charbon de terre évalué à 60 liv. la voie.
Intérêt de la ſomme de 360 mille livres, à laquelle montera la conſtruction des trois machines à feu, y compris celle de relais, à raiſon de Cinq pour cent...	livres. 18000.	livres. 18000.
Intérêt ſur le même pied de la ſomme de 300 mille livres, à laquelle montera la conſtruction d'une tour de 80 pieds d'élévation, pour la diſtribution des eaux.	15000.	15000.
Montant en argent de la conſommation annuelle du charbon de terre, d'après les évaluations ci-deſſus..............	138498.	207747.
Réparations annuelles à faire aux trois machines, à raiſon de 6000 liv. chacune.	18000.	18000.
Appointemens du Directeur.......	3000.	3000.
Appointemens du Commis qui tiendra les regiſtres de réception & de livraiſon du charbon de terre................	800.	800.
Appointemens d'un Maître-ouvrier ou Piqueur.....................	800.	800.
Gages de douze ouvriers deſtinés pour le ſervice des trois machines, à raiſon de 600 livres par an..............	7200.	7200.
Une voiture avec un attelage de trois chevaux, pour tranſporter continuellement les craſſes du fourneau...............	3500.	3500.
	204798.	274047.

Même CALCUL dans la supposition de 2000 pouces d'eau élevés à la hauteur moyenne de 70 pieds.

	PRIX du Charbon de terre évalué à 40 liv. la voie.	PRIX du Charbon de terre évalué à 60 liv. la voie.
Intérêts à Cinq pour cent de la somme de 600 mille livres, à laquelle montera la construction de cinq machines à feu, y compris deux de relais.	livres. 30000.	livres. 30000.
Intérêts sur le même pied, de la somme de 250 mille livres, à laquelle montera la construction d'une tour de 70 pieds d'élévation pour la distribution des eaux...	12500.	12500.
Montant en argent de la consommation annuelle du charbon de terre.	201976.	302965.
Réparations annuelles à faire aux cinq machines, à raison de 6000 liv. chacune.	30000.	30000.
Appointemens du Directeur.	4000.	4000.
Appointemens de deux Commis pour tenir les registres de réception & de livraison du charbon de terre.	1600.	1600.
Vingt ouvriers à 600 livres par an, à raison de quatre par machine.	12000.	12000.
Deux Maîtres-ouvriers ou Piqueurs. . .	1600.	1600.
Deux voitures avec un attelage de trois chevaux chacune, pour transporter continuellement les crasses des fourneaux. . .	7000.	7000.
	300676.	401665.

Même CALCUL dans la supposition de 1200 pouces d'eau élevés à la hauteur moyenne de 70 pieds.

	PRIX du Charbon de terre évalué à 40 liv. la voie.	PRIX du Charbon de terre évalué à 60 liv. la voie.
Intérêts à Cinq pour cent de la somme de 360 mille livres, à laquelle monteront les frais de construction de trois machines à feu, y compris celle de relais........	livres. 18000.	livres. 18000.
Intérêts sur le même pied de la somme de 250 mille livres, à laquelle montera la construction d'une tour de 70 pieds d'élévation pour la distribution des eaux.	12500.	12500.
Montant en argent de la consommation annuelle du charbon de terre.........	121185.	181778.
Réparations annuelles à faire aux trois machines, à raison de 6000 liv. chacune.	18000.	18000.
Appointemens du Directeur.......	3000.	3000.
Appointemens du Commis qui tiendra les registres de réception & de livraison du charbon de terre...............	800.	800.
Gages de douze ouvriers destinés pour le service des trois machines, à raison de 600 livres par an................	7200.	7200.
Une voiture avec un attelage de trois chevaux pour transporter continuellement les crasses des fourneaux...........	3500.	3500.
	184185.	244778.

Même CALCUL dans la supposition de 2000 pouces d'eau élevés à la hauteur moyenne de 60 pieds.

	PRIX du Charbon de terre évalué à 40 liv. la voie.	PRIX du Charbon de terre évalué à 60 liv. la voie.
Intérêts à Cinq pour cent de la somme de 480 mille livres, à laquelle monteront les frais de construction de cinq machines à feu, y compris deux de relais......	livres. 24000.	livres. 24000.
Intérêts sur le même pied, de la somme de 200 mille livres, à laquelle montera la construction d'une tour de 60 pieds d'élévation pour la distribution des eaux.	10000.	10000.
Montant en argent de la consommation du charbon de terre...............	173123.	259684.
Réparations annuelles à faire aux cinq machines, à raison de 6000 liv. chacune.	30000.	30000.
Appointemens du Directeur.......	4000.	4000.
Appointemens de deux Commis pour tenir les registres de réception & de livraison du charbon de terre.........	1600.	1600.
Vingt ouvriers à raison de quatre ouvriers par machine, à 600 liv. chacun..	12000.	12000.
Deux Maîtres-ouvriers ou Piqueurs...	1600.	1600.
Deux voitures, chacune avec un attelage de trois chevaux, pour transporter continuellement les crasses du fourneau.....	7000.	7000.
	263323.	349884.

Même CALCUL dans la ſuppoſition de 1200 pouces d'eau élevés à la hauteur moyenne de 60 pieds.

	PRIX du Charbon de terre évalué à 40 liv. la voie.	PRIX du Charbon de terre évalué à 60 liv. la voie.
Intérêts à Cinq pour cent de la ſomme de 360 mille livres, à laquelle monteront les frais de conſtruction de trois machines à feu, y compris celle de relais.......	livres. 18000.	livres. 18000.
Intérêts ſur le même pied, de la ſomme de 200 mille livres, à laquelle montera la conſtruction d'une tour de 60 pieds d'élévation pour la conduite des eaux...	10000.	10000.
Montant en argent de la conſommation annuelle du charbon de terre.........	103874.	155810.
Réparations annuelles à faire aux trois machines, à raiſon de 6000 liv. chacune.	18000.	18000.
Appointemens du Directeur.......	3000.	3000.
Appointemens d'un Commis deſtiné à tenir les regiſtres de réception & de livraiſon du charbon de terre.........	800.	800.
Douze ouvriers à 600 livres par an, à raiſon de quatre ouvriers par machine...	7200.	7200.
Une voiture avec un attelage de trois chevaux, pour tranſporter continuellement les craſſes des fourneaux...........	3500.	3500.
	164374.	216310.

RÉCAPITULATION GÉNÉRALE *de la Dépenſe des Pompes à feu, dans les différentes ſuppoſitions qu'on peut faire pour donner de l'eau à la ville de Paris.*

HAUTEUR MOYENNE à laquelle on ſe propoſe d'élever l'eau.	QUANTITÉ D'EAU qu'on ſe propoſe d'élever en pouces des Fontainiers.	DÉPENSE dans la ſuppoſition où le CHARBON DE TERRE coûteroit 40 liv. la voie.		DÉPENSE dans la ſuppoſition où le CHARBON DE TERRE coûteroit 60 liv. la voie.	
		PAR ANNÉE, tout compris.	EN CAPITAL, la dépenſe ann. évaluée ſur le pied de Cinq pour cent.	PAR ANNÉE, tout compris.	EN CAPITAL, la dépenſe ann. évaluée ſur le pied de Cinq pour cent.
pieds. 110.	pouces. 2000.	livres. 462392.	livres. 9247840.	livres. 621088.	livres. 12421760.
80.	2000.	346428.	6928560.	461845.	9236900.
70.	2000.	300676.	6013520.	401665.	8033300.
60.	2000.	263323.	5266460.	349884.	6997680.
80.	1200.	204798.	4095960.	274047.	5480940.
70.	1200.	184185.	3683700.	244778.	4895560.
60.	1200.	164374.	3287480.	216310.	4326200.

On auroit desiré après avoir présenté l'état de la dépense des machines à feu dans toutes les suppositions raisonnables, pouvoir rapprocher ici celle du projet de l'Yvette; mais le travail de M. Perronet à cet égard n'étant point encore achevé, on ne pourroit s'arrêter qu'à des approximations vagues que l'expérience ne manqueroit pas de démentir: c'est donc à ce savant Académicien qu'il appartient de prononcer définitivement sur les avantages de l'un ou de l'autre projet; on se contentera en conséquence d'ajouter ici les réflexions suivantes.

Il paroît clairement démontré que si l'on se contentoit de 1200 pouces d'eau, & qu'on regardât comme suffisant de les élever à une hauteur moyenne de 60 pieds, le projet de la pompe à feu auroit un avantage assez marqué sur le projet de l'Yvette du côté de l'économie; mais cet avantage se trouve en même temps compensé par un grand nombre d'inconvéniens que le Public ne doit pas se dissimuler.

1.° On ne peut douter qu'une dépense une fois faite ne soit infiniment plus avantageuse au Gouvernement, qu'une dépense qui se renouvelle tous les jours: il est en effet constant que dans les suppositions les plus favorables, la dépense des pompes à feu qui s'accumulera chaque année, formera au bout de trente ou quarante ans une somme égale à celle qu'auroit coûté dans l'origine le projet de la rivière d'Yvette, & la charge n'en demeurera pas moins à perpétuité pour le Gouvernement.

2.° La fumée épaisse que répandra continuellement sur Paris la combustion d'une masse aussi énorme de charbon de terre, ne manquera pas d'incommoder les habitans: on a vu que dans la supposition la plus foible, la consommation seroit au moins de 16 milliers en vingt-quatre heures; or quand même la quantité considérable de soufre, d'alkali volatil & d'huile empyreumatique qui s'exhalera continuellement dans l'air & qui se mêlera avec l'atmosphère de la ville, ne seroit pas malfaisante, il est au moins certain qu'elle sera d'une odeur très-désagréable.

3.° Enfin l'embarras de l'approvisionnement du charbon de terre, la difficulté de le conserver en grande masse, l'obstacle que les glaces, les basses eaux, les inondations apporteront au transport,

seront

feront autant de caufes qui réduiront fouvent la machine à l'impoffibilité de marcher ; & après une dépenfe première, affez confidérable, la ville de Paris fe trouvera expofée comme aujourd'hui à manquer le plus fouvent d'eau.

Pour mieux faire fentir le poids de cette objection qu'on doit regarder comme de la plus grande importance, & qui feule, peut-être, contre-balance tous les avantages des Pompes à feu, je vais tranfcrire ici une Lettre que j'ai reçue à ce fujet, de M. Belot, Directeur de la Verrerie de Sèves.

« La Verrerie, dit M. Belot, tire fon charbon des mines de Saint-Étienne en Forès, c'eft le feul qui ait l'activité néceffaire pour « fes fontes; celui d'Auvergne eft foible, & celui de Moulins ou des « mines de Fins en Bourbonnois fe confomme trop vîte. Je crois « que l'on peut comparer celui des mines de Saint-Étienne à du bois « de chêne bien fain, & celui des autres mines à du bois blanc. «

Ces charbons qui arrivent dans des fapines, dont chacune « contient de trente à quarante voies mefure de Paris, ne fe vendent « jamais au poids, mais à la mefure; ces bateaux prennent beaucoup « d'eau, & le charbon feroit plus lourd à proportion qu'il feroit « plus mouillé. «

La voie de Paris eft de 15 minots ou de 45 boiffeaux combles; « les prix ont fouvent varié, & je ferois embarraffé de dire jufte « ce que le charbon coûte à préfent, les comptes fe faifant à Paris « chez M. le Marquis de Marigny, Propriétaire de la Verrerie. « Vous pouvez vous faire informer de ce qu'il fe vend au port de « Paris, & défalquer les droits dont vraifemblablement les pompes « à feu feroient exemptes: je crois que vous pouvez eftimer ces « charbons à 45 livres la voie. «

Je doute qu'il fût facile d'en faire arriver une quantité fuffi- « fante: avec de l'argent comptant, des foins & des précautions infi- « nies, nous tombons fréquemment dans le chaumage, faute de « charbon. Le port de Saint Rambert où fe fait le premier embar- « quement eft petit, & ne peut contenir qu'un certain nombre de « bateaux; il faut des fontes de neige pour les pouvoir faire partir, « & ils ne partent jamais que chargés au plus de huit voies du « pays qui en font douze à Paris. Arrivés à Roanne, huit bateaux «

„ ſe réduiſent à quatre juſqu'à Briare, où ces quatre ſont réduits à
„ trois, quelquefois à deux. Il arrive ſouvent que les crûes d'eau
„ ceſſent tout-à-coup, & que les bateaux reſtent en foſſe pendant
„ pluſieurs mois; de plus le canal n'eſt ouvert que les deux tiers
„ de l'année.

„ Cette eſpèce de marchandiſe eſt très-difficile à faire arriver,
„ & plus difficile à conſerver après ſon arrivée; on ne peut la laiſſer
„ long-temps dans les bateaux qui, conſtruits de mauvais bois, ſe
„ pourriſſent : ſi on la met dans des magaſins, elle s'échauffe &
„ dégénère en peu de temps. J'ai vu la Verrerie obligée de ſuſpendre
„ le travail avec du charbon pour plus de cinquante mille livres
„ devant les fours; la ſuperficie étoit bonne, mais lorſqu'il fallut
„ pénétrer, on trouva le feu & le charbon conſommé.

„ Je crois que des Pompes à feu ne peuvent, ſans riſque d'être
„ ſouvent inutiles, être établies dans des endroits éloignés de plus
„ de cent lieues des mines qui doivent leur fournir leur aliment,
„ ſur-tout ſi cet aliment doit être embarqué ſur une rivière qui n'eſt
„ pas navigable toute l'année; je n'ai pas entendu dire juſqu'à préſent
„ qu'il en eût été conſtruit dans des poſitions auſſi déſavantageuſes.

„ Peut-être, Monſieur, croirez-vous que je ne vous repréſente
„ la traite des charbons ſi difficile, que parce que je crains la con-
„ currence; mais prenez la peine de conſulter des gens déſintéreſſés
„ qui connoiſſent la navigation de la Loire, ſur-tout dans ſon com-
„ mencement, & vous trouverez que je n'ai pas rapporté la moitié
„ des difficultés.

„ Je pourrois ajouter que les mines ne ſont pas inépuiſables, que
„ la ville de Saint-Étienne eſt ſeule en poſſeſſion pour l'entretien
„ de ſes manufactures, de toutes celles qui ſont dans les 2000 toiſes
„ de ſon arrondiſſement; que les bois pour la conſtruction des bateaux
„ deviennent rares & chers, & que tout ce qui concerne la ma-
„ nœuvre augmentera à proportion de la quantité de charbon de
terre qui ſera tirée de ce pays.

J'ai l'honneur d'être, &c. »

Cette Lettre, dont le ſtyle, les détails & la préciſion font aſſez connoître qu'elle a été écrite par une perſonne très au fait de la queſtion, & très en état d'en bien juger, ſera ſentir mieux que

tout ce qu'on pourroit ajouter, combien on éprouveroit de difficultés dans l'approvisionnement du charbon de terre pour l'aliment des machines à feu. Au reste, comme je me suis proposé de ne rapporter ici que des faits, sans prendre de conclusions, je ne pousserai pas plus loin la comparaison des deux projets; & après avoir mis les pièces du procès sous les yeux des Magistrats, du Public & de l'Académie, j'attendrai leur jugement.

Je n'ai parlé dans ce Mémoire que de trois pompes à feu; quoique j'aie rassemblé des détails sur un nombre beaucoup plus grand; mais je me suis fait une loi de ne donner ici que des calculs sûrs, & dont je fusse en état de répondre. C'est par cette raison que je n'ai fait aucun usage de ce que rapporte M. Bélidor dans son Architecture-hydraulique, de la machine à feu de Frênes près Condé; les résultats qu'il donne sont si éloignés de toute vraisemblance, qu'on ne sauroit douter qu'il ne se soit introduit quelque erreur dans les données. Cette machine, d'après des calculs semblables à ceux qui ont été rapportés précédemment, pourroit élever 204 pouces d'eau à la hauteur de 110 pieds; elle ne consomme en vingt-quatre heures que deux muids de charbon de terre, de 14 pieds cubes chacun; ce qui, à raison de 64 livres le pied cube, ne donneroit pour chaque pouce que huit livres de consommation, c'est-à-dire, environ le quart des machines de Bois-bossu & des fosses d'Anzain, & le cinquième de celle de Montrelais.

Il y a toute apparence que M. Bélidor, ainsi qu'il en convient lui-même, *article 1322* de son Architecture-hydraulique, a moins décrit la machine de Frênes, telle qu'elle existoit, qu'une machine à feu quelconque, aussi parfaite qu'il la croyoit susceptible de l'être: c'est dans cette supposition sans doute qu'il a porté à quinze le nombre des vibrations par minute, tandis qu'il est prouvé qu'on ne peut les amener que difficilement à ce point, & que ce n'est même qu'en augmentant la consommation du charbon de terre dans une proportion plus grande qu'on n'augmente l'effet de la machine; il y a encore apparence qu'il s'est glissé quelque erreur dans la contenance du muid, peut-être M. Bélidor n'a-t-il point eu égard à la différence d'une mesure rase à une mesure comble; enfin comme les résultats de la machine de Frênes diffèrent énor-

mément de ceux des trois autres dont je ne puis ſuſpecter l'exactitude, & que d'ailleurs ces dernières s'accordent toutes à très-peu de choſe près entr'elles, je me ſuis cru en droit de la rejeter.

C'eſt également à cauſe de la trop grande différence des réſultats, que je ne fais point uſage ici des détails qui m'ont été communiqués par M. de la Lande ſur la Pompe à feu de Chelſea en Angleterre; cette machine élève à chaque coup dix-huit gallons d'eau de 190 pouces $\frac{1}{3}$ cubes, elle bat quatorze coups par minute, d'où l'on peut conclure qu'elle fournit une quantité d'eau de 71 pouces des Fontainiers. Cette même machine conſomme par ſemaine neuf chaldrons de charbon de terre, chacun de 36 boiſſeaux, chaque boiſſeau de la contenance d'environ 1 pied $\frac{5}{8}$, meſure comble; ce qui, à raiſon de 64 livres le pied cube, donne 104 livres pour le poids du boiſſeau, 3744 pour le poids du chaldron, & enfin pour la conſommation de la machine en vingt-quatre heures, 4814 livres. Si l'on diviſe cette quantité par le nombre de pouces, on aura 68 livres pour la conſommation de chaque pouce d'eau.

Cette conſommation eſt à-peu-près double de celle des trois machines dont on a donné les détails dans ce Mémoire, & c'eſt encore par le motif de cette très-grande diſproportion, qu'on n'a pas cru devoir la faire entrer dans les déterminations précédentes. On peut aſſurer, ou que cette machine eſt extrêmement imparfaite, ou qu'il s'eſt gliſſé quelque erreur ſoit dans la quantité d'eau élevée, ſoit dans l'objet de la conſommation.



SUR UN INSECTE DE L'AMÉRIQUE.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

L'OBSERVATEUR exact, en appréciant le mérite de ses différentes recherches, ne croit rien indigne de ses remarques; se présente-t-il à ses yeux un nouvel insecte, il lui rappelle l'immensité & la variété des œuvres de la Nature, & c'est pour lui un sujet de respect & d'admiration. 16 Nov. 1771.

Étant à Dieppe & y examinant chez un Tabletier *ivoisier* * des fruits d'une espèce de palmier que l'on y emploie à la fabrique des chapelets, des petits crucifix, &c. je trouvai dans plusieurs de ces fruits un insecte de la classe des scarabées, qui n'a été décrit par aucun de ceux qui ont donné les insectes de l'Amérique, & qui par ses caractères particuliers ne peut se rapporter aux genres de nos insectes déjà publiés & connus. Dans d'autres fruits j'ai découvert ce même insecte sous la forme de nymphe: enfin un hasard m'ayant procuré dans des cocos de la même espèce, nouvellement arrivés, l'insecte sous sa première forme, c'est-à-dire sous celle de ver, & se nourrissant encore de l'amande du fruit, je crois pouvoir donner complètement l'histoire de cet insecte étranger à notre partie de l'Europe.

Ces cocos sont les fruits d'une espèce de palmier cocotier qui n'a point été décrit. Les ouvriers qui les travaillent les tirent de Lisbonne, & l'on croit que les Portugais les apportent du Bresil; mais il est certain que cette même espèce de palmier se trouve aussi à Saint-Domingue dans nos possessions, puisque c'est de cette île que sont venus les fruits dans l'un desquels j'ai trouvé l'insecte dont je vais parler, sous la forme de ver & encore vivant.

Cet insecte sous sa première forme & parvenu à son dernier terme de grosseur, est un ver de 8 lignes de longueur sur 4 environ de grosseur; sa tête est fort petite & peu éminente; il est composé de plusieurs anneaux peu séparés les uns des autres: l'insecte est

* C'est le nom qu'on donne aux Ouvriers qui y travaillent l'ivoire, &c.

plat en dessous; sous les trois premiers & les plus gros anneaux on voit six pattes peu alongées. Tout son corps est d'un blanc laiteux *(fig. 1 & 2)*.

La nymphe se rapproche beaucoup de la forme que prendra l'insecte sous sa dernière métamorphose, quand il sera scarabée; les parties sont collées & serrées les unes proche les autres, & ne sont point encore développées *(fig. 5)*.

Le scarabée a environ 7 lignes de longueur sur 4 lignes de grosseur vers l'origine de ses élytres; il a quatre ailes dont deux servent d'étuis aux deux vraies ailes membraneuses; les élytres ou les étuis des ailes sont durs & recouvrent entièrement les ailes: ces fourreaux portent des stries fines, pointillées, soyeuses & comme veloutées, d'un brun d'olive *(fig. 3 & 4)*.

Le corselet est large, un peu plus brun que les élytres; le corps & le corselet de cet insecte lui donneroient assez la forme de notre petit hanneton du printemps, mais d'autres caractères dont nous allons parler le différencient de cet insecte.

Sa tête alongée est penchée sous le corselet de l'insecte, & cette position est celle ordinaire aux *Dermestes;* il a deux antennes *a*, longues de 3 à 4 lignes, composées de plusieurs articulations (neuf ou dix) qui ressemblent aux dents d'une scie. Les yeux sont grands; les mâchoires *c*, sont saillantes à peu près comme dans les *Dermestes (fig. 4)*.

Il a six pattes, trois de chaque côté; les quatre premières sont posées sous le corselet, les deux autres sont éloignées de celles-ci & placées vers la moitié de l'abdomen.

Chacune de ces pattes est composée de la cuisse & de trois pièces à tous les tarses; les deux premières pattes ont la partie de la cuisse *f*, peu renflée, la première pièce du tarse longue & apparente, les deux autres ont beaucoup moins de longueur *(fig. 7)*.

Les pattes les plus reculées sont aussi composées d'une partie renflée qui forme la cuisse & de trois pièces au tarse, mais chacune de ces parties offre des singularités *(fig. 6)*. La cuisse *h* est tellement renflée qu'elle forme une espèce de palette très-grosse; la première pièce du tarse est courbée à l'endroit de l'insertion à la cuisse, & est longue de 3 lignes depuis sa courbure; enfin les deux

autres pièces du tarſe reſſemblent aſſez aux mêmes parties des pattes antérieures.

Les caractères les plus remarquables qui différencient cet inſecte de ceux déjà connus, & qui lui ſont propres, ſont donc 1.° la tête penchée ſous le thorax comme dans les *Dermeſtes ;* 2.° les antennes filiformes & articulées ou en ſcie; 3.° le ſoyeux de ſes élytres qui ſont ſtriées & pointillées; 4.° le nombre des articles de ſes tarſes; 5.° enfin la groſſeur ſingulière de ſes cuiſſes poſtérieures.

Ces caractères doivent dans la méthode de M. Geoffroy, lui faire aſſigner une place particulière, & il y formeroit un nouveau genre qui ſeroit le troiſième genre du troiſième ordre de l'article premier; on déſigneroit ainſi ſon genre: *Antennæ filiformes ſubſerratæ, caput ſub clypeo thoracis inflexum, thorax antice attenuatus ſubtriangularis, tarſorum articuli tres.*

Cet inſecte ſous la forme de ver ſe tient enfermé dans le fruit du palmier, & ſe nourrit de l'amande du coco *(fig. 9, 10 & 11).* Comme ce fruit eſt ordinairement diviſé en trois loges, on trouve auſſi quelquefois un, deux ou trois inſectes qui le rongent ou qui y ſont ſous différentes formes: l'animal s'y métamorphoſe & y devient nymphe, après s'être fait une eſpèce de loge avec ſes excrémens qu'il pouſſe au bord du trou; enfin il y prend la forme de ſcarabée & en ſort pour ſonger à ſa multiplication, après laquelle doit ſe borner le terme de ſa vie.

EXPLICATION DES FIGURES.

Figure 1. L'inſecte ſous la forme de ver de grandeur naturelle.

Figure 2. Le même ver deſſiné deux fois plus gros que nature.
b ſes ſix pattes.

Figure 3. Le ſcarabée.
a ſes antennes.
c ſes pattes de devant.
d ſes pattes de derrière.

Figure 4. Le même ſcarabée vu de côté.
a ſes antennes.
c ſes pattes de devant.

d ſes pattes de derrière.

e ſes mâchoires & ſa tête recourbée.

Figure 5. La nymphe.

Figure 6. La cuiſſe *d* de derrière, & les trois articulations au tarſe.

h la cuiſſe très-renflée.

i la première pièce du tarſe courbe.

Figure 7. La patte de devant *e*.

f la cuiſſe.

g les trois articulations du tarſe.

Figure 8. L'antenne *a* groſſie à la loupe.

Figure 9. L'amande du fruit du palmier.

Figure 10. Le coco ou le fruit du palmier.

Figure 11. Le coco coupé.

Quand le fruit eſt diviſé en trois loges, on aperçoit à l'extérieur du coco trois ſillons très-peu profonds.



SUR LA DÉTERMINATION

Des fonctions arbitraires qui entrent dans les intégrales des Équations aux différences partielles.

Par M. le Marquis DE CONDORCET.

M. D'ALEMBERT est le premier qui se soit proposé & qui ait résolu des Problèmes de ce genre. M. Euler s'est occupé depuis des mêmes questions; & M. de la Grange a traité cette matière avec plus de généralité dans le troisième volume des Mémoires de Turin. Il y emploie les séries, qui dans beaucoup de cas le conduisent à des solutions finies & rigoureuses. J'ai donné, dans ma lettre à M. d'Alembert quelques principes généraux pour la solution directe de ces Problèmes, & je me propose ici de les étendre & de développer leur usage & la méthode à laquelle ils conduisent.

ARTICLE I.

De la réduction de la détermination des fonctions arbitraires d'une fonction des variables qui entrent dans l'intégrale des équations à deux différences partielles, à des équations aux différences finies, ou aux différences finies & infiniment petites.

I. Les fonctions arbitraires qui entrent dans les intégrales des équations aux différences partielles, sont ou des fonctions données d'une fonction arbitraire, ou sont seulement données par des équations non séparables entre ces fonctions, la fonction arbitraire & la quantité dont celle-ci est fonction arbitraire. Soit, par exemple, $F(x + y)$ une fonction arbitraire qui entre dans une intégrale, cette intégrale pourra contenir ou $F(x + y)^n$, ou $l[z + F(x + y)]$, ou bien une quantité V donnée par une équation $AdV + BdF(x + y) + Cd(x + y) = 0$;

A, B, C, étant des fonctions de V, $F(x + y)$ & $(x + y)$, & l'équation pouvant être ou n'être pas résoluble tant que $F(x + y)$ reste indéterminé ; cette équation peut être même d'un ordre quelconque.

De plus, la quantité dont F est fonction arbitraire, peut être ou algébrique ou transcendante, & peut même contenir une autre fonction arbitraire. Tous ces différens cas doivent être considérés séparément.

II. Je suppose d'abord que l'intégrale ne contienne qu'une fonction arbitraire d'une quantité algébrique, que la fonction arbitraire n'entre pas dans une fonction transcendante, & que l'intégrale soit algébrique. Soit, lorsque $z = a$, une équation algébrique donnée en x & y; je substitue dans l'intégrale, au lieu de y, sa valeur tirée de cette équation, & j'ai FX égale à une fonction déterminée de x. Je mets dans cette fonction, au lieu de x, sa valeur en X, & j'ai FX égale à une fonction déterminée de X, & par conséquent la forme selon laquelle la fonction arbitraire doit contenir la quantité dont elle est fonction.

Si les équations que j'ai supposé ci-dessus être des équations algébriques, se trouvent contenir des transcendantes, alors j'appellerai Z la fonction arbitraire, u la quantité dont elle est fonction, & j'aurai, après avoir fait $z = a$, une équation en Z, x, y, une en u, x, y, & une enfin en x, y; d'où éliminant x & y par des différenciations, on aura une équation différentielle entre Z & u, dont l'intégrale donnera la forme selon laquelle la fonction arbitraire doit contenir la quantité dont elle est fonction.

De-là il est aisé de voir que dans le cas des équations toutes algébriques, on aura l'équation finale algébrique entre Z & u, sans être obligé de résoudre les autres équations.

III. Je suppose maintenant que l'intégrale contienne deux fonctions arbitraires Fs, $F's'$, que $F's'$ ne soit pas contenue dans s ou réciproquement, & que lorsque $z = a$, on ait une équation en x & y, & lorsque $z = b$, une autre équation entre ces mêmes variables; d'abord toutes les équations étant algébriques, j'aurai en faisant $z = a$, & mettant pour y sa valeur en x, une équation algébrique en FX, $F'X'$ & x; puis faisant $z = b$, & mettant

pour y ſon autre valeur, j'aurai une équation en $F X_{,}$ & $F' X'_{,}$. Ces deux équations doivent être identiques; c'eſt-à-dire que tous les termes doivent s'y détruire, lorſque $FX, F'X'', FX_{,}, F'X'_{,}$, ont la forme qu'elles doivent avoir; donc ſi dans chacune de ces équations on met par-tout, au lieu de x, la quantité $x + \Delta x$, elles ſeront encore identiques. Je ferai donc cette ſubſtitution dans la première équation; je ſuppoſerai Δx tel que $X + \Delta X = X_{,}$, les deux équations contiendront FX; je pourrai donc éliminer cette fonction arbitraire, & j'aurai une équation en x, $F' X''$ & $F X'_{,}$. Je ſuppoſerai enſuite que $F' X'' = F' (X'_{,} + \Delta X'_{,})$, ce qui donne $X'' = X'_{,} + \Delta X'_{,}$; j'aurai par conſéquent une équation en $F' X'_{,}$, $\Delta F' X'_{,}$ & x, une en $X'_{,}$, $\Delta X'_{,}$ & x, & une enfin en $X'_{,}$ & x; j'éliminerai x & $X'_{,}$, & j'aurai une équation en $F'X'_{,}$, $\Delta F'X'_{,}$, $\Delta^2 F'X'_{,}$. Intégrant cette équation, j'aurai $F' X'_{,}$ égale à une fonction de x', x' étant une quantité dont la différence eſt conſtante; j'aurai enſuite, à cauſe de l'équation en $\Delta X'_{,}$ & $X'_{,}$, $X'_{,}$ égal à une fonction de cette même variable x', dont éliminant x', j'aurai une équation en $F' X'_{,}$ & $X'_{,}$, & par conſéquent la forme cherchée de la fonction arbitraire.

Si la ſubſtitution pour donner lieu de faire évanouir FX & $FX_{,}$, donnoit X'' égal à $X'_{,}$, il faudroit employer une autre ſubſtitution dans la deuxième équation, & déterminer ΔX & Δx, de manière que cette égalité n'ait plus lieu. Si de plus en éliminant FX, on éliminoit auſſi $F' X''$, alors il faudroit avoir une équation en x, y, pour le cas où $z = c$.

Si les équations au lieu d'être algébriques finies, contenoient des tranſcendantes ou étoient différentielles, on auroit $X_{,} X'$, $X_{,} X'_{,}$, donnés par des équations différentielles; ſuppoſant enſuite qu'en mettant dans X au lieu de x' $x + x'$, X devienne $X'_{,}$, on aura auſſi x' par une équation différentielle dans laquelle il faudra ſuppoſer que tout ſoit variable. Éliminant donc, & s'il eſt néceſſaire, par des différentiations, la fonction de $X_{,}$ qui ſe trouve dans les deux équations, on aura une équation qui contiendra $x_{,} x'$ $F' X'_{,}$ & $F' X''$. Cette quantité X'' contenant x', on ſera $X'' = X'_{,} + \Delta X'_{,}$, & on aura une équation différentielle

en F', $\Delta F'_{,}$ x & x', une en $\Delta X'_{,}$, x & x', une en $X'_{,}$ & x; & une en x & x'; d'où éliminant $x'_{,}$ & ensuite x, on aura une équation différentielle en F', $\Delta F'$, $\Delta^2 F''$, & une en $X'_{,}$ & $\Delta X'_{,}$. Intégrant ces deux équations & éliminant la quantité dont la différence est constante, & qui entre dans les intégrales, on aura F' en X'.

Lorsqu'on a F', on en déduit F par une équation ou finie, ou aux différences infiniment petites.

Si l'on avoit un nombre n de fonctions arbitraires différentes d'une même fonction X, & un pareil nombre de conditions, on trouveroit par la méthode de cet article un nombre n d'équations contenant la première X', la seconde X'' . . . . . Faisant ensuite dans la seconde une substitution pour que X'' devienne X', & de même dans les équations suivantes, on aura n équations contenant n fonctions arbitraires d'une même fonction X'; donc éliminant, on déterminera à volonté une de ces fonctions, sans que cette détermination conduise à des équations aux différences finies. Cette même remarque peut dans d'autres cas servir à simplifier les solutions de cet article & des suivans.

IV. Si j'ai trois fonctions F, F', F'', je supposerai que j'aie une équation donnée en x, y, lorsque $z = a$, une autre lorsque $z = b$, & une troisième lorsque $z = c$. Cela posé, mettant dans les fonctions qui composent les fonctions arbitraires pour z & y leurs valeurs en x, on aura trois équations, dont l'une contiendra FA, $F'B$, $F''E$; la seconde contiendra FA', $F'B'$, $F''E'$; & la troisième FA'', $F'B''$, $F''E''$. Comme ces équations sont identiques, on mettra dans ces trois équations, au lieu de x, une fonction de x, telle que A' & A'' deviennent A, & on aura deux équations qui contiendront $F'C$, $F'C'$, $F'C''$, & $F''D$, $F''D'$ & $F''D''$. Pour éliminer F', je prends deux équations, dont l'une contient $F'C$ & $F'C'$, l'autre $F'C$ & $F'C''$. Je regarde C' comme $C + \Delta C$, & C'' comme $C + \Delta' C$. Cela posé, je différencie la première équation par rapport à Δ' & la seconde par rapport à Δ, & j'aurai deux équations qui contiendront ΔC, ΔC & $\Delta' \Delta C$. J'aurai donc, en comparant les deux proposées, quatre équations & quatre variables; donc en éliminant je n'aurai

plus que F'' dans l'équation qui me reſtera & qui contiendra $F''D$, $F''D'$, $F''D''$, &c. au nombre de neuf, à moins qu'il ne ſoit réduit par des circonſtances particulières; enſuite j'aurai une équation aux différences finies avec pluſieurs caractériſtiques. Voyez ſur la Théorie de ces équations, *les Mémoires de l'Académie pour 1772*, & je me contenterai de remarquer ici que pluſieurs de ces caractériſtiques peuvent quelquefois ſe réduire à être différens ordres de la même.

J'ai ſuppoſé ici que l'élimination des y étoit poſſible & exécutée; le cas où l'intégrale & les équations de condition en x & y contiennent des tranſcendantes, ſe traitera dans cet article comme dans le précédent, ſans qu'il y ait aucune nouvelle difficulté.

V. Si j'ai une intégrale qui contienne deux fonctions arbitraires FA, $F'B$, & que B ſoit fonction de x, y, z & FA, on ſuppoſera que faiſant $z = a$, on ait une équation donnée en x & y, & une autre lorſque $z = b$. En ſubſtituant pour z & y les deux valeurs qui réſultent de cette ſuppoſition, on aura deux équations, dont l'une contiendra FA' & $F'B'$, & l'autre FA'' & $F'B''$; A' & A'' ſont des fonctions de x & B', & B'' des fonctions de x & FA', de x & FA''. Je mettrai dans la ſeconde de ces équations au lieu de x, $x + x'$, & je ſuppoſerai que B'' après cette ſubſtitution ſoit devenue B', & j'éliminerai $F''B'$; j'aurai donc deux équations qui contiendront FA', FA''', où A''' contient x & x'. Cela poſé, faiſant $A' = u$, $A''' = u + \Delta u$, $FA' = s$, $FA''' = s + \Delta s$, on aura quatre équations en x, x', u, & s, éliminant trois de ces variables, on aura une équation en s & une en u, les intégrant & éliminant la quantité dont la différence eſt conſtante, & qui entre dans les intégrales, on aura s en u.

Si on n'avoit pu faire immédiatement les éliminations, il auroit fallu employer les différentiations, comme dans le *N.° 3*, & on ſeroit parvenu de même à une équation aux différences finies & infiniment petites.

VI. Si l'intégrale contenoit des différences de FF', &c. ou des fonctions de ces quantités, données par des équations différencielles, la même méthode pourroit encore être employée. Elle ſerviroit également dans les autres hypothèſes qu'on pourroit faire

pour la détermination des fonctions arbitraires, comme si on supposoit que lorsque $x = a$, on a une équation en z & y, & de plus, $\frac{dz}{dy}$ égal à une fonction de z & y; ou bien si on supposoit que l'on a une équation en x & y, lorsque $z = a$, & une en z & y, lorsque $x = b$, car alors il résultera une équation en x & les fonctions arbitraires, & une en z & les fonctions arbitraires; mais comme cette dernière équation est identique, on pourra y mettre pour z une fonction de x, telle qu'une des deux fonctions arbitraires soit la même que la fonction correspondante de l'autre équation; & alors éliminant cette fonction, on aura une équation en x & deux fonctions semblables.

VII. Si l'on avoit une intégrale qui contînt FV & un nombre $n - 1$ de $F'V'$... & que l'on sût que lorsque $V' = C$, C étant constante, on a une équation entre les variables; on voit que cette hypothèse détermine FV: donc si on a $n - 1$, conditions à l'ordinaire, on aura $F'V'$... par la méthode indiquée à la fin de *l'art. III.* Mais les valeurs contiendront $F'C$.... Pour les déterminer on fera dans les valeurs de $F'V'$.... & des autres $V' = C$, & on en tirera $F'C$... en quantités connues.

VIII. J'ai parlé ci-dessus des équations entre plusieurs fonctions & qui dépendent d'une espèce particulière de calcul aux différences finies. Il y a une classe de ces équations qui peut se résoudre par la même méthode que les différences finies ordinaires; c'est celle qui contiendra Fx, $Fx + a$, $Fx + 2a$, &c. Fa, x & a; en effet, dans ce cas, si on a l'intégrale de la proposée en faisant $Fx = Z$, $Fx + a = Z + \Delta Z$, &c. & que dans cette intégrale, Fa soit regardé comme un coëfficient indéterminé, on fera dans l'intégrale $x = a$, $Z = Fa$, & on supposera que tout se détruit après la substitution. Soit, par exemple, l'équation... $(2 - A) Z + (2 - A) \Delta Z + \Delta\Delta Z = 0$, où A est la fonction de Δx semblable à Z, on aura pour intégrale $Z = Pe^{Nx} + Qe^{N'x}$ & $N N'$ sont données par les deux racines de l'équation $1 - Ae^{N\Delta x} + e^{2N\Delta x}$; mais

$A = Pe^{N \Delta x} + Qe^{N' \Delta x}$: donc on aura $1 - Pe^{2 N \Delta x} - Qe^{N + N' \Delta x} + e^{2 N \Delta x}$; ce qui, comme l'on voit, laiſſe ici trois arbitraires. M. d'Alembert a réſolu la même équation (*Mémoires de 1769, page 279.*)

Toutes les opérations précédentes ſont fondées ſur ce principe, que les équations en s fonction de u, s' fonction ſemblable de u', r autre fonction de u'', r' fonction ſemblable de u''', peuvent être miſes ſous la forme $A\,(s - F u) + B\,(s' - F u') + C\,(r - F' u'') + D\,(r' - F' u''') = 0$.

ARTICLE II.

Des Équations définitives où conduit la détermination des fonctions arbitraires qui entrent dans l'intégrale des équations à trois différences partielles.

I. Si on a dans une intégrale une fonction arbitraire de A & de B, fonctions de x, y, z, u, & que lorſque $u = a$ on ait une équation en x, y, z; mettant pour z ſa valeur, on aura une équation en F, A', B', x & y; donc mettant pour x & y leurs valeurs en A' & B'; on aura $F A', B'$ en A' & B'.

II. Si on a deux fonctions $F A B$ & $F' C D$, & que faiſant $u = a$, on ait une équation donnée en x, y, z, & que faiſant $u = b$ on ait une autre équation en x, y, z; mettant dans la propoſée pour u & z ces deux valeurs, on en tirera deux équations dont l'une contiendra $F A' B'$, $F' C' D'$, & l'autre contiendra $F A'' B''$, & $F' C'' D''$. Je ferai dans la première équation $x = x + \Delta x$ & $y = y + \Delta y$, & je ſuppoſerai que $A' + \Delta A' = A''$ & $B' + \Delta B' = B''$, & déterminant par cette condition Δx & Δy; éliminant enſuite $F A'', B''$, qui ſe trouve dans les deux équations, il m'en reſtera une qui contiendra $F' C'', B''$, & $F' C''', D'''$. Je ſuppoſe enſuite que j'aie fait une ſubſtitution telle que C''' devienne $C'' + a$, & $D''', D'' + b$, j'aurai une équation entre $F, \Delta F, C''$ & D'' où ΔF, repréſente la différence de F priſe en faiſant varier C'' & D''. L'intégrale ſe trouvera par

les mêmes méthodes que celles de l'article précédent, excepté que les fonctions arbitraires feront des fonctions de $a D'' - C'' b$, $e^{\frac{pC''}{a}}$, $e^{\frac{pD''}{b}}$, e^p étant égal à l'unité. Les fonctions exponentielles sont assujetties à la même loi que les fonctions de ce genre dans les équations differentielles ordinaires, & la fonction $a D'' - C'' b$, ne l'est à aucune.

ARTICLE III.

Des Équations aux differences finies & infiniment petites.

Je vais donner des principes généraux sur la théorie & la solution de ces équations, qu'aucun Géomètre n'a encore traitée d'une manière directe.

I. Si on regarde les différences infiniment petites comme de nouvelles variables, & que la proposée soit intégrable par rapport aux différences finies, on en prendra l'intégrale sans différences; & en cherchant à l'intégrer comme une équation aux différences infiniment petites, on aura l'intégrale cherchée.

II. Si on regarde les différences finies comme de nouvelles variables, & qu'on puisse intégrer par rapport aux différences infiniment petites, on exécutera cette intégration, & il ne restera plus à intégrer qu'une équation aux différences finies, mais qui pourra contenir des transcendantes.

III. Ces deux cas ne renferment pas toutes les équations aux différences finies & infiniment petites; ainsi il faut tirer leur solution générale de principes plus directs. Je suppose donc que dans la proposée dx & Δx soient constans, elle contiendra x, y, dx, Δx, dy, Δy, $d^2 y$, Δdy, $\Delta^2 y$, &c. Soit Z son intégrale, elle sera susceptible de la forme $AZ + B\,dZ + C\,\Delta Z + D\,d^2 Z + E\,\Delta\, dZ + F\,\Delta^2 Z \ldots$ le nombre des équations qui l'ont pu produire est donc $\frac{n^2 + 3n}{1.2}$ comme pour les différences partielles, & cela conduit à conclure de même qu'on ne peut la regarder comme intégrable par rapport à d, ou à Δ seulement, ni comme produite par la comparaison de deux équations, dont l'une

feroit

feroit la différentielle exacte d'une fonction différentiée, par rapport aux différences infiniment petites, & l'autre la différentielle exacte de la même fonction différentiée par rapport aux différences finies.

IV. Si on a les trois équations $Z = 0$, $dZ = 0$, $\Delta Z = 0$, & que Z contienne une autre tranfcendante que e^{nx+a}, $e^{Ne^{nx}}$ *(voyez l'addition aux Mémoires de 1770)*, il eft aifé de voir que dZ pourra contenir ou ne pas contenir la tranfcendante, mais que ΔZ la contiendra & une autre de plus; donc par la comparaifon de Z, ΔZ, dZ, on ne pourra faire évanouir cette tranfcendante fans en introduire une autre, lorfque l'équation $\Delta Z = 0$ eft entrée dans la formation de la propofée. Si Z contient e^{nx+a}, dZ contiendra cette même tranfcendante; ΔZ la contiendra auffi; par conféquent lorfque Z contiendra e^{nx+a} & e^{mx+b}, on pourra faire évanouir ces deux tranfcendantes & leurs coëfficiens, par la comparaifon des trois équations; donc la propofée qu'elles produifent peut contenir deux de ces fonctions exponentielles. Si Z avoit contenu e^{ax^2+bx+c} & $e^{\Delta ax^2+bx+c}$, dZ auroit contenu les mêmes tranfcendantes ainfi que ΔZ; donc la comparaifon auroit pu encore les faire évanouir; donc la propofée que ces trois équations produifent, peut contenir dans fon intégrale les deux fonctions exponentielles. Quant à la fonction $e^{Ne^{nx}}$, on trouvera que fi Z contient cette fonction, & de plus la fonction e^{nx}, comme dZ contient cette nouvelle fonction, on pourra les faire évanouir toutes deux. Cette intégrale Z ne pourra point contenir de fonction arbitraire de e^{nx+a}, $e^{n\Delta x}$ étant 1, parce que foit φ cette fonction arbitraire, $\frac{d\varphi}{de^{nx}}$ fe trouve dans l'équation $dZ = 0$; ainfi, toutes les fois que cette équation eft entrée dans la formation de la propofée, il n'y a point de fonction arbitraire dans l'intégrale. De-là on conclura que fi la propofée ne contient que des différences du premier ordre, & que dy & Δy s'y trouvent, il n'y aura point de fonction arbitraire dans

l'intégrale, ni d'autres tranſcendantes que deux fonctions e^{nx+a}, e^{mx+b}, ou e^{ax^2+bx+c} & $e^{\Delta ax^2+bx+c}$, ou $e^{Ne^{n\prime x}}$ & e^{nx}, dont les coëfficiens ſeront arbitraires.

V. Si l'on veut appliquer ces mêmes principes aux équations du ſecond ordre, on trouvera 1.° que ſi la propoſée eſt produite par la comparaiſon des quatre équations Z, ΔZ, dZ & $d^2 Z$; l'intégrale ne pourra contenir de tranſcendante autre que les exponentielles, parce que ſi elle en contient une, ΔZ en contient une nouvelle qui ne ſe trouve pas dans les autres équations; & qu'ainſi on ne peut éliminer : dans ce cas la propoſée ne contient que x, dx, Δx, y, Δy, dy & $d^2 y$, &c. 2.° Que ſi elle eſt produite par la comparaiſon des quatre équations Z, dZ, ΔZ, $\Delta^2 Z$, ce qui arrive lorſqu'elle ne contient point d'autres différences de y, dy, Δy & $\Delta^2 y$, elle ne peut contenir de fonction arbitraire, parce que $dZ = 0$, y introduiroit une différence de cette fonction qui ne ſe trouve point dans les autres. 3.° Que dans ces deux cas, l'intégrale peut contenir ou trois fonctions exponentielles e^{nx+a}, e^{mx+b}, e^{px+c}; ou une fonction e^{ax^2+bx+c}, $e^{\Delta(ax^2+bx+c)}$, & $e^{p'x+c'}$; ou $e^{ax^3+bx^2+c'}$, $e^{\Delta . ax^3+bx^2+cx+f}$ & $e^{\Delta^2 . ax^3+bx^2+cx+f}$; ou $e^{Ne^{nx}}$, e^{nx} & $e^{n\prime x}$, ou e^{ax^2+bx+c}, dans le cas où $nx+p$ ſeroit égal à Δax^2+bx+c; ou $e^{(Nx+N')e^{nx}}$, $c^{N''e^{nx}}$ & e^{nx}. 4.° Que ſi elle eſt produite par la comparaiſon des cinq équations $Z = 0$, $dZ = 0$, $\Delta Z = 0$, $ddZ = 0$, $d\Delta Z = 0$, c'eſt-à-dire, ſi elle contient toutes les différences ſecondes hors $\Delta\Delta y$, Z pourra contenir une tranſcendante quelconque. En effet, $d\Delta Z$ contient la nouvelle tranſcendante que cette ſuppoſition fait entrer dans ΔZ; mais Z n'en pourra contenir deux en général, parce que ΔZ & $d\Delta Z$ en contiendroient deux nouvelles; il faudroit donc qu'elles fuſſent telles que ΔZ n'en contînt qu'une nouvelle, c'eſt-à-dire, que les appelant A & B, on pût avoir $A + \Delta A = B$.

Que Z ne peut contenir une fonction arbitraire, parce que la seconde différence se trouve dans ddZ; & qu'enfin Z peut contenir quatre fonctions de la forme e^{nx+a}, dont les coëfficiens soient arbitraires, ou deux fonctions de la forme e^{ax^2+bx+c}, avec chacune leur différence finie; & ainsi de suite jusqu'à une fonction $e^{ax^4+bx^3+cx^2+ex+f}$, & ses trois différences consécutives; ou bien deux exponentielles de la forme $e^{Ne^{n'x}}$, $e^{N'e^{n'x}}$, avec $e^{n''x}$ & e^{nx}, & d'autres fonctions de ce genre; & observant en général qu'il faut que le nombre des arbitraires soit 4, & que chaque transcendante soit dans deux équations différentes de la suite $Z = 0$, $dZ = 0$, &c. 5.° Que si la proposée est produite par les cinq équations Z, dZ, ΔZ, $d\Delta Z$, $\Delta^2 Z$; Z ne peut contenir de transcendante autre que les exponentielles, parce que $\Delta^2 Z$ en contiendroit une nouvelle qui ne se trouveroit pas dans les autres, mais qu'il peut contenir une fonction arbitraire, parce que sa différence se trouve également dans dZ & $d\Delta Z$; & qu'enfin Z pourra contenir quatre exponentielles, de même que dans le cas précédent. 6.° Que si la proposée est le produit de quatre équations $Z = 0$, $dZ = 0$, $\Delta Z = 0$, $d\Delta Z = 0$; Z pourra contenir une fonction arbitraire dont la différence se trouve dans dZ & $d\Delta Z$, & une fonction transcendante, parce que la nouvelle transcendante qui en naît se trouve dans ΔZ & $d\Delta z$, & de plus une fonction exponentielle, ou bien deux fonctions transcendantes, pourvu que l'une étant appelée V, l'autre soit $V + \Delta V$; & que d'ailleurs Z pourra contenir trois fonctions exponentielles, comme pour le *n.°* 4. 7.° Que si la proposée est le produit des six équations, elle ne pourra contenir ni transcendantes autres que les exponentielles, à cause de $\Delta^2 Z$, ni fonctions arbitraires à cause de ddZ, mais seulement cinq exponentielles de la forme ci-dessus, depuis cinq fonctions de la forme e^{nx+a}, jusqu'à une de la forme $e^{ax^5+bx^4\ldots}$ & ses quatre différences successives, & les fonctions $e^{Ne^{nx}}$ & e^{nx}, pourvu que le nombre

des arbitraires ſoit cinq, & que les fonctions ſe trouvent chacune dans deux équations.

Pour les ordres ſupérieurs, les mêmes principes donneront la forme des intégrales, & on obſervera en général que le nombre des exponentielles ſera moindre d'une unité que celui des équations qui ont ſervi à produire la propoſée; qu'il n'y aura point d'autres tranſcendantes, ſi l'équation $\Delta^n Z$ eſt entrée dans la formation de la propoſée, & que le nombre qu'il y en a dans les autres cas, dépend de celui des tranſcendantes nouvelles qu'elle fait entrer dans les équations qui produiſent la propoſée, & du nombre de ces équations; enfin, il n'y a point de fonctions arbitraires, tant que $d^n Z$ entre dans la même propoſée, & que leur nombre dépend des nombres d'équations où a pu entrer la plus haute différence infiniment petite de ces fonctions. Il en eſt des fonctions, qui dans les intégrales des équations aux différences finies, reſtent ſous la ligne Σ, & des fonctions de produits indéfinis, comme des fonctions arbitraires, & par la même raiſon.

VI. D'après ces principes, ſi l'on veut réſoudre une de ces équations, on commencera par déterminer le nombre des fonctions arbitraires que l'intégrale peut contenir, & on cherchera une équation algébrique qui ne contiendra plus que des différences infiniment petites, qui aura lieu en même-temps que la propoſée, & qui contiendra les fonctions arbitraires, c'eſt-à-dire, une équation intégrable d'abord par rapport aux différences finies, puis par rapport aux différences infiniment petites; ce qui conduira à intégrer une équation aux différences infiniment petites, qui contiendroit des fonctions indéfinies d'une variable x; & l'ordre de l'équation aux différences infiniment petites, ſera le nombre des fonctions arbitraires étant m, $\frac{n^2 + 3n}{2} - m$. Au reſte, on pourra ne le ſuppoſer qu'égal à celui des tranſcendantes non exponentielles; pourvu que l'on faſſe entrer dans les variables de cette équation hypothétique, les fonctions exponentielles qui peuvent entrer dans l'intégrale de la propoſée.

EXEMPLES des méthodes expofées dans les articles précédens.

EXEMPLE I.

Soit l'équation $x\,dx\,\Delta y + by\,dx + b\,dy + b\,dx - \Delta y\,dx = 0$ & $\Delta x = b$. Je remarque d'abord que cette équation ne peut avoir dans fon intégrale d'autres quantités tranfcendantes que e^{ax}, e^{cx}, ou $e^{d'x^2 + c'x}$ ou $e^{ce^{nx}}$ & fa différence; j'appellerai donc e^{ax}, z; e^{cx}, z'; $e^{dx^2 + c'x}$, u; & $e^{cc^{ax}} = u'$, & $\frac{u + \Delta u}{u} = z$, on prendra alors une équation $A + Bx + Cy + Dz + Fz' + Gu + Eu' + Kx^2 + Lxy + My^2 + Pzx + Qzy$, &c. où z', u, & u' ne fe peuvent point trouver en même-temps, & on cherchera par la méthode des coëfficiens indéterminés, les coëfficiens conftans A, B, C, &c. Cette opération donnera $a = 1$, $B = 1$, D & Q arbitraires, & les autres égaux à zéro, en forte que $x + Ne^x y + N'e^x = 0$ fera l'intégrale cherchée de la propofée.

EXEMPLE II.

Soit l'équation $\Delta \frac{dy}{dx}\,(x^2 + 2xy + y^2 + x\Delta y + y\,\Delta x + x + y) - \frac{dy}{dx}\,\Delta y - \frac{dy}{dx}\,\Delta y = 0$, comme cette équation eft produite par la comparaifon des quatre équations $Z = 0$, $dZ = 0$, $\Delta Z = 0$ & $d\,\Delta Z = 0$ l'intégrale ne peut contenir que trois quantités exponentielles, ou bien une tranfcendante, une quantité exponentielle & une fonction arbitraire, ou enfin deux fonctions tranfcendantes, pourvu que l'une étant V, l'autre foit $V + \Delta V$. Il faudroit donc pour pouvoir employer ici la même méthode que dans l'article précédent, prendre une fonction rationelle & entière des variables, des tranfcendantes de toutes ces hypothèfes, en fuppofant que celles de la dernière contiennent des radicaux d'un degré indéfini, & que l'on peut ajouter à la fonction arbitraire une quantité non intégrable,

ſous la ligne Σ, ou la multiplier par un produit indéfini. *Mémoires ſur les différences finies, 1770.* Ce procédé ſeroit trop long, & il ſera plus court de chercher une équation qui ait lieu en même-temps que la propoſée, & qui ſoit intégrale ſucceſſivement par rapport aux différences finies & aux différences infiniment petites, équation qui ne doit être que du ſecond ordre, par rapport à ces dernières, puiſqu'il ne peut y avoir que deux tranſcendantes & trois arbitraires. On trouvera ici que la propoſée eſt immédiatement dans ce cas.

Intégrant donc, par rapport aux différences finies ſeulement; & regardant $\frac{dy}{dx}$ comme une nouvelle variable, je trouve que l'intégrale ſera $\frac{dy}{dx} + (x+y)\frac{dy}{dx} + (x+y)\,Fe^{nx} + 1 = 0$, $e^{n\Delta x} = 1$; multipliant cette équation par dx & cherchant à l'intégrer comme une équation ordinaire aux différences infiniment petites, je trouve que le facteur $\frac{1}{x+y}$ la rend une différentielle exacte; & l'intégrant, j'ai $L\,(x+y) + y + F\,e^{nx} = 0$ pour l'intégrale finie & complète de la propoſée.

Exemple III.

Soit l'équation $\varphi\,ax + ay - \varphi\,x - ay = b$, & qu'on cherche de quelle manière la fonction φ doit être compoſée des quantités $x + ay$ & $x - ay$, pour que cette équation ait lieu; & que de plus on ait toujours entre x & y l'équation $\frac{-2ay}{x^2 - a^2y^2} = c$. Je fais $x - ay = z$ & $x + ay = z + \Delta z$. Cette ſuppoſition me donne $\varphi\,(z + \Delta z) - \varphi z = b$, ou appelant Z la fonction $\varphi\,z$, $\Delta Z = b$, dont l'intégrale eſt $Z = \frac{bx'}{\Delta x'} + Fe^{x'}$, $e^{\Delta x'} = 1$, c'eſt-à-dire x' étant une quantité conſtante, & dont la différence eſt telle que $e^{\Delta x'}$ ſoit égal à l'unité, la même ſubſtitution faite dans l'équation

en x & y, donne la transformée $\frac{-2a\Delta z}{z^2+z\Delta z} = c$, dont l'intégrale est $\frac{z+a}{z} = \frac{cx'}{\Delta x'} + F e^{x'}$, & l'on aura Z en z, en éliminant x'. On peut dans ce cas particulier simplifier la méthode générale, ainsi que dans tous ceux où une des équations est de la même forme que $\Delta Z = b$; en effet, ici on peut prendre pour l'intégrale de la seconde équation $\frac{z+a}{z} = \frac{c}{b} Z + F e^{\frac{n}{b} Z}$, $e^n = 1$, où l'on a Z ou z par une équation transcendante. Nous pousserons plus loin l'analyse de cet exemple dans l'article suivant.

EXEMPLE IV.

Soit l'équation $\varphi\, x.\, z - \varphi, x+a, z+b = 0$; j'appellerai Z la fonction $\varphi\, .\, x, z$, & j'aurai l'équation $\Delta Z = 0$; d'où je tire Z égal à une constante, qui sera une fonction arbitraire de $za - xb$, de e^{nx}, de $e^{n'y}$, ou $e^{\frac{n}{a}} = e^{\frac{n'}{b}} = 1$; & cette fonction ne sera assujettie que pour ces deux dernières quantités seulement aux conditions dont je parlerai dans l'article suivant.

EXEMPLE V.

Solution des équations linéaires aux différences finies & partielles.

Soit 1.° l'équation $y + \frac{a\,dy}{dx} + b.\,y + \Delta y = 0$, je fais $y = e^{fx}$, & j'ai $1 + af + be^f = 0$. Je remarque d'abord qu'il n'y a aucune fonction finie de a & b qui puisse représenter f; je remarque ensuite que si j'appelle f & f', deux valeurs de f, que je suppose avoir lieu en même-temps, j'aurai $1 + af + be^f = 0$, $1 + af' + be^{f'} = 0$; d'où $e^{f'} + afe^{f'} = e^{f'} + af'e^{f'}$ & $a = \frac{e^f - e^{f'}}{fe^{f'} - f'e^f}$ & $b = \frac{f - f'}{f'e^{f'} - f'e^f}$; d'où l'on voit que pour une infinité de cas

f doit avoir deux valeurs; l'équation $1 + af + bef = 0$ eſt facile à conſtruire par les courbes. En effet, ſoit la ligne droite $1 + ay + bx$, & la ligne courbe exponentielle $x = e^y$; les interſections de ces deux lignes, donneront les valeurs de f; regardant x comme l'abſciſſe, il eſt aiſé de voir que dans les courbes, il répondra à chaque valeur de x poſitif, une valeur réelle & une infinité de valeurs imaginaires de y; ces valeurs imaginaires ſont données par des branches de courbe abſolument ſemblables à la branche des valeurs réelles, mais placées à une diſtance imaginaire de l'axe; donc la ligne les coupe à une diſtance de l'origine de x égale à celle où des parallèles à cette ligne droite & diſtantes de l'axe de ces mêmes quantités, coupent la branche réelle; or ces quantités ſont indépendantes de la valeur de y: donc connoiſſant deux valeurs f & f' de f, nous aurons pour l'intégrale de l'équation propoſée, $y = e^{fx} \cdot A e^{a'x} + B e^{b'x} + C e^{c'x}$, &c. $+ e^{f'x} A' e^{a'x} + B' e^{b'x}$, &c. Cette ſérie tenant lieu de la fonction arbitraire.

Si les deux valeurs de f doivent être égales, alors on aura $a + bef = 0$; donc $ef = \frac{-af}{b}$, donc $f = l\frac{-a}{b}$ & l'on aura

$$x e^{l\frac{-a}{b}x} \cdot Ae^{a'x} + Be^{b'x} \ldots + e^{l\frac{-a}{b}x} \cdot A'e^{a'x} + B'e^{b'x};$$

& en effet, on voit que mettant dans la propoſée $x e^{fx}$, au lieu de y, on aura des termes multipliés par $x' e^{fx}$, & d'autres par e^{fx}, & que le coëfficient de e^{fx}, doit être égal à la différentielle de celui de $x e^{fx}$, après l'avoir diviſée par df.

Soit l'équation

$$y + a\frac{dy}{dx} + b(y + \Delta y) + c\frac{d.y + \Delta y}{dx} + e\frac{d^2 y}{dx^2} +$$

$g(y + 2\Delta y + \Delta^2 y) = 0$; je fais $y = Ae^{fx}$, & j'ai $1 + af + bef + cfef + ef^2 + ge^{2f} = 0$.

Si maintenant, je ſuppoſe comme ci-deſſus, que j'aie cinq valeurs données de f, & que je cherche à déterminer les cinq coëfficiens de la propoſée, j'aurai les coëfficiens par une équation linéaire; donc il y a une infinité de valeurs de a, b, &c. où l'équation

l'équation en f, a cinq racines réelles. On trouve que celui des imaginaires eſt infini ; en effet, on peut toujours conſtruire la propoſée par l'interſection d'une ſection conique & d'une logarithmique; chaque branche imaginaire de la logarithmique pourra être coupée par la ſection conique, & le ſera à des points correſpondans aux mêmes abſciſſes que ſi la branche réelle étoit coupée par des ſections coniques ſemblables, mais placées à des diſtances imaginaires de l'axe, & l'on aura pour arbitraires des ſéries comme ci-deſſus.

Paſſant maintenant à l'examen des cas particuliers, j'aurai d'abord en faiſant g & $e = 0$ & $c = ba$, l'équation $1 + af + bef \,.\, 1 + af = 0$, ce qui donne les deux ſolutions $f = -\frac{1}{a}$ & $ef = \frac{-1}{b}$; ainſi l'intégrale complète ſera

$$y = c^{\frac{-1}{a}x} A + e^{l\frac{-1}{b}x} B,$$

B étant une fonction qui reſte la même lorſque x eſt augmenté de l'unité.

Soit $e = 0$, & que $1 + bef + ge^2f = 0$ ait une racine commune avec l'équation $a + cef = 0$, j'aurai y égal à un terme $ef^x B$, où B ſera une fonction arbitraire, comme pour le cas des différences finies.

Si au contraire $g = 0$, & que $1 + af + ef^2 = 0$, ait une racine commune avec l'équation $b + cf = 0$, j'aurai y égal à ef^x, multiplié par une ſeule conſtante arbitraire A; les autres racines donneront des équations en ſérie.

Ces cas ſont ceux où la ſection conique dont l'interſection avec la logarithmique donne ces racines, ſe réduit en deux lignes droites.

Le cas des deux racines égales ſe traitera comme ci-deſſus; & l'on peut diſtinguer le cas où l'équation en f feroit le quarré d'une ſeule équation linéaire.

Celui de 3, 4, 5 racines égales, ſe traitera de même, & il ne ſera pas difficile de démontrer en général que $y = A x^n ef^x$, réſolvera toute équation de ce genre où l'équation en f, aura $n + 1$ racines égales.

Je ne m'étends pas davantage ſur cet objet; les autres ordres

n'ont pas plus de difficulté, & en général les équations linéaires, de quelque nature qu'elles soient, se résolvent du moins en séries, par la substitution d'une fonction exponentielle. *(Voyez les Mémoires de 1772.)*

Quant aux méthodes d'approximations par ces équations, je me réserve également d'en parler dans les Mémoires de 1772.

ARTICLE IV.

De l'étendue des solutions données dans les articles précédens.

Les quantités arbitraires qui entrent dans les intégrales des équations aux différences partielles, ont été réduites dans les articles précédens, à dépendre d'équations qui ne renferment plus d'autres fonctions arbitraires que celles qui entrent dans les intégrales des équations aux différences finies; or les fonctions arbitraires ne le sont point absolument, mais elles restent assujetties à cette loi; que lorsqu'on y met au lieu de x, $x + \Delta x$, elles ne changent point de valeur. Cette condition exclut de ces arbitraires trois espèces de fonctions; 1.° les fonctions $l e^{ax}$: en effet, quoique $e^{x a \Delta} = 1$; cependant $l e^{ax + a\Delta x} = l e^{ax} + l e^{a\Delta x} = ax + a\Delta x$, & n'est pas égal à ax; la raison en est qu'il y a une infinité de valeurs de $^{a\Delta x}$ qui rendent $e^{a\Delta x} - 1 = 0$; mais que de toutes ces valeurs il n'y en a qu'une $a\Delta x = 0$, qui rende $l e^{a\Delta x} = 0$. 2.° Les fonctions $\text{cos.}\ \frac{\pi}{n\Delta x} x$, parce que $\text{cos.}\ \frac{\pi}{n\Delta x} (x + \Delta x)$ n'est pas égal à $\text{cos.}\ \frac{\pi}{n\Delta x} x$, quoiqu'il soit fonction de e^{ax}. 3.° Enfin les fonctions e^{nax}, n n'étant pas un nombre entier, parce que quoique $e^{a\Delta x}$, soit égal à l'unité, on ne peut point supposer en général que $e^{na\Delta x}$ lui soit aussi égal; cette égalité n'a lieu que lorsque n est égal à un nombre entier, si on a pris pour a la plus petite valeur dont il soit susceptible. Cette observation conduit à différentes remarques essentielles pour cette théorie.

Si j'ai une équation partielle entre trois variables x', y, z &

que j'en connoiſſe l'intégrale où il reſte une fonction aſſujettie à cette condition, je ne pourrai ſuppoſer en général, qu'en faiſant x', y ou z égales à des conſtantes, qu'il y ait une équation donnée entre les deux autres variables; mais il faut que cette équation ſoit aſſujettie à ces conditions. Par exemple, reprenant l'exemple III, ſuivant la première manière que j'ai indiquée, la ſeconde équation donne par le théorème de M. de la Grange, x' égal à $\frac{z + a\Delta x}{cz} + Fe\, \frac{z + a\Delta x}{zc}$, fonction aſſujettie aux conditions que nous venons de déterminer; mettant donc cette valeur de x dans l'équation en Z, on aura $Z = \frac{bz + a}{cz} + F''e\, \frac{z + a\Delta x}{zc}$; cette fonction étant encore aſſujettie à ces mêmes conditions. Si on avoit ſuivi la ſeconde manière de trouver les équations du problème, on auroit eu $\frac{z + a}{z} = \frac{c}{b} Z + Fe\, \frac{nZ}{b}$, & on auroit tiré $Z = \frac{b}{c}\, \frac{z + a}{z} + F'e\, \frac{z + a}{z}\, \frac{n}{c}$ où n eſt la même choſe que Δx; enfin, on auroit pu à cauſe de $\frac{z + a}{z}$ dont la différence eſt conſtante, prendre immédiatement $Z = \frac{z + a}{z} . \frac{b}{c} + Fe\, \frac{z + a}{z}\, \frac{n}{c}$. Cela poſé, prenant l'équation primitive du problème $z' = \varphi\, x + ay - \varphi\, x - ay$, & qu'on ait la fonction déterminée par la forme de Z en z, & qu'on ſuppoſe de plus que lorſque $x = ay$, on ait z' en y, il eſt clair qu'on aura $z' = \varphi\, 2ay$, $2ay$ étant ici la même choſe que z; donc ſi on veut déterminer abſolument la fonction φ par l'équation qui a lieu dans ce cas, en z' & y; il faut pour que cette détermination ſoit légitime, que la fonction de $2ay$, qui dans cette équation eſt égale à z' ſoit de la forme $\frac{b}{c}\, \frac{2ay + a}{2ay} + Fe\, \frac{2ay + a}{2ay}\, \frac{n}{c}$, cette dernière fonction étant aſſujettie aux conditions que j'ai développées dans cet article. Si on ſuppoſoit, par exemple, pour parvenir à cette détermination finale,

que lorſque $x = 0$, on a $z' = -q$; on auroit $q = \varphi - ay - \varphi ay$, & faiſant $ay = Z'$ & $-ay = Z' + \Delta Z'$, $q = \Delta Z'$ & $y + \Delta y = -y$, $\Delta y = -2y$. Je tire de cette dernière équation $y = e^{ax'} Fe^{x'}$. $e^{\Delta x} = 1$, & $e^{a\Delta x} = -1$, & $Z = \frac{qx'}{\Delta x'} + F' e^{x'}$; tirant de la première équation la valeur de x' en y, j'aurai $x' = y + e^{ay} Fe^{y} - y + \frac{d^2 (Fe^{y} e^{ay} - y)^2}{2}$, &c. & ſubſtituant dans l'équation en Z', $Z' = (\frac{q}{\Delta x'} e^{ay} Fe^{y}) +$, &c. Les fonctions F étant aſſujetties aux mêmes conditions que ci-deſſus ; mais il faut que Z' ſoit une fonction de ay, ſemblable à la fonction de z qui repréſente Z, ce qui eſt impoſſible, 1.° puiſque l'on ne peut ſuppoſer Z' égal à $\frac{b}{c} \frac{ay+a}{ay}$; 2.° parce que les conditions où ſont aſſujetties les fonctions arbitraires ne permettent pas de mettre $e \frac{z+a}{z} \frac{n}{c}$ qui ne change pas de valeur lorſque x' devient $x' + \Delta x'$ au lieu de $e^{a'y}$, qui dans ce même cas devient $- e^{a'y}$.

II. On trouvera de même que dans les équations aux différences finies dans les intégrales deſquelles il entre une pareille fonction, que ſi l'on cherche à la déterminer de quelque manière que ce ſoit, il faut obſerver ces mêmes conditions. Ainſi lorſqu'ayant une équation entre trois variables z, y & x', dont la différence eſt conſtante, on ſuppoſe pour déterminer la fonction arbitraire, que lorſque $z = a$, $y = X$; on aura cette fonction donnée en x', & la ſuppoſition ne peut être légitime, ſi, comme après ces ſubſtitutions on a la fonction arbitraire égale à une fonction de x'; cette fonction n'eſt pas aſſujettie aux conditions requiſes.

III. Si enfin on a pluſieurs de ces fonctions dans une équation intégrale en y, z & x; il faudra que faiſant $z = a$, $y = X$, $z = b$, $y = X'$, & ainſi de ſuite, autant qu'on a d'arbitraires, il arrive qu'après les ſubſtitutions & l'élimination des

arbitraires, l'équation finie ou infiniment petite, qui donneroit chacune en x', ſoit telle que la valeur de l'arbitraire rempliſſe les conditions exigées dans cet article.

Lorſque je dis ici que la ſuppoſition n'eſt pas légitime, cela ſignifie ſeulement que les conditions propoſées ne peuvent avoir lieu, l'équation du problème étant donnée: ainſi dans le cas où on auroit un problème réel & poſſible, où ces trois conditions ſe trouveroient, cela indiqueroit ſeulement que l'équation n'eſt pas la vraie équation du problème dans ce cas: nous éclaircirons ceci par un exemple tiré de la théorie des cordes vibrantes.

ARTICLE V.

De la continuité des fonctions arbitraires.

Il s'eſt élevé une diſcuſſion entre les plus grands Géomètres de ce ſiècle, ſur la continuité des fonctions arbitraires. En propoſant ici mes réflexions ſur cette matière, je ne prétends point aſſurement juger entr'eux, ni décider la queſtion, mais ſeulement y appliquer les principes dont je me ſuis ſervi dans ce qui précède, & en propoſer les réſultats aux hommes célèbres qui ont travaillé ſur ce ſujet, comme des remarques que je ne crois pas indignes de leur attention.

Soit d'abord une ſeule fonction F qui doive diſparoître d'une équation entre x, y, z, par la comparaiſon des trois équations $Z = 0$, $Z + dZ = 0$, $Z + \partial Z = 0$; je ſuppoſe que lorſque Z devient $Z + dZ$, la fonction F change de forme & devient F'; il eſt clair qu'au lieu de F, $F + dF$, $F + \partial F$, les équations précédentes contiendroient pour $Z = 0$ la fonction F; pour $Z + dZ = 0$, les fonctions F' & $F' + dF'$; & pour l'équation $Z + \partial Z = 0$, les fonctions F' & $F' + \partial F'$, & on a $dF' = \partial F' \frac{\partial \varphi}{d\varphi}$, φ étant la quantité dont F eſt fonction. Donc pour faire diſparoître ces fonctions à l'aide de trois équations, il faut que $F = F'$. Or F & F' peuvent être des fonctions différentes de φ, & cette égalité avoir lieu dans le point où Z

devenant $Z + dZ$, F devient F'. Par exemple, ſoit $F = \varphi^2 + a\varphi$, depuis $\varphi = a$ juſqu'à $\varphi = b$ & $F = \varphi^3 + a'\varphi^2 + b'$ depuis $\varphi = b$. Il faudra que $a = \frac{\varphi^3 + a'\varphi^2 - \varphi^2 + b'}{\varphi}$ au point où $\varphi = b$, & toutes les fois que a aura cette valeur, l'équation qu'on a entre les variables aura lieu, quoiqu'à ce point particulier la fonction F change de forme, & que la loi de continuité ſoit rompue. Si F eſt repréſentée par l'ordonnée d'une courbe, on voit par la même raiſon qu'il faut que deux valeurs conſécutives de F, ne diffèrent que d'une quantité infiniment petite, & qu'ainſi des portions de courbes qui ſe coupent, peuvent repréſenter la valeur de F.

II. Dans les équations du ſecond ordre, où les fonctions arbitraires s'évanouiſſent par la comparaiſon des ſix équations $Z = 0$, $Z + dZ = 0$, $Z + \partial Z = 0$, $Z + 2\,dZ + d^2Z = 0$, $Z + dZ + \partial Z + d\partial Z = 0$, $Z + 2\partial Z + \partial^2 Z = 0$, ſi je ſuppoſe dans la fonction F qui entre dans Z, devienne F', dans les deux équations ſuivantes, & F'' dans les trois dernières, Z contiendra F' $Z + dZ$; & $Z + \partial Z$, contiendront F' & $F' + dF'$; & les trois autres F'', $F'' + dF''$ & $F'' + 2\,dF'' + d\,dF''$, ainſi l'élimination ne peut avoir lieu ſans que F, F' & F'', $F' + dF'$ & $F'' + dF''$, ſoient des quantités égales entr'elles; or, on voit que cela arrivera pourvu que F étant une fonction de φ, depuis $\varphi = a$ juſqu'à $\varphi = b$, & devenant enſuite F'' une autre fonction de φ; on a lorſque $\varphi = b$, $F = F''$ & $\partial F = \partial F''$, parce que la fonction F' qui ne ſe trouve avoir lieu que pendant un ſeul point peut être confondue avec F, ou F''; ainſi en prenant encore le même exemple que ci-deſſus, ſi $F = \varphi^2 + a\varphi$ & $F'' = \varphi^3 + a'\varphi^2 + b$. Il faudra d'abord $a = \frac{\varphi^3 + (a' - 1)\varphi^2 + b}{\varphi}$ & enſuite $a = 3\varphi^2 + 2a'\varphi - 2\varphi$, d'où on tire $a' = \frac{2\varphi^3 - \varphi^2 - b'}{-\varphi^2}$ & $a = 3\varphi^2 - 2\varphi + \frac{4\varphi^3 - 2\varphi^2 + 2b}{\varphi}$ en mettant pour φ ſa valeur b; & ſi on ſuppoſoit que F ſoit donné en φ par une courbe,

on voit qu'il suffiroit ici que cette courbe fût composée de lignes qui courbes ou droites, se touchent, c'est-à-dire qu'elle fût continue quant à sa description & non quant à son équation analytique.

On voit aisément quelles seroient les conditions, soit pour les formules, soit pour les courbes, si l'on avoit des équations des ordres supérieurs.

D'après ces principes, si je fais que lorsque $y = b$, par exemple, j'ai une équation en z & x, tant que x est entre o & Q, & une autre, depuis que $x = Q$, & que par cette hypothèse je détermine F & F' en φ, $\varphi = A$; il est aisé de voir que pour que F & F' disparoissent, il faut que les deux valeurs de F changent au point où $\varphi = A$. Donc au point où $y = b'$, ce n'est plus lorsque $x = a$ que la continuité sera rompue, mais lorsque x sera tel que $\varphi = A$. Ainsi rapportant à x les valeurs de z & de y, on verra que ce n'est pas constamment à la même valeur de x que répond le défaut de continuité, mais à la même valeur de φ, & par conséquent ce changement de forme pour F, répond successivement à différens points de la valeur de x pour les différentes valeurs de y, & ces points seront déterminés par ces deux conditions; la première donnée par hypothèse, qui est la détermination de ce point pour le cas particulier de $y = b$, & la seconde l'est par l'équation du problème qui est telle que par les différentiations, on ait pu éliminer la fonction F.

Si l'on fait seulement que la quantité φ étant entre o & b; on doit prendre une fonction F de φ, & au point b & au de-là une fonction F' qui est au point b égale à F, ainsi qu'un nombre de ces différences égal à celui qui désigne l'ordre de l'équation diminué d'une unité, & que les fonctions F & F' ne soient pas connues immédiatement, mais par des déterminations semblables à celles du premier article de ce Mémoire; alors il faut observer que si ces déterminations sont pour toutes les valeurs de la fonction F, il suffit de résoudre une fois le problème, & c'est alors pour les seules fonctions résultantes de l'intégration des équations aux différences finies, qu'il faudra examiner la loi de continuité. Mais si ces déterminations sont différentes pour les différentes valeurs de φ depuis o jusqu'en b ou après b, il faudra

alors résoudre le problème autant de fois qu'il y aura de déterminations différentes à faire.

ARTICLE VI.

Application des principes précédens au problème des cordes vibrantes.

L'équation intégrale du problème des cordes vibrantes étant $z = Fx + nt + F'x - nt$. Je suppose que faisant $x = 0$ & $x = a$, on aura $z = 0$ quel que soit f; donc $Fnt + F' - nt = 0$, & $Fa + nt + F'a - nt = 0$. Je mets dans la première équation $a + nt$ au lieu de nt, & j'ai $Fa + nt + F' - a - nt = 0$, & éliminant F. $F'a - nt = F' - a - nt$ ou $F' - a - nt = F'a - nt - 2a$; d'où je tire $\Delta F' = 0$ $a - nt = z$, & $\Delta z = -2a$; d'où je tire F' égal à une fonction de $x - nt$, telle, que si on diminue $x - nt$ de la constante $2a$, cette fonction reste la même: donc F' est égal à une fonction de $e^{q\cdot(x-nt)}$ $e^{-2aq} = 1$, cette fonction étant assujettie aux conditions de l'article IV, F sera une fonction de $e^{-q\cdot x + nt}$ composée de cette quantité, de la même manière que F' est composée de la quantité $e^{qx - nt}$ & prise avec un signe différent: de-là il suit déjà que si dans une corde vibrante on a supposé que deux points donnés soient immobiles, il n'est plus permis de supposer quelconque la figure initiale, & qu'elle est nécessairement assujettie aux conditions de l'article IV.

Soit donc dans ce cas où $t = 0$, $z = X = Fx + F'x$, il faut que X soit tel qu'il s'accorde avec les conditions ci-dessus, c'est-à-dire; 1.° comme F est composé de $-x$ de la même manière que F' l'est de x, & pris en sens contraire, il faut que X ne change de signe lorsque x devient $-x$; 2.° que X ne change pas de valeur lorsque x devient $x - 2a$, ce qui fait que X doit être une fonction impaire de fonctions de la forme e^{mqx} e^{-mqx}, m étant un nombre entier. Si dans ce même-temps on a la vîtesse proportionnelle à X', on aura $\frac{dF.x}{dx} - \frac{dF'x}{dx} = X'$; donc, dans la même hypothèse X' sera assujetti aux deux conditions 1.° de ne point changer lorsque x devient $x - 2a$;

de

de ne point changer non plus lorſque x devient $-x$. Donc X' doit être une fonction de $e^{mqx} + e^{-mqx}$. Si X & X' ſont aſſujettis à ces deux conditions, on aura F compoſé de $-(x+nt)$ comme $X + S\,X'\,dx$ l'eſt de x, & F' compoſé de $x-nt$, comme $X - S\,X'\,dx$ l'eſt de x; & la figure & les vîteſſes initiales ſeront aſſujetties à ces conditions.

De ce que je viens de dire, il ne faut pas conclure abſolument qu'il ſoit contradictoire de ſuppoſer qu'il exiſte une corde de la figure donnée ci-deſſus; les points où $x = 0$, & $x = a$ reſtant immobiles, mais ſeulement que dans ce cas l'équation $\frac{ddz}{dx^2} = \frac{ddz}{dt^2} n^2$ n'eſt pas la vraie équation du problème, qu'il faut ſuppoſer que les points a ou 0, ou tous deux enſemble; ſelon que X & X' manquent à une des deux conditions ou à toutes les deux ſoient animés de forces T, T'; T, T' étant des fonctions arbitraires de t, intégrer l'équation qui en réſultera pour le mouvement de la corde, & déterminer T & T' par la condition que ces points où x eſt 0 ou a doivent reſter immobiles.

Si les quantités X & X' qui déſignent la figure & les vîteſſes initiales ſont aſſujetties aux conditions où elles doivent l'être; il ſuit de l'article V qu'elles peuvent n'être point aſſujetties à la loi de continuité, pourvu que les conditions des articles IV & V, ſoient toujours gardées. Ainſi, pourvu que la courbe coupe ſon axe aux points $x = 0$ & $x = a$; qu'elle devienne en ſens contraire de l'autre côté de l'axe lorſque x devient négative, & qu'elle ſoit compoſée de parties ſemblables rapportées à des abſciſſes de la longueur $2a$, elle peut être dans cet eſpace compoſée de pluſieurs courbes qui ſe touchent, pourvu qu'appelant X l'une de ces courbes & l'autre X', & ſuppoſant que le point où elles ſe touchent répond à $x = b$, on ait, lorſque $x = b$, $X = X'$, & $\frac{dX}{dx} = \frac{dX'}{dx}$ & dans la valeur générale de $z = Fx + nt + F'x - nt$; la loi de continuité ne ſera violée pour chacune des deux fonctions qu'au point où $x + nt = b$, pour la première, ou $x - nt = b$ pour la ſeconde: car la ſimilitude entre ces deux fonctions, exige ſeulement, comme il eſt aiſé de le déduire des principes ſur

leſquels elle eſt fondée, que pour les valeurs de $(x + nt)$, & de $x - nt$ qui ſoient égales entr'elles, les deux fonctions ſoient ſemblablement composées.

Suppoſons qu'une corde fixe par ſes deux extrémités, ſoit retenue à un ou pluſieurs points de ſa longueur, par des obſtacles, & que ces obſtacles ôtés, elle commence à vibrer. Il s'enſuit qu'à cauſe de ſon élaſticité elle eſt dans ſon état de repos la plus courte qu'il eſt poſſible, & par conſéquent composée de lignes droites & de petites courbes aux points où ſe trouvent ces obſtacles; en effet, quand même ils ſeroient d'une forme angulaire, la corde prendra toujours aux angles une petite courbure; ces courbes & ces droites ſe toucheront, & ainſi la condition néceſſaire pour la continuité, ſera remplie dans ce cas; & de plus, ſi z eſt toujours très-petit, on pourra ſans s'écarter de la vérité, ſuppoſer au lieu des lignes, des courbes qui en approchent de très-près, & dont l'équation ait la forme demandée ci-deſſus; or, l'équation $\frac{ddz}{dx} = \frac{n^2 ddz}{dt^2}$ n'eſt vraie que tant que z eſt très-petit, ainſi dans le cas où cette équation a lieu, l'hypothèſe ci-deſſus, qui paroît d'accord avec la Nature, peut ſe concilier avec les conditions analytiques de la ſolution.



DIVERSES OBSERVATIONS D'HISTOIRE NATURELLE,

Faites aux environs de la ville de Compiegne.

Par M. DE LASSONE.

§. I.

A une demi-lieue de la ville de Compiegne, & tout auprès du confluent des rivières d'Oise & d'Aine, s'élève une petite montagne, dont la cime est une plaine fort étendue, & qui, selon la tradition, a été un des camps occupés par César, le vainqueur des Gaules. On sait que ce grand Capitaine a porté ses armes dans toute cette Province, & qu'il préféroit toujours, autant qu'il le pouvoit, d'asseoir son camp sur les hauteurs, au voisinage des rivières, pour dominer & pour commander sur tout le pays. Ce lieu réunit tous ces avantages. De plus, en remuant les terres, on a trouvé en différens temps, des armes Romaines & des médailles.

Cette montagne est encore bien renommée dans les environs, par une espèce de pierre ronde & aplatie, en forme de lentille, que l'on y trouve en très-grande abondance, & que le peuple ne désigne que par la dénomination de *monnoie du Diable*. C'est la pierre numismale ou lenticulaire, fossile très-singulier, qui sans doute appartient à un corps marin, dont la nature, l'organisation & le caractère sont encore peu connus des Naturalistes; & que je me propose de développer ici d'une manière plus détaillée & plus exacte, après avoir examiné la composition générale des lieux circonvoisins.

Le camp de César, ainsi que tous les monticules qui bordent & circonscrivent la plaine où la ville de Compiegne est située, avec la plus grande partie de sa vaste forêt; en un mot, toute l'étendue du pays, qui est proprement l'ancien Valois, paroît n'avoir été

formé que par un immenſe dépôt de ſable limonneux & de corps marins, qui ſans doute ayant couvert l'ancien ſol, n'en laiſſent plus découvrir les traces qu'à une profondeur conſidérable.

Les rivières, telles que l'Oiſe, l'Aine & quelques autres ayant peu-à-peu, par leur écoulement continuel, creuſé & formé les valons, ont auſſi partagé cet amas de matière ſableuſe & vaſeuſe, en différens monticules & côteaux, qui ont tous à-peu-près les mêmes caractères. Le camp de Céſar eſt une de ces éminences accidentelles, ainſi que les autres monticules dont je viens de parler ; on peut le conſidérer comme une eſpèce de dune; puiſque dans toute ſa profondeur, depuis le ſommet juſqu'à la baſe, ce n'eſt en grande partie qu'un monceau ſableux. On le voit par une coupe verticale, qui en a été faite depuis peu du côté du Nord, pour extraire certaines pierres dont je parlerai.

Mais cette éminence parfaitement ſemblable, par ce caractère générique, à la plupart des autres, offre une particularité remarquable; elle eſt pénétrée dans toute ſon étendue & dans toute ſa profondeur, par un amas prodigieux de pierres numiſmales, de figure exactement ronde & lenticulaire, & dont les grandeurs varient. Il y en a qui n'égalent pas nos plus petites lentilles ordinaires; le dernier terme de leur grandeur n'excède pas nos pièces de douze ſous : cependant, quelques Naturaliſtes qui ont obſervé ces mêmes pierres dans d'autres pays, où il y en a auſſi abondamment, aſſurent en avoir trouvé de près de deux pouces de diamètre.

La plus grande partie de ces corps lenticulaires, mêlés & diſperſés dans le ſable, y ſont iſolés, ſolitaires, & ſans nulle adhérence ou liaiſon réciproque. Dans quelques endroits de la montagne, leur abondance eſt telle, qu'il paroît y en avoir preſque autant que de grains de ſable. On en rencontre beaucoup moins dans d'autres places, mais par-tout on les retrouve à quelque profondeur que l'on fouille.

Il y a des amas de ces corps qui ſont liés & réunis, & qui forment ou des bancs pierreux irréguliers & à différentes profondeurs, ou des blocs ſéparés gros & petits : tantôt durs, compacts & preſque auſſi difficiles à caſſer que des cailloux; tantôt

moins durs, liés & endurcis par une eſpèce de limon gras, & plus aiſés à briſer.

Sur le penchant de la montagne, du côté du nord, on a fait conſtruire depuis peu de temps un fourneau, dans lequel on calcine ces pierres, qui donnent une aſſez bonne chaux. Il n'y a nul autre corps marin apparent dans cette montagne.

On y rencontre quelques ſilex : ils y ſont en petite quantité, peut-être leur origine eſt-elle dûe à une terre crétacée ou marneuſe, dont on remarque en pluſieurs endroits une couche peu conſidérable au-deſſous de la terre végétale. Peut-être auſſi ſont-ils formés par un ſable condenſé, & dont les grains ont été liés par un gluten pierreux, charié par l'eau. Ce procédé de la Nature paroît indiqué par des eſpèces d'embrions de ces cailloux, que l'on trouve ici, & dont je vais parler.

Le ſable du camp de Céſar eſt en général d'une couleur jaunâtre, il eſt un peu gras & comme limonneux ; en obſervant les ravins, & ſur-tout les coupes verticales & profondes, on remarque quelques bandes horizontales & ſableuſes, dont la couleur plus foncée, eſt à-peu-près comme celle d'une rouille de fer : ce ſable, qui paroît ferrugineux, eſt ordinairement plus condenſé ; les grains ont entr'eux une ſorte de liaiſon, on trouve même dans ces bandes quelques portions iſolées de ce ſable, dont les grains très-rapprochés & comme confondus, ont pris une conſiſtance dure & vraiment pierreuſe : ces ſortes de pierres, en ſe formant ainſi, affectent preſque toujours une figure arrondie, & dont la ſurface eſt mamelonnée. Je penſe qu'on peut les conſidérer comme une eſpèce de cailloux ferrugineux ébauché, globuleux, ou diſpoſés en marrons plus ou moins gros. M. de Reaumur, dans un Mémoire publié par l'Académie en 1723, *ſur la rondeur que ſemblent affecter certaines eſpèces de pierres, & entr'autres ſur celle qu'affectent les cailloux*, détaille les remarques qu'il a faites ſur des portions d'un pareil ſable condenſé, affectant toujours des formes arrondies, qu'il appelle *marrons de ſable*, & qu'il regarde comme des ébauches de ſilex.

Voilà bien exactement tout ce qui compoſe en général la montagne du camp de Céſar, qu'il m'a paru d'abord eſſentiel d'expoſer,

avant que d'en venir à l'examen particulier de la pierre numiſmale; pour en faire mieux connoître la ſtructure & l'organiſation, qui ſont fort ſingulières.

J'ai d'abord penſé que le plus ſûr moyen d'y parvenir, ſeroit de briſer & de faire éclater en morceaux les pierres formées par la réunion & l'agglutination réciproque de ces corps marins. Car les divers accidens des éclats ou caſſures variées, mettent à portée d'obſerver avec une loupe, ſur les ſurfaces nouvellement disjointes des divers fragmens, les coupes & les ſections les plus favorables, pour apercevoir très-diſtinctement toute l'organiſation extérieure & intérieure, que la pétrification n'a point changée, & que le frottement des autres ſubſtances dures & pierreuſes, ni les divers enduits pierreux, n'ont encore pu altérer ni maſquer.

En ſe bornant à obſerver ſéparément chacune de ces pierres lenticulaires, on eſt privé de ces divers moyens, plus capables de préſenter ces corps organiſés dans leur état naturel, & ſous les aſpects les plus avantageux.

Ayant briſé d'abord les pierres formées par la réunion de tous ces petits corps marins, j'ai remarqué que pluſieurs des lentilles pierreuſes, ſe ſont partagées très-régulièrement en deux ſegmens ou demi-lentilles égales, & l'on voit diſtinctement que les deux pièces ne ſont pas le réſultat d'une ſéparation ou caſſure accidentelle, mais qu'elles ont été ſimplement disjointes, chacune d'elles reſtant entière, & conſervant l'organiſation naturelle.

Ceci m'a d'abord indiqué que les deux pièces dans leur état de réunion, n'adhèrent entr'elles que foiblement par leurs bords; ce qui paroît le prouver mieux, c'eſt qu'en examinant un grand nombre de ces corps lenticulaires iſolés & ſolitaires, ou avant leur réunion en maſſes pierreuſes, j'en ai rencontré beaucoup qui étoient déjà naturellement partagés.

De plus, en frappant très-légèrement avec un petit marteau ſur l'arête ou le tranchant des lentilles pierreuſes, j'en ai diviſé un grand nombre avec la plus grande facilité, en deux demi-lentilles égales. Or, il paroît que cette disjonction aiſée & toujours uniforme n'auroit pas lieu ſi les deux demi-lentilles avoient dans toute l'étendue de leur plan ou de leur ſurface, une union ou

adhérence intime, ou si chaque corps lenticulaire ne formoit qu'une seule pièce.

Les lentilles pierreuses, dont les deux pièces résistent davantage à leur disjonction, sont celles qui sont plus complètement pétrifiées, & qui dès-lors sont plus fortement soudées par le suc pétrifiant, qui les remplit exactement : c'est ce que l'on reconnoît évidemment, en considérant avec la loupe les diverses pièces que l'on peut disposer aisément pour faire ces remarques.

Ces premières observations m'ont mis à portée de faire les suivantes.

Le contour circulaire ou les bords des deux demi-lentilles ne m'ont jamais paru dentés ; leur jonction ne se fait donc pas par des engrainures. On n'y voit pas non plus les moindres vestiges d'aucune charnière ; il n'y a donc qu'une juxtaposition ou un simple contact.

Ce n'est qu'après la disjonction récente des deux pièces auparavant réunies, que l'on peut observer l'organisation intérieure, qui est très-singulière, & dont voici le développement.

Sur le plan interne circulaire de chaque demi-lentille, on voit une spirale très-régulière, que quelques Naturalistes ont déjà observée, mais dont je vais tâcher de mieux décrire les particularités.

Du centre du plan circulaire interne des deux demi-lentilles, part une ligne qui se contourne en spirale, sur toute l'étendue de chaque plan, en laissant entre les lignes qui marquent & tracent chaque tour de spire ou chaque volute, un petit intervalle, coupé, à de petites distances à-peu-près égales, par des cloisons minces & transversales ; d'où il résulte, dans toute l'étendue de ces petits intervalles que les lignes spirales laissent entr'elles, une suite de locules ou espèces d'alvéoles qui ont une profondeur très-sensible ; qui sont ordinairement vides lorsqu'il ne s'est point insinué de substance étrangère, ou que le suc pétrifiant ne les a pas remplies ; & qui établissent autant de voies de communication dans toute l'épaisseur du corps de chaque demi-lentille ; elles pénètrent entre les parois de toutes les couches ou calottes concentriques, dont chaque corps demi-lenticulaire est composé ; elles y forment par le moyen des cloisons ou brides transversales, qui se prolongent par-tout entre

toutes ces couches, un très-grand nombre de petites cellules longitudinales, & irrégulièrement ſinuëuſes, dont, par conſéquent, toutes les iſſues, ou les bouches ouvertes ſont réunies ſur la ſurface interne de chaque demi-lentille; & par-là correſpondent toutes au même lieu & réciproquement entr'elles.

Sur les parois des différentes couches ſéparées accidentellement, ou miſes à découvert par le frottement, ou que l'on a ſéparé ſoi-même par des caſſures favorables, ou en les faiſant éclater au feu, ſelon la méthode trouvée & indiquée par quelques Naturaliſtes; j'ai reconnu diſtinctement les traces & les empreintes ſinueuſes des cloiſons, ou brides tranſverſales, que j'ai dit s'inſinuer entre les duplicatures de toutes ces couches, & dont nul Auteur n'a parlé.

De ſorte que ſi l'on ſe repréſente un corps lenticulaire compoſé de pluſieurs couches ou enveloppes concentriques, entre leſquelles un tiſſu cellulaire eſt placé, & y forme par le moyen de ſes cloiſons & de ſes brides multipliées, un très-grand nombre de ſinuoſités, dont les iſſues dans les deux demi-lentilles conſidérées ſéparément, viennent ſe terminer, en traçant une ſpirale de part & d'autre, & aboutir à la face interne des deux ſegmens, appliqués l'un à l'autre, pour conſtituer le corps lenticulaire entier; on aura l'idée très-exacte de la ſtructure & de l'organiſation complète de ce corps marin.

Cet artifice, que je viens de développer & de décrire, prouvé d'abord inconteſtablement, que ce n'eſt point ici des operculites ou de ſimples couvercles de cochlites, de limaçons de mer, de cornes d'ammon, comme Bourguet le ſoutient dans une Diſſertation particulière, qu'il a publiée ſur la pierre dont il s'agit, & ſur la bélemnite.

Geſner prétend, que ce corps avant ſa pétrification, eſt un vrai coquillage univalve & chambré; c'eſt-à-dire, de ceux qui, comme les cornes d'ammon & les nautiles ont des concamérations intérieures & cachées: mais cette opinion ſur le caractère d'univalve paroît peu fondée, ſur-tout quand on conſidère que les deux demi-lentilles n'adhèrent que très-foiblement entre elles par leur bord, qu'elles peuvent ſe ſéparer au moindre effort,

qui

qui tend à les désunir; que même elles se présentent naturellement ainsi disjointes, & toujours uniformément : d'où il faut conclure, qu'elles ont bien plutôt le caractère des bivalves, qui dès-lors sont capables dans leur état primitif de s'entr'ouvrir, au moyen de quelque membrane ou de quelque ligament, tenant ici lieu apparemment d'une charnière ordinaire, dont ce corps paroît dépourvu : cette dernière opinion, qui place les pierres numismales dans la classe des bivalves, & qui est celle de J. Spada, célèbre Naturaliste Italien, me paroît plus vraisemblable & plus conforme aux observations. Je m'en écarterois néanmoins, ainsi que de celle de Gesner, sur un point principal, c'est-à-dire, qu'il est bien difficile de reconnoître ces corps pour des coquillages pétrifiés; puisque parmi ces amas immenses de pierres numismales, on n'en rencontre pas une qui conserve une apparence réelle & non-équivoque de cet état primitif, comme il arrive aux autres substances semblables : quand d'ailleurs la pétrification ne porte aucun des caractères, par lesquels on distingue les vraies coquilles, qui ont éprouvé selon les temps & les circonstances, les divers degrés d'altérations, que cette pétrification leur imprime.

A la vérité, sur certains fragmens des cassures nouvellement faites aux pierres formées par la réunion & l'agglutination des lentilles numismales, j'ai observé quelques plaques, présentant l'aspect & le caractère d'une substance de nacre, qui conserve encore en partie son poli blanc & perlé; mais un simple coup d'œil sur ces plaques suffit pour faire juger qu'elles doivent appartenir à une espèce de coquille très-mince, qui par la forme & par l'étendue plus considérable, diffère absolument des pierres numismales. Je crois reconnoître ici les empreintes ou les fragmens d'une ostracite, c'est-à-dire, d'une espèce de petite huître très-mince, à nacre brillante, & que l'on nomme communément *pelure d'oignon* : ce qui semble favoriser cette opinion, c'est qu'au pied du camp de César du côté du nord, on a trouvé un banc d'huîtres ordinaires pétrifiées, parmi lesquelles j'ai remarqué quelques-unes de ces pelures d'oignon; quoi qu'il en soit, ceci prouve que ces pierres lenticulaires, ne sont pas réellement le

ſeul corps marin, qui ait été accumulé & enſéveli dans le ſable de cette montagne, puiſque j'y trouve ces veſtiges de coquilles, qui ſans doute ont été détruites, & dont la décompoſition & la pulvériſation, ont vraiſemblablement contribué à produire cette terre limonneuſe, crétacée ou marneuſe, avec laquelle j'ai déjà fait remarquer que le ſable étoit mêlé.

Quelques Naturaliſtes ayant rencontré & obſervé les pierres numiſmales dans des états différens, c'eſt-à-dire, les unes dans leur entier, les autres ſimplement demi-lenticulaires; les unes ayant leurs convexités très-ſaillantes, ſans doute parce qu'elles étoient bien entières; les autres au contraire, étant très-minces & fort aplaties, parce que les frottemens répétés avoient uſé & détruit une partie des couches; & dès-lors ces Naturaliſtes croyant reconnoître que les formes & l'organiſation varioient, ont ſoutenu que ces variations appartenoient à différens individus; & par ce moyen ils ſe ſont flattés de pouvoir concilier toutes les opinions. Mais il eſt très-évident que leur remarque n'eſt pas juſte, & que leur induction eſt une erreur.

Quel eſt donc enfin ce foſſile? Dans quelle claſſe faut-il le ranger?

S'il m'eſt permis de haſarder mon ſentiment, après avoir bien examiné, détaillé & comparé les faits, je penſe que ces corps marins, étant ſans contredit un ſeul & même individu, doivent être rapportés à un genre de polipes de mer, que l'on pourroit nommer *globuleux* ou *lenticulaires*, ayant un caractère diſtinctif qui leur eſt propre, & dont l'analogue ne nous eſt pas encore connu, parce qu'apparemment il ne ſe rencontre que dans les profondeurs des mers, peut être dans des mers étrangères, & que d'ailleurs par ſa petiteſſe il a dû échapper aux obſervations. En même temps que ſa forme & ſa figure ſemblent en faire un genre de polipier particulier, ſa conſiſtance cruſtacée ou pierreuſe, & ſes cellules multipliées & cachées, le rapprochent par cette ſorte d'analogie, de la plupart de ceux que Ellis nous a fait connoître le premier, en développant la ſtructure & la compoſition des corallines celluleuſes & articulées.

Mais celui de tous les corps marins, qui reſſemble le plus

à la pierre numiſmale, eſt ſans doute le porpite, que M. Von-Linné, a le mieux décrit, dont il a préſenté quelques variétés, & qui appartient, ainſi que je le prétends, pour la pierre lenticulaire, à la claſſe des polipiers. Ils ont l'un & l'autre la même configuration orbiculaire & aplatie en forme de lentille. Parmi les porpites, on en trouve qui ont des cellules ou locules intérieures, que M. Von-Linné a fait graver : d'ailleurs, la conſiſtance eſt également cruſtacée ou pierreuſe, mais malgré ces analogies, il paroît certain en détaillant & en comparant toute l'organiſation, que la pierre numiſmale a des caractères qui la diſtinguent entièrement, quoique quelques Auteurs aient confondu ces deux corps.

Enfin, je remarque que la ſubſtance pierreuſe de ce foſſile conſerve toujours, & par-tout où on le trouve enſéveli, le même caractère que celle des trochites, des entroques & autres corps ſemblables ; ce qui peut concourir à faire préſumer que les analogues de tous ces corps marins, ont dans leur état naturel & primitif, notamment à l'égard de leurs parties reſpectives pétrifiées ou pierreuſes, une conſiſtance à peu-près ſemblable.

Car pour ce qui regarde les locules intérieures des pierres numiſmales, que j'ai trouvé le plus ſouvent vides, lorſque j'ai diviſé moi-même ces pierres en deux portions égales, pour découvrir & pour obſerver les concamérations ou les cellules, on eſt autoriſé à croire que ces locules étoient originairement occupées par les parties les plus molles des êtres vivans, qui s'étoient conſtruit & édifié ces demeures; & que la putréfaction ayant entièrement détruit ces parties très-diſpoſées à la diſſolution, les portions plus ſolides, ou les pièces qui compoſent la charpente ou l'organiſation cruſtacée ou pierreuſe de ces animaux, ont réſiſté à la deſtruction, ſont reſtées vides & ont été ſeules altérées; de manière à recevoir ſelon les lieux & les circonſtances, un caractère pierreux plus ou moins décidé par le ſuc lapidifique, qui les a plus ou moins intimément pénétrées. Effectivement, en obſervant un très-grand nombre de ces corps lenticulaires, j'ai vu diſtinctement des nuances bien marquées dans l'état pierreux.

Au reſte, le temps ſeul ou quelque découverte fortuite &

inattendue, pourront un jour confirmer ou détruire ou rectifier ces conjectures, auxquelles on est encore forcé de se borner.

Le lit de la rivière d'Oise, qui coule au pied du camp de César, est rempli de ces corps lenticulaires de toute grandeur. J'ai déjà fait observer, qu'il n'y en avoit dans nul autre des monticules ou des côteaux voisins; mais on les retrouve en une quantité prodigieuse, mélangés & confondus avec un grand nombre d'autres corps marins, à quatre ou cinq lieues du camp de César, près de la forêt de Villers-cotteretz, dans des bancs qui m'ont offert quelques observations intéressantes que j'exposerai après avoir encore jeté un coup d'œil sur les autres monticules & côteaux moins éloignés *(a)*.

§. II.

Tout auprès du camp de César, commence un côteau qui s'étendant en face de la ville de Compiegne & de la forêt, règne fort au loin le long de la rivière d'Oise, & bornant par sa base le vallon, devient à la même hauteur à peu de chose près, que le camp de César, une plaine fort large & très-étendue.

En examinant les grands ravins & les coupes, qui ont été pratiquées dans ce côteau, en différens endroits fort distans les uns des autres, pour y faire des fouilles, & y ouvrir quelques carrières; on ne trouve plus ici un sable distinct & peu mélangé. Ce qui domine est une matière crétacée & pierreuse, elle se présente sous différentes formes & dans des états différens, selon les degrés de profondeur qu'elle occupe. Sous la terre végétale qui a peu d'épaisseur, la matière crétacée paroît d'abord peu liée & presque pulvérulente; c'est plutôt une marne, bien-tôt elle devient plus dense, prend le caractère de craie & la consistance pierreuse; mais cette pierre est encore tendre, peu solide & presque friable; exposée au libre contact de l'air, elle tombe

(a) Dans le premier volume des anciens Mémoires de l'Académie, c'est-à-dire, dès l'origine de cette Compagnie, on trouve sur les pierres numismales des environs de Noyon & de Soissons, une courte notice, dans laquelle il est parlé de la spirale, que l'on y observe, mais sans aucun détail.

aisément en efflorescence; elle est désignée ici & dans d'autres lieux par la dénomination vulgaire de *cran* ou de *cron*; les lits ou bancs qu'elle forme, paroissent comme un amas de petits fragmens de la même matière distincts, entassés & comme feuilletés. On y trouve une grande quantité de silex très-durs & d'un grain fin, ayant des formes très-irrégulières, mais toujours arrondis dans leurs contours, conformément à la remarque de M. de Reaumur, sur toutes les pierres de ce genre. Ils ont tous une espèce d'enveloppe ou d'écorce blanchâtre; l'intérieur moins dur est opaque & noirâtre; ils tiennent cette couleur, & sans doute leur plus grande dureté, du fer qui entre dans leur composition; car la craie qui leur sert de matrice ou plutôt de base, en est toute pénétrée, comme il est facile de s'en convaincre, en l'observant avec la loupe. De plus, on remarque dans beaucoup d'endroits, les traces & les empreintes d'un guhr jaunâtre & ferrugineux, qui s'est insinué entre les fentes très-multipliées du *cran*.

Les bancs inférieurs ou plus profonds, ont un caractère pierreux plus décidé; les blocs sont larges, étendus & ont beaucoup moins de fentes : mais quoique cette pierre soit compacte & assez dure pour être employée dans les bâtimens, elle est comme grasse, & conserve encore le caractère crétacé; car à la longue l'air y opère aussi un peu d'efflorescence : le meilleur usage que l'on puisse en faire, est de la calciner, elle donne une bonne chaux; c'est ce qui est pratiqué dans quelques endroits de ce canton. Dans le vallon de Mouchi, on emploie pour cette calcination une tourbe, que fournit ce même vallon; & les maîtres de ces fours m'ont assuré, que depuis qu'ils se servent de cette tourbe au lieu de bois, leur chaux a une qualité supérieure.

Enfin les bancs encore plus profonds sont composés de grands blocs d'une pierre plus compacte, moins grasse, d'un grain plus serré, plus fin, en un mot beaucoup meilleure. Cependant elle a plusieurs défauts; 1.° elle est pénétrée & comme veinée par plusieurs traces crayeuses & sujettes à l'efflorescence; 2.° parmi ces blocs & dans leur propre épaisseur, on rencontre des silex fort gros, qui y sont engagés, & qui selon toute apparence y

ont été formés; 3.° dans l'intérieur de ces mêmes blocs, on trouve assez souvent des creux ou des chambres particulières, dont la grandeur varie; il y en a qui ont jusqu'à plus d'un demi-pied de diamètre.

En examinant l'intérieur d'un grand nombre de ces chambres, qui sont vides, & presque toujours d'une forme arrondie, j'ai remarqué que quelques endroits de leurs parois intérieures étoient garnis de protubérances mamelonées, ou de figure approchant de celles des stalactites : cette matière est aussi pierreuse, mais moins dure, d'un grain plus fin, d'une couleur plus jaunâtre, & remplie, ainsi que les blocs, d'une infinité de petits points ferrugineux. On reconnoît très-distinctement, que ces protubérances ont été formées par un suc pierreux, qui ayant transudé & filtré à travers la substance même du bloc, s'est insensiblement condensé, & a produit une sorte de végétation pierreuse, toute pareille à celle que Tournefort a si bien observée & si bien décrite dans la fameuse grotte d'Antiparos, & principalement dans le labyrinthe de Candie.

Le hasard m'ayant présenté dans un grand bloc pierreux, encore engagé dans sa carrière, une de ces chambres vides, où j'aperçus à côté d'une de ces végétations pierreuses dont je viens de parler, un corps arrondi, d'une couleur foncée & beaucoup plus saillant; j'y portai la main, & le trouvai très-adhérent par une de ses faces larges d'environ quatre ou cinq lignes; pour le détacher, il fallut employer un instrument de fer. Je tirai une pyrite très-dure, très-pesante, & toute hérissée de facettes, en forme de cristallisation; le lieu où elle étoit placée & adhérente, & sa disposition, prouvent, ce me semble, qu'elle y a été formée par un guhr pyriteux, filtré à travers le tissu même du bloc; & qui parvenu, arrêté & rassemblé à la surface interne de la cavité pierreuse, s'y est condensé en une vraie pyrite, cristallisée à la manière des sels.

La découverte de cette pyrite, singulière par le lieu où elle a été produite, & par la manière dont la Nature y a procédé, m'engagea à examiner de nouveau avec soin, l'intérieur d'un très-grand nombre de chambres pierreuses; mais nulle autre pyrite,

pas même les premières ébauches de ces ſubſtances minérales, ne ſe ſont offertes à mes recherches dans toute l'étendue de ces différens bancs, ni dans les terrains des environs. Cependant ſi l'on ſe rappelle que la craie qui paroît avoir ſervi de baſe ou de rudiment à la formation de ces ſubſtances pierreuſes, eſt entièrement pénétrée de petits points noirs & ferrugineux, faciles à diſtinguer avec une loupe, on trouvera peut-être moins extraordinaire, que cette pyrite ſe ſoit ainſi formée, que de n'avoir pu en rencontrer d'autre.

En terminant ce paragraphe, je dois faire obſerver, que le plus ancien de nos Naturaliſtes françois, Bernard Paliſſi a déjà parlé dans ſes excellens dialogues, de la marne & de la craie du Valois; en remarquant bien les paſſages gradués de ces deux ſubſtances, à l'état de pierre calcaire compacte & parfaite.

§. III.

La plaine de Pierre-fond, entre la forêt de Compiegne & celle de Villers-cotterets, eſt terminée par un vallon ſinueux, large & profond, où coule un ruiſſeau, & où eſt ſitué le village de Reteuil, dont le nom, ſelon la tradition du pays, dérive de *Rutilius*, un des Lieutenans des armées romaines, qui, dit-on, campa quelque temps ſur les hauteurs voiſines.

Les côteaux de part & d'autre ſont coupés en pluſieurs endroits, par de grands ravins, & par quelques carrières, d'où l'on tire une pierre calcaire d'une très-bonne qualité; les coupes mettent à découvert les différentes matières, dont les couches ſont compoſées.

C'eſt ici que l'on retrouve dans l'endroit du côteau, qui termine la plaine de Pierre-fond, les mêmes pierres numiſmales ou lenticulaires du camp de Céſar, en une auſſi prodigieuſe abondance, & confondues avec une très-grande quantité de différens coquillages marins, dans un ſable limonneux & jaunâtre; les vis ſont l'eſpèce la plus nombreuſe : j'ai remarqué que la plupart de ces vis, ſur-tout les petites, formant des blocs & des bancs ſableux peu liés, ſont intérieurement pénétrées & remplies par une matière, qui dans certaines, a le caractère de ſilex,

dans d'autres celui d'agate, tandis que la ſubſtance même de la coquille, qui a perdu ſon émail, ſa nacre & ſon poli, eſt reſtée blanche & comme calcinée; qu'elle quitte net le noyau intérieur & s'en détache d'elle-même, n'ayant avec lui aucune liaiſon, aucune adhérence, ce qui mérite d'être remarqué : car de-là il paroîtroit réſulter que la plupart des coquillages foſſiles regardés par les Naturaliſtes, comme changés & tranſmués en ſilex & en agate, ne ſont réellement que des noyaux.

Les pierres numiſmales ou lenticulaires, que l'on rencontre parmi ces vis, ont auſſi leurs locules ou alvéoles intérieures que j'ai décrites, occupées & remplies par la même matière ſilicée, ou agatifiée; que le poli, la diaphanéité & une couleur plus foncée, font diſtinguer très-aiſément, ſur-tout avec la loupe, dans les divers fragmens, tandis que le reſte du corps même pierreux, ne paroît pas avoir changé de caractère.

On pourroit comparer à ces deux corps marins ainſi plus altérés, ſeulement dans leur intérieur, pluſieurs coquilles foſſiles trouvées ailleurs, qu'il me ſeroit facile de mettre ſous les yeux de l'Académie, & qui paroiſſent entièrement changées en cailloux. Parmi celles-ci il y en a une plus intéreſſante, parce qu'elle eſt très-bien conſervée, & qu'elle eſt moitié ſilex, moitié agate; elle a été trouvée au village de Bailloux près de Fimes, petite ville de Champagne, peu diſtante de Soiſſons, dans un ravin profond, creuſé par la chute d'une nape d'eau, que fournit une ſource conſidérable, laquelle, dit le vulgaire, eſt pétrifiante *(b)*. Or en examinant attentivement ces coquilles de comparaiſon, on eſt diſpoſé à les regarder plutôt comme de ſimples noyaux, ſi l'on rapproche les remarques que je viens de faire ſur les circonſtances qui accompagnent les altérations & les changemens ſurvenus à nos petites coquilles de Reteuil.

Dans les coupes & les ravins du côteau oppoſé, c'eſt-à-dire, du côté de la forêt de Villers-cotterets, on remarque à plus de

(b) L'Auteur du Dictionnaire Oryctologique univerſel, au mot *agate*, fait mention de coquilles agatifiées, que l'on trouve dans des bancs de craie ſolide près de Reims en Champagne, & dans quelques endroits de l'Italie.

Plus anciennement, Bernard Paliſſi, avoit déjà obſervé dans le Valois des coquilles agatifiées.

douze

douze pieds de profondeur, & ſous des bancs pierreux, une couche horizontale de matière pulvérulente, ayant au plus quatre ou cinq pouces d'épaiſſeur ; c'eſt une eſpèce de falunière, qui paroît formée des débris du *detritus* & de la décompoſition totale d'un corps marin différent des autres. Dans ce falun, j'ai trouvé un amas prodigieux d'une ſeule & même ſubſtance ſingulière, chacun de ces petits corps conſidéré ſéparément, a une couleur blanchâtre, ſa conſiſtance eſt peu ſolide, ſa figure eſt conoïde, ayant le plus ſouvent une très-petite courbure, il eſt terminé par une pointe mouſſe & arrondie, ſa baſe eſt plus ou moins évaſée, ſa longueur varie depuis quatre juſqu'à huit ou neuf lignes; toute ſa ſurface extérieure, eſt couverte de ſtries égales, longitudinales & parallèles, qui ſe touchent, & qui à la loupe paroiſſent grénelées. Sur cette ſurface, l'on remarque, même à la vue ſimple, une infinité de pores ou très-petits orifices, pénétrans dans la ſubſtance intérieure, qui eſt organiſée d'une manière remarquable : elle eſt compoſée d'un grand nombre de lames, qui ſe réuniſſant aſſez uniformément vers le centre, ou plutôt vers l'axe commun, s'entr'ouvrent & s'écartent graduellement, & plus ou moins, en ſe portant vers la circonférence; & par-là conſtituent une eſpèce de tiſſu cellulaire. Les plans & les ſurfaces de toutes ces lames ſont pareillement parſemées de petits grains pierreux, mais ſans ſtries ſenſibles.

Lorſque ce cône pierreux eſt bien entier & bien conſervé, ſa baſe eſt exactement terminée. On y obſerve toujours un petit enfoncement conique, peu profond, & la diſpoſition radiée des lames intérieures entr'ouvertes, telle que je l'ai décrite, y eſt très-apparente.

Au premier coup d'œil on ſeroit diſpoſé à regarder ce tiſſu cellulaire intérieur, comme un diploé aſſez analogue à celui des os des animaux : d'autant plus, qu'à ne conſidérer que la forme & la figure extérieure de ce corps, on le prendroit d'abord pour quelque gloſſopètre, ou pour des dents pétrifiées d'un poiſſon; cependant par un examen plus détaillé, on ne reconnoît ici aucun des caractères décidés des vraies ſubſtances oſſeuſes pétrifiées; c'eſt plutôt une ſubſtance teſtacée ou cruſtacée,

qui n'a souffert que l'espèce de calcination, qu'éprouvent ces corps marins enfouis dans la terre. Sa consistance, très-peu solide, suffiroit donc seule pour exclure ce fossile de la classe des glossopètres; d'ailleurs les petits pores, dont la surface est toute criblée, & la disposition régulière des lames intérieures entr'ouvertes, ne peuvent appartenir à nulle espèce de dent de poisson.

Ces considérations réunies, & plusieurs autres que je pourrois déduire, me déterminent à penser que ces cônes pierreux sont bien plutôt destinés à loger de nombreux amas de polypes marins, comme nous savons qu'il en existe dans d'autres corps, dont la texture & la consistance sont à peu près semblables.

Je ne crois donc pas qu'il faille hésiter de les regarder comme des fragmens ou pièces détachées d'une espèce particulière d'hippurites, du genre des coralloïdes. C'est sans doute ici le même fossile dont M. Bertrand, dans son Dictionnaire Oryctologique universel, donne la notice en ces termes. « Fragment d'hippurite » en cône recourbé, qui représente une corne de bélier naissante, » rayée & plus courbe vers sa pointe; *Ceratites incurvatus, fungites* » *striatus:* on en trouve, ajoute-t-il, à Mandach dans le canton de Berne ». M. Grüner, Avocat au Conseil supérieur, les a découverts.

En examinant depuis peu à Versailles un riche cabinet d'Histoire Naturelle, j'ai retrouvé ce même fossile confondu avec un grand nombre de différens corps marins, sur-tout de coquilles, qui viennent de la fameuse carrière de Grignon; ces hippurites de Grignon sont en général mieux conservés que ceux de Reteuil: d'ailleurs ils ont la plus parfaite ressemblance; ceux de Grignon sont mêlés avec les coquilles & plusieurs autres fossiles; ceux de Reteuil sont rassemblés seuls en un banc ou couche fort étendue.

Parmi les recherches que j'ai faites dans les environs de la ville de Compi gne, voilà les remarques qui m'ont paru mériter d'être communiquées, je supprime les autres moins dignes d'attention; & pour terminer ce Mémoire, je leur substitue, en forme d'appendice, une observation qui, quoique relative à un pays différent, tient aux mêmes objets: le fait est curieux, & d'autant plus intéressant, qu'il en existe peu de semblables.

§. IV.

Je ſus inſtruit l'hiver dernier, par un de mes amis, que l'on avoit trouvé à une profondeur conſidérable, dans une montagne le long de la Meuſe, pluſieurs os de Crocodile. Pour avoir les éclairciſſemens que je deſirois, je m'adreſſai directement à la perſonne qui avoit fait l'obſervation; c'eſt un Officier de Dragons au ſervice de la Hollande, fort inſtruit ſur l'Hiſtoire Naturelle. En envoyant les détails que je demandois, il y joignit un deſſin exact, fait par lui-même: voici ſon rapport extrait fidèlement de la lettre originale.

« L'année dernière, en examinant l'intérieur de la montagne de Canne, à une demi-lieue de la ville de Maſtrecht, & qui n'eſt « ſéparée de la montagne de Saint-Pierre que par le vallon, où « coule la rivière le Jaur, pour ſe rendre à Maſtrecht, je trouvai « dans les carrières de cette montagne, à environ 200 ou 230 pieds « de profondeur, une vertèbre de Crocodile, engagée dans une pierre « ſableuſe, & parſemée de fragmens de coquillages marins; cette « vertèbre, telle que je l'ai deſſinée, à peu-près de forme & de « grandeur naturelle, avec la pierre où elle eſt encore engagée, n'eſt « point pétrifiée, elle n'eſt que conſervée. La mâchoire ſupérieure « du Crocodile fut trouvée, il y a deux ans, dans la même mon- « tagne; elle a trois pieds & demi de longueur, quoiqu'elle ſoit un « peu tronquée par la partie antérieure dont il manque un fragment: « cette mâchoire ſupérieure eſt actuellement poſſédée par M. Drouin, « Officier dans les Dragons de Bielandt, qui a fait une collection « des divers morceaux curieux tirés des montagnes des environs de « Maſtrecht. M. Offman, Chirurgien-major de l'Hôpital de la « même ville, poſsède en grande partie la mâchoire inférieure de « ce Crocodile, tirée du même lieu. Ces deux Meſſieurs ont auſſi « pluſieurs fragmens de vertèbre & quelques dents; mais on n'avoit « point encore trouvé de vertèbre ſi bien conſervée, ni ſi entière « que la mienne ».

L'obſervateur termine ſa lettre, en calculant, que d'après l'étendue de la tête & la groſſeur des vertèbres, la longueur entière de l'animal devoit excéder trente pieds.

Nos mers ne recelant point de Crocodiles dans leur ſein, & cet animal ſe trouvant enſéveli parmi des coquillages marins, quelle prodigieuſe révolution du globe, a pu donner lieu à ce phénomène !

Jean Linck, dans une lettre imprimée à Léipſic, & adreſſée à Woodward, fait la deſcription des os d'un Crocodile, trouvés dans un banc pierreux très-profond. Le ſavant Traducteur de l'ouvrage de Leheman, ſur les couches de la terre, dans une des notes, dont il a enrichi pluſieurs paſſages du texte, rapporte une pareille obſervation ; & je pourrois en citer quelques autres.

Ces faits rares dans l'Hiſtoire Naturelle du globe terreſtre, & en particulier dans celle des Ichtyolithes, doivent être mis ſans doute au rang des plus ſurprenans ; car ce ſont des monumens qui ſemblent atteſter, encore mieux que les autres, un bouleverſement extraordinaire & univerſel.



SUITE DES RECHERCHES SUR LES VARIATIONS DE L'AIMANT.

Par M. LE MONNIER.

M. PINGRÉ m'a laiſſé, avant ſon départ, les deux notes ſuivantes, tirées de quelques brochures anciennes qui ſont à la Bibliothèque de Sainte Geneviève . . . . Touſſaint de Beſſard, en ſon dialogue *de la Longitude Eſt-oueſt*, imprimé à Rouen en 1574, dit, *page 23*, que la variation à Rouen eſt de 11 degrés du Nord à l'Eſt. . . . . Guillaume le Nautonnier, au quatrième livre de *ſa Mécométrie de l'Aimant*, publiée en 1603, dit que la variation eſt à Paris de 8ᵈ $\frac{3}{4}$ Nord-eſt. . . .

Cette dernière variation s'accorde aſſez avec ce qui eſt dit dans la Connoiſſance des Temps de l'année 1681, là où M. Picard l'admet de 7 à 8 degrés pour le commencement du dix-ſeptième ſiècle.

Il ne reſte plus qu'à réſoudre les difficultés que pourroient faire naître les 11 degrés de variation à l'Eſt, qu'admet l'Auteur du Dialogue publié à Rouen, il y a deux cents ans.

Je ne trouve nul embarras à réſoudre ces difficultés, ſi l'on veut admettre qu'aux ports de Rouen, de Londres & dans tous les ports de la Manche, on pouvoit tenir alors un langage commun ſur cette variation.

Car il faut conſidérer qu'à Londres, la variation de l'aimant n'a pas toujours été la même qu'à Paris: on en trouve la preuve dans quelques volumes des Tranſactions & ſur-tout dans l'un des deux écrits de M. Graham, qui ſe plaint d'ailleurs qu'elle n'a pas été toujours obſervée ni publiée d'année en année, ſans doute parce qu'il s'apercevoit que nous y avons pris un peu plus d'intérêt ici, comme il paroît dans nos Mémoires de l'Académie.

Quoi qu'il en ſoit, on trouve que la variation étoit nulle à Londres en 1657, quoiqu'elle fût alors de près deux degrés vers l'Eſt à Paris; elle a été en 1666 nulle, ou de 0 degrés à Paris, &

ensuite au Nord-ouest sur la fin de l'été 1670, ainsi qu'il en est fait mention au *chapitre VIII de la Mesure de la Terre*, publiée pour lors.

Mais il n'y a pas toujours 1 & 2 degrés de différence le reste du siècle entre Paris & Londres; car en 1692, M. Graham ajoute qu'elle étoit à Londres de 6 degrés Nord-ouest, ce qui excède à peine d'un demi-degré ce qu'elle a paru à Paris.

Cependant elle étoit à Londres en 1723, de $14^d\ 17'$ pendant qu'elle n'étoit qu'à peine de 13 degrés à Paris au même temps; & la différence va à plus d'un degré & un tiers si elle a été plus grande sur la fin de l'année 1723 qu'elle n'a dû paroître au printemps.

En 1745 vers la mi-Mai $\begin{cases} 17^d\frac{1}{4} \text{ ou } \frac{1}{3} \text{ à Londres.} \\ 16\frac{1}{4} \text{ à Paris.} \end{cases}$

Enfin pour concilier l'obſervateur de Londres de l'année 1580 qui donne la variation de $11^d\frac{1}{4}$ vers l'Est, avec ce qui est rapporté par Toussaint de Bessard en 1574, il suffit de supposer, comme je l'ai fait dans mon premier Mémoire, que l'aiguille étoit pour lors stationnaire au Nord-est, mais que la variation n'étoit pas à Londres la même qu'à Paris.



CONTINUATION DES RECHERCHES SUR LES VARIATIONS DE L'AIMANT.

Par M. LE MONNIER.

EN 1737, la variation de l'Aimant comparée avec celle que l'on obſerve aujourd'hui de près de 20 degrés, étoit plus petite de $5^d\frac{1}{2}$ qu'elle ne l'eſt actuellement, ſavoir $14^d\frac{1}{2}$ du Nord à l'Oüeſt. 27 Juillet 1771.

En 1666, elle étoit 0 degrés, & l'aiguille marquoit le vrai Nord, le tiers de 20 degrés eſt $6^d\frac{2}{3}$, ce qui répond à trente-cinq ans.

Ainſi la variation n'a pas été uniforme.

Il n'eſt pas étonnant ſi depuis 1541, juſqu'en 1666, il y a eu 7 à 8 degrés ſeulement, comme le prouve le cadran de Hyeronimus Bellarmatus, que j'ai fait voir à l'Aſſemblée.



MÉMOIRE
SUR L'OBLIQUITÉ DE L'ÉCLIPTIQUE.

Par M. LE MONNIER.

COMME l'on traite cette queſtion de Phyſique céleſte, & que l'on a cherché à s'appuyer des réſultats des Aſtronomes Européens, je crois qu'on ne doit pas paſſer ſous ſilence ce qui a été fait à cette occaſion par les Aſtronomes de l'Académie des Sciences, & que j'ai déjà imprimé.

En 1671 & 1672, M. Richer a obſervé le double de l'obliquité, ou la diſtance des tropiques, & toutes réductions faites de la part des réfractions, en conſultant la Table de M. Bouguer, on trouve 23d 28′ 39″.

En 1736, avec un ſecteur encore plus grand, nos Académiciens ont trouvé au Pérou 23d 28′ 39″.

Tout ceci ſe trouve imprimé, *page 22* de l'Aſtronomie Nautique lunaire, dont j'ai préſenté, la plus grande partie imprimée, à l'Académie, & qui m'a accordé des Commiſſaires.



NOUVELLES

NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES POUR CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL, LES OCCULTATIONS DES ÉTOILES FIXES ET DES PLANÈTES PAR LA LUNE;

Et en général pour réduire les Obſervations de cet Aſtre, faites à la ſurface de la Terre, au lieu vu du centre.

NEUVIÉME MÉMOIRE,

Dans lequel on applique à la ſolution de pluſieurs Problèmes aſtronomiques, les Équations démontrées dans les Mémoires précédens.

Par M. DU SÉJOUR.

POUR l'intelligence de ce qui ſuit, le Lecteur ſe rappellera

(1.) Que dans toutes mes équations,

r exprime le demi-petit axe de la Terre, que je ſuppoſe d'ailleurs égal au rayon des Tables.

ρ le demi-grand axe.

υ l'arc de 15^d rectifié, ou plus exactement, l'arc qui meſure le temps vrai correſpondant à une heure moyenne pour le jour de l'Eclipſe.

θ le ſinus, ψ le coſinus, de l'inclinaiſon de l'orbite corrigée.

Cette inclinaiſon ſe détermine par l'équation ſuivante,

Tangente de l'inclinaiſon de l'orbite corrigée $=$

$$\frac{r^2}{206265''} \times \frac{\text{mouv. hor. de la ☾ en latit. évalué en ſecondes de degré}}{\text{ſin. (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. hor. du ☉)}}.$$

ξ le coſinus de la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, vue du centre de la Terre.

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule.

Année 1764. s le sinus } de la latitude corrigée de l'Observateur (*2.d Mém. §. 20, Table I*), c'est-à-dire d'un angle qu'il faut substituer à la
c le cosinus } latitude vraie, & qui se conclut de cette latitude.

g le sinus }
h le cosinus } de l'angle horaire du Soleil.

p le sinus }
q le cosinus } de la déclinaison du Soleil à l'instant pour lequel on calcule.

Ω le cosinus de l'obliquité de l'écliptique.

$$\chi = \sqrt{(q^2 - \Omega^2)}.$$

ω le sinus }
t la tangente } de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil parallèle ou équatorial de l'Observateur supposé au centre de la Terre.
φ le cosinus }

Cet angle se détermine par l'équation suivante,

$$\omega = \frac{\theta\,\Omega}{q} + \frac{\psi\,\chi}{q}.$$

π le sinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune à l'instant pour lequel on calcule.

π' le sinus de la parallaxe horizontale du Soleil.

$$\zeta = r - \frac{\pi'\xi}{\pi}.$$

$$l = r \times \frac{\text{sin. de la lat. de la ☾ à l'inst. de la conj. vue du centre de la Terre}}{\text{sin. de la parall. horiz. polaire de la ☾ à l'instant de la conjonction}}$$

$$\gamma = \xi \times \frac{\text{sin. verse (mouv. hor. de la ☾ en longit.} - \text{mouv. horaire du ☉)}}{\text{sin. de la parall. horiz. polaire de la ☾ à l'instant de la conjonction}}$$

$$\eta = \frac{r\xi}{\psi} \times \frac{\text{sin. (mouv. horaire de la ☾ en longit.} - \text{mouv. horaire du ☉)}}{\text{sin. de la parall. horiz. polaire de la ☾ à l'instant de la conjonction}}$$

(2.) Que dans toutes les équations, j'ai supposé que les quantités précédentes étoient positives; qu'il pouvoit arriver cependant que quelques-unes de ces quantités devinssent négatives.

(3.) Que dans toutes les Éclipses de Soleil, les quantités r, ρ, υ, ψ, ξ, c, q, Ω, φ, π, π', ζ, γ, η, étoient essentiellement positives; que par conséquent le changement de leurs valeurs absolues ne pouvoit faire varier le signe des termes dans lesquels elles entroient.

(4.) Qu'il n'en étoit pas de même des quantités θ, b, s, g, h, p, χ, t, ω, l.

Que la quantité *l* devenoit négative, lorſque la latitude de la Lune, vue du centre de la Terre, étoit auſtrale à l'inſtant de la conjonction.

Que la quantité θ devenoit négative, lorſque l'Éclipſe arrivoit dans le nœud deſcendant de la Lune.

Que *b* devenoit négatif, lorſque l'inſtant pour lequel on calcule précédoit l'inſtant de la conjonction.

Que *s* devenoit négative, lorſque la latitude de l'Obſervateur étoit auſtrale.

Que *g* devenoit négatif, lorſque l'heure donnée étoit entre minuit & midi.

Que *h* devenoit négative, lorſque l'heure étoit entre ſix heures du ſoir & ſix heures du matin.

Que *p* devenoit négatif, lorſque la déclinaiſon du Soleil étoit auſtrale.

Que χ devenoit négatif, lorſque le Soleil étoit dans les ſignes deſcendans, c'eſt-à-dire depuis le ſolſtice d'été juſqu'au ſolſtice d'hiver.

Que le ſigne de ω, & de *t* qui en eſt une conſéquence, étoit déterminé par la formule du *§. 1.er*

(5.) J'ai ſuppoſé dans ce Mémoire que pour l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit les Élémens ſuivans.

Heure que l'on comptoit lors de la conjonction, dans l'obſervatoire de M. Short à Londres, 10h 21′ 28″ du matin.

Lieu de la conjonction...............	12d	9′	56″ du Bélier.	
Mouvement horaire du Soleil...........	0.	2.	27,7	
Mouvement horaire de la Lune en longitude.	0.	29.	39	
Mouvement horaire de la Lune au Soleil.....	0.	27.	11,3	
Latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction.	0.	39.	32 boréale.	
Mouvement horaire de la Lune en latitude.	0.	2.	44	Éclipſe dans le nœud aſcendant.
Parallaxe horizontale polaire de la Lune....	0.	54.	1,5	
Obliquité de l'Écliptique................	23.	28.	21	
Déclinaiſon du Soleil à l'inſtant de la conjonction.	4.	48.	50 boréale.	
Parallaxe horizontale du Soleil..........	0.	0.	10	

Demi-diamètre du Soleil tiré des Tables.....	0^d 16′ 1″
Demi-diamètre du Soleil dépouillé de l'irradiation..	0. 15. 56
Inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune......................	0. 0. 5

$$\text{finus (demi-diam. horizont. de la ☾)} = \frac{9000}{32887}\ \text{finus (parallaxe horizont. polaire)};$$

Demi-diamètre horizontal de la Lune......	0. 14. 47,1
Rapport des axes de la Terre, comme 177 à 178.	
Variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune......................	0. 0. 0,5 négative.
Variation horaire de la déclinaison du Soleil..	0. 0. 58 positive.

D'où j'ai conclu

$r = +$ 100000.	Logarithme...	r = 10,0000000.
$\rho = +$ 100565.		ρ = 10,0024467.
$\upsilon = +$ arc de 15^d rectifié.		υ = 9,4179686.
$\vartheta = +$ sinus. 5^d 44′ 26″		ϑ = 9,0001044.
$\psi = +$ cosin. 5. 44. 26.		ψ = 9,9978165.
$\xi = +$ cosin. 0. 39. 32.		ξ = 9,9999711.
$p = +$ sinus. 4. 48. 50.		p = 8,9238624.
$q = +$ cosin. 4. 48. 50.		q = 9,9984653.
$\Omega = +$ cosin. 23. 28. 21.		Ω = 9,9624884.
$\chi = +$ 38936.		χ = 9,5903565.
$\omega = +$ sinus. 28. 44. 30.		ω = 9,6820198.
$t = +$ tang. 28. 44. 30.		t = 9,7391209.
$\varphi = +$ cosin. 28. 44. 30.		φ = 9,9428989.
$\pi = +$ sinus. 0. 54. 1,5		π = 8,1963030.
$\pi' = +$ sinus. 0. 0. 10.		π' = 5,6855749.
$\zeta = +$ 99692.		ζ = 9,9986603.

Logar.	sin. de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction. ..	= 8,0606800.
	sin. verse (mouv. hor. de la ☾ en long. — mouv. hor. du ☉)	= 5,4972284.
	sin. (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. hor. du ☉)	= 7,8981331.

$$t = +\ 73177. \quad \gamma = +\ 200. \quad n = +\ 50581. \quad \frac{nr}{\zeta} = +\ 50737.$$

Logarithme...

$$l = 9,8643770. \quad \gamma = 7,3008965. \quad n = 9,7039847. \quad \frac{nr}{\zeta} = 9,7053244.$$

206265″ = le nombre de ſecondes de degré que contient le rayon du cercle, lorſqu'on le compare à la circonférence.

(6.) Je ſuppoſe également que le lecteur a préſent à l'eſprit ce que j'ai dit *(§. 28 du 3.ᵉ Mém.)* ſur la relation entre le nombre de chiffres dont chaque quantité qui ſe trouve dans les formules, doit être compoſée, & la caractériſtique de ſon logarithme. *Année 1765.*

Qu'il ſe rappelle l'exception relative au nombre de ſecondes, ſoit d'heure, ſoit de degré.

Qu'il a préſent à la mémoire la manière de diſtinguer chacun des termes d'une équation, en le ſurmontant d'un chiffre & d'une lettre; d'une lettre, pour ſignifier la quantité dans l'expreſſion de laquelle ſe trouve le terme en queſtion; d'un chiffre pour indiquer le rang de ce terme.

Je ſuppoſe encore que le Lecteur n'a pas oublié que dans toutes les formules, par la latitude d'un lieu j'entends ſa latitude corrigée. Cette latitude eſt réductible à la latitude vraie; ou réciproquement, la latitude vraie eſt réductible à la latitude corrigée, par la première Table du §. 20 de mon ſecond Mémoire. *Année 1764.*

(7.) Dans les premiers Mémoires j'avois ſuppoſé, d'après les remarques du §. 28 de mon troiſième Mémoire, *Année 1765.*

Logarithme
$$1'' = 0,0000000, \quad 10 = 1,0000000, \quad 100 = 2,0000000,$$

& ainſi de ſuite. Avec cette notation on a un nombre négatif pour le logarithme d'une fraction de ſeconde. Afin d'éviter cet inconvénient, je ſuppoſerai dans ce Mémoire

$$\text{Logarithme}\begin{cases} 0'',001 = 0,0000000, \\ 0,01 = 1,0000000, \\ 0,1 = 2,0000000, \\ 1 = 3,0000000, \\ 10 = 4,0000000, \\ 100 = 5,0000000, \\ 1000 = 6,0000000, \end{cases}$$

& ainſi de ſuite. Je négligerai toutes les quantités au-deſſous d'un millième de ſeconde, c'eſt-à-dire toutes celles dont le logarithme ſeroit négatif. Dans cette nouvelle notation

$$\text{Logarithme}\begin{cases} 3600'' = 6,5563025. \\ 206265 = 8,3144255. \end{cases}$$

Dans mon dernier Mémoire, publié en 1770, je n'avois porté la préciſion que juſqu'aux centièmes de ſeconde; on avoit alors

$$\text{Logarithme}\begin{cases} 3600'' = 5,5563025. \\ 206265 = 7,3144255. \end{cases}$$

J'ai cru dans ce nouveau Mémoire devoir pouſſer la préciſion juſqu'aux millièmes de ſeconde, d'autant plus que cette exactitude ne complique pas les calculs. On aura ſeulement ſoin de faire les petites corrections qui réſultent de ce changement de notation, lorſque l'on tranſportera des calculs d'un Mémoire à l'autre.

(8.) On a pu remarquer *(§. 5)* que lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, la variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune étoit négative; & qu'au contraire la variation horaire de la déclinaiſon du Soleil étoit poſitive. En général, la variation horaire de la parallaxe de la Lune eſt poſitive, lorſque cet aſtre tend de l'apogée au périgée, c'eſt-à-dire dans les 180 premiers degrés d'*anomalie*, elle eſt négative dans les 180 derniers degrés d'*anomalie:* c'étoit le cas de l'éclipſe du 1.er Avril 1764.

Quant à la variation horaire de la déclinaiſon du Soleil, cet élément eſt poſitif dans les ſignes aſcendans, c'eſt-à-dire, depuis le ſolſtice d'hiver juſqu'au ſolſtice d'été; il eſt négatif dans les ſignes deſcendans, c'eſt-à-dire, depuis le ſolſtice d'été juſqu'au ſolſtice d'hiver.

ARTICLE PREMIER.

Recherches préliminaires.

SECTION PREMIÈRE.

Expoſition du ſujet.

(9.) Après avoir donné dans mon précédent Mémoire, une méthode pour déterminer les équations de condition, relatives à une diſtance quelconque des centres; il me reſte à développer des méthodes analogues pour calculer les plus grandes phaſes. Cette phaſe remarquable, a toujours mérité l'attention des Aſtronomes; ils ont cherché dans tous les temps, à en tirer le plus grand parti poſſible; il devoit donc entrer dans le plan de mon ouvrage, de donner les formules relatives à cette phaſe.

Si l'on conſidère le Problème dans toute ſa généralité, il ſera aiſé de ſe convaincre, que le genre de calcul que l'on peut appliquer aux plus courtes diſtances des centres, n'eſt qu'un cas particulier d'un Problème général, dans lequel, indépendamment de la diſtance des centres, on connoît d'ailleurs l'angle que fait, avec une ligne donnée de poſition que je nomme *ligne de comparaiſon*, la droite qui joint les centres apparens du Soleil & de la Lune, à l'inſtant de l'obſervation. Je réſous le cas général, dont les plus grandes phaſes ne ſont qu'une application particulière; je ſuppoſe que pour chaque obſervation on connoiſſe l'angle de comparaiſon, & je détermine dans cette hypothèſe, l'expreſſion générale de la Longitude du lieu qui a vu le phénomène, & celle de la Latitude de la Lune, correſpondante à l'inſtant de la conjonction.

La route que j'ai ſuivie pour former ces nouvelles valeurs, eſt entièrement ſemblable à celle tracée dans mon huitième Mémoire. *Année 1770.* Je ſuppoſe, comme dans ce Mémoire, des élémens hypothétiques, je calcule d'après ces élémens, le *terme hypothétique* de la longitude du lieu, & de la latitude de la Lune, correſpondante à l'inſtant de la conjonction; je détermine enſuite toutes les corrections que

l'on doit faire à ce premier résultat, relativement aux différences qui peuvent se trouver entre les élémens supposés & les véritables élémens de l'éclipse, entre les observations que l'on a faites & les observations que l'on auroit dû faire. La réunion de tous ces termes forme ce que j'appelle l'*expression complète de la Longitude de l'Observateur*, & *de la Latitude de la Lune.*

(10.) On peut s'apercevoir d'une différence entre ces calculs & ceux de mon huitième Mémoire. Dans ce Mémoire, une seule observation ne déterminoit qu'un seul élément; dans le présent Mémoire une seule observation détermine deux élémens. La raison en est simple; une observation conditionnée ainsi que l'exigent les équations du présent Mémoire, équivaut réellement à une double observation, puisqu'indépendamment de la distance des centres, je suppose connu l'angle de comparaison.

Cet angle peut être donné par une observation immédiate, il peut être donné par une équation. Il est donné par une équation lorsque la phase que l'on observe est véritablement une plus grande phase; dans ce cas, l'analyse le détermine avec une précision beaucoup plus grande que celle que l'on auroit droit d'attendre de la meilleure observation. Une plus grande phase ne diffère donc d'une phase ordinaire, quant aux méthodes de calculs, que par cette équation analytique qui dispense de l'observation immédiate de l'angle de comparaison. Malheureusement l'instant précis d'une plus grande phase, est très-difficile à saisir; la quantité de l'éclipse étant stationnaire aux approches de cette phase, il est toujours à craindre que l'on ne confonde, avec l'instant de la plus courte distance des centres, des instans qui n'ont pas cette propriété, & que par conséquent l'on ne détermine l'angle de comparaison, avec des équations qui ne s'appliquent pas à l'espèce dont il s'agit.

Mon but n'est pas d'examiner la possibilité ou l'impossibilité de déterminer immédiatement par observation, l'angle de comparaison. Les Astronomes n'ayant pas jusqu'ici porté leurs vues de ce côté-là, il seroit difficile d'entrer dans un grand détail sur les méthodes que l'on peut employer à cet usage; d'ailleurs je me propose uniquement dans ce Mémoire, de calculer des observations, sans entrer dans l'examen des moyens qui peuvent les faciliter,

faciliter, & leur donner le degré d'exactitude convenable. Je réserve pour un autre Mémoire la discussion de cette question; je me contente, quant-à-présent, de présenter quelques réflexions qui peuvent jeter du jour sur la route que l'on doit suivre. Au reste si l'on regardoit comme impossible dans la pratique, de connoître avec une précision convenable, l'angle de comparaison; on en sera quitte pour ne faire aucun usage de cette partie de mon travail.

(11.) Dans le cours de ce Mémoire, j'ai fait usage de quelques distances des centres du Soleil & de la Lune, qu'il a fallu conclure des distances observées des limbes. Comme je n'ai rien voulu laisser à desirer au lecteur, sur les routes que j'ai cru devoir suivre; j'ai donné les formules qui m'ont servi à réduire ces observations. Si l'on jette les yeux sur cette partie de mon travail, on se convaincra aisément qu'il règne dans ces réductions, une incertitude inhérente à la nature du Problème, & dont il n'est pas possible de les dépouiller entièrement. Elle tient à la question des véritables diamètres du Soleil & de la Lune, à celle de l'atmosphère lunaire, de sa force réfractive, de l'inflexion des rayons solaires, de leur décomposition, de l'irradiation, &c; elle tient peut-être encore plus à l'imperfection des observations. J'ai cherché à répandre dans cette partie de mon ouvrage, des vues que je ne crois pas inutiles.

(12.) Après avoir donné l'expression générale de la longitude de l'Observateur, & de la latitude de la Lune, correspondantes à l'instant de la conjonction; après avoir détaillé les inconvéniens de chacune de ces méthodes, les cas où l'on doit les employer de préférence, ceux où l'incertitude de tel ou tel élément, influe plus ou moins sur les résultats; en un mot, après avoir tiré de la forme même de ces expressions, les circonstances où l'on peut s'en servir, avec le plus d'avantage, je passe à la formation des équations de condition. Je ne rappellerai point ici la nature & l'usage de ces équations; on peut relire ce qui est expliqué à ce sujet dans mon huitième Mémoire, je ne pourrois que répéter ce que j'en ai dit alors. Je remarquerai cependant, que si les équations de condition qui résultent de la comparaison de deux expressions différentes de la longitude du même Observateur, rentrent à très-peu près dans les équations de mon huitième Mémoire, celles que

l'on déduit de la comparaiſon des expreſſions de la latitude de ſa Lune, ſont abſolument nouvelles.

Ces équations me permettent de m'élever à un genre de Problème, dont l'énoncé ſeul démontre l'utilité. On a dû remarquer par ce qui a été dit précédemment; 1.° que l'inſtant de la véritable plus grande phaſe, eſt très-difficile à ſaiſir; 2.° que la diſtance des centres correſpondante à cet inſtant, indépendamment des difficultés inſéparables de l'obſervation préciſe des diſtances des limbes, n'eſt jamais exempte de l'incertitude de la réduction. On ne pourroit donc jamais employer des obſervations de plus grandes phaſes, pour des déterminations délicates, ſi l'analyſe ne venoit au ſecours de l'Obſervateur, & ne ſervoit à rectifier ſon obſervation; tel eſt le but que je me propoſe; je m'explique. Suppoſons que l'on veuille comparer deux plus grandes phaſes; il eſt ſenſible que chacun des Obſervateurs a pu ſe tromper, en regardant comme le véritable inſtant de la plus grande phaſe, l'inſtant de ſon obſervation; il a pu ſe tromper en obſervant mal, ou en réduiſant d'une manière fautive, les diſtances des limbes *(a)*. Je fais entrer dans le calcul, la poſſibilité de toutes ces erreurs; j'applique à la même obſervation, les méthodes des plus grandes phaſes, & celles des phaſes ordinaires; je parviens en un mot, à déterminer les élémens de l'Écliple & les erreurs des obſervations. Il eſt ſuperflu de s'étendre davantage, pour faire ſentir l'utilité d'une méthode qui permet d'employer ſans danger, des obſervations même erronées.

(13.) La forme que j'ai donnée aux équations de condition, ſoit dans ce Mémoire, ſoit dans le Mémoire précédent, étoit celle qui m'a paru la plus ſimple, mais elle n'étoit pas la ſeule poſſible. Je fais voir qu'on auroit pu également leur donner d'autres formes différentes en apparence, mais identiques quant au fond. Je démontre quelle eût été dans ces différens cas, la forme du terme hypothétique. Ces conſidérations m'ont conduit à la ſolution de pluſieurs Problèmes, relatifs à la détermination de la parallaxe de la Lune, à ſa latitude, à ſon mouvement horaire: il ſeroit trop long de les détailler ici, on en peut voir l'énoncé dans la partie du Mémoire où ils ſont réſolus.

(a) Ce que je dis des diſtances des limbes, doit également s'entendre des diſtance des cornes.

SECTION SECONDE.

De la relation entre la distance des limbes du Soleil & de la Lune, & la distance des centres.

(14.) Dans le cours de ce Mémoire, j'emploierai des distances des centres du Soleil & de la Lune, qu'il a fallu conclure des distances observées des limbes de ces astres. Comme je ne veux rien laisser à desirer au lecteur, sur les routes que j'ai cru devoir suivre, je me propose de donner ici les formules qui m'ont servi à réduire ces observations. Je supposerai dans ces recherches, que toutes les quantités dont je ferai usage, n'ont souffert aucune altération par les réfractions; ou, ce qui revient au même, que l'effet de la réfraction a été corrigé par une méthode quelconque. Je donnerai dans un autre Mémoire, la forme qu'auroient les équations, si l'on vouloit avoir égard à la réfraction & aux autres causes physiques. Comme ces questions de pure théorie, m'éloigneroient trop de mon objet actuel, je me contenterai d'exposer ici les méthodes véritablement utiles.

Quatre quantités entrent essentiellement dans la solution présente; le demi-diamètre du Soleil, le demi-diamètre apparent de la Lune, la distance des limbes du Soleil & de la Lune, & la distance des centres de ces astres; car la partie éclipsée du disque du Soleil que les Astronomes substituent quelquefois à la distance des limbes, n'est sous d'autres termes que l'expression de cette distance. Pour rendre cette recherche la plus générale qu'il est possible, je supposerai d'abord un demi-diamètre hypothétique du Soleil, un demi-diamètre hypothétique de la Lune, une distance hypothétique des limbes; je donnerai l'expression de la distance des centres dans cette hypothèse. Je ferai voir ensuite, quelle correction l'on doit faire à ce premier résultat, en supposant une erreur quelconque dans les suppositions primitives; je finirai par quelques remarques sur l'incertitude des résultats.

Soit

Demi-diamètre hypothétique du Soleil, le demi-diamètre hypothétique du Soleil, exprimé en secondes & dixièmes de seconde de degrés.

Demi-diamètre hypothétique de la Lune, le demi-diamètre hypothétique de la Lune, exprimé en secondes & dixièmes de seconde de degrés. Il est superflu d'avertir que c'est du demi-diamètre apparent & non du demi-diamètre horizontal de la Lune dont il est ici question.

Distance des limbes du Soleil & de la Lune, la distance observée des limbes, exprimée en secondes & dixièmes de seconde de degrés.

Distance des centres du Soleil & de la Lune, la distance des centres du Soleil & de la Lune, exprimée en secondes & dixièmes de seconde de degrés.

d (demi-diamètre hypothétique du Soleil) l'erreur du demi-diamètre hypothétique du Soleil, évaluée comme ci-dessus.

d (demi-diamètre hypothétique de la Lune) l'erreur du demi-diamètre hypothétique de la Lune, évaluée comme ci-dessus.

d (distance des limbes) l'erreur sur la distance des limbes du Soleil & de la Lune, évaluée comme ci-dessus.

Soit de plus

$Y =$ dist. des limbes du ☉ & de la ☾ + demi-diam. hyp. de la ☾ — demi-diam. hyp. du ☉

$dY = d$(dist. des limbes) + d(demi-diam. hyp. de la ☾) — d(demi-diam. hyp. du ☉)

Puisque

Demi-diam. hypot. du ☉ + d(demi-diam. hypot. du ☉) = le véritable demi-diam. du ☉

que de plus

Demi-diam. hyp. de la ☾ + d(demi-diam. hyp. de la ☾) = le vérit. demi-diam. appar. de la ☾

& qu'enfin

Dist. des limbes du ☉ & de la ☾ + d(dist. des limbes) = la véritable dist. des limbes.

on aura évidemment

Fig. 1. Distance vraie des centres du Soleil & de la Lune $= Y + dY$.

Nous remarquerons ici, que Y est l'expression de la distance hypothétique des centres, & que dY exprime la correction qu'il faut faire à ce premier résultat, en supposant quelque erreur dans les quantités hypothétiques.

(15.) Si c'étoit la partie éclipsée du disque du Soleil qui fut donnée, telle par exemple que le nombre de doigts éclipsés,

Soit

Quantité éclipsée du disque du Soleil, la quantité éclipsée du disque solaire, exprimée en secondes & dixièmes de seconde de degrés.

d(quantité éclipsée du Soleil), l'erreur sur la quantité éclipsée du disque solaire, exprimée comme ci-dessus.

Soit de plus

$Z =$ 2 demi-diam. hypot. du ☉ — quantité éclipsée du disque du ☉

$dZ =$ 2 d(demi-diam. hypot. du ☉) — d(quantité éclipsée du ☉),

on auroit

Distance vraie des limbes $= Z - dZ$.

On pourra donc faire usage de l'équation du *§. 14*, pour en conclure la distance vraie des centres.

Dans l'usage de ces formules, le demi-diamètre hypothétique du Soleil, le demi-diamètre hypothétique de la Lune, la distance des limbes, la quantité éclipsée du disque du Soleil sont toujours positifs. Quant à d(demi-diam. du ☉), d(demi-diamètre de la ☾), d(distance des limbes), d(quantité éclipsée du ☉); ils sont positifs lorsque les quantités que l'on croit devoir employer dans le calcul sont plus grandes que les quantités hypothétiques correspondantes; ils sont négatifs dans les cas contraires.

(16.) Le demi-diamètre de la Lune qu'il faut employer dans ces calculs, est le demi-diamètre apparent de cet astre, c'est-à-dire celui qui a lieu à l'instant de l'observation.

Soit

$$E = \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{c\wp qh\pi}{r^4}.$$

On peut conclure du *§. 122 de mon IV.ᵉ Mémoire*, que *Année 1766.*

$$\text{sinus (demi-diamètre apparent de la Lune)} = \frac{\text{sin. (demi-diam. horiz. de la ☾)} \times \text{cosin. (parall. horiz. polaire de la ☾)} \times \text{cosin. (distance des centres)}}{Er}.$$

Comme il n'est pas nécessaire de connoître avec la dernière précision, la distance des centres pour la substituer dans l'expression précédente, puisqu'une erreur de plusieurs secondes sur cette distance, influe infiniment peu sur l'expression de son cosinus, & par conséquent sur l'expression du sinus du demi-diamètre apparent de la

Lune ; un premier calcul de la diſtance des centres dans lequel on feroit uſage du demi-diamètre horizontal de la Lune, apprendroit à connoître la diſtance des centres avec une précifion ſuffiſante pour la ſubſtituer dans la formule précédente. Des exemples vont nous éclaircir ſur l'uſage de ces équations ; ils ſerviront en même temps à jeter quelque jour ſur l'incertitude des réſultats. J'employerai à ces recherches les obſervations des plus grandes phaſes, faites le 1.er Avril 1764, à Londres par M. Short, & à Toulouſe par M. d'Arquier.

Obſervation de la plus grande phaſe à Londres.

(17.) Voici comment M. Short s'explique au ſujet de cette obſervation. Je ne rapporterai de ſon obſervation, que ce qui eſt relatif à la plus grande phaſe.

« La veille de l'écliple, j'avois eu ſoin de me procurer les inſtrumens néceſſaires pour une excellente obſervation ; je me ſuis ſervi » d'un téleſcope qui groſſit ſoixante-dix fois ; à ce téleſcope étoit » adapté un très-bon micromètre objectif.

» A 10h 22′ 28″, les cornes étoient preſque parallèles à l'horizon ; » à 10h 23′ 58″, le diamètre horizontal de la Lune, alors entière» ment projeté ſur le diſque du Soleil, m'a paru de 29′ 49″,4 » meſuré horizontalement. Il m'a paru de la même grandeur à » 10h 32′ 8″.

Heure vraie.	*Diſtance des limbes.*	
10h 26′ 10″	2′ 58″,7.	
10. 28. 28	2. 31,3.	
10. 30. 44	2. 26,2	plus courte diſtance obſervée.

» Le jour de l'écliple, j'ai meſuré vers midi, le diamètre horizontal » du Soleil, avec le même micromètre qui avoit ſervi à mes » obſervations ; il m'a paru de 31′ 59″ ; le lendemain à la même » heure de midi, je l'ai trouvé de 31′ 58″. Le jour de l'obſervation » l'air étoit rempli de vapeurs ; on ne pouvoit, que par intervalles, voir le limbe du Soleil, terminé ».

Observation de la plus grande phase à Toulouse.

A $10^h\ 24'$ du matin, suivant M. d'Arquier, la distance des limbes étoit au diamètre du Soleil, comme 345 à 3445; cette distance répondoit à la plus grande phase observée.

J'ignore, au surplus, de quelle espèce de micromètre M. d'Arquier a fait usage; quel angle il donnoit au diamètre du Soleil; combien sa lunette grossissoit de fois, &c. Passons à la réduction de ces observations, je commence par celle de Londres.

Réduction des Observations de Londres & de Toulouse.

(18.) Dans l'équation du *§. 14*, je suppose d'abord

Demi-diamètre hypothétique du Soleil $= 956'',0$.

Demi-diamètre hypothétique de la Lune $= 887,1$.

Ces valeurs sont celles du demi-diamètre du Soleil dépouillé de l'irradiation, & du demi-diamètre horizontal de la Lune, du *§. 5*.

Je suppose de plus, *§. 17*.

Distance des limbes du Soleil & de la Lune $= 146'',2$.

J'ai par un résultat approché, $Y = 77'',3$; donc par un résultat également approché,

Distance des centres du Soleil & de la Lune $= 77'',3$.

D'après cette premiere approximation, je calcule, par la formule du *§. 16*, le demi-diamètre apparent de la Lune, & j'ai

Demi-diamètre hypothétique de la Lune $= 896'',1$.

donc $Y = 86'',3$; donc

Distance vraie des centres du Soleil & de la Lune $= 86'',3$ $+ d$(dist. des limbes) $+ d$(demi-diam. hyp. ☾) $- d$(demi-diam. hyp. ☉).

Examinons quelles réflexions ces dernieres valeurs peuvent faire naître.

Le demi-diamètre du Soleil a été mesuré par M. Short, il l'a trouvé de $959'',5$; j'ai supposé ce demi-diamètre de $956'',0$; donc

d(demi-diamètre hypothetique du Soleil) $= +\ 3'',5$.

M. Short a mesuré pareillement le demi-diamètre de la Lune, il

l'a trouvé de 894",7; je l'ai ſuppoſé de 896",1; donc

d(demi-diamètre hypothétique de la Lune) = — 1",4.

Donc ſi l'on part de l'enſemble de l'obſervation de M. Short, on aura

Diſtance vraie des centres du Soleil & de la Lune = 81",4.

Cette manière de réduire l'obſervation eſt certainement très-naturelle; elle cadre à 3",5 près, avec la diſtance des centres qui réſulte des élémens hypothétiques du *§. 5 (b).* Mais, indépendamment de ce que l'on n'a pas toujours une obſervation auſſi complète que celle de M. Short; n'y auroit-il pas des conſidérations particulières auxquelles on ſeroit tenté de s'arrêter, qui conduiroient, d'une manière très-plauſible, à des réſultats un peu différens?

Comme il s'agit d'obſervations faites avec le micromètre, il paroît aſſez naturel d'employer dans le calcul, le demi-diamètre affecté de l'irradiation, conformément à ce qui a été dit, *§. 33 de*
Année 1770. *mon VIIIe Mém.* Ce demi-diamètre varie ſuivant les lunettes que l'on emploie; en général il eſt plus petit à meſure que l'on ſe ſert de plus grandes lunettes; de quel diamètre faudra-t-il donc faire uſage, lorſque l'Obſervateur n'aura pas meſuré directement le diamètre du Soleil?

Je vais plus loin; ſi l'irradiation augmente le demi-diamètre du Soleil, pourquoi cette irradiation, qui empiète pour ainſi dire ſur l'azur du Ciel, n'empièteroit-elle pas également ſur le diſque obſcur de la Lune? Dans cette hypothèſe, la diſtance obſervée des limbes ſeroit plus grande que la véritable diſtance des limbes; la quantité d (diſtance des limbes), devroit avoir une valeur négative égale à l'irradiation; le diamètre obſcur de la Lune, projeté ſur le diſque lumineux du Soleil, ſeroit plus petit que le diſque lumineux de la Lune, vu ſur l'azur du Ciel; & l'on auroit une diſtance vraie des centres, plus petite que celle que j'ai conclue précédemment.

Les réſultats ſeroient différens, ſi l'on imagine, qu'à raiſon d'une cauſe phyſique quelconque, comme ſeroit, par exemple, une atmoſphère répandue autour de la Lune, le diſque apparent du

(b) Ces élémens donnent 1' 24",9 pour la diſtance des centres correſpondante à 10h 30' 44".

Soleil

Soleil ait éprouvé une expension, une dilatation à l'approche du limbe de la Lune. Dans cette hypothèse, le disque de ce dernier astre ne sera point altéré, ainsi que je l'ai démontré dans mon *V.e Mémoire, §. 91;* & comme d'ailleurs le demi-diamètre du Soleil & la distance des limbes, auront subi la même altération, on aura *Année 1767.*

d (distance des limbes) — d (demi-diam. hypothétique du ☉) = 0;

& par conséquent

Distance vraie des centres = 86",3.

Je dis plus, quand on seroit assuré du système d'altération qu'il faut adopter pour corriger les quantités mesurées avec le micromètre; quel Astronome, même le plus exercé, peut répondre, avec la dernière précision, d'une distance des limbes? Lorsqu'il s'agit du diamètre du Soleil; comme cette quantité ne varie point, on peut la mesurer à plusieurs reprises; on peut se rectifier, se confirmer dans ses premiers résultats, prendre un milieu entre les différentes observations. Il n'en est pas de même d'une distance observée des limbes; cette distance varie à chaque instant, & il n'est pas possible de revenir sur ses premières déterminations.

(19.) Voyons quelles réflexions va faire naître l'observation de Toulouse. Si l'on suppose que le 1.er Avril 1764, à 11h 24' du matin, la distance des limbes étoit au diamètre du Soleil, comme 345 est à 3445, on aura

$$\text{Distance des limbes} = \frac{345}{3445} \times \text{diamètre du Soleil.}$$

Si l'on substitue cette valeur dans l'expression de Y, du *§. 14*, on aura

$$Y = \frac{345}{3445} \times \text{diam. du ☉} + \text{demi-diam. hypothét. de la ☾} - \text{demi-diam. du ☉.}$$

L'Observateur ne nous ayant point éclairci sur le diamètre particulier du Soleil, que l'on auroit déterminé avec son micromètre; nous n'avons aucune base assurée de tous nos calculs. Substituera-t-on dans cette équation, le diamètre du Soleil tiré des Tables, c'est-à-dire, celui que paroît donner en général une excellente lunette de 20 pieds? Mais qui sait si le diamètre du Soleil,

mesuré avec le micromètre de M. d'Arquier, n'auroit pas été vu sous un angle un peu différent? Qui sait si la mesure de la distance des limbes est précise? Qui peut répondre du système d'altération d'élémens qu'il faut adopter? La distance des centres de 128″,8 que l'on conclut de l'observation de M. d'Arquier, n'est donc rien moins qu'irréfragable *(c)*. Que seroit-ce si les différens diamètres des disques du Soleil & de la Lune n'étoient pas égaux entr'eux, ainsi que le croyoit M. Bouguer, & qu'on peut l'inférer dans certains cas, de la théorie de la libration de la Lune?

(20.) On détermine aussi quelquefois la distance des limbes, par le moyen suivant. On remarque à quel instant le limbe de la Lune vient à cacher une certaine tache du disque du Soleil. Il faut d'ailleurs que cette tache soit située dans la droite qui joint les centres du Soleil & de la Lune. On mesure ensuite, lorsque l'Éclipse est finie, la distance de la tache, au bord du Soleil, & l'on en conclut la distance des limbes, à l'instant de l'observation; bien entendu qu'il faut avoir égard au mouvement propre de la tache, pendant le temps écoulé entre les instans de la première & de la seconde observation. Cette méthode exige une autre petite attention. Si l'atmosphère de la Lune réfracte les rayons du Soleil, la tache du disque solaire qui paroît à la circonférence de la Lune, est réellement enfoncée de quelques secondes sous le disque de cet astre. La distance vraie des limbes, à l'instant de l'observation, est donc plus petite que celle conclue du calcul, de toute la quantité dont la tache est enfoncée sous le disque lunaire.

Je soumets aux Astronomes, ces réflexions qui me paroissent conduire à un pyrronisme très-sensé sur cette grande précision,

(c) J'ai supposé dans cette réduction le demi-diamètre du Soleil, de 16′ 1″, c'est-à-dire que j'ai fait usage du demi-diamètre du Soleil, tiré des Tables. J'ai supposé pareillement le demi-diamètre horizontal de la Lune de 14′ 47″,1; d'où j'ai conclu son demi-diamètre apparent de 14′ 57″,3, à l'instant de l'observation; je n'ai eu d'ailleurs égard à aucune autre considération physique. Les Élémens hypothétiques du §. 5, donnent pour distance des centres, dans le lieu & à l'heure dont il s'agit, 1′ 57″,7; distance moindre de 11″,1, que celle que l'on conclut de l'observation de M. d'Arquier, ainsi réduite.

que l'on anonnce quelquefois, parce qu'on se flatte d'y être parvenu. Il y a apparence qu'en général on n'est pas fort éloigné de la vérité; mais est-on jamais sûr d'y avoir atteint?

ARTICLE II.

Des Équations générales de condition *&* aux Longitudes, *relativement aux observations, dans lesquelles, indépendamment de la distance des centres du Soleil & de la Lune, on connoît de plus l'angle que fait la ligne des centres avec la ligne de comparaison.*

SECTION PREMIÈRE.

Notions préliminaires.

(21.) Dans mon dernier Mémoire, j'ai supposé que l'on connoissoit uniquement la distance des centres du Soleil & de la Lune; & j'ai donné dans cette hypothèse les équations générales, *de condition* & *aux longitudes*, relativement à ces observations. Je me propose dans cet article de résoudre les mêmes Problèmes, relativement aux observations dans lesquelles, indépendamment de la distance des centres du Soleil & de la Lune; on connoît de plus l'angle que fait la ligne des centres, avec la ligne de comparaison. *Année 1771.*

Pour fixer davantage le Lecteur. Soit $E'\ N'\ O'\ S'$ le disque du Soleil; $N'\ S'$ le fil horaire de l'Observateur, ou, ce qui revient au même, l'intersection du disque du Soleil avec le cercle de déclinaison; $E'\ O'$ le fil parallèle ou équatorial. N' est le point le plus boréal du disque solaire; S' est le point le plus austral; E' & O' sont des points distans de 90 degrés des points N' & S'. Par le centre C du Soleil, menons une droite ECO parallèle à l'orbite relative de la Lune, (j'ai donné *(§. 1.er)* une formule pour déterminer l'angle que fait cette droite avec le fil équatorial). Il n'est pas évident qu'il soit impossible de connoître, du moins dans des cas particuliers, l'angle que fait avec cette droite, la ligne qui joint les Fig. 2.

centres du Soleil & de la Lune à l'inſtant de l'obſervation; dans la préſente recherche, je puis donc ſuppoſer connu, cet angle que j'appellerai déſormais *angle de comparaiſon*. Son origine eſt au point *E*; il doit être compté depuis 0 degrés, juſqu'à 360 degrés. Le point *N*, interſection du diſque du Soleil, avec la perpendiculaire *SCN* à l'orbite relative, répond à 90 degrés; le point *O* répond à 180 degrés, & le point *S* à 270 degrés. Conformément à ce qui a été expliqué dans mes précédens Mémoires, j'appelle *hémiſphère boréal* du diſque du Soleil, la partie du Ciel ſituée au-deſſus de la ligne *ECO* vers *N*; j'appelle *hémiſphère auſtral*, la partie ſituée au-deſſous de la ligne *ECO* vers *S*; j'appelle *hémiſphère précédent*, la partie *NCSO* du Ciel vers laquelle le Soleil paroît s'avancer en vertu du mouvement diurne; j'appelle *hémiſphère ſuivant*, la partie oppoſée *NCSE*.

(22.) Quoique mon but ne ſoit pas d'examiner ici la poſſibilité ou l'impoſſibilité de déterminer l'*angle de comparaiſon*; & que je réſerve pour un autre Mémoire l'examen de tous les ſecours que l'Aſtronomie peut offrir pour réſoudre cette queſtion; qu'il me ſoit permis de préſenter rapidement quelques réflexions qui pourront jeter du jour ſur la route que l'on pourroit ſuivre.

(23.) La ligne des centres étant perpendiculaire à la corde qui meſure la diſtance des cornes, ſa poſition, relativement à la parallèle à l'orbite relative, peut ſe conclure de la poſition reſpective des cornes, relativement aux fils, horaire, parallèle, horizontal, vertical, &c. Il ne ſeroit peut-être pas même impoſſible de connoître directement cet angle, avec une préciſion ſuffiſante, au moyen d'un inſtrument ſemblable à celui que M. le Préſident de Saron, ſi recommandable par ſes talens & par ſes connoiſſances en tout genre, a fait exécuter d'après ſes deſſins : voici en peu de mots la deſcription de cet inſtrument.

La baſe de l'inſtrument eſt une très-belle machine parallactique qui peut être de la plus grande utilité pour un nombre infini d'obſervations délicates. A cette machine eſt adapté un très-beau téleſcope, dont M. le Préſident de Saron a travaillé lui-même les miroirs. Le téleſcope eſt mené par un mouvement de pendule

qui lui fait conſerver l'aſtre autant de temps que l'on veut; le mouvement eſt doux, liant, ſans ſoubreſaut, ſans trépidation. Au téleſcope eſt adapté un micromètre filaire, que l'on tourne dans tous les ſens. Comme l'orbite relative de la Lune, fait avec le fil équatorial un angle déterminé; ſi l'on fait faire au fil du micromètre l'angle convenable avec le fil équatorial, le fil du micromètre, entraîné par le mouvement parallactique du téleſcope, repréſentera toujours l'orbite relative. Cette explication peut faire entrevoir l'uſage de cette machine pour le cas particulier dont il s'agit. Elle eſt auſſi très-utile, lors des occultations d'étoiles par la Lune, pour déterminer les points du diſque de cet aſtre, par leſquels ſe fait l'immerſion ou l'émerſion de l'étoile.

(24.) Indépendamment des moyens que l'Aſtronomie mécanique peut fournir pour déterminer en général l'*angle de comparaiſon*; il y a un autre genre d'obſervations, où l'analyſe vient au ſecours des Obſervateurs; je veux parler des plus courtes diſtances des centres. Dans ce cas, ſi l'on connoît l'inſtant précis de la plus grande phaſe, il n'eſt pas néceſſaire de déterminer mécaniquement l'*angle de comparaiſon;* cet angle eſt donné par une formule, qui le fait connoître avec une préciſion plus grande que celle qu'on auroit droit d'attendre des meilleures obſervations. On dira peut-être que l'on ne fait qu'éluder une difficulté pour tomber dans une autre, & qu'il n'eſt pas plus facile de déterminer l'inſtant précis d'une plus grande phaſe, que l'angle de comparaiſon. Je n'examinerai point ici cette queſtion; je croirai cependant avoir fait quelque pas dans l'analyſe aſtronomique, en démontrant que les plus grandes phaſes ne ſont qu'un cas particulier de l'obſervation d'une diſtance quelconque des centres, dans laquelle on connoît de plus, par le ſeul calcul, l'angle de comparaiſon; & que ces deux eſpèces d'obſervations peuvent ſe calculer par les mêmes méthodes. Au reſte, ſi l'on regardoit comme impoſſible dans la pratique, de connoître avec préciſion l'*angle de comparaiſon;* on en ſeroit quitte pour ne point faire uſage des formules que je vais démontrer.

SECTION SECONDE.

Détermination de l'angle de comparaiſon correſpondant à une plus grande phaſe.

(25.) Puiſqu'une plus grande phaſe n'eſt qu'un cas particulier d'une diſtance quelconque des centres, dans lequel on peut déterminer d'ailleurs, par une formule, l'*angle de comparaiſon*, pour ramener ces deux cas à une ſolution uniforme, je dois, avant tout, donner l'équation qui détermine l'*angle de comparaiſon* correſpondant à une plus grande phaſe. Rien de plus ſimple que la ſolution du Problème.

Soit

$$A = \overset{(A\,1)}{\frac{\psi l}{\zeta}} - \overset{(A\,2)}{\frac{qs\varphi}{r^2}} + \overset{(A\,3)}{\frac{cg\rho\omega}{r^3}} + \overset{(A\,4)}{\frac{chp\rho\varphi}{r^4}}.$$

$$C = \overset{(C\,1)}{\frac{cgp\rho\omega}{r^4}} + \overset{(C\,2)}{\frac{ch\rho\varphi}{r^3}}.$$

$$D = \overset{(D\,1)}{\frac{cgp\rho\varphi}{r^4}} - \overset{(D\,2)}{\frac{ch\rho\omega}{r^3}}.$$

Année 1765. On peut conclure des §. 57 & *ſuiv. de mon III.e Mémoire*, que

$$\text{coſin. (ang. comp.)} : \text{ſin. (ang. comp.)} :: AD : A\left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C\right);$$

donc

$$\text{Tangente (angle de comparaiſon.)} = r \times \frac{A\left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C\right)}{AD};$$

(26.) Dans l'uſage de cette formule, on aura grand ſoin de ne point ſe tromper dans le choix de l'angle de comparaiſon; la règle eſt fort ſimple.

La tangente de cet angle eſt déterminée par une fraction. Si le numérateur & le dénominateur ſont tous deux poſitifs, l'angle eſt entre 0 degrés, & 90 degrés. Si le numérateur eſt poſitif

& le dénominateur négatif, l'angle est entre 90 degrés & 180 degrés. Si le numerateur & le dénominateur sont tous deux négatifs, l'angle est entre 180 degrés & 270 degrés. Si le numérateur est négatif & le dénominateur positif, l'angle est entre 270 degrés & 360 degrés.

Les formules des paragraphes suivans renfermeront le sinus & le cosinus de l'angle de comparaison; il ne faudra point oublier de donner à ces quantités le signe qui leur convient. Le sinus sera positif, si l'angle est entre 0 degré & 180 degrés; le sinus sera négatif, si l'angle est entre 180 degrés & 360 degrés. Le cosinus sera positif, si l'angle est entre 0 degré & 90 degrés, entre 270 degrés & 360 degrés; il sera négatif, si l'angle est entre 90 degrés & 270 degrés.

(27.) Il paroîtra peut-être singulier que j'aie laissé l'expression de la tangente de l'angle de comparaison, sous la forme suivante

$$\text{Tangente (angle de comparaison.)} = r \times \frac{A\left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C\right)}{AD},$$

tandis que cette expression peut se réduire à la forme plus simple,

$$\text{Tangente (angle de comparaison.)} = r \times \frac{\frac{nr^2}{\zeta v} - C}{D}.$$

Mais on ne doit point regarder la première expression comme superflue. Supposons en effet les deux cas, de A positif, & de A négatif; supposons de plus $\frac{nr^2}{\zeta v} - C$ & D positifs. Comme dans la seconde expression de la tangente de l'*angle de comparaison*, A est disparu; on aura dans les deux cas, une fraction dont le numérateur & le dénominateur sont tous deux positifs, d'où l'on conclura *(§. 26)* un angle compris entre 0 degré & 90 degrés. Par la première formule, au contraire, on aura dans le second cas, une fraction dont le numérateur & le dénominateur sont tous deux négatifs; d'où l'on conclura *(§. 26)* un angle compris entre 180 degrés & 270 degrés, ainsi que le donneroit l'observation.

TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, relatives à la présente recherche.

A.

$$\frac{\psi l}{\zeta} = 73035. \quad (A\,1)$$

$$\text{Log.}\left\{\begin{array}{l} \dfrac{q\varphi}{r} = 9{,}9413642. \quad (A\,2.) \\ \dfrac{\rho\omega}{r} = 9{,}6844665. \quad (A\,3.) \\ \dfrac{p\rho\varphi}{r^2} = 8{,}8692080. \quad (A\,4.) \end{array}\right.$$

C.

$$\text{Log.}\left\{\begin{array}{l} \dfrac{p\rho\omega}{r^2} = 8{,}6083289. \quad (C\,1.) \\ \dfrac{\rho\varphi}{r} = 9{,}9453456. \quad (C\,2.) \end{array}\right.$$

D.

$$\text{Log.}\left\{\begin{array}{l} \dfrac{p\rho\varphi}{r^2} = 8{,}8692080. \quad (D\,1.) \\ \dfrac{\rho\omega}{r} = 9{,}6844665. \quad (D\,2.) \end{array}\right.$$

$$\frac{n r^2}{\zeta\nu} = 193801.$$

Dans cette Table, j'ai préféré de donner le logarithme de $\frac{q\varphi}{r}$, $\frac{\rho\omega}{r}$ &c. au lieu du logarithme de $\frac{q\varphi}{r^2}$, $\frac{\rho\omega}{r^3}$, comme je l'avois pratiqué dans les Mémoires précédens. Par-là tous les logarithmes sont additifs, & j'évite au Lecteur la peine de faire attention, s'il est dans le cas d'ajouter ou de soustraire.

Par la même raison, je ferai usage des complémens arithmétiques des logarithmes, lorsque ces logarithmes seront soustractifs. On observera seulement que lorsqu'on emploie le complément arithmétique d'un logarithme, au lieu de ce logarithme; on multiplie réellement la quantité que l'on calcule, par le sinus total; il faudra donc diminuer la caractéristique du résultat, d'autant de

de fois dix, que l'on aura employé de complémens arithmétiques, ou que l'on aura multiplié de fois par le sinus total, pour éviter les logarithmes négatifs. Cette remarque se présente d'elle-même, & ne demande aucune réflexion dans le calcul.

EXEMPLE.

(28.) *Je suppose que le 1.er Avril 1764, on ait observé à Londres une plus courte distance des centres, à 10h 30′ 44″ du matin, on demande quel étoit alors l'angle de comparaison!*

SOLUTION. La latitude vraie de l'observatoire de M. Short est de $51^d\ 31'\ 0''$ boréale; sa latitude corrigée est donc de $51^d\ 21'\ 33''$; de plus, on comptoit $10^h\ 30'\ 44''$ du matin, à l'instant de l'observation, l'angle horaire étoit donc de $337^d\ 41'\ 0''$, on avoit donc

s = sinus $51^d\ 21'\ 33''$....posit.	Log.	s = 9,8926912.
c = cosin. 51. 21. 33.....posit.		c = 9,7954889.
g = sinus 337. 41. 0.....négat.		g = 9,5794695.
h = cosin. 337. 41. 0.....posit.		h = 9,9661884.
		cg = 19,3749584.
		ch = 19,7616773.

Donc

TYPE du Calcul.

$A = +(A1) - (A2) - (A3) + (A4)$........ $(A1) = 73035$.

(A 1)	(A 2)	(A 3)
9,8926912...log. s.	19,3749584...log. cg.	19,7616773...log. ch.
9,9413642.	9,6844665.	8,8692080.
9,8340554...log. 68243.	9,0594249...log. 11466.	8,6308853...log. 4274.

$A = -2400.$

$C = -(C1) + (C2).$

(C 1)	(C 2)
19,3749584...log. cg.	19,7616773...log. ch.
8,6083289.	9,9453456.
7,9832873...log. 962.	9,7070229...log. 50936.

$C = +49974.$

$\frac{nr^2}{\zeta v} - C = +143827.$ Log. $\left(\frac{nr^2}{\zeta v} - C\right) = 10,1578405.$

$$D = -(D\,1) - (D\,2).$$

(D 1)	(D 2)
19,3749584. . .log. cg.	19,7616773. . .log. ch.
8,8692080.	9,6844665.
8,2441664. . .log. 1755.	9,4461438. . .log. 27935.

$D = -29690$. . .log. $D = 9,4726102$. . . compl. arith. log. $D = 0,5273898$.

20,1578405. . .log. $r\left(\frac{\eta r^2}{\zeta v} - C\right)$.
0,5273898. compl. arithm. log. D.
10,6852303....log. tang. (ang. compar.)

Et comme A & D ſont négatifs, que $\frac{\eta r^2}{\zeta v} - C$ eſt poſitif; que par conſéquent le numérateur de la fraction, qui donne l'expreſſion de la tangente de l'angle de comparaiſon eſt négatif, & le dénominateur poſitif, cet angle *(§. 26)* eſt compris entre 270 degrés & 360 degrés. Donc

Angle de comparaiſon $= 281^d\ 39'\ 49''$.

ſinus (ang. comp.) = ſinus $281^d\ 39'\ 49''$ nég.
coſ. (ang. comp.) = coſ. 281. 39. 49..poſit.
tang. (ang. comp.) = tang. 281. 39. 49...nég.

Log. { ſinus (ang. comp.) = 9,9909385.
coſ. (ang. comp.) = 9,3057067.
tang. (ang. comp.) = 10,6852303.

Relativement à l'obſervation de Toulouſe, ſi l'on ſuppoſe la latitude vraie de ce lieu, de $43^d\ 35'\ 54''$, on aura

$$A = +3590, \quad C = +57293, \quad \frac{\eta r^2}{\zeta v} - C = +136508, \quad D = -34263.$$

Angle de comparaiſon $= 104^d\ 5'\ 22''$.

(29.) On remarquera que la quantité A n'entrant dans l'expreſſion de la tangente de l'*angle de comparaiſon*, que pour déterminer le ſigne du numérateur & du dénominateur de la fraction qui exprime cette tangente, on pourroit ſe diſpenſer de calculer la valeur de A, ſi l'on connoiſſoit d'ailleurs le ſigne qu'elle doit avoir; or, il eſt évident que l'obſervation peut faire connoître ce ſigne. Suppoſons, en effet, le diſque du Soleil partagé en deux hémiſphères, *boréal* & *auſtral*, par la parallèle ECO à l'orbite relative de la Lune; il ſuit de ce que j'ai démontré dans

Fig. 2.

les Mémoires précédens, que *A* eſt poſitif, lorſqu'à l'inſtant de l'obſervation, le centre de la Lune eſt dans l'*hémiſphère boréal* du diſque du Soleil, & que *A* eſt négatif dans le cas contraire: on voit donc comment l'obſervation peut ſuppléer au calcul de la quantité *A*.

(30.) Après avoir fait voir dans les paragraphes précédens; comment on peut ramener les plus courtes diſtances des centres, à n'être qu'un cas particulier des obſervations dans leſquelles, indépendamment de la diſtance des centres, on connoît de plus l'angle de comparaiſon; il me reſte à déterminer les équations générales, à la Longitude de l'Obſervateur, & à la Latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction; ainſi que les équations de condition, relatives à ce genre d'obſervations.

Je ſuivrai une analyſe entièrement ſemblable à celle de mon *VIII.e Mémoire*. Je ſuppoſerai d'abord des élémens qui ſerviront à calculer les *termes hypothétiques* de mes équations. Je donnerai enſuite l'expreſſion des changemens qu'il faudra faire à ces premiers réſultats, en ſuppoſant une erreur quelconque, ſoit dans les élémens, ſoit dans l'obſervation. *Année 1770.*

SECTION TROISIÈME.

Détermination du terme hypothétique *des équations à la Longitude de l'Obſervateur, & à la Latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction.*

(31.) Je ſuppoſerai dans cette ſection, que par une méthode quelconque, on ait déterminé en ſecondes & dixièmes de ſeconde de degrés, la diſtance des centres du Soleil & de la Lune, obſervée dans un lieu & à une heure quelconques, avec l'angle de comparaiſon correſpondant à l'inſtant de l'obſervation; je me propoſe de déterminer le *terme hypothétique* des équations, à la Longitude de l'Obſervateur, & à la Latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction.

Soit

Z' le lieu d'où l'on compte les Longitudes.

Z l'angle horaire du lieu Z' à l'inſtant de la conjonction. Je ſuppoſe cet angle évalué en temps.

z' le lieu où l'on a obſervé, & dont on cherche la différence en longitude avec le lieu Z'.

z l'angle horaire du lieu z' à l'inſtant de l'obſervation. Je ſuppoſe cet angle évalué en temps.

y la différence en longitude des lieux Z' & z' évaluée en temps. Je ſuppoſe le lieu z' plus oriental que le lieu Z'.

λ la tangente de la diſtance des centres obſervée dans le lieu z'.

b le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis l'inſtant de la conjonction, juſqu'à l'inſtant de l'obſervation.

b' le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis l'inſtant de la conjonction donné par les Tables aſtronomiques, juſqu'à l'inſtant de l'obſervation *(d)*.

m le ſinus } de l'angle de comparaiſon.
n le coſinus }

$$R = \overset{(R1)}{\frac{qs\varphi}{r^2}} - \overset{(R2)}{\frac{cg\rho\omega}{r^3}} - \overset{(R3)}{\frac{chp\rho\varphi}{r^4}}$$

$$S = \overset{(S1)}{\frac{qs\omega}{r^2}} + \overset{(S2)}{\frac{cg\rho\varphi}{r^3}} - \overset{(S3)}{\frac{chp\rho\omega}{r^4}}$$

$$E = \overset{(E1)}{\xi} - \overset{(E2)}{\frac{ps\pi}{r^2}} - \overset{(E3)}{\frac{c\rho qh\pi}{r^4}} - \overset{(E4)}{\frac{b'^2 y\pi}{3600''^2 r}}$$

ces quantités doivent être évaluées relativement au lieu z'.

Année 1765. On peut conclure de mon *IIIe Mémoire (§. 58)* que

$$\lambda m E - \zeta\pi\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right) = 0.$$

Mais, *(§. 1.er)*

$$l = r \times \frac{\text{ſin. (latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction.)}}{\text{ſin. (parall. horiz. polaire de la Lune à l'inſtant de la conjonction.)}};$$

(d) Comme la quantité b' n'entre que dans le terme *(E4)* qui eſt très-petit, on voit pourquoi l'on peut ſubſtituer l'inſtant de la conjonction donné par les Tables, c'eſt-à-dire, un inſtant approché, au véritable inſtant de la conjonction.

Donc

Expression de la latitude hypothétique *de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction.*

$$\text{sinus (latitude de la Lune)} = \overset{(\text{sin. 1})}{\frac{\zeta\pi R}{\psi r}} + \overset{(\text{sin. 2})}{\frac{\lambda m E}{\psi r}};$$

(32.) On peut conclure de mon *VIII.e Mémoire (§. 61)*, *Année 1770.* que

$$b = -\frac{3600''\zeta}{nr}\left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right) + \frac{3600''\zeta}{nr}\sqrt{\left[\frac{\lambda^2 r^2 E^2}{\zeta^2\pi^2} - \left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right)^2\right]};$$

mais, *(§. 31.)*

$$\frac{\lambda m E}{\zeta\pi} = \frac{\psi l}{\zeta} - R; \text{ donc } \frac{\lambda^2 r^2 E^2}{\zeta^2\pi^2} = \frac{r^2}{m^2}\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right)^2,$$

donc

$$\sqrt{\left[\frac{\lambda^2 r^2 E^2}{\zeta^2\pi^2} - \left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right)^2\right]} = \left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right) \times \frac{\sqrt{(r^2 - m^2)}}{m} = \frac{n}{m}\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right),$$

donc

Première expression de la valeur hypothétique de b.

$$b = -\frac{3600''\zeta}{nr}\left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right) + \frac{3600''\zeta}{nr}\,\frac{n}{m}\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right).$$

Puisque b exprime le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction, jusqu'à l'instant de l'observation, & que par la supposition, à l'instant de la phase observée, on comptoit l'heure z dans le lieu z', il est évident que la conjonction est arrivée dans le lieu z', à l'heure déterminée par $z - b$. D'ailleurs, par la supposition, cette même conjonction est arrivée lorsque l'on comptoit l'heure Z dans le lieu Z' ; donc

$$y = z - Z - b.$$

Donc

Première expression de l'heure hypothétique que l'on comptoit dans le lieu z', à l'instant de la conjonction.

Heure que l'on comptoit dans le lieu z', à l'instant de la conjonction,

$$= z + \frac{3600''\zeta}{nr}\left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right) - \frac{3600''\zeta}{nr}\,\frac{n}{m}\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right).$$

Première expression de la différence hypothétique en longitude des lieux z', Z'.

$$\overset{(y1)}{y} = \overset{(y2)}{z - Z} + \overset{(y3)}{\frac{3600''\zeta}{nr}\left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right)} - \overset{(y4)}{\frac{3600''\zeta}{nr}\,\frac{n}{m}\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right)}.$$

(33.) Dans l'expression de $\sqrt{\left[\frac{\lambda^2 r^2 E^2}{\zeta^2 \pi^2} - \left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right)^2\right]}$, au lieu de substituer $\frac{r^2}{m^2}\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right)^2$ à $\frac{\lambda^2 r^2 E^2}{\zeta^2 \pi^2}$, si l'on substituoit $\frac{\lambda^2 m^2 E^2}{\zeta^2 \pi^2}$ à $\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right)^2$, on auroit $\sqrt{\left[\frac{\lambda^2 r^2 E^2}{\zeta^2 \pi^2} - \left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right)^2\right]}$ $= \frac{\lambda E}{\zeta\pi}\sqrt{(r^2 - m^2)} = \frac{\lambda n E}{\zeta\pi}$, d'où l'on concluroit.

Seconde expression de la valeur hypothétique de b.

$$b = -\frac{3600''\zeta}{nr}\left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right) + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{\lambda n E}{\zeta\pi};$$

Seconde expression de l'heure hypothétique que l'on comptoit dans le lieu z', à l'instant de la conjonction.

Heure que l'on comptoit dans le lieu z', à l'instant de la conjonction,

$$= z + \frac{3600''\zeta}{nr}\left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right) - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{\lambda n E}{\zeta\pi};$$

Seconde expression de la différence hypothétique en longitude des lieux z' Z'.

$$\overset{(y1)}{y} = \overset{(y2)}{z - Z} + \overset{(y3)}{\frac{3600''\zeta}{nr}\left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right)} - \overset{(y4)}{\frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{\lambda n E}{\zeta\pi}}.$$

(34.) Les expreſſions des *§. 32 & 33* ne diffèrent point, quant au fond, mais bien quant à la forme. L'une ne ſuppoſe pas que l'on connoiſſe la diſtance des centres, mais elle exige un peu plus de calcul; l'autre plus ſimple renferme l'expreſſion de la diſtance des centres, & ne contient d'ailleurs que le coſinus de l'angle de comparaiſon, ce qui exige, dans beaucoup de cas, une connoiſſance moins exacte de cet angle. Il eſt difficile de rien affirmer, en général, ſur la préférence de ces formules; cela dépend des circonſtances particulières, & de la certitude plus ou moins grande, avec laquelle on connoît de certains élémens.

(35.) Il eſt eſſentiel de ne point ſe tromper ſur le ſigne des quantités qui compoſent les formules précédentes. Je ne parlerai point des valeurs qui entrent dans les expreſſions de R, S, E; on doit y appliquer les remarques générales; je me contenterai de détailler ce qui eſt particulier à λ, m, n, z, Z, y, ſinus (latitude de la Lune).

λ eſt toujours poſitif; m & n doivent avoir le ſigne déterminé par les remarques du *(§. 26)*; ſinus (latitude de la Lune) poſitif, indique que la latitude de la Lune eſt boréale; ſin. (latit. de la ☾) négatif, indique que la latitude de la Lune eſt auſtrale. Quant à z, Z, je compterai ces heures d'une manière continue, depuis $0^h\ 0'\ 0''$ juſqu'à $24^h\ 0'\ 0''$, en partant de l'inſtant de midi. Je compterai pareillement y d'une manière continue, depuis $0^h\ 0'\ 0''$ juſqu'à $24^h\ 0'\ 0''$; toutes les Longitudes ſeront orientales. On ſe rappellera qu'une longitude orientale qui ſurpaſſe 12 heures, peut-être, ſous un autre point de vue, conſidérée comme occidentale. Il en eſt de même d'une Longitude dont l'expreſſion ſeroit négative.

(36.) Il pourroit arriver que par un réſultat de calcul, y fut donné ſous la forme d'une quantité négative: on ajoutera alors 24 heures au réſultat pour le rendre poſitif. Il pourroit arriver également que y ſurpaſsât 24 heures; alors il faudra retrancher 24 heures du réſultat.

(37.) On pourroit vouloir calculer un contact des limbes, par le moyen de ces dernières formules; rien de plus facile

que la ſolution du Problème. En effet, dans ces équations, λ exprime la tangente de la diſtance des centres. Lors des contacts, cette diſtance eſt égale à la ſomme ou à la différence des demi-diamètres apparens du Soleil & de la Lune, ſauf toutefois l'inflexion des rayons ſolaires, ou les autres cauſes Phyſiques auxquelles on peut facilement avoir égard, par les moyens détaillés dans mes précédens Mémoires; c'eſt-à-dire en altérant le demi-diamètre du Soleil. Il ne s'agit donc, dans chaque cas particulier, que d'avoir l'expreſſion du demi-diamètre apparent de la Lune.

Si l'on conſerve la définition de E du §. *31*, on peut
Année 1766. conclure du §. *122* de mon *IV.ᵉ Mémoire*, que dans le cas dont il s'agit,

$$\text{ſinus (demi-diamètre apparent de la ☾)} = \frac{\text{ſin. (demi-diam. hor. de la ☾)} \times \text{coſ. (par. hor. pol.)} \times \text{coſ.} \left\{ \begin{smallmatrix} \text{Somme} \\ \text{différence} \end{smallmatrix} \right\} \text{des demi diam. hor. du ☉ \& de la ☾}}{E\,r},$$

ſuivant qu'il s'agit d'un contact extérieur ou intérieur des limbes.

(38.) Lorſqu'au moyen de l'équation du §. *31*, on a déterminé le ſinus de la latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction; ſi l'on veut employer cette nouvelle latitude dans les équations des §. *32 & 33*, il ne s'agit que d'évaluer, d'après cette hypothèſe, une nouvelle valeur de l, par le moyen de l'équation

$$(l_1)$$
$$l = r \times \frac{\text{ſinus (latitude de la Lune)}}{\pi}.$$

Ce moyen eſt, ſans contredit, le plus ſimple lorſqu'on ne veut calculer qu'une ſeule obſervation. Si cependant on vouloit comparer pluſieurs obſervations, je ne ſais s'il ne feroit pas plus expéditif d'employer toujours les valeurs hypothétiques de l; ſauf à déterminer la correction qu'il faudroit faire à ce premier réſultat, relativement à la différence entre la *latitude hypothétique*; & la latitude concluе *(§. 31)*, ainſi que je le ferai voir dans une

une des sections suivantes. Au reste, ces deux méthodes sont absolument parallèles.

TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, relatives aux présentes recherches.

R.

$$\text{Log.}\left\{\begin{array}{ll} \frac{q\varphi}{r} = 9{,}9413642. & (R\ 1.) \\ \frac{\rho\omega}{r} = 9{,}6844665. & (R\ 2.) \\ \frac{p\rho\varphi}{r^2} = 8{,}8692080. & (R\ 3.) \end{array}\right.$$

$$\text{Log.}\ \frac{\zeta\pi}{\psi} = 8{,}1971468.$$

E.

$$\xi = 99993. \quad (E\ 1.)$$

$$\text{Log.}\left\{\begin{array}{ll} \frac{p\pi}{r} = 7{,}1201654. & (E\ 2.) \\ \frac{\rho q\pi}{r^2} = 8{,}1972150. & (E\ 3.) \\ \frac{\gamma\pi}{3600''^2} = 2{,}3845945. & (E\ 4.) \end{array}\right.$$

$$\text{Log.}\ \frac{r}{\psi} = 0{,}0021835.$$

S.

$$\text{Log.}\left\{\begin{array}{ll} \frac{q\omega}{r} = 9{,}6804851. & (S\ 1.) \\ \frac{\rho\varphi}{r} = 9{,}9453456. & (S\ 2.) \\ \frac{p\rho\omega}{r^2} = 8{,}6083289. & (S\ 3.) \end{array}\right.$$

$$\text{Log.}\left\{\begin{array}{l} \frac{\theta r}{\zeta\pi} = 0{,}8051411. \\ \frac{\psi r}{\zeta\pi} = 1{,}8028532. \\ \frac{3600''\zeta}{n} = 6{,}8509781. \\ \frac{r^2}{\zeta\pi} = 1{,}8050367. \end{array}\right.$$

Valeurs hypothétiques de $\frac{\psi l}{\zeta}$ & de $\frac{\theta l}{\zeta}$:

$$\frac{\psi l}{\zeta} = 73035. \qquad \frac{\theta l}{\zeta} = 7342.$$

EXEMPLE.

(39.) *Je suppose que le 1.er Avril 1764, on ait observé, dans l'observatoire de M. Short, à Londres, une plus courte distance des centres de 1′ 21″,4 à 10h 30′ 44″ du matin* (§. 18); *que de plus, la conjonction soit arrivée lorsque l'on comptoit 10h 21′ 28″ du matin dans un lieu Z′; on demande la valeur du* terme hypothétique *de la latitude de la Lune, & de la différence en longitude de l'observatoire de M. Short, & du lieu Z′.*

SOLUTION. Par la supposition, on comptoit $10^h\ 30'\ 44''$ du matin, dans l'observatoire de M. Short, à l'instant de l'observation; donc $z = 22^h\ 30'\ 44''$. On comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin dans le lieu Z′, à l'instant de la conjonction; donc $Z = 22^h\ 21'\ 28''$; donc $z - Z = + 0^h\ 9'\ 16''$. La latitude vraie de l'observatoire de M. Short est de $51^d\ 31'\ 0''$ boréale, sa latitude corrigée est donc de $51^d\ 21'\ 33''$. L'angle horaire à l'instant de l'observation étoit de $337^d\ 41'\ 0''$, & la distance des centres de $1'\ 21'',4$; donc

s = sinus $51^d\ 21'\ 33''$ . . posit.
c = cosin. 51. 21. 33 . . . posit.
g = sinus 337. 41. 0 . . . négat.
h = cosin. 337. 41. 0 . . . posit.
λ = tang. 0. 1. 21,4 ... posit.

$$\text{Log.}\left\{\begin{aligned} s &= 9{,}8926912. \\ c &= 9{,}7954889. \\ g &= 9{,}5794695. \\ h &= 9{,}9661884. \\ cg &= 19{,}3749584. \\ ch &= 19{,}7616773. \\ \lambda &= 6{,}5975000. \end{aligned}\right.$$

Puisque d'ailleurs il s'agit d'une plus courte distance des centres; je cherche par la formule du *(§. 25)*, l'angle de comparaison correspondant à cette plus courte distance, & j'ai

m = sinus $281^d\ 39'\ 49''$. négat.
n = cosin. 281. 39. 49 .... posit.

$$\text{Log.}\left\{\begin{aligned} m &= 9{,}9909385. \\ n &= 9{,}3057067. \\ \frac{nr}{m} &= 9{,}3147682. \end{aligned}\right.$$

De plus, comme le lieu Z′ n'eſt pas fort éloigné de l'Obſervatoire de M. Short, on a à peu-près

$b' = + 556''$, log. $b' = 5{,}7450748$, log. $b'^2 = 11{,}4901496$.

Type du Calcul.

Détermination de la Latitude de la Lune.

$$R = + (R1) + (R2) - (R3).$$

(R 1)	(R 2)	(R 3)
9,8926912...log. *s.*	19,3749584...log. *cg.*	19,7616773...log. *c h.*
9,9413642.	9,6844665.	8,8692080.
9,8340554...log. 68243.	9,0594249...log. 11466.	8,6308853...log. 4274.

$R = + 75435$ .... log. $R = 9{,}8775729$.

$E = + (E1) - (E2) - (E3) - (E4)$ .. $(E1) = 99993$.

(E 2)	(E 3)	(E 4)
9,8926912...log. *s.*	19,7616773...log. *c h.*	11,4901496...log. b'^2.
7,1201654.	8,1972150.	2,3845945.
7,0128566...log. 103.	7,9588923...log. 910.	3,8747441..log. quantité néglig.

$E = + 98980$ .... log. $E = 9{,}9955474$.

ſin. (latitude de la Lune) = + (ſin. 1) − (ſin. 2).

(ſin. 1)	(ſin. 2)
9,8775729...log. *R.*	9,9955474...log. *E.*
8,1971468...log. $\frac{\zeta\pi}{\psi}$.	6,5975000...log. λ.
	9,9909385...log. *m.*
	0,0021835...log. $\frac{r}{\psi}$.
8,0747197...log. 1187,7.	6,5861694...log. 38,6.

ſin. (latit. ☾) = $\left\{\begin{array}{r} +\ 1187{,}7 \\ -\ 38{,}6 \\ \hline +\ 1149{,}1 \end{array}\right\}$ ..... log. ſin. (latit. ☾) = 8,0603578.

Latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction = 39′ 30″,3.

DÉTERMINATION de y.

$$S = +(S\ 1) - (S\ 2) - (S\ 3).$$

$(S\ 1)$	$(S\ 2)$	$(S\ 3)$
9,8926912...log. s.	19,3749584...log. cg.	19,7616773...log. ch.
9,6804851.	9,9453456.	8,6083289.
9,5731763...log. 37426.	9,3203040...log. 20908.	8,3700062...log. 2344.

$S = +$ 14174.........log. S = 9,1514924.

$\frac{\theta l}{\zeta}$ ou $\frac{\theta r}{\zeta\pi}$ sin. (latit. de la ☾).

8,0603578...log. sin. (latit. de la ☾)

0,8051411...log. $\frac{\theta r}{\zeta\pi}$.

8,8654989...log. 7337.

$\frac{\theta l}{\zeta} = +$ 7337.

$\frac{\psi l}{\zeta}$ ou $\frac{\psi r}{\zeta\pi}$ sin. (latit. de la ☾).

8,0603578...log. sin. (latit. ☾)

1,8028532...log. $\frac{\psi r}{\zeta\pi}$.

9,8632110...log. 72981.

$\frac{\psi l}{\zeta} = +$ 72981.

$\frac{\theta l}{\zeta} - S = -$ 6837.

$\frac{\psi l}{\zeta} - R = -$ 2454.

Log. $\left\{\begin{array}{l} \frac{\theta l}{\zeta} - S = 8{,}8348653. \\ \frac{\psi l}{\zeta} - R = 8{,}3898746. \end{array}\right.$

$y = +(y\ 1) - (y\ 2) - (y\ 3) - (y\ 4)$...$(y\ 1) - (y\ 2) = +\ 0^h\ 9'\ 16''$.

$(y\ 3)$

8,8348653...log. $(\frac{\theta l}{\zeta} - S)$.

6,8509781...log. $\frac{3600''\zeta}{n}$.

5,6858434...log. 485",1.

$(y\ 4)$

8,3898746...log. $(\frac{\psi l}{\zeta} - R)$.

9,3147682...log. $\frac{nr}{m}$.

6,8509781...log. $\frac{3600''\zeta}{n}$.

4,5556209...log. 35",9.

$$y = \left\{\begin{array}{l} +\ 0^h\ 9'\ 16'',0 \\ -\ 0.\ 8.\ \ 5,1 \\ -\ 0.\ 0.\ 35,9 \end{array}\right\} = +\ 0^h\ 0'\ 35'',0.$$

(40.) D'après ces calculs, il sembleroit que l'observatoire de M. Short seroit plus oriental de 35 secondes de temps, que le lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin, à l'instant de la

conjonction ; quoique cependant il y ait tout lieu de croire, d'après une multitude d'observations, que ces deux endroits coincident. Cette différence de résultats ne doit donner aucune inquiétude, puisque le véritable instant de la plus grande phase est très-difficile à saisir; attendu que vers cette phase la grandeur de l'Éclipse est stationnaire pendant quelque temps. D'ailleurs la forme même de l'observation de M. Short démontre que l'instant donné comme celui de la plus courte distance des centres, est réellement postérieur à celui de la véritable plus grande phase, ainsi que je le ferai voir *(§. 64, 65 & 66)*.

(41.) Dans le calcul de y, si l'on eût employé les valeurs hypothétiques de $\frac{\theta l}{\zeta}$ & de $\frac{\psi l}{\zeta}$ du *§. 38,* on auroit eu

$$\frac{\theta l}{\zeta} - S = -6832. \qquad \text{Log.}\left\{\frac{\theta l}{\zeta} - S = 8,8345479.\right.$$

$$\frac{\psi l}{\zeta} - R = -2400. \qquad \text{Log.}\left\{\frac{\psi l}{\zeta} - R = 8,3802112.\right.$$

$$y = +\ 0^h\ 0'\ 36'',1.$$

Cette valeur diffère de 1",1 de celle déterminée *(§. 39)*; mais on ne doit pas oublier que cette valeur doit être corrigée par la formule de la *section treizième*. On verra dans la suite que si l'on nomme d (latit. ☾) la différence entre la latitude de la Lune trouvée par le calcul, & la latitude hypothétique; on aura relativement à l'observation de Londres,

$$d\,y = 0,671\ d\ (\text{latitude de la ☾});$$

la latitude hypothétique est de 39' 32" *(§. 5)*; la latitude déterminée par le calcul du *§. 39*, est de 39' 30",3; donc d (latitude ☾) $= -1'',7$; donc $dy = -1'',7 \times 0,671 = -1'',1$; donc

$$y + d\,y = \left\{\begin{matrix} +\ 0^h\ 0' & 36'',1 \\ -\ 0\ \ 0 & 1,1 \end{matrix}\right\} = +\ 0^h\ 0'\ 35'',0.$$

On voit par-là avec quelle précision les deux manières de calculer coincident entr'elles.

(42.) Si l'on appliquoit le calcul à l'obſervation de Toulouſe; on trouveroit

$R = + 69445.$ $S = + 4212.$ $E = + 98857.$ $\lambda = \text{tang. } 2' \, 8'',8.$
$m = \text{ſinus } 104^d \, 5' \, 22''$...poſitif. $n = \text{coſinus } 104^d \, 5' \, 22''$...négatif.

Latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction $= 39' \, 39'',5.$

$$y = + \, 0^h \, 7' \, 23'',8.$$

Si l'on eût employé dans le calcul, les valeurs hypothétiques de $\frac{\psi l}{\zeta}$ & de $\frac{\theta l}{\zeta}$ du *§. 38,* on auroit trouvé

$$y = + \, 0^h \, 7' \, 18'',0.$$

(43.) Si l'on pouvoit ſe flatter de connoître les véritables élémens de l'écliple, les formules précédentes donneroient rigoureuſement l'expreſſion de la latitude de la Lune, & de la longitude de l'Obſervateur; & c'eſt ſous ce point de vue que l'on a coutume de l'enviſager en Aſtronomie. Il eſt cependant difficile de ſe refuſer à l'évidence, que ces équations renferment des quantités ſur leſquelles il peut y avoir quelqu'incertitude. Je regarderai donc ce premier calcul comme un réſultat purement hypothétique, & je vais parcourir les différentes corrections que l'on doit faire, pour avoir l'expreſſion la plus générale & la plus rigoureuſe, de la latitude de la Lune, & de la longitude de l'Obſervateur.

(44.) Dans les différenciations ſucceſſives que je ferai ſubir aux équations des *(§. 31, 32, 33),* je regarderai E comme conſtant, conformément à ce que j'ai démontré dans mon *VIII.ᵉ*
Année 1770. *Mémoire (§. 51 & 52).* Je ſuppoſerai auſſi que l'erreur ſur l'expreſſion de ζ, ne dépend que de l'erreur ſur la parallaxe du Soleil, ainſi que je l'ai fait voir *(§. 53)* du même Mémoire. J'obſerverai enfin que dans le calcul des termes hypothétiques, (c'eſt ainſi que je déſignerai déſormais les réſultats du *§. 39)* ſi au lieu d'employer la diſtance obſervée des centres, on avoit employé la diſtance corrigée par les formules des *§. 55 & 56 de mon VIII.ᵉ Mémoire,* il ne ſeroit pas néceſſaire de faire uſage des corrections des deux ſections ſuivantes.

SECTION QUATRIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la latitude de la Lune, & de la longitude de l'Obſervateur, relativement à la variation de la parallaxe horizontale de la Lune, dans l'intervalle écoulé depuis l'inſtant de la conjonction, juſqu'à celui de l'obſervation.*

(45.) Dans le calcul du *terme hypothétique*, j'ai preſcrit d'employer la parallaxe particulière de la Lune qui a lieu à l'inſtant de la conjonction. On voit que cette ſuppoſition pourroit être inexacte. En effet, à l'inſtant de l'obſervation, la Lune peut ne pas avoir la même parallaxe horizontale qu'à l'inſtant de la conjonction; je vais donner une formule pour avoir égard à cette inexactitude.

(46.) Si l'on jette les yeux ſur les expreſſions de y des paragraphes précédens; il ſera aiſé de voir que dans l'expreſſion de y du *(§. 32)*, il n'entre aucune quantité qui renferme la parallaxe de la Lune correſpondante à l'inſtant de l'obſervation; car la parallaxe qui entre dans l'expreſſion des quantités n & l, eſt la parallaxe particulière de l'inſtant de la conjonction. La variation de la parallaxe de la Lune dans l'intervalle écoulé entre l'inſtant de la conjonction & celui de l'obſervation, n'affecte donc pas la quantité y que l'on tire de ce paragraphe. Quant au ſinus de la latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction, pour déterminer quel terme dans ſon expreſſion, renferme la parallaxe de la Lune correſpondante à l'inſtant de l'obſervation, je mets cette expreſſion ſous la forme ſuivante,

$$\text{ſin. (latit. ☾)} = \left(\frac{\lambda m E}{\zeta \pi} + R\right) \frac{\zeta \text{ ſin. (par. hor. pol. ☾ à l'inſtant de la conj.)}}{\psi r}.$$

Soit donc

var. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾) la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en ſecondes & dixièmes de ſeconde de degrés.

d (latitude de la ☾) l'erreur ſur la latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction. évaluée en ſecondes de degré.

b', le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant de l'observation *(e)*.

Si l'on suppose de plus, cosinus (latitude de la Lune) $=r$, & $\frac{\text{sin. (parall. horiz. polaire de la ☾ à l'instant de la conjonction)}}{\pi} = 1$, attendu l'erreur inappréciable qui en résulte dans le calcul, on aura

$$d(\text{latit. de la ☾}) = -\frac{b'}{3600''} \times \frac{\lambda m E}{\psi r \pi} \text{ var. hor. (paral. horiz. pol. de la ☾)}.$$

(47.) Quoique l'expression de y du *(§. 32)*, ne soit point affectée de la variation de la parallaxe de la Lune dans l'intervalle écoulé entre l'instant de l'observation & l'instant de la conjonction, il n'en est pas de même de l'expression de y du *(§. 33)*; il est aisé de voir que l'on a dans ce cas, $dy = 3600'' \times \frac{\lambda\, n\, E\, d\pi}{n r \pi^2}$; mais

$$d\pi = \frac{b'}{3600''}\, r \times \frac{\text{var. hor. (parall. horiz. polaire)}}{206265''}, \text{ donc}$$

$$dy = \frac{b'}{206265''} \times \frac{\lambda\, n\, E}{n \pi^2} \text{ var. hor. (parall. horiz. polaire de la ☾)}.$$

Dans l'usage de ces formules, E, m & n ont le signe déterminé par les équations qui donnent ces valeurs; λ, π, ψ, n, r, sont toujours positifs; la variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune, & b' peuvent être positifs ou négatifs.

La quantité b' est positive, lorsque la conjonction précède l'instant pour lequel on calcule; elle est négative dans le cas contraire.

Quant à la variation horaire de la parallaxe horizontale de la Lune, on peut voir ce que j'ai dit relativement à son signe, *(§. 8)*.

(48.) d (latitude de la Lune) positif, apprend que la latitude de la Lune est plus boréale ou moins australe, qu'on ne l'avoit

(e) Dans cette recherche, & dans celle de la section suivante, comme il n'est pas nécessaire que b' soit déterminée avec la dernière exactitude, on peut employer la distance à la conjonction donnée par les Tables, ou plus exactement encore, la valeur de b donnée par les formules des *§. 32* ou *33*.

supposé

ſuppoſé dans le calcul du *terme hypothétique;* d (latitude de la Lune) eſt négatif dans les cas contraires.

dy poſitif fait connoître que le lieu z' eſt plus oriental que ne l'avoit indiqué le *terme hypothétique;* dy négatif fait connoître que le lieu z' eſt plus occidental.

Je ne répéterai plus déſormais ces dernières remarques qui s'appliquent, non-ſeulement aux calculs de la préſente ſection, mais encore à ceux des ſections ſuivantes.

Lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit

var. hor. (parall. horiz. de la Lune) = — 0″,5.

$$\text{Log.}\begin{cases}\dfrac{r^3 \text{ var. hor. (parall. horizont. de la Lune)}}{3600'' \surd \pi} = 7{,}9485480.\\[2ex] \dfrac{r^4 \text{ var. hor. (parall. horizont. de la Lune)}}{206265'' \, n \, \pi^2} = 8{,}2879538.\end{cases}$$

EXEMPLE.

(49.) *Lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on demande quelle étoit la valeur de* d (latitude de la Lune), *&* de dy, *relativement à l'obſervation de Londres déjà diſcutée* (§. 39).

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

E = + 98980.	Log. E = 9,9955474.
m = ſinus 281d 39′ 49″,0....nég.	Log. m = 9,9909385.
n = coſin. 281. 39. 49 ,0....poſit.	Log. n = 9,3057067.
λ = tang. 0. 1. 21, 4...poſit.	Log. λ = 6,5975000.
b' = + 556″.	Log. b' = 5,7450748.

Donc

TYPE du Calcul.

d (latitude de la Lune) = — &c.	dy = — &c.
32,3290607...log. $b' \lambda m E$.	31,6438289...log. $b' \lambda n E$.
7,9485480.	8,2879538.
0,2776087...log. 0″002.	9,9317827...log. quantité néglig.

d (latitude de la Lune) = — 0″,002 ; dy = 0.

Ce calcul nous apprend que si l'on veut avoir égard à la variation de la parallaxe horizontale de la Lune, dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui de l'observation de Londres, il faudra diminuer de 0",002 la latitude de la Lune déterminée par le calcul du *§. 39;* & que cette variation n'influe point du tout sur la valeur de y du *§. 33;* puisque le logarithme 9,9317827, de la variation de y, est réellement un logarithme négatif, qui par conséquent *(§. 7)* indique un nombre de secondes que l'on doit négliger; car la formule démontre que la caractéristique de ce logarithme doit être diminuée de 10. On voit donc que, relativement à l'observation de Londres, on auroit pu se dispenser de ces derniers calculs, comme il étoit aisé de le prévoir d'avance, attendu la grande proximité des instans de la conjonction & de l'observation. On trouveroit la même chose pour l'observation de Toulouse.

SECTION CINQUIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Latitude de la Lune, & de la Longitude de l'Observateur, relativement à la variation de la déclinaison du Soleil, dans l'intervalle écoulé depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui de l'observation.*

(50.) Dans le calcul du *terme hypothétique*, j'ai prescrit d'employer la déclinaison particulière du Soleil, qui a lieu à l'instant de la conjonction. Cette supposition pourroit être inexacte; en effet, il est probable qu'à l'instant de l'observation, le Soleil n'a pas la même déclinaison qu'à l'instant de la conjonction; je vais donner une formule pour avoir égard à cette inexactitude.

(51.) Si l'on jette les yeux sur les expressions de y du *§. 32;* & du sinus de la latitude de la Lune du *§. 31:* on verra que, relativement au Problème que nous considérons, les variables sont R & S; on a donc *(§. 31 & 32)*.

$$d\ \text{fin. (latit.☾)} = \frac{\zeta\pi dR}{\psi r};$$

$$dy = -\frac{3600''\zeta}{nr}dS + \frac{3600''\zeta}{nr}\times\frac{n}{m}dR.$$

Soit maintenant

$$M = \frac{\theta qps}{r^2\chi} + \frac{cg\rho p\varphi\Omega}{r^3 q\chi} - \frac{ch\rho}{r^3}\times\left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2\theta}{r\chi}\right);$$

$$N = \frac{\psi qps}{r^2\chi} - \frac{cg\rho p\omega\Omega}{r^3 q\chi} + \frac{ch\rho}{r^3}\times\left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2\psi}{r\chi}\right),$$

Soit d'ailleurs

Var. hor. (déclin. du Soleil), la variation horaire de la déclinaiſon du Soleil, évaluée en ſecondes de dégré;

b' le nombre de ſecondes horaires, écoulées depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant de l'obſervation.

Si l'on ſuppoſe de plus, coſinus (latitude de la Lune) $= r$, attendu l'erreur inappréciable que cette ſuppoſition introduit dans le calcul; comme dans ces ſuppoſitions

$$d\ \text{fin. (latitude de la Lune)} = \frac{r\,d\ \text{(latitude de la Lune)}}{206265''},$$

$$dR = +\frac{b'}{3600''}\times M\,\frac{\text{Var. hor. (déclin. du Soleil)}}{206265''};$$

$$dS = -\frac{b'}{3600''}\times N\,\frac{\text{Var. hor. (déclin. du Soleil)}}{206265''};$$

On aura

$$d\ \text{(latit. de la ☾)} = \frac{b'}{3600''}\times\frac{\zeta\pi M}{\psi r^2}\ \text{var. hor. (déclin. du ☉)},$$

$$dy = \frac{b'}{206265''}\times\frac{\zeta}{nr}\left(N + \frac{Mn}{m}\right)\ \text{var. hor. (déclin. du ☉)},$$

ou, ce qui revient au même,

$$d\ \text{(latit. de la ☾)} = \frac{b'}{3600''}\times\frac{\varepsilon^{\pi}}{r}\ \text{var. hor. (déclin. du ☉)},$$

$$dy = \frac{b'}{3600''}\times\frac{\varepsilon}{r}\ \text{var. hor. (déclin. du Soleil)},$$

En ſuppoſant d'ailleurs

$$\overset{(\varepsilon^{*}1)}{\varepsilon^{*}} = \frac{\zeta\pi M}{\psi r} \; (f);$$

$$\overset{(\varepsilon 1)}{\varepsilon} = \frac{3600''\zeta}{206265''n} N + \overset{(\varepsilon 2)}{\frac{3600''\zeta}{206265''n}} \times \frac{M'n}{m}.$$

Si l'on vouloit faire uſage de l'expreſſion de y du §. 33, on auroit

$$\overset{(\varepsilon 1)}{\varepsilon} = \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times N.$$

(52.) J'ai dit que

$$d\,R = + \frac{b'}{3600''} \times M \frac{\text{var. hor. (déclin. du Soleil)}}{206265''},$$

& que

$$d\,S = - \frac{b'}{3600''} \times N \frac{\text{var. hor. (déclin. du Soleil)}}{206265''}.$$

Rien de plus ſimple que la démonſtration de cette propoſition; en effet, puiſque

$$R = \frac{qs\phi}{r^2} - \frac{cg\rho\omega}{r^3} - \frac{chp\rho\phi}{r^4};$$

$$S = \frac{qs\omega}{r^2} + \frac{cg\rho\phi}{r^3} - \frac{chp\rho\omega}{r^4};$$

on peut conclure que ſi l'on conſerve les définitions de A & de F de mes précédens Mémoires: on a

$$R = \frac{\psi l}{\zeta} - A; \; S = \frac{\theta l}{\zeta} - F;$$

donc, en général,

$$dR = -dA + d\frac{\psi l}{\zeta}; \; dS = -dF + d\frac{\theta l}{\zeta};$$

donc, relativement à la queſtion préſente, $d\,R = -d\,A$; $d\,S = -d\,F$; en entendant, ainſi que je le fais, par dA,

---

(f) Dans le cours de ce Mémoire, j'ai ſurmonté d'un aſtériſque les quantités ε, Δ, &c. relatives à la Latitude de la Lune, pour les diſtinguer des mêmes quantités relatives à la Longitude de l'Obſervateur.

& par dF, les différencielles de A & de F prises en n'ayant point égard dans la différenciation de ces quantités, à la variation des termes $\frac{\psi l}{\zeta}$, $\frac{\theta l}{\zeta}$. Donc &c. *(VIII.e Mémoire, §. 76).* *Année 1770.*
Cette remarque s'applique d'avance à plusieurs paragraphes suivans, & en général à toutes les questions dans lesquelles ψ, θ, l & ζ, ne seront pas regardées comme variables.

(53.) On peut remarquer que dans l'expression du sinus de la latitude de la Lune du *§. 31*, & dans celles de y des *§. 32 & 33*, il entre le sinus & le cosinus de l'angle que j'ai défini *angle de comparaison.* Cet angle paroît dépendre des différens élémens de l'Éclipse; il semble donc, au premier coup d'œil, qu'on devroit le regarder comme variable, dans la question présente & dans toutes celles qui vont suivre. Comme je réserve à détailler dans une section particulière, ce qui est relatif à la variation de cet angle, on voit la raison pour laquelle je n'ai point eu égard à cette variation dans le Problème dont il s'agit.

(54.) Dans l'usage de ces formules, ζ, π, ψ, n, r, sont toujours positifs; M, N, m, n, ont le signe déterminé par les équations qui donnent ces valeurs.

La quantité b' est positive lorsque la conjonction précède l'instant pour lequel on calcule, elle est négative dans le cas contraire.

Quant à la variation horaire de la déclinaison du Soleil, on peut voir ce que j'ai dit, relativement à son signe *(§. 8).*

Je ne donnerai point ici de Type de calcul pour déterminer les valeurs de M & de N; je renvoie aux *§. 77 & 78 de mon VIII.e Mémoire.* Je remarquerai seulement que lors de *Année 1770.*
l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

Variation horaire de la déclinaison du Soleil = 58",

$$\text{Log.}\begin{cases} \dfrac{\zeta\pi}{\psi} = 8{,}1971468. \\ \dfrac{r\,\text{var. hor. (déclin. ☉)}}{3600''} = 8{,}2071255. \\ \dfrac{3600''\zeta r}{206265''n} = 8{,}5365526. \end{cases}$$

EXEMPLE.

(55.) *On demande quelles étoient les valeurs de* d (latitude ☾) *& de* d y, *relativement à l'observation de Londres, déjà ajoutée* §. 39.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

	Log.
$M = -\ 53691.$	$M = 9{,}7299015.$
$N = +\ 45984.$	$N = 9{,}6623233.$
$m =$ sinus $281^d\ 39'\ 49''$..nég.	$m = 9{,}9909385.$
$n =$ cosinus $281.\ 39.\ 49$...posit.	$n = 9{,}3057067.$
$\frac{nr}{m} =$ cotang. $281.\ 39.\ 49$....nég.	$\frac{nr}{m} = 9{,}3147682.$
$b' = +\ 556''.$	$b' = 5{,}7450748.$

Donc

TYPE du Calcul.

$\varepsilon^* = -\ (\varepsilon^*\ 1)$

9,7299015...log. M.
8,1971468...log. $\frac{\zeta\pi}{\psi}$.

7,9270483...log. 845.

$\varepsilon^* = -\ 845.$

d (latitude de la Lune) = — &c.

5,7450748...log. b'.
7,9270483...log. ε^*.
8,2071255.

1,8792486...log. 0",076.

d (latitude de la Lune) = — 0",076.

$$\varepsilon = +\ (\varepsilon\ 1) + (\varepsilon\ 2).$$

$(\varepsilon\ 1)$

9,6623233...log. N.
8,5365526...log. $\frac{3600''\zeta r}{206265'' n}$.

8,1988759...log. 1581.

$(\varepsilon\ 2)$

9,7299015...log. M.
9,3147682...log. $\frac{nr}{m}$.
8,5365526...log. $\frac{3600''\zeta r}{206265'' n}$.

7,5812223...log. 381.

$\varepsilon = +\ 1962$....Log. $\varepsilon = 8{,}2926990.$

$d\,y = +$ &c.

$5{,}7450748 \ldots \log.\ b'$
$8{,}2926990 \ldots \log.\ \varepsilon$
$8{,}2071255 \ldots \log.\ \dfrac{r\ \text{var. hor. (déclin. du Soleil)}}{3600''}.$
$2{,}2448993 \ldots \log.\ 0'',176.$

$$d\,y = + 0'',176.$$

On voit par ce calcul, que dans le cas particulier dont il s'agit, la variation de la déclinaiſon du Soleil, dans l'intervalle de l'inſtant de la conjonction à celui de l'obſervation, n'a preſque point influé ſur les réſultats; comme il étoit aiſé de le prévoir d'avance, attendu la grande proximité des deux inſtans.

Si l'on eût cherché la valeur de $d\,y$, relativement à l'équation du §. 33, on auroit eu, pour l'obſervation de Londres,

$\varepsilon = + 1581.$ $\qquad d\,y = + 0'',142.$

Relativement à l'obſervation de Toulouſe, on avoit

$d(\text{lat.} ☾) = + 0'',034$; $dy = - 0'',077$; ou (§. 33) $dy = - 0'',058$.

SECTION SIXIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Latitude de la Lune, & de la Longitude de l'Obſervateur, en ſuppoſant que l'on n'ait point employé, dans le calcul de ce terme, la véritable déclinaiſon du Soleil qui avoit lieu à l'inſtant de la conjonction.*

(56.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique*, on n'ait pas employé la véritable déclinaiſon du Soleil correſpondante à l'inſtant de la conjonction; je vais donner une formule pour avoir égard à cette erreur.

Rien de plus ſimple que la ſolution de ce Problème. Soit

d (déclin. du Soleil) la différence entre la véritable déclinaiſon du Soleil correſpondante à l'inſtant de la conjonction, & celle que l'on a employée dans le calcul du *terme hypothétique*. Je ſuppoſe cette différence évaluée en ſecondes de degré.

Et conſervons toutes les définitions de la ſection précédente.

Puisque dans la présente section, j'ai nommé d (déclin. du ☉) l'erreur sur la déclinaison du Soleil qui, dans la section précédente, avoit pour expression $\frac{p'}{3600''}$ var. hor. (déclin. du ☉); on aura

$$d\ (\text{latitude de la Lune}) = \frac{\varepsilon^*}{r}\ d\ (\text{déclinaison du Soleil}),$$

$$d\,y = \frac{\varepsilon}{r}\ d\ (\text{déclin. du Soleil}).$$

(57). Dans l'usage de la formule,

d (déclin. du Soleil) est positif, lorsque la nouvelle déclinaison du Soleil, d'après laquelle on veut réformer le résultat du *terme hypothétique*, est plus boréale ou moins australe que celle employée dans le premier calcul.

d (déclin. du Soleil) est négatif dans le cas contraire.

Lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit *(§. 55)*, relativement à l'observation de Londres déjà discutée *(§. 39)*,

$$\varepsilon^* = -\ 845, \qquad \varepsilon = +\ 1962.$$

ou relativement à l'expression de y du *§. 33*,

$$\varepsilon = +\ 1581.$$

On avoit pareillement pour l'observation de Toulouse,

$M = -\ 62509.$ $N = +\ 48517.$ $\varepsilon^* = -\ 984.$ $\varepsilon = +\ 2209.$

ou relativement à l'expression de y du *§. 33*,

$$\varepsilon = +\ 1669.$$

SECTION SEPTIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Latitude de la Lune, & de la Longitude de l'Observateur, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur l'heure précise de l'Observation.*

(58.) Lorsque l'on calcule une observation, on peut supposer une erreur quelconque dans l'heure précise que l'on comptoit à l'instant

l'inſtant de la phaſe obſervée, ſoit que cette erreur provienne du dérangement de la pendule, ſoit qu'elle provienne de l'inattention de l'Obſervateur, ou de l'imperfection des inſtrumens qu'il a employés. Je vais donner des formules pour y avoir égard dans la détermination de la Latitude de la Lune, & de la Longitude de l'Obſervateur. Ces corrections ſeront d'autant plus utiles, que l'on a principalement en vue dans ces recherches, ce qui regarde particulièrement les plus courtes diſtances des centres. La quantité éclipſée du diſque du Soleil étant ſenſiblement ſtationnaire pendant quelque temps vers le milieu de l'Éclipſe, on doit ſentir qu'il eſt très-facile de ſe tromper ſur le véritable inſtant de la plus grande phaſe.

(59.) Rien de plus ſimple que de déterminer l'erreur du *terme hypothétique* de la latitude de la Lune, & de la longitude de l'Obſervateur. En effet, ſi l'on jette les yeux ſur les expreſſions de y du *§. 32*, & du ſinus de la latitude de la Lune du *§. 31*, on verra que relativement au Problème que nous conſidérons, les variables ſont z, R & S; on a donc *(§. 31 & 32)*,

$$d \text{ ſinus (latitude de la Lune)} = \frac{\zeta \pi \, dR}{\psi r};$$

$$dy = dz - \frac{3600''\zeta}{nr}\, dS + \frac{3600''\zeta}{nr}\, \frac{\pi}{\,}\, dR.$$

Soit

d(inſtant de la phaſe) l'erreur ſur l'inſtant précis de la phaſe, évaluée en ſecondes horaires.

$$C = \frac{cgp\rho\omega}{r^4} + \frac{ch\rho\varphi}{r^3};\ D = \frac{cgp\rho\varphi}{r^4} - \frac{ch\rho\omega}{r^3}.$$

Si l'on ſuppoſe de plus coſinus (latitude de la Lune) $= r$, attendu l'erreur inappréciable que cette ſuppoſition introduit dans le calcul. Comme dans cette hypothèſe,

$$dz = d \text{ (inſtant de la phaſe)},$$

$$d \text{ ſin. (latitude de la Lune)} = r\, \frac{d \text{ (latitude de la Lune)}}{206265''},$$

& que d'ailleurs

$$dR = \frac{15\, dz}{206265''} \times D;\ dS = \frac{15\, dz}{206265''} \times C;$$

puiſque, conformément aux remarques du *§. 52*, dans le cas dont il s'agit, $dR = - dA$, $dS = - dF$, & que Année 1770. *(VIII.e Mémoire, §. 82)*,

$$dA = - \frac{15\, d\zeta}{206265''} \times D; \quad dF = - \frac{15\, d\zeta}{206265''} \times C;$$

on aura

$$d\,(\text{latitude de la Lune}) = \frac{\Delta^*}{r}\, d\,(\text{inſtant de la phaſe});$$

$$dy = \frac{\Delta}{r}\, d\,(\text{inſtant de la phaſe});$$

en ſuppoſant d'ailleurs

$$\overset{(\Delta^* 1)}{\Delta^* = \frac{15\, \zeta \pi D}{\psi r}},$$

$$\overset{(\Delta 1)}{\Delta = r} - \overset{(\Delta 2)}{\frac{54000''\zeta}{206265''n} \times C} + \overset{(\Delta 3)}{\frac{54000''}{206265''n} \times \frac{nD}{m}}.$$

Si l'on vouloit faire uſage de l'expreſſion de y du *§. 33*, on auroit

$$\overset{(\Delta 1)}{\Delta = r} - \overset{(\Delta 2)}{\frac{54000''\zeta}{206265''n}\, C}.$$

(60.) Dans l'uſage de ces formules,

d (inſtant de la phaſe) eſt poſitif, lorſque le nouvel inſtant d'après lequel on veut réformer le réſultat du terme hypothétique, eſt poſtérieur à l'inſtant que l'on a employé dans le calcul.

d (inſtant de la phaſe) eſt négatif dans le cas contraire.

Je ne donnerai point ici de Type de Calcul pour déterminer les valeurs de C & de D. Je renvoie aux *§. 83 & 84 de mon* Année 1770. *VIII.e Mémoire.* Je remarquerai ſeulement que lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.} \begin{cases} \dfrac{15\, \zeta \pi}{\psi} = 9{,}3732381. \\[2ex] \dfrac{54000''\zeta r}{206265''n} = 9{,}7126438. \end{cases}$$

EXEMPLE.

(61.) *On suppose que le 1.er Avril 1764, on se soit trompé de quelques secondes, sur l'instant précis de la plus grande phase observée à Londres à 10h 30′ 44″ du matin; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence aux resultats du* terme hypothétique *de la latitude de la Lune, & de la longitude de l'Observateur, déterminées par le* §. 39.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$C = + 49974.$
$D = - 29690.$
$m =$ sin. 281d 39′ 49″..nég.
$n =$ cos. 281. 39. 49...posit.
$\frac{nr}{m} =$ cot. 281. 39. 49...nég.

Log. $C = 9,6987441.$
$D = 9,4726102.$
$m = 9,9909385.$
$n = 9,3057067.$
$\frac{nr}{m} = 9,3147682.$

Donc

TYPE du Calcul.

$\Delta * = - (\Delta * 1).$

9,4726102...log. D.
9,3732381.
8,8458483...log. 7012.

$\Delta * = - 7012.$

d (latitude de la ☾) = − 0,070. d (instant de la phase).

$\Delta = + (\Delta 1) - (\Delta 2) + (\Delta 3) \ldots (\Delta 1) = 100000.$

$(\Delta 2)$
9,6987441...log. C.
9,7126438.
9,4113879...log. 25786.

$(\Delta 3)$
9,4726102...log. D.
9,3147682...log. $\frac{nr}{m}$.
9,7126438.
8,5000222...log. 3162.

$\Delta = + 77376.$

$dy = + 0,774.$ d (instant de la phase).

(62.) Si l'on eût voulu faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit eu

$$(\Delta 2) = + 25786,$$

& par conséquent

$$\Delta = + 74214, \quad dy = + 0{,}742\ d(\text{instant de la phase}).$$

On avoit pareillement pour l'observation de Toulouse,

$$C = + 57293, \quad D = - 34263, \quad \Delta^* = - 8092, \quad \Delta = + 74874;$$

ou, relativement à l'expression de y du §. 33,

$$\Delta = + 70437.$$

(63.) Lorsque l'on calcule par les méthodes précédentes une phase quelconque, il faut entendre par d(instant de la phase), l'erreur sur l'instant précis de l'observation; c'est-à-dire, la différence entre l'heure que marquoit la pendule, & la véritable heure de l'observation. Mais lorsqu'il s'agit d'une plus grande phase, c'est-à-dire lorsque l'on détermine l'angle de comparaison, par le moyen de la formule du §. 25; par d(instant de la phase) il ne faut pas entendre uniquement la différence entre l'heure que marquoit la pendule, & la véritable heure de l'observation, mais la différence entre l'heure que marquoit la pendule, & la véritable heure de la plus grande phase; de sorte que si l'on eût pris mal-à-propos l'instant de l'observation, pour l'instant de la plus grande phase, & que l'erreur de la pendule eût compensé cette méprise, d(instant de la phase) seroit égal à zéro. Cette remarque m'a paru assez importante pour mériter quelqu'attention.

(64.) Si l'on jette les yeux sur les expressions de dy & de d(latitude de la Lune) du §. 59, on pourra voir que l'erreur sur l'instant de la phase influe d'une manière bien moins sensible sur la Latitude de la Lune que sur dy; l'influence sur la première de ces quantités n'est qu'environ un dixième de l'influence sur la seconde. On peut donc, sans inconvénient, se servir des plus grandes phases, pour déterminer la Latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction; mais il n'en est pas de même de la Longitude de l'Observateur. Cet élément est affecté d'une manière très-sensible de l'erreur sur l'instant précis de la

plus grande phaſe; erreur dont il me paroît difficile de ſe garantir. Au reſte, il ne ſeroit peut-être pas impoſſible de diminuer beaucoup cette erreur, en concluant le milieu de l'Éclipſe, non d'une obſervation directe, mais de la comparaiſon de diſtances égales des limbes ou des cornes, faites avant & après le milieu de l'Éclipſe; je laiſſe aux Aſtronomes à prononcer ſur ces moyens.

(65.) Appliquons ces remarques à l'obſervation de Londres, que je vais d'abord mettre ſous les yeux.

Obſervation de Londres.

Heure vraie.	*Diſtances des limbes.*
$10^h\ 26'\ 10''$	$2'\ 58'',7$.
10. 28. 28	2. 31,3.
10. 30. 44	2. 26,2 plus courte diſtance obſervée.

Ce dernier inſtant a été regardé par M. Short, comme celui de la plus grande phaſe, & j'en ai conclu *(§. 18)* que la diſtance des centres étoit alors de $1'\ 21'',4$.

J'ai fait voir *(§. 39)* que cette obſervation donnoit pour la Latitude de la Lune $39'\ 30'',3$; c'eſt à $1'',7$ près celle que j'ai conclue de la totalité preſqu'entière des obſervations faites en Europe le 1.er Avril 1764. Mais cette même obſervation donne 35 ſecondes pour différence de Longitude entre l'obſervatoire de M. Short & le lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin, à l'inſtant de la conjonction. Cette différence devroit être nulle d'après les autres obſervations; il faut donc que ces obſervations donnent toutes un réſultat inexact, ou que l'on n'ait pas ſaiſi le véritable inſtant de la plus grande phaſe: arrêtons-nous à cette dernière hypothèſe.

(66.) Puiſque l'obſervatoire de M. Short ne peut pas avoir deux Longitudes différentes; on a

$$+ 35'' + 0,774\ d(\text{inſtant de la plus grande phaſe}) = 0;$$

donc,

$$d(\text{inſtant de la plus grande phaſe}) = -46'',3.$$

Si ce calcul eſt exact, la plus grande phaſe eſt réellement

arrivée à Londres à $10^h\ 29'\ 58''$, & non à $10^h\ 30'\ 44''$, ainſi qu'on l'a ſuppoſé d'abord. Nous examinerons par la ſuite ſi cette conjecture eſt fondée.

SECTION HUITIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Latitude de la Lune, & de la Longitude de l'Obſervateur, en ſuppoſant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, la véritable Latitude du lieu où l'on a obſervé.*

(67.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique* on n'ait pas employé la véritable latitude du lieu où l'on a obſervé; je vais donner des formules pour avoir égard à cette erreur.

Si l'on jette les yeux ſur les expreſſions de y du *§. 32,* & du ſinus de la latitude de la Lune du *§. 31,* on verra que relativement au Problème que nous conſidérons, les variables ſont R & S; on a donc *(§. 31 & 32),*

$$d\,\text{ſinus (latitude de la Lune)} = \frac{\zeta\pi\, dR}{\psi r};$$

$$dy = -\frac{3600''\zeta}{nr}\,dS + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{n}{m}\,dR.$$

Soit

d (latitude de l'obſervatoire) l'erreur ſur la latitude du lieu, évaluée en ſecondes de degré.

$$G = \frac{q\omega c}{r^2} - \frac{\rho\varphi g s}{r^3} + \frac{p\rho\omega h s}{r^4}.$$

$$H = \frac{q\varphi c}{r^2} + \frac{\rho\omega g s}{r^3} + \frac{p\rho\varphi h s}{r^4}.$$

Puiſque dans le cas dont il s'agit *(§. 52)* $dR = -dA$,
Année 1770. $dS = -dF$; que *(VIIIe Mémoire §. 85),*

$$dA = -\frac{H \times d\ (\text{latitude de l'obſervatoire})}{206265''};$$

$$dF = -\frac{G \times d\ (\text{latitude de l'obſervatoire})}{206265''}:$$

& que de plus on peut ſuppoſer, ſans erreur appréciable,

$$\text{coſinus (latitude de la Lune)} = r;$$

on aura

$$d\,(\text{latitude} \; ☾) = \frac{\beta^*}{r}\, d\,(\text{latitude de l'obſervatoire}),$$

$$dy = \frac{\beta}{r}\, d\,(\text{latitude de l'obſervatoire}),$$

en ſuppoſant d'ailleurs

$$\beta^* = \overset{(\beta^* 1)}{\frac{\zeta \pi H}{\psi r}};$$

$$\beta = -\overset{(\beta 1)}{\frac{3600'' \zeta}{206265'' n}} \times G + \overset{(\beta 2)}{\frac{3600'' \zeta}{206265'' n}} \times \frac{n H}{m}.$$

Si l'on vouloit faire uſage de l'expreſſion de y du *ſ. 33*, on auroit

$$\beta = -\overset{(\beta 1)}{\frac{3600'' \zeta}{206265'' n}} \times G.$$

(68.) Dans l'uſage de ces formules,

d (latitude de l'Obſervatoire) eſt poſitif, lorſque la nouvelle latitude, d'après laquelle on veut réformer le réſultat du *terme hypothétique*, eſt plus boréale ou moins auſtrale que celle employée dans le premier calcul.

d (latitude de l'Obſervatoire) eſt négatif dans le cas contraire.

Je ne donnerai point ici de Type de Calcul pour déterminer les valeurs de G & de H; je renvoie aux *ſ. 86 & 87 de mon VIIIe Mémoire;* je remarquerai ſeulement que lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit *Année 1770.*

$$\text{Log.} \begin{cases} \dfrac{\zeta \pi}{\psi} = 8{,}1971468. \\[2ex] \dfrac{3600'' \zeta r}{206265'' n} = 8{,}5365526. \end{cases}$$

EXEMPLE.

(69.) *On ſuppoſe que le 1.er Avril 1764, on ſe ſoit trompé de quelques minutes ſur la latitude de Londres; on demande la correction qu'il faut faire en conſéquence aux réſultats du* terme

hypothétique *de la latitude de la Lune, & de la longitude de l'Observateur, déterminées par le* §. 39.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$G = + 59005.$	Log.	$G = 9,7708888.$
$H = + 45561.$		$H = 9,6585932.$
m = sinus. 281^d 39′ 49″... nég.		$m = 9,9909385.$
n = cosin. 281. 39. 49... posit.		$n = 9,3057067.$
$\frac{nr}{m}$ = cotang. 281. 39. 49... nég.		$\frac{nr}{m} = 9,3147682.$

Donc

TYPE du Calcul.

$\beta^* + (\beta^* 1).$

9,6585932... log. H.
8,1971468.

7,8557400... log. 717.

$\beta^* = + 717.$

d (latitude de la Lune) $= + 0,007.$ d (latitude de l'observatoire).

$\beta = -(\beta 1) - (\beta 2).$

$(\beta 1)$	$(\beta 2)$
9,7708888... log. G.	9,6585932... log. H.
8,5365526.	9,3147682... log. $\frac{nr}{m}$.
8,3074414... log. 2030.	8,5365526.
	7,5099140... log. 324.

$\beta = - 2354.$

$dy = - 0,024.$ d (latitude de Londres).

(70.) Si l'on eût voulu faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit eu $\beta = - 2030$, & par conséquent

$dy = - 0,020$ d (latitude de Londres).

On avoit pareillement pour l'observation de Toulouse, $G = + 62002$, $H = + 54567$, $\beta^* = + 859$, $\beta = - 2604$, ou, relativement à l'expression de y du §. 33,

$\beta = - 2133.$

SECTION

SECTION NEUVIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Latitude de la Lune, & de la Longitude de l'Observateur, en supposant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, le vrai rapport des axes de la Terre.*

(71.) Je suppose que dans le calcul du *terme hypothétique* de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, on n'ait pas employé le véritable rapport des axes de la Terre; je me propose dans cette section de déterminer l'erreur qui en résulte. Je ne répéterai point ici les différentes réflexions exposées dans la Section septième de mon *VIII.e Mémoire*, & particulièrement ce que j'ai dit relativement au défaut d'ellipticité des méridiens terrestres, & de l'élévation de l'Observateur au-dessus du niveau de la mer; il est évident que ces mêmes réflexions s'appliquent à la question présente; je passe à la solution du Problème. *Année 1770.*

(72.) Si l'on jette les yeux sur les expressions de y du *§. 32*, & du sinus de la Latitude de la Lune du *§. 31*, on verra que, relativement au Problème que nous considérons, les variables sont R & S; on a donc, *(§. 31 & 32).*

$$d\,\text{sinus (latitude de la Lune)} = \frac{\zeta \pi\, dR}{\psi r};$$

$$dy = -\frac{3600''\zeta}{nr}\,dS + \frac{3600''\zeta}{nr}\,\frac{n\,dR}{m}.$$

Soit, comme dans la Section septième de mon *VIII.e Mémoire*, *Année 1770.*

a une quantité linéaire égale à la cent-millième partie du rayon de la Terre.

d (demi-grand axe terrestre), l'erreur sur la valeur du demi-grand axe de la Terre, évaluée en nombre, & telle que le demi-petit axe terrestre seroit représenté par 100000.

$$P = \frac{q\omega c^2 s}{r^3 \rho} - \frac{cg\varphi}{r^3}\left(r + \frac{s^2}{r}\right) + \frac{chp\omega}{r^4}\left(r + \frac{s^2}{r}\right);$$

$$Q = \frac{q\varphi c^2 s}{r^3 \rho} + \frac{cg\omega}{r^3}\left(r + \frac{s^2}{r}\right) + \frac{chp\varphi}{r^4}\left(r + \frac{s^2}{r}\right).$$

Puiſque dans le cas dont il s'agit *§. 52*, $dR = - dA$;

Année 1770. $dS = - dF$; que *(VIII.e Mémoire §. 89)*

$$dA = \frac{aQ}{r}\, d\,(\text{demi-grand axe terreſtre}),$$

$$dF = \frac{aP}{r}\, d\,(\text{demi-grand axe terreſtre}),$$

& que de plus, on peut ſuppoſer ſans erreur appréciable,

$$\text{coſinus (latitude de la Lune)} = r,$$

on aura

$$d\,(\text{latitude de la Lune}) = \varpi^*\, d\,(\text{demi-grand axe terreſtre}),$$

$$dy = \varpi\, d\,(\text{demi-grand axe terreſtre}),$$

en ſuppoſant d'ailleurs

$$\overset{(\varpi^*\,1)}{\varpi^* = -\,206265''\,\frac{\zeta\pi a}{\psi r^3}} \times Q,$$

$$\varpi = \overset{(\varpi\,1)}{\frac{3600''\zeta a}{n\,r^2} \times P} - \overset{(\varpi\,2)}{\frac{3600''\zeta a}{n\,r^2}} \times \frac{nQ}{m}.$$

Si l'on vouloit faire uſage de l'expreſſion de y du *§. 33*, on auroit

$$\varpi = \overset{(\varpi\,1)}{\frac{3600''\zeta a}{n\,r^2}} \times P.$$

(73.) Je ne répéterai point ce que j'ai dit dans mon *VIII.e*

Année 1770. *Mémoire, §. 91*, ſur la manière d'évaluer dans tous les cas poſſibles, la quantité d (demi-grand axe terreſtre); on peut relire ce paragraphe. Je ne donnerai pas non plus de Type de calcul pour déterminer les valeurs de P & de Q; je renvoie aux *§. 92 & 93* de ce Mémoire; je remarquerai ſeulement que lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.}\left\{\begin{array}{l} 206265''\,\dfrac{\zeta\pi a}{\psi r^2} = 1{,}5115723. \\[2ex] \dfrac{3600''\zeta a}{nr} = 1{,}8509781. \end{array}\right.$$

EXEMPLE.

(74.) *On suppose que le 1.er Avril 1764, on se soit trompé sur la valeur du demi-grand axe terrestre, employée dans le calcul du* terme hypothétique; *on demande la correction qu'il faut faire en conséquence à la Latitude de la Lune & à la Longitude de l'Observateur, déterminées par le* §. 39.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$P = +\ 51738.$		Log.	$P = 9{,}7138096.$
$Q = +\ 14945.$			$Q = 9{,}1744959.$
$m =$ sinus	$281^d\ 39'\ 49''$ ..nég.		$m = 9{,}9909385.$
$n =$ cosinus	$281.\ 39.\ 49$...posit.		$n = 9{,}3057067.$
$\frac{nr}{m} =$ cotang.	$281.\ 39.\ 49$....nég.		$\frac{nr}{m} = 9{,}3147682.$

Donc

TYPE du Calcul.

$$\varpi^* = -\ (\varpi^*\ 1)$$

9,1744959...log. Q.
1,5115723.
0,6860682...log. 0″,005.

$$\varpi^* = -\ 0{,}''005.$$

d (latitude de la Lune) $= -\ 0'',005$ d (demi-grand axe terrestre).

$$\varpi = +\ (\varpi\ 1) + (\varpi\ 2).$$

$(\varpi\ 1)$
9,7138096...log. P.
1,8509781.
1,5647877...log. 0″,037.

$(\varpi\ 2)$
9,1744959...log. Q.
9,3147682...log. $\frac{nr}{m}$.
1,8509781.
0,3402422...log. 0,″002.

$$\varpi = +\ 0'',039.$$

$dy = 0'',039$ d(demi-grand axe terrestre).

(75.) Si l'on eût voulu faire usage de l'expression de y du *§. 33*, on auroit eu,

$$\varpi = 0'',037,$$

& par conséquent

$$dy = 0'',037\ d(\text{demi-grand axe terrestre}).$$

On avoit pareillement pour l'observation de Toulouse; $P = + 59353$, $Q = + 17768$, $\varpi^* = - 0'',006$, $\varpi = + 0'',045$, ou relativement à l'expression de y du *§. 33*,

$$\varpi = + 0'',042.$$

SECTION DIXIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, en supposant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, le vrai rapport du mouvement horaire de la Lune au Soleil, au mouvement horaire de la Lune en Latitude.*

(76.) Il est évident que les réflexions que j'ai présentées dans *Année 1770.* mon *VIII.e Mémoire §. 98*, relativement à l'erreur qui peut se glisser dans l'évaluation de l'inclinaison de l'orbite corrigée, s'appliquent à la question présente. On peut donc supposer que dans le calcul du terme hypothétique de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, on n'ait pas employé la véritable inclinaison de l'orbite; je me propose dans cette Section de déterminer l'erreur qui en résulte.

(77.) Si l'on jette les yeux sur les expressions de y du *§. 32*, & du sinus de la Latitude de la Lune du *§. 31*, on verra que, relativement au Problème que nous considérons, les variables sont R, S, θ & ψ; on a donc *(§. 31 & 32)*,

$$d\ \text{sin. (latit. de la} ☾) = \frac{\zeta\pi dR}{\psi r} - \frac{d\psi}{\psi} \times \text{sin. (latitude de la Lune)},$$

$$d\ y = \frac{3600''\zeta}{nr} d\left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right) - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{n}{m} d\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right).$$

Soit

d (inclinaiſon de l'orbite corrigée), l'erreur ſur l'inclinaiſon de l'orbite, évaluée en ſecondes de degrés.

Puiſque dans le cas dont il s'agit

$$d\left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right) = dF;\ d\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right) = dA;$$

que de plus (*VIII.e Mémoire* §. 99), Année 1770.

$$dF = + \frac{d\,(\text{inclinaiſon de l'orbite corrigée})}{206265''} \times \left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right),$$

$$dA = - \frac{d\,(\text{inclinaiſon de l'orbite corrigée})}{206265''} \times \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right),$$

$$206265''\ d\psi + \theta\ d\,(\text{inclinaiſon de l'orbite corrigée}) = 0,$$

que par conſéquent

$$dR = - dA + \frac{l}{\zeta}\,d\psi = - S \times d\,\frac{(\text{inclin. de l'orbite corr.})}{206265''},$$

& qu'enfin, on peut ſuppoſer ſans erreur appréciable,

$$\text{coſinus (latitude de la Lune)} = r;$$

on aura

$$d\,(\text{latit. de la ☾}) = \frac{\mu^{*}}{r}\ d\,(\text{inclinaiſon de l'orbite corrigée}),$$

$$dy = \frac{\mu}{r}\ d\,(\text{inclinaiſon de l'orbite corrigée}),$$

en ſuppoſant d'ailleurs

$$\mu^{*} = \overset{(\mu^{*}\,1)}{- \frac{\zeta\pi S}{\psi r}} + \overset{(\mu^{*}\,2)}{\frac{\theta}{\psi}\ \text{ſinus (latitude de la Lune)}},$$

$$\mu = \overset{(\mu\,1)}{\frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right)} + \overset{(\mu\,2)}{\frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{n}{m}\left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right)}.$$

Si l'on vouloit faire uſage de l'expreſſion de y du §. 33, on auroit

$$\mu = \overset{(\mu\,1)}{\frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right)}.$$

(78.) Je ne répéterai point ici ce que j'ai dit (§. 101 & *ſuiv. de mon VIII.e Mémoire*), relativement à la détermination de la Année 1770. valeur & du ſigne de d (inclinaiſon de l'orbite); on peut relire cette

partie de mon ouvrage; je ne donnerai pas non plus de Type de Calcul, pour déterminer les valeurs de S, $\frac{\psi l}{\zeta} - R$, & $\frac{\theta l}{\zeta} - S$: je renvoie au §. 39 du présent Mémoire; je remarquerai seulement que, lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\frac{\theta}{\psi} \text{ sinus (latitude de la Lune)} = 116.$$

$$\text{Log.} \begin{cases} \dfrac{\zeta\pi}{\psi} = 8{,}1971468. \\ \dfrac{3600''\zeta r}{206265''n} = 8{,}5365526. \end{cases}$$

Dans l'évaluation de la quantité $\frac{\theta}{\psi}$ sinus (latitude de la Lune), il faut avoir soin de donner au sinus de la Latitude de la Lune, le signe qui lui convient; c'est-à-dire, de le supposer positif, si la Latitude de la Lune est boréale, & de le supposer négatif, si cette Latitude est australe.

EXEMPLE.

(79.) *On suppose que le 1.er Avril 1764, on se soit trompé sur le rapport des mouvemens horaires; on demande quelle correction l'on doit faire en conséquence au résultat du* terme hypothétique *de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, déterminées par le* §. 39.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$$S = +\ 14174.$$
$$\frac{\psi l}{\zeta} - R = -\ 2400.$$
$$\frac{\theta l}{\zeta} - S = -\ 6832.$$
$$m = \text{sin. } 281^d\ 39'\ 49'' \ldots \text{nég.}$$
$$n = \text{cos. } 281.\ 39.\ 49 \ldots \text{posit.}$$
$$\frac{nr}{m} = \text{cot. } 281.\ 39.\ 49 \ldots \text{nég.}$$

$$\text{Log.} \begin{cases} S = 9{,}1514924. \\ \dfrac{\psi l}{\zeta} - R = 8{,}3802112. \\ \dfrac{\theta l}{\zeta} - S = 8{,}8345479. \\ m = 9{,}9909385. \\ n = 9{,}3057067. \\ \dfrac{nr}{m} = 9{,}3147682. \end{cases}$$

Donc

Type du Calcul,

$$\mu^* = -(\mu^* 1) + (\mu^* 2) \ldots (\mu^* 2) = 116.$$

$(\mu^* 1)$

9,1514924 . . . log. S.
8,1971468.

7,3486392 . . . log. 223.

$$\mu^* = -107.$$

d (latitude de la Lune) $= -$ 0,001. d (inclin. de l'orbite corrigée).

$$\mu = -(\mu 1) + (\mu 2).$$

$(\mu 1)$

8,3802112 . . . log. $(\frac{\psi l}{\zeta} - R)$.
8,5365526.

6,9167638 . . . log. 83.

$(\mu 2)$

8,8345479 . . . log. $(\frac{\theta l}{\zeta} - S)$.
9,3147682 . . . log. $\frac{nr}{m}$.
8,5365526.

6,6858687 . . . log. 49.

$$\mu = -34.$$

$d\,y = -$ 0,000. d (inclinaiſon de l'orbite).

(80.) Si l'on eût voulu faire uſage de l'expreſſion de y du *§. 33*, on auroit eu,

$$\mu = -83.$$

& par conſéquent

$d\,y = -$ 0,001. d (inclinaiſon de l'orbite).

On avoit pareillement pour l'obſervation de Toulouſe,

$$S = +4212,$$

$$\frac{\psi l}{\zeta} - R = +3590, \quad \frac{\theta l}{\zeta} - S = +3130,$$

$$\mu^* = +50, \quad = +96,$$

ou relativement à l'expreſſion de y du *§. 33*,

$$\mu = +123.$$

(81.) Si l'on ne vouloit calculer qu'une ſeule obſervation, on pourroit ſubſtituer à $\frac{\theta l}{\zeta}$, & à $\frac{\psi l}{\zeta}$ les valeurs qui réſultent du calcul du *§. 39,* au lieu d'employer, ainſi que je l'ai fait, les valeurs hypothétiques de ces quantités. Au reſte, comme je donnerai dans la Section treizième de cet article, la méthode pour avoir égard à l'erreur de la Latitude de la Lune, & que d'ailleurs la différence entre la Latitude hypothétique, & celle déterminée par le *§. 39,* eſt trop petite pour influer d'une manière ſenſible ſur le réſultat; il eſt indifférent d'employer l'une ou l'autre de ces Latitudes.

SECTION ONZIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Obſervateur, en ſuppoſant que l'on n'ait pas employé dans le calcul, le véritable mouvement horaire de la Lune au Soleil.*

(82.) Quoique les Tables aſtronomiques paroiſſent devoir donner avec beaucoup de préciſion les mouvemens horaires du Soleil & de la Lune, & par conſéquent le mouvement horaire de la Lune au Soleil; comme cependant ces Tables ne donnent pas toutes rigoureuſement la même quantité, ainſi que je l'ai fait
Année 1770. voir dans mon *VIII.ᵉ Mémoire, §. 106;* on peut demander l'erreur du *terme hypothétique* de la Longitude de l'Obſervateur, en ſuppoſant que l'on croie devoir employer des mouvemens horaires un peu différens de ceux employés dans le premier calcul. J'ai dit l'erreur *de la Longitude de l'Obſervateur,* & non pas l'erreur *de la Latitude de la Lune;* car il eſt aiſé de voir, par la forme des équations, que le mouvement horaire de la Lune au Soleil, n'influe en aucune façon ſur la Latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction. Je paſſe à la ſolution du Problème.

(83.) Puiſque dans le cas que nous conſidérons, n eſt la ſeule inconnue

inconnue du Problème, si l'on différencie l'équation du §. 32, on aura

$$dy = -\frac{3600''\zeta}{n^2 r} \times \left[\frac{\theta l}{\zeta} - S - \frac{n}{m}\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right)\right] dn.$$

Soit

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil), l'erreur sur le mouvement horaire de la Lune au Soleil, évaluée en secondes de degré.

Puisque *(VIII.e Mémoire, §. 103)*, *Année 1770.*

$$d\,n = \frac{r^3}{206265''\psi\pi} \times d\,(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil});$$

on aura

$$d\,y = \frac{\Xi}{r}\,d\,(\text{mouvement horaire de la Lune au Soleil}),$$

en supposant d'ailleurs,

$$\Xi = -\overset{(\Xi\,1)}{\frac{3600'' r^3\zeta}{206265'' n^2\psi\pi} \times \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right)} + \overset{(\Xi\,2)}{\frac{3600'' r^3\zeta}{206265'' n^2\psi\pi} \times \frac{n}{m}\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right)}.$$

Si l'on vouloit faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit

$$\Xi = -\overset{(\Xi\,1)}{\frac{3600'' r^3\zeta}{206265'' n^2\psi\pi} \times \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right)} + \overset{(\Xi\,2)}{\frac{3600'' r^3\zeta}{206265'' n^2\psi\pi} \times \frac{\lambda n E}{\zeta\pi}}.$$

(84.) Dans l'usage de ces formules,

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) est positif, lorsque le véritable mouvement horaire de la Lune au Soleil est plus grand que celui employé dans le calcul du *terme hypothétique*.

d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) est négatif dans le cas contraire.

Je ne donnerai point ici de Type de calcul pour déterminer les valeurs de $\frac{\theta l}{\zeta} - S$, de $\frac{\psi l}{\zeta} - S$, & de E; je renvoie au *§. 39 de ce Mémoire.* Je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.}\ \frac{3600'' r^3\zeta}{206265'' n^2\psi\pi} = 0{,}6384484.$$

$$\text{Compl. arithm. log.}\ \frac{\zeta\pi}{r} = 1{,}8050367.$$

EXEMPLE.

(85.) *On suppose que le 1.er Avril 1764, on se soit trompé de quelques secondes sur le mouvement horaire de la Lune au Soleil; on demande quelle correction l'on doit faire en conséquence au résultat du* terme hypothétique *de la Longitude de l'Observateur.*

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

			Log.	
$\frac{\theta l}{\zeta} - S$	$= -$	6832.	$\frac{\theta l}{\zeta} - S$	$= 8,8345479.$
$\frac{\psi l}{\zeta} - R$	$= -$	2400.	$\frac{\psi l}{\zeta} - R$	$= 8,3802112.$
E	$= +$	98980.	E	$= 9,9955474.$
m	$=$	sin. 281d 39′ 49″..nég.	m	$= 9,9909385.$
n	$=$	cos. 281. 39. 49...posit.	n	$= 9,3057067.$
$\frac{nr}{m}$	$=$	cot. 281. 39. 49....nég.	$\frac{nr}{m}$	$= 9,3147682.$
λ	$=$	tang. 0. 1. 21,4.posit.	λ	$= 6,5975000.$

donc

TYPE du Calcul.

$$\Xi = + (\Xi 1) + (\Xi 2).$$

$(\Xi 1)$

8,8345479...log. $(\frac{\theta l}{\zeta} - S)$.
0,6384484.
9,4729963...log. 29716.

$(\Xi 2)$

8,3802112...log. $(\frac{\psi l}{\zeta} - R)$.
9,3147682...log. $\frac{nr}{m}$.
0,6384484.
8,3334278...log. 2155.

$$\Xi = + 31871.$$

$dy = 0,319.\ d$ (mouvement horaire de la Lune au Soleil).

(86.) Si l'on eût voulu faire usage de l'expression de y du §. 33, on auroit eu

$$\Xi = + 31915,$$

& par conséquent

$dy = +0,319.\ d$ (mouvement horaire de la Lune au Soleil).

On avoit pareillement pour l'obſervation de Toulouſe,

$$\frac{\theta l}{\zeta} - S = + 3130, \quad \frac{\psi l}{\zeta} - R = + 3590, \quad E = + 98857,$$

$$m = \text{ſinus } 104^d\, 5'\, 22'', \quad n = \text{coſin. } 104^d\, 5'\, 22'', \quad \lambda = \text{tang. } 0^d\, 2'\, 8'',8,$$

$$\Xi = -17533,$$

ou relativement à l'expreſſion de y du §. 33,

$$\Xi = -17786.$$

REMARQUES ſur les mouvemens horaires que l'on déduit des Tables de M.rs Clairaut & Mayer.

(87.) Depuis les réflexions que j'ai eu l'honneur de préſenter à l'Académie (*VIII.e Mémoire, §. 106 & ſuiv.*), relativement à la différence qui ſe trouve entre les mouvemens horaires que l'on déduit des nouvelles Tables de M.rs Mayer & Clairaut, j'ai cru devoir faire de nouvelles recherches à cet égard ; voici ce que j'ai tiré de ces recherches. *Année 1770.*

Pour déterminer les mouvemens horaires, on peut calculer deux lieux de la Lune, pour deux inſtans qui diffèrent d'une heure ; c'eſt le ſeul moyen que l'on employât avant que M.rs Mayer & Clairaut euſſent donné des Tables particulières des mouvemens horaires. On peut auſſi calculer directement les mouvemens horaires par ces Tables particulières ; l'une & l'autre de ces méthodes doit conduire aux mêmes concluſions, ſi les Tables des mouvemens horaires ſont cohérentes avec celles des lieux de la Lune. J'ai appliqué chacune de ces méthodes à l'Éclipſe du 4 Juin 1769. J'ai choiſi cette circonſtance, parce qu'il m'a paru que c'étoit un des points de l'orbite lunaire dans lequel les Tables des mouvemens horaires de M.rs Mayer & Clairaut, différoient le plus entr'elles. J'ai donc cherché, par chacune de ces Tables, les mouvemens horaires pour le 3 Juin 1769, $20^h\, 27'\, 40''$ temps moyen à Paris; j'ai déterminé enſuite, par les Tables des lieux de la Lune, les poſitions de cet aſtre pour le 3 Juin 1769, $20^h\, 27'\, 40''$, & $21^h\, 27'\, 40''$ temps moyen à Paris : voici ce qui réſulte de cette recherche.

	MOUVEMENS HORAIRES EN LONGITUDE,		MOUVEMENS HORAIRES EN LATITUDE,	
	Conclus des Tables des mouvemens horaires.	Conclus de la comparaison de deux lieux calculés.	Conclus des Tables des mouvemens horaires.	Conclus de la comparaison de deux lieux calculés.
	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
Tables de Mayer.	37. 53,8.	37. 55,0.	3. 27,8.	3. 28,0.
Tables de Clairaut.	37. 58,5.	37. 54,6.	3. 26,5.	3. 27,3.

Ces calculs peuvent donner lieu aux réflexions ſuivantes.

(88.) Il eſt évident que la différence qui ſe trouve entre les mouvemens horaires conclus des Tables de ces mouvemens, & ceux que l'on déduit de la comparaiſon de deux lieux calculés, eſt beaucoup plus conſidérable dans les Tables de M. Clairaut, que dans celles de M. Mayer. Cette ſeule réflexion ſuffit pour faire donner la préférence aux mouvemens horaires de Mayer; puiſque la première condition que l'on a droit d'exiger des Tables des mouvemens horaires, eſt de repréſenter ce que l'on trouveroit exactement par la comparaiſon de deux lieux calculés. Une ſeconde réflexion doit encore faire préférer les mouvemens horaires de M. Mayer; la comparaiſon de deux lieux calculés par les Tables mêmes de M. Clairaut, ſe rapproche infiniment plus des mouvemens horaires de Mayer, que de ceux que l'on conclut directement des propres Tables de M. Clairaut.

Il me paroît cependant que la juſtice exige de ne pas paſſer ſous ſilence, que les Tables des mouvemens horaires de M. Clairaut ne ſont que l'acceſſoire de ſon ouvrage; qu'elles peuvent être défectueuſes à quelques égards, ſans que ſes Tables des lieux de la Lune, qui conſtituent véritablement ſon ouvrage principal, ſoient inexactes. Ces réflexions ſont d'autant plus naturelles, qu'à l'inſtant même où les Tables des mouvemens horaires de M. Clairaut ſont inexactes, la comparaiſon de deux lieux calculés par ſes grandes Tables, donne à très-peu-près, les mouvemens horaires

de M. Mayer. Il seroit à desirer que les Astronomes voulussent prendre la peine de vérifier les Tables de M. Clairaut, comme celles de Mayer l'ont été par les Anglois; on pourroit alors prononcer, avec connoissance de cause, sur des Tables que l'on convient avoir toujours bien donné, dans toutes les circonstances où l'on en a fait usage, & contre lesquelles la seule objection proposée jusqu'ici, est qu'elles n'ont point été vérifiées.

(89.) J'ignore à quoi tient l'inexactitude des mouvemens horaires en Longitude de M. Clairaut. S'il m'étoit permis de hasarder une conjecture à cet égard; je penserois qu'elle peut venir de la forme de ces Tables. M. Clairaut fait dépendre de la parallaxe horizontale, le premier terme de la série qui exprime le mouvement horaire; & la relation entre ce premier terme & la parallaxe n'est elle-même qu'une relation approchée. Peut-être l'approximation employée par M. Clairaut n'est-elle pas assez exacte? Si cela est ainsi, il lui eût été facile de rectifier ses Tables des mouvemens horaires. Malheureusement la mort l'a enlevé avant que l'on en ait fait usage, & qu'il ait pu savoir si elles demandoient à être corrigées.

(90.) La formule suivante m'a toujours réussi pour ramener à très-peu-près les mouvemens horaires en Longitude de M. Clairaut à ceux de M. Mayer. J'en ignore la démonstration; je ne puis par conséquent répondre de son exactitude; j'ose cependant la proposer aux Astronomes. Je desire d'autant plus qu'elle se vérifie, que M. Clairaut a été mon maître & mon ami, & que ses Tables m'ont paru d'un usage plus commode. Elle consiste à ajouter à l'expression du mouvement horaire le terme suivant,

$$+ \frac{3'' \, (32' \, 30'' - \text{variation horaire actuelle})}{220}.$$

J'entends, avec M. Clairaut, par la variation horaire actuelle, le mouvement horaire de la Lune dans son orbite, augmenté de 8 secondes, à cause du mouvement rétrograde des nœuds.

(91.) Voici le résultat de cette formule appliquée aux Éclipses des 1.er Avril 1764, 4 Juin 1769, 23 Mars 1773. La Lune étoit apogée lors des Éclipses des 1.er Avril 1764 & 23 Mars 1773; elle étoit périgée lors de l'Éclipse du 4 Juin 1769.

DATES DES ÉCLIPSES.	MOUVEMENS HORAIRES EN LONGITUDE,		
	Suivant M. CLAIRAUT	Corrigés par la formule.	Suivant M. MAYER.
	M. S.	M. S.	M. S.
1.er Avril 1764.....	29. 38,8	29. 41,1	29. 41,0
4 Juin 1769......	37. 58,5	37. 53,8	37. 53,8
23 Mars 1773.....	30. 6,1	30. 7,8	30. 7,8

On voit par-là avec quelle précision les mouvemens horaires en longitude de M. Clairaut, corrigés par la formule du *§. 90*, se rapprochent de ceux conclus des Tables de M. Mayer.

(92.) Quant aux mouvemens horaires en Latitude; comme les Tables de M.rs Mayer & Clairaut ont la même forme, je crois pouvoir assigner, d'une manière plus certaine, la cause de la différence des résultats. Cette différence vient en premier lieu de ce que le second terme de l'équation qui exprime ces mouvemens dans les Tables de M. Clairaut, a été calculé dans l'hypothèse d'une variation horaire moyenne d'environ 32′ 30″, au lieu qu'il doit être calculé, ainsi que l'a fait M. Mayer, avec la variation horaire actuelle; il est fort aisé de remédier à cette légère erreur. Soit x le nombre donné par ce second terme; sa véritable valeur aura pour expression

$$x \times \frac{\text{variation horaire actuelle}}{32' \, 30''}.$$

Cette différence vient en second lieu, de ce que le premier terme de l'équation donne toujours un mouvement horaire un peu plus petit dans M. Clairaut que dans M. Mayer. Le *maximum* de différence a lieu dans les nœuds; il est alors de 0″,7; la différence diminue à mesure que la Lune s'éloigne de son nœud. Il est assez difficile de se décider sur la préférence des deux hypothèses; il me suffit de faire observer qu'en général vers les nœuds,

les mouvemens horaires en Latitude de M. Mayer ſont toujours plus grands que ceux de M. Clairaut d'environ 0",7, & que cette différence diminue en s'éloignant du nœud.

(93.) Voici le réſultat de la formule du *§. 92,* appliquée aux mêmes Éclipſes que ci-deſſus.

DATES DES ÉCLIPSES.	MOUVEMENS HORAIRES EN LATITUDE, Suivant M. CLAIRAUT	Corrigés par la formule.	Suivant M. MAYER.
	M. S.	M. S.	M. S.
1.er Avril 1764....	2. 43,8	2. 43,5	2. 44,1
4 Juin 1769......	3. 26,5	3. 27,1	3. 27,8
23 Mars 1773......	2. 45,9	2. 45,7	2. 46,4

On voit par-là que les mouvemens horaires en latitude de M. Clairaut, corrigés par la formule du *§. 92,* ont une différence uniforme de 0",7, d'avec ceux conclus des Tables de M. Mayer, ainſi que je l'ai remarqué dans le même paragraphe.

(94.) Dans les exemples du *§. 87,* on peut remarquer une petite différence entre les mouvemens horaires conclus directement des Tables des mouvemens horaires les plus préciſes, & ceux conclus de la comparaiſon de deux lieux calculés avec la plus grande exactitude. J'ai cru d'abord que cela venoit de ce que je n'avois pas mis toute la préciſion poſſible dans les calculs. Un examen ſcrupuleux de ces calculs m'a fait voir que j'avois tort de les ſuſpecter. Cela tient à la forme des Tables. Comme les Tables des lieux de la Lune ne ſont calculées qu'à la préciſion des ſecondes, & que l'on y a négligé les fractions de ſeconde ; on a beau mettre de l'exactitude dans le calcul des parties proportionnelles, ſi les quantités extrêmes dont on part, n'ont pas toute l'exactitude poſſible, il en réſulte facilement une petite fraction de ſeconde

d'erreur pour chaque calcul ; & comme l'on a dix-huit de ces calculs pour chaque lieu de la Lune, c'eſt-à-dire, trente-ſix, lorſque l'on compare deux lieux de cet aſtre ; rien de plus ſimple que de la combinaiſon de ces trente-ſix calculs, il puiſſe réſulter une ſeconde d'erreur dans le réſultat total.

(95.) On a ſans doute été étonné que l'on ait pu jeter quelque incertitude ſur un élément que les Tables ſembloient devoir donner avec autant de préciſion, que les mouvemens horaires; & cette remarque a dû laiſſer quelqu'inquiétude dans l'eſprit. On verra avec plaiſir que la contradiction qui ſe trouve entre les Tables de M.rs Clairaut & Mayer, n'eſt qu'apparente ; que ces Tables conduiſent véritablement aux mêmes réſultats, lorſqu'on emploie celles de M. Clairaut avec circonſpection ; c'eſt-à-dire, lorſqu'en mettant à l'écart ſes mouvemens horaires, on les conclut de la comparaiſon de deux lieux de la Lune calculés avec la dernière préciſion.

(96.) On doit conclure encore de ces recherches, que la meilleure manière d'avoir avec préciſion les mouvemens horaires, eſt de les calculer par les nouvelles Tables horaires de M. Mayer; & qu'il eſt probable que les nouvelles Tables horaires de M. Clairaut, donneront toujours, à très-peu-près, les mêmes réſultats, lorſqu'on y appliquera les petites corrections que je viens d'indiquer.

SECTION DOUZIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude de l'Obſervateur & de la Latitude de la Lune, en ſuppoſant que l'on ſe ſoit trompé de quelques ſecondes ſur la parallaxe horizontale du Soleil, & ſur la parallaxe horizontale polaire de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction.*

(97.) Quoiqu'au premier coup-d'œil la détermination de l'erreur du *terme hypothétique* de la Longitude de l'Obſervateur, & de la Latitude de la Lune, en ſuppoſant que l'on ſe ſoit trompé de quelques

de quelques ſecondes ſur la parallaxe horizontale du Soleil, & ſur la parallaxe horizontale polaire de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction, paroiſſe devoir faire l'objet de deux Problèmes différens; ces queſtions ont cependant une ſi grande analogie entr'elles, qu'on peut les réunir dans une ſeule formule. Je vais d'abord déterminer ce qui regarde la parallaxe du Soleil.

CALCUL dans lequel on ne ſuppoſe variable que la parallaxe horizontale du Soleil.

(98.) Si l'on ne ſuppoſe variable que la parallaxe horizontale du Soleil, π' & par conſéquent ζ (*§. 44*), ſeront les ſeules inconnues du Problème; on aura donc (*§. 31 & 32*),

$$d \text{ ſinus (latitude de la Lune)} = \frac{\pi R d\zeta}{\psi r};$$

$$dy = \frac{3600''}{n r} \left(\frac{n}{m} R - S\right) d\zeta.$$

On a vu (*§. 1.er*) que $\zeta = r - \frac{\pi' \xi}{\pi}$; donc

$$d\zeta = -\frac{\xi d\pi'}{\pi} = -\frac{r d\pi'}{\pi},$$

attendu l'erreur inappréciable que la ſuppoſition de $\xi = r$ introduit dans le calcul.

Soit

d (Parallaxe horizontale du Soleil), l'erreur ſur la parallaxe horizontale du Soleil, évaluée en ſecondes de degré.

J'ai fait voir dans mon *VIII.e Mémoire*, *§. 109*, que *Année 1770.*

$$d\zeta = -\frac{r^2}{206265''\pi} d \text{ (parallaxe horizontale du Soleil)}.$$

Donc, puiſque l'on peut ſuppoſer ſans erreur appréciable,

$$\text{coſinus (latitude de la Lune)} = r,$$

on aura

$$d \text{ (latitude de la Lune)} = -\frac{R}{\psi} d \text{ (parallaxe horizontale du Soleil)},$$

$$dy = \frac{3600'' r}{206265'' n \pi} \left(S - \frac{n}{m} R\right) d \text{ (parallaxe horiz. du ⊙)}.$$

CALCUL dans lequel on ne ſuppoſe variable que la parallaxe horizontale polaire de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction.

(99.) Si l'on ne ſuppoſe variable que la parallaxe horizontale polaire de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction, π & par conſéquent n & l ſeront les inconnues du Problème, on aura donc (*§. 31 & 32*),

$$d \text{ ſinus (latitude de la Lune)} = \frac{\zeta R d\pi}{\psi r},$$

$$dy = \begin{cases} -\frac{3600''\zeta}{nr}\left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right)\frac{dn}{n} + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{n}{m}\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right)\frac{dn}{n} \\ + \frac{3600''\zeta}{nr}\frac{\theta dl}{\zeta} - \frac{3600''\zeta}{nr}\frac{n}{m}\frac{\psi dl}{\zeta}. \end{cases}$$

Année 1770. J'ai fait voir dans mon *VIIIe Mémoire, §. 110,* que

$$dn = -n\frac{d\pi}{\pi};\ dl = -l\frac{d\pi}{\pi}.$$

Soit

d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) l'erreur ſur la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en ſecondes de degré.

Puiſque l'on peut confondre ſans erreur, la différencielle du ſinus de la parallaxe de la Lune, avec la différencielle de cette parallaxe, & que par conſéquent

$206265''\,d\pi - rd$ (parallaxe horizontale polaire de la Lune) $= 0$;

que de plus on peut ſuppoſer coſinus (latitude de la Lune) $= r$;

on aura

d(latitude de la Lune) $= \frac{\zeta R}{\psi r}$ d(parallaxe horizont. polaire de la ☾),

$dy = \frac{3600''\zeta}{206265''n\pi}\left(\frac{n}{m}\ R - S\right)$ d(parall. horiz. polaire de la ☾).

RÉUNION des deux calculs des §. 98 & 99.

(100.) Comme l'incertitude ſur la parallaxe horizontale du Soleil eſt une quantité très-petite, il eſt abſolument indifférent que les quantités dy, d(latitude de la Lune) du *§. 98,* aient pour

coëfficiens $\frac{R}{\psi}$ & $\frac{3600'' r}{206265'' n \pi}$, ou $\frac{\zeta R}{\psi r}$ & $\frac{3600'' \zeta}{206265'' n \pi}$; on peut par conséquent réunir les deux calculs des *§. 98* & *99;* on aura alors

$$d(\text{latit.}☾) = \frac{\Gamma^*}{r} d(\text{parall. horiz. pol. }☾) - \frac{\Gamma^*}{r} d(\text{parall. horiz. du }\odot),$$

$$dy = \frac{\Gamma}{r} d(\text{parall. horizont. pol. de la }☾) - \frac{\Gamma}{r} d(\text{par. horiz. du }\odot),$$

en supposant d'ailleurs

$$\Gamma^* = \overset{(\Gamma^*\,1)}{\frac{\zeta R}{\psi}};$$

$$\Gamma = -\overset{(\Gamma\,1)}{\frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi}} \times S + \overset{(\Gamma\,2)}{\frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi}} \times \frac{n R}{m}.$$

Si l'on vouloit faire usage de l'expression de y du *§. 33*, on auroit

$$\Gamma = -\overset{(\Gamma\,1)}{\frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi}} \times S.$$

(101.) Dans l'usage de ces formules,

d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) est positif, lorsque la véritable parallaxe horizontale polaire de la Lune est plus grande que celle employée dans le calcul du *terme hypothétique.*

d (parallaxe horizontale polaire de la Lune) est négatif dans le cas contraire.

On doit dire la même chose de *d*(parallaxe horizontale du ☉).

Je ne donnerai point ici de Type de Calcul pour déterminer les valeurs de R & de S; je renvoie au *§. 39* de ce Mémoire; je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\text{Log.}\begin{cases} \frac{\zeta}{\psi} = 0{,}0008438. \\ \frac{3600'' \zeta r}{206265'' n \pi} = 0{,}3402496. \end{cases}$$

EXEMPLE.

(102.) *On suppose que dans le calcul du* terme hypothétique *de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, on n'ait pas employé les véritables parallaxes horizontales de la Lune & du Soleil; on demande la correction qu'il faut faire en conséquence au résultat de ce terme.*

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$R = + 75435.$
$S = + 14174.$
$m =$ sinus. $281^d\ 39'\ 49''$... nég.
$n =$ cosin. 281. 39. 49... posit.
$\frac{nr}{m} =$ cotang. 281. 39. 49... nég.

Log. $R = 9{,}8775729.$
Log. $S = 9{,}1514924.$
Log. $m = 9{,}9909385.$
Log. $n = 9{,}3057067.$
Log. $\frac{nr}{m} = 9{,}3147682.$

Donc

TYPE du Calcul.

$\Gamma^* + (\Gamma^* 1).$

9,8775729... log. R.
0,0008438... log. $\frac{\zeta}{\psi}$.

9,8784167... log. 75582.

$\Gamma^* = + 75581.$

d(latit. ☾) $= 0{,}756\ d$(par. horiz. pol. ☾) $- 0{,}756\ d$(parall. horiz. ☉).

$\Gamma = -(\Gamma 1) - (\Gamma 2).$

$(\Gamma 1)$
9,1514924... log. S.
0,3402496.

9,4917420... log. 31027.

$(\Gamma 2)$
9,8775729... log. R.
9,3147682... log. $\frac{nr}{m}$.
0,3402496.

9,5325907... log. 34087.

$\Gamma = - 65114.$

$dy = - 0{,}651\ d$(parall. horiz. pol. ☾) $+ 0{,}651\ d$(parall. horiz. ☉).

(103.) Si l'on eût voulu faire usage de l'expression de y du

§. 33, on auroit eu

$$r = -31027,$$

& par conséquent

$dy = -0{,}310\,d$(parall. horiz. pol. ☾) $+ 0{,}310\ d$(parall. horiz. ☉).

On trouvera pareillement pour l'obſervation de Toulouſe, $R = +69445$, $S = +4212$, $r^* = +69580$, $r = -47374$, ou, relativement à l'expreſſion de y du *§. 33*,

$$r = -9220.$$

SECTION TREIZIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Longitude de l'Obſervateur, en ſuppoſant que l'on ſe ſoit trompé de quelques ſecondes ſur la Latitude de la Lune employée dans le calcul.*

(104.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique* de la Longitude de l'Obſervateur, on n'ait pas employé la véritable Latitude de la Lune, ſoit qu'ayant fait uſage de la Latitude hypothétique, cette Latitude renferme quelqu'inexactitude, ſoit qu'ayant employé la Latitude déterminée par le *§. 39*, cette Latitude, quoique déduite de l'obſervation, ſoit elle-même inexacte; je vais donner une formule pour avoir égard à cette erreur.

(105.) Puiſque dans le cas dont il s'agit, la Latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction eſt l'inconnue du Problème, l eſt la variable; on aura donc *(§. 32)*,

$$dy = \frac{3600''}{nr}\left(\theta - \frac{n}{m}\psi\right) dl.$$

Soit

d (latitude de la Lune) l'erreur ſur la latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction, évaluée en ſecondes de degré.

J'ai fait voir dans mon *(VIII.ᵉ Mémoire, §. 115)*, que *Année 1770.*

$$dl = \frac{r^2}{206265''\pi}\ d\text{ (latitude de la Lune)}.$$

Donc

$$d\,y = \frac{\Theta}{r}\,d\ \text{(latitude de la Lune)},$$

en ſuppoſant d'ailleurs

$$\Theta = \overset{(\Theta\,1)}{\frac{3600''\,\theta\,r^2}{206265''\,n\,\pi}} - \overset{(\Theta\,2)}{\frac{3600''\,\psi\,r^2}{206265''\,n\,\pi}} \times \frac{n}{m}.$$

Si l'on vouloit faire uſage de l'expreſſion de y du *§. 33*, on auroit

$$\Theta = \overset{(\Theta\,1)}{\frac{3600''\,\theta\,r^2}{206265''\,n\,\pi}}.$$

(106.) Dans l'uſage de ces formules,

d (latitude de la Lune) eſt poſitif, lorſque la véritable Latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction, eſt plus boréale ou moins auſtrale que celle employée dans le calcul du *terme hypothétique.*

d (latitude de la Lune) eſt négatif dans le cas contraire.

Lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\frac{3600''\,\theta\,r^2}{206265''\,n\,\pi} = 21963, \qquad \text{Log.}\,\frac{3600''\,\psi\,r^2}{206265''\,n\,\pi} = 10{,}3394059.$$

EXEMPLE.

(107.) *On ſuppoſe que dans le calcul de l'obſervation de Londres, on ſe ſoit trompé de quelques ſecondes ſur la Latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction; on demande quelle correction il faut faire en conſéquence au réſultat du* terme hypothétique *de la Longitude de l'Obſervateur.*

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$m =$ ſin. 281^d 39′ 49″..nég.
$n =$ coſ. 281. 39. 49...poſit.
$\frac{nr}{m} =$ cot. 281. 39. 49...nég.

Log. $m = 9{,}9909385.$
Log. $n = 9{,}3057067.$
Log. $\frac{nr}{m} = 9{,}3147682.$

Donc

Type du Calcul.

$$\Theta = + (\Theta\ 1) + (\Theta\ 2) \ldots (\Theta\ 1) = 21963.$$

$(\Theta\ 2)$

$$9{,}3147682 \ldots \log. \frac{nr}{m}.$$

$$\underline{10{,}3394059.}$$

$$9{,}6541741 \ldots \log.\ 45100.$$

$$\Theta = + 67063.$$

$$dy = 0{,}671.\ d\ (\text{latitude de la Lune}).$$

(108.) Si l'on eût voulu faire uſage de l'expreſſion de y du *§. 33*, on auroit eu

$$\Theta = 21963,\quad dy = 0{,}220\ d\ (\text{latitude de la Lune}).$$

On trouveroit pareillement pour l'obſervation de Toulouſe;

$$\Theta = + 76798,$$

ou, relativement à l'expreſſion de y du *§. 33*,

$$\Theta = 21963.$$

SECTION QUATORZIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Obſervateur, en ſuppoſant que l'on ſe ſoit trompé ſur la valeur de l'*angle de comparaiſon *employé dans le calcul.*

(109.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique* de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Obſervateur, on n'ait pas employé la véritable valeur de l'*angle de comparaiſon.* On peut voir *(§. 21)* ce que j'entends par cet angle. Je me propoſe de déterminer d'abord les corrections qu'il faut faire au réſultat du *terme hypothetique*, en ſuppoſant connue l'erreur de l'angle. Je détaillerai enſuite les différentes ſources des erreurs qui peuvent ſe gliſſer dans l'évaluation de cet angle.

(110.) Si l'on jette les yeux sur les expressions de y du *§. 32*, & du sinus de la Latitude de la Lune du *§. 31*, on verra que, relativement au Problème que nous considérons, les variables sont n & m; on a donc (*§. 31 & 32*),

$$d \text{ sinus (latitude de la Lune)} = \frac{\lambda E}{\downarrow r} \times d\,m,$$

$$d\,y = \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{r^2}{m^2 n}\left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R\right) d\,m.$$

Soit

d (angle de comparaison) l'erreur sur l'angle de comparaison, évaluée en secondes de degré.

Puisque $n\,d$ (angle de comparaison) $- 206265''\,d\,m = 0$; & que de plus, on peut supposer, sans erreur appréciable,

$$\text{cosinus (latitude de la Lune)} = r;$$

on aura

$$d \text{ (latitude de la Lune} = \frac{\Phi^*}{r}\, d \text{ (angle de comparaison)};$$

$$d\,y = \frac{\Phi}{r}\, d \text{ (angle de comparaison)};$$

en supposant d'ailleurs

$$\Phi^* = \overset{(\Phi^* 1)}{\frac{\lambda E n}{\downarrow r}}$$

$$\Phi = \overset{(\Phi 1)}{\frac{3600''\zeta}{206265'' n} \times \frac{r^2}{m^2}}\left(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R\right).$$

Si l'on vouloit faire usage de l'expression de y du *§. 33*; on auroit

$$\Phi = \overset{(\Phi 1)}{\frac{3600''\,\lambda E m}{206265'' n \pi}}.$$

(111.) Dans l'usage de ces formules,

d (angle de comparaison) est positif lorsque le véritable angle de comparaison est plus grand que l'angle employé dans le calcul du terme hypothétique,

d (angle de comparaison) est négatif dans le cas contraire.

Pour

Pour ne se point tromper dans cette évaluation ; on n'oubliera pas que conformément à la remarque du *§. 21*, si par le centre du Soleil on mène la droite *ECO* parallèle à l'orbite relative de la Lune, & dont j'ai déterminé la position relativement au *fil équatorial*, l'origine de l'*angle de comparaison* est au point *E*, intersection du disque du Soleil avec la droite *ECO;* & que cet angle doit être compté de suite depuis 0^d jusqu'à 360^d, ainsi qu'il est expliqué dans le *§. 21*. Fig. 2.

(112.) Je ne donnerai point ici de Type de calcul pour déterminer les quantités E & $\frac{\psi l}{\zeta} - R$; je renvoye au *§. 39* de ce Mémoire. Je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\text{Complément arithmétique Log. } \psi = 0{,}0021835.$$

$$\text{Log.}\begin{cases} \dfrac{3600''\zeta r}{206265''n} = 8{,}5365526. \\ \dfrac{3600'' r^2}{206265'' n\pi} = 0{,}3415893. \end{cases}$$

EXEMPLE.

(113.) *On suppose que dans le calcul de l'observation de Londres, on se soit trompé de quelques minutes sur l'angle de comparaison correspondant à l'instant de l'observation, on demande quelle correction il faut faire en conséquence au résultat du terme hypothétique de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur.*

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$\frac{\psi l}{\zeta} - R = -2400.$

$E = +98980.$

$m = \text{sin. } 281^d\ 39'\ 49'' \ldots \text{nég.}$

$n = \text{cos. } 281.\ 39.\ 49 \ldots \text{posit.}$

$\lambda = \text{tang. } 0.\ 1.\ 21{,}4 \ldots \text{posit.}$

$$\text{Log.}\begin{cases} \frac{\psi l}{\zeta} - R = 8{,}3802112. \\ E = 9{,}9955474. \\ m = 9{,}9909385. \\ n = 9{,}3057067. \\ \frac{r^2}{m^2} = 0{,}0181230. \\ \lambda = 6{,}5975000. \end{cases}$$

Donc

TYPE du Calcul.

$\Phi^* = + (\Phi^* 1)$	$\Phi = - (\Phi 1)$
6,5975000 . . . log. λ.	8,3802112 . . . log. $(\frac{\downarrow l}{\zeta} - R)$.
9,9955474 . . . log. E.	0,0181230 . . . log. $\frac{r^2}{m^2}$.
9,3057067 . . . log. n.	8,5365526.
0,0021835.	
5,9009376 . . . log. 8.	6,9348868 . . . log. 86.
$\Phi^* = + 8$.	$\Phi = - 86$.

d (lat. ☾) $= + 0{,}000\ d$ (ang. comp.) $dy = - 0{,}001\ d$ (ang. comp.)

(114.) Si l'on eût voulu faire usage de l'expression de y du *§. 33*, on auroit eu

$$\Phi = - 84,$$

& par conséquent

$$dy = - 0{,}001\ d\ (\text{angle de comparaison}).$$

On trouvera pareillement pour l'observation de Toulouse,

$\frac{\downarrow l}{\zeta} - R = + 3590$, $E = + 98857$, $m =$ sin. $104^d\ 5'\ 22''$, $n =$ cosin. $104^d\ 5'\ 22''$, $\lambda =$ tang. $2'\ 8'',8$, $\Phi^* = - 15$, $\Phi = + 131$; ou, relativement à l'expression de y du *§. 33*,

$$\Phi = + 133.$$

(115.) L'erreur sur l'angle de comparaison peut avoir deux causes différentes ; on peut en effet calculer une distance quelconque des centres dans laquelle on croit connoître par une observation immédiate, l'angle de comparaison ; on peut aussi calculer une distance des centres que l'on regarde comme une plus courte distance, & conclure l'angle de comparaison par la formule du *§. 25*.

Dans le premier cas, l'erreur de l'angle est dûe entièrement à l'erreur de l'observation. Comme dans l'état actuel de l'Astronomie, il ne paroît pas que les Astronomes aient dirigé leurs vues vers la détermination exacte de cet angle, que l'on n'a aucune méthode, aucun instrument pour le mesurer généralement,

qu'il n'y a que quelques circonſtances particulières, telles que la perpendicularité ou le parallélisme de la ligne des cornes à une droite donnée de poſition, où cet angle puiſſe être connu avec une certaine exactitude; on voit qu'il eſt difficile de ſe ſervir avec ſécurité des formules précédentes.

Dans le ſecond cas, ſi l'on étoit ſûr de l'identité entre l'inſtant de l'obſervation & le véritable inſtant de la plus grande phaſe, il n'y auroit point de doute que la formule du *§. 25* ne donnât avec beaucoup d'exactitude l'angle de comparaiſon. J'ai même démontré dans mon *VIII.e Mémoire, §. 177,* que les erreurs ſur les élémens de l'Éclipſe n'influent pas ſenſiblement ſur la valeur de cet angle *(g)*; de ſorte que dans cette dernière hypothèſe l'on pourroit répondre de l'angle de comparaiſon avec une exactitude ſupérieure à celle que l'on auroit droit d'attendre des meilleures obſervations. Malheureuſement a diſtance des centres étant ſenſiblement ſtationnaire vers le milieu de l'Éclipſe, il eſt difficile d'aſſigner l'inſtant précis de la plus grande phaſe. L'angle que l'on calcule par la formule du *§. 25*, peut donc ne pas être celui de l'inſtant de l'obſervation. Il eſt vrai que l'on remédie à cet inconvénient par la remarque du *§. 63*. Mais quoiqu'au moyen de cette remarque l'on puiſſe dans les inſtans voiſins de la plus grande phaſe, employer l'angle de comparaiſon du véritable inſtant de cette phaſe, il reſte toujours l'incertitude de l'inſtant de cette plus grande phaſe; inſtant qu'il faudroit connoître pour avoir la véritable Longitude de l'Obſervateur.

Année 1770.

(g) Voici l'eſprit de la démonſtration. Dans l'expreſſion de d ſin. B du *§. 178* de mon *VIII.e Mémoire, Année 1770*, on éliminera les quantités dD, $d(\frac{nr^2}{\zeta v} - C)$, par le moyen de leurs valeurs tirées du *§. 181*, dans leſquelles on aura éliminé $15\ dz$ au moyen de l'équation du *§. 164*, rendue complète par le terme du *§. 180*. On aura alors l'expreſſion la plus générale de d ſin. B, & par conſéquent de d (ang. de compar.), puiſque d (angl. de compar.) $= 206265'' \frac{d(\text{ſin.} B)}{n}$. Cette valeur multipliée par $\frac{\varphi^*}{r}$ ou $\frac{\varphi}{r}$ ne donnera jamais que des réſultats infiniment petits. On n'oubliera pas que toutes les citations de cette note ſe rapportent aux paragraphes de mon *VIII.e Mémoire*.

SECTION QUINZIÈME.

Détermination de l'erreur du terme hypothétique *de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, en supposant que l'on se soit trompé de quelques secondes sur la distance des centres du Soleil & de la Lune employée dans le calcul de ce terme.*

(116.) Il peut arriver que dans le calcul du *terme hypothétique* de la latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur, on n'ait pas employé la véritable distance des centres correspondante à l'instant de la plus grande phase. Cette erreur peut venir de plusieurs causes différentes; 1.° de l'inexactitude de l'observation; 2.° de la manière de la réduire; & cette dernière considération renferme les erreurs que l'on peut commettre par les évaluations fautives des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, de l'inflexion des rayons solaires, & autres causes Physiques; 3.° de ce que la phase, quoiqu'observée & réduite avec la plus grande exactitude, n'est réellement pas une plus grande phase. Quelle que soit la source de l'erreur dont je viens de parler, elle influe sur la Latitude de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, & sur l'expression de la Longitude de l'Observateur du *§. 33*, car elle n'influe aucunement sur l'expression de la Longitude du *§. 32*. Il s'agit donc de déterminer l'erreur du terme hypothétique de la Latitude de la Lune, & de la Longitude de l'Observateur du *§. 33*.

(117.) Si l'on jette les yeux sur les expressions du sinus de la Latitude de la Lune du *§. 31*, & de y du *§. 33*, on verra que relativement au Problème que nous considérons, λ est la seule variable; on a donc

$$d\,\text{sinus (latitude de la Lune)} = \frac{mEd\lambda}{\psi r};$$

$$dy = -\frac{3600'' nEd\lambda}{n\pi r}.$$

Soit

d(distance des centres) l'erreur sur la distance des centres, évaluée en secondes de degré.

Puisque l'on peut, sans erreur appréciable, supposer cosinus (latitude de la Lune) $= r$, cosinus (distance des centres) $= r$; on aura

$$d(\text{latitude de la Lune}) = \frac{\Sigma^*}{r}\, d(\text{distance des centres}),$$

$$dy = \frac{\Sigma}{r}\, d(\text{distance des centres});$$

en supposant d'ailleurs

$$(\Sigma^* 1) \quad \Sigma^* = + \frac{mE}{\psi},$$

$$(\Sigma\, 1) \quad \Sigma = - \frac{3600'' n E r}{206265'' n \pi}.$$

(118.) Dans l'usage de ces formules,

d (distance des centres) est positif, lorsque la véritable distance des centres est plus grande que celle employée dans le calcul du *terme hypothétique*.

d (distance des centres) est négatif dans le cas contraire.

Je ne donnerai point ici de Type de Calcul pour déterminer la valeur de *E*; je renvoie au *§. 39* de ce Mémoire. Je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

$$\text{Compl. arith. log. } \psi = 0{,}0021835.\ \text{Log. } \frac{3600'' r^2}{206265'' n \pi} = 0{,}3415893.$$

EXEMPLE.

(119.) *On suppose que dans le calcul de l'observation de Londres, on se soit trompé de quelques secondes sur la distance des centres du Soleil & de la Lune correspondante à l'instant de la plus grande phase; on demande quelle correction il faut faire en conséquence au résultat du* terme hypothétique *de la Latitude de la Lune & de la Longitude de l'Observateur.*

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$E = + 98980.$ Log. $E = 9,9955474.$
$m =$ ſin. 281^d 39′ 49″ . . . nég.   Log. $m = 9,9909385.$
$n =$ coſ. 281. 39. 49 . . . poſit.   Log. $n = 9,3057067.$

Donc

TYPE de Calcul.

$\Sigma^* = -(\Sigma^* 1).$	$\Sigma = -(\Sigma 1).$
9,9909385 . . . log. m.	9,3057067 . . . log. n.
9,9955474 . . . log. E.	9,9955474 . . . log. E.
0,0021835.	0,3415893.
9,9886694 . . . log. 97425.	9,6428434 . . . log. 43938.
$\Sigma^* = -97425.$	$\Sigma = -43938.$
d(lat. ☾) $= -0,974\,d$(diſt. des cent.)	$dy = -0,439\,d$(diſt. des cent.)

On trouveroit pareillement pour l'obſervation de Toulouſe,

$m =$ ſin. 104^d 5′ 22″...poſit. $n =$ coſin. 104^d 5′ 22″...nég.

$E = + 98857.$ $\Sigma^* = + 96367.$ $\Sigma = + 52842.$

(120.) On pourroit vouloir calculer un contact des limbes au moyen des formules précédentes.

Soit

d (demi-diam. du Soleil) l'erreur ſur le demi-diamètre du Soleil, évaluée en ſecondes de degré.

d (demi-diamètre de la Lune) l'erreur ſur le demi-diamètre horizontal de la Lune, évaluée en ſecondes de degré.

d (inflexion) l'erreur ſur la quantité d'inflexion qu'éprouvent les rayons ſolaires qui raſent le limbe de la Lune, évaluée en ſecondes de degré.

On aura

Contacts intérieurs des limbes.

d(diſtance des centres) $= \begin{cases} + d(\text{demi-diam. du Soleil}) + d(\text{inflexion}) \\ - d(\text{demi-diamètre de la Lune}). \end{cases}$

Contacts extérieurs des limbes.

d(diſtance des centres) $= \begin{cases} + d(\text{demi-diam. du Soleil}) - d(\text{inflexion}) \\ + d(\text{demi-diamètre de la Lune}). \end{cases}$

RÉCAPITULATION des Sections précédentes.

Équations complètes à la Latitude de la Lune & à la Longitude de l'Obſervateur.

(121.) J'ai épuiſé, ce me ſemble, toutes les façons poſſibles de faire varier les équations des §. *31*, *32* & *33*; je puis donc déterminer maintenant les équations complètes à la Latitude de la Lune & à la Longitude de l'Obſervateur, en leur donnant les formes les plus générales dont elles ſoient ſuſceptibles.

Soit

Z' le lieu d'où l'on compte les Longitudes.

Z l'angle horaire du lieu Z' à l'inſtant de la conjonction. Je ſuppoſe cet angle évalué en temps.

z' le lieu où l'on a obſervé, & dont on cherche la différence en Longitude avec le lieu Z'.

z l'angle horaire du lieu z' à l'inſtant de l'obſervation. Je ſuppoſe cet angle évalué en temps.

b' le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis l'inſtant de la conjonction donné par les Tables aſtronomiques, juſqu'à l'inſtant de l'obſervation; ou calculé par la formule du §. *32*.

λ la tangente de la diſtance obſervée des centres.

$$R = \frac{qs\varphi}{r^2} - \frac{cg\rho\omega}{r^3} - \frac{chp\rho\varphi}{r^4};$$

$$S = \frac{qs\omega}{r^2} + \frac{cg\rho\varphi}{r^3} - \frac{chp\rho\omega}{r^4};$$

$$C = \frac{cgp\rho\omega}{r^4} + \frac{ch\rho\varphi}{r^3};$$

$$D = \frac{cgp\rho\varphi}{r^4} - \frac{ch\rho\omega}{r^3};$$

$$E = \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{ch\rho q\pi}{r^4} - \frac{b'^2\gamma\pi}{3600''^2 r};$$

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - R.$$

ϖ le ſinus, π le coſinus } de l'angle de comparaiſon. Cet angle eſt donné par l'obſervation, s'il s'agit d'une diſtance quelconque des centres. Il eſt donné par la formule du §. *25*, s'il s'agit d'une plus grande phaſe.

$$M = \frac{\theta q p s}{r^2 \chi} + \frac{c g \varrho p \varphi \Omega}{r^3 q \chi} - \frac{c h \varrho}{r^3} \times \left(\frac{\varphi r}{q} + \frac{p^2 \theta}{r \chi}\right);$$

$$N = \frac{\psi q p s}{r^2 \chi} - \frac{c g \varrho p \omega \Omega}{r^3 q \chi} + \frac{c h \varrho}{r^3} \times \left(\frac{\omega r}{q} - \frac{p^2 \psi}{r \chi}\right);$$

$$G = \frac{q \omega c}{r^2} - \frac{\varrho \varphi g s}{r^3} + \frac{p \varrho \omega h s}{r^4};$$

$$H = \frac{q \varphi c}{r^2} + \frac{\varrho \omega g s}{r^3} + \frac{p \varrho \varphi h s}{r^4};$$

$$P = \frac{q \omega c^2 s}{r^3 \varrho} - \frac{c g \varphi}{r^3}\left(r + \frac{s^2}{r}\right) + \frac{c h p \omega}{r^4}\left(r + \frac{s^2}{r}\right);$$

$$Q = \frac{q \varphi c^2 s}{r^3 \varrho} + \frac{c g \omega}{r^3}\left(r + \frac{s^2}{r}\right) + \frac{c h p \varphi}{r^4}\left(r + \frac{s^2}{r}\right);$$

Variat. hor. (parall. horiz. pol. de la ☾) la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en secondes de degré.

Variat. hor. (décl. ☉) la variation horaire de la déclinaison du Soleil, évaluée en secondes de degré.

d (déclin. ☉) l'erreur sur la déclinaison du Soleil, correspondante à l'instant de la conjonction, évaluée en secondes de degré.

d (instant de la phase) l'erreur sur l'instant précis de la phase, évaluée en secondes horaires.

d (latitude de l'observatoire) l'erreur sur la latitude du lieu, évaluée en secondes de degré.

a une quantité linéaire égale à la cent millième partie du rayon de la Terre.

d (demi-grand axe terrestre) l'erreur sur la valeur du demi-grand axe de la Terre, évaluée en nombre, & telle que le demi-petit axe terrestre seroit représenté par 100000.

d (inclinaison de l'orbite corrigée) l'erreur sur l'inclinaison de l'orbite, évaluée en secondes de degré.

d (mouv. hor. de la Lune au Soleil) l'erreur sur le mouvement horaire de la Lune au Soleil, évaluée en secondes de degré.

d (parallaxe horiz. pol. de la Lune) l'erreur sur la parallaxe horizontale polaire de la Lune, évaluée en secondes de degré.

d (parallaxe horizontale du Soleil) l'erreur sur la parallaxe horizontale du Soleil, évaluée en secondes de degré.

d (latit. de la Lune) l'erreur sur la latitude de la Lune, correspondante à l'instant de la conjonction, évaluée en secondes de degré.

d (angle de comparaison) l'erreur sur l'angle de comparaison, évaluée en secondes de degré.

d (distance des centres) l'erreur sur la distance observée des centres, évaluée en secondes de degré.

Soit

Soit de plus

$$\varepsilon^* = \frac{\zeta\pi M}{\psi r},\ \Delta^* = \frac{15\zeta\pi D}{\psi r},\ \beta^* = \frac{\zeta\pi H}{\psi r};$$

$$\varpi^* = -206265'' \frac{\zeta\pi a}{\psi r^3} \times Q,\ \mu^* = -\frac{\zeta\pi S}{\psi r} + \frac{\theta}{\psi} \text{ fin. (lat. ☾)},$$

$$\Gamma^* = \frac{\zeta R}{\psi},\ \Phi^* = \frac{\lambda E n}{\psi r},\ \Sigma^* = \frac{m E}{\psi},$$

Λ un angle dont le finus égale $\frac{\zeta\pi R}{\psi r} + \frac{\lambda m E}{\psi r}$,

$$d\Lambda = -\frac{b'}{3600''} \times \frac{\lambda m E}{\psi r \pi} \text{ variat. hor. (parall. horiz. pol. de la Lune.)}$$

$$+ \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon^*}{r} \text{ variation horaire (déclinaifon du Soleil)}$$

$$+ \frac{\varepsilon^*}{r} d(\text{déclin. du Soleil}) + \frac{\Delta^*}{r} d(\text{inftant de la phafe})$$

$$+ \frac{\beta^*}{r} d(\text{latit. de l'obferv.}) + \varpi^* d(\text{demi-grand axe terr.})$$

$$+ \frac{\mu^*}{r} d(\text{incl. de l'orb. corr.}) + \frac{\Gamma^*}{r} d(\text{par. hor. pol. de la ☾})$$

$$- \frac{\Gamma^*}{r} d(\text{parall. horiz. du ⊙}) + \frac{\Phi^*}{r} d(\text{angle de comparaifon})$$

$$+ \frac{\Sigma^*}{r} d(\text{diftance des centres}).$$

On aura

Latitude vraie de la Lune à l'inftant de la conjonction $= \Lambda + d\Lambda$.

Soit enfin

$$\varepsilon = \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times N + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{Mn}{m}.$$

$$\Delta = r - \frac{54000''\zeta}{206265''n} \times C + \frac{54000''\zeta}{206265 n} \times \frac{nD}{m};$$

$$\beta = -\frac{3600''\zeta}{206265''n} \times G + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{nH}{m}.$$

$$\varpi = \frac{3600''\zeta a}{nr^2} \times P - \frac{3600''\zeta a}{nr^2} \times \frac{nQ}{m}.$$

$$\mu = \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right) + \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{n}{m}\left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right).$$

$$\Xi = -\frac{3600''r^3\zeta}{206265''n^2\psi\pi} \times \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right) + \frac{3600''r^3\zeta}{206265''n^2\psi\pi} \times \frac{n}{m}\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right).$$

$$\Gamma = -\frac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} \times S + \frac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} \times \frac{nR}{m}.$$

$$\Theta = \frac{3600''\theta r^2}{206265''n\pi} - \frac{3600''\psi r^2}{206265''n\pi} \times \frac{n}{m}.$$

$$\Phi = \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \frac{r^2}{m^2}\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right).$$

$$y = z - Z + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right) - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{\pi}{m}\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right).$$

$dy = + \frac{b'}{3600''} \times \frac{\varepsilon}{r}$ var. hor. (déclin. ⊙) $+ \frac{\varepsilon}{r}\, d$(déclin. ⊙)

$+ \frac{\Delta}{r}\, d$(inſtant de la phaſe) $+ \frac{\beta}{r}\, d$(latit. de l'obſervat.)

$+ \varpi\, d$(demi-gr. axe terr.) $+ \frac{\mu}{r}\, d$(inclin. de l'orb. corr.)

$+ \frac{\Xi}{r}\, d$(mouvement horaire de la Lune au Soleil).....

$+ \frac{\Gamma}{r}\, d$(parall. horiz. pol. ☾) $- \frac{\Gamma}{r}\, d$(parall. horiz. ⊙)

$+ \frac{\Theta}{r}\, d$(latitude de la Lune) $+ \frac{\Phi}{r}\, d$(angle de compar.)

On aura

Longitude du lieu z' — Longitude du lieu $Z' = y + dy$.

(122). Ces réſultats ſuppoſent que l'on fait uſage de la valeur de y du *§. 32*. Si l'on vouloit employer l'expreſſion de y du *§. 33*;

ſoit

$$\varepsilon = \frac{3600''\zeta}{206265''n} N,\ \Delta = r - \frac{54000''\zeta}{206265''n} C,\ \beta = -\frac{3600''\zeta}{206265''n} G,$$

$$\varpi = \frac{3600''\zeta a}{nr^2} P,\quad \mu = \frac{3600''\zeta}{206265''n} \times \left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right),$$

$$\Xi = -\frac{3600''r^3\zeta}{206265 n^2\psi\pi} \times \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right) + \frac{3600''r^3\zeta}{206265''n^2\psi\pi} \times \frac{\lambda nE}{\zeta\pi},$$

$$\Gamma = -\frac{3600''\zeta r}{206265''n\pi} S,\ \Theta = \frac{3600''\theta r^2}{206265''n\pi},\ \Phi = \frac{3600''\lambda Em}{206265''n\pi},$$

$$\Sigma = -\frac{3600''nEr}{206265''n\pi},$$

$$y = z - Z + \frac{3600''\zeta}{nr} \times \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S\right) - \frac{3600''\zeta}{nr} \times \frac{\lambda nE}{\zeta\pi},$$

$$dy = + \frac{b'}{206265''} \times \frac{\lambda n E}{n \pi^2}\ \text{variat. hor. (parall. horiz. pol. de la Lune)}$$
$$+ \frac{b'}{3600''} \times \frac{\epsilon}{r}\ \text{variat. hor. (déclin. } \odot \text{)} + \frac{\epsilon}{r}\, d\text{(décl. } \odot\text{)}$$
$$+ \frac{\Delta}{r}\, d\text{(inſtant de la phaſe)} + \frac{\beta}{r}\, d\text{(latit. de l'obſervat.)}$$
$$+ \varpi\, d\text{(demi-gr. axe terr.)} + \frac{\mu}{r}\, d\text{(inclin. de l'orb. corr.)}$$
$$+ \frac{\Xi}{r}\, d\text{(mouv. hor. de la ☾ au } \odot\text{)} + \frac{\Gamma}{r}\, d\text{(par. hor. pol. ☾)}$$
$$- \frac{\Gamma}{r}\, d\text{(parall. horiz. du Soleil)} + \frac{\Theta}{r}\, d\text{(latitude de la ☾)}$$
$$+ \frac{\Phi}{r}\, d\text{(angle de comparaiſon)} + \frac{\Sigma}{r}\, d\text{(diſt. des centres)}.$$

On aura

Longitude du lieu z' — longitude du lieu $Z' = y + dy$.

(123.) Au lieu de déterminer la différence en longitudes des lieux z' & Z', ſi l'on veut uniquement connoître l'heure que l'on comptoit dans le lieu z' à l'inſtant de la conjonction, on aura

Heure que l'on comptoit dans le lieu z' à l'inſt. de la conj. $= y + Z + dy$.

(124.) Il eſt évident que l'on a deux expreſſions de la Longitude de l'Obſervateur. Ces expreſſions identiques, quant au fond, diffèrent cependant quant à la forme. L'une ne contient point en apparence la diſtance des centres, l'autre au contraire renferme l'expreſſion de cette diſtance; l'une a un de ſes termes multiplié par la cotangente de l'angle de comparaiſon, dans l'autre ce terme eſt multiplié par le coſinus de l'angle de comparaiſon. Ces deux expreſſions de la Longitude peuvent dans de certains cas préſenter des motifs de préférence. Si, par exemple, l'on connoiſſoit avec la dernière exactitude la diſtance des centres, & que d'ailleurs l'angle de comparaiſon fut d'environ 0^d, ou 180^d, certainement on auroit une raiſon ſuffiſante pour choiſir la ſeconde expreſſion. Ce ſeroit le contraire ſi la diſtance des centres étoit mal déterminée, & que l'on connût d'ailleurs avec exactitude la latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction, & l'angle de comparaiſon correſpondant à l'inſtant de la phaſe. Au reſte, théoriquement parlant, ces expreſſions doivent toujours donner le même réſultat. En effet,

quoiqu'au premier coup d'œil on ait deux expreſſions différentes de la Longitude de l'Obſervateur, on ne doit point perdre de vue que l'enſemble du Problème demande que ces équations ſoient combinées avec l'expreſſion générale de la Latitude de la Lune du *§. 121.* La première expreſſion de la Longitude de l'Obſervateur ne renferme point formellement, à la vérité, la diſtance des centres, mais elle renferme la quantité l, qui a pour expreſſion (*§. 1.er*),

$$l = r \frac{\text{ſin. (latitude de la Lune)}}{\pi}.$$

Or le ſinus de la Latitude de la Lune renferme évidemment (*§. 121*) la diſtance des centres. On voit par-là que ſi l'on fait uſage de tout l'enſemble du calcul, les deux expreſſions de la Longitude de l'Obſervateur conduiſent aux mêmes réſultats; & il n'y a de différence entre ces réſultats que lorſque l'on fait abſtraction de l'équation à la Latitude de la Lune.

(125.) Pour préſenter ſous un ſeul point de vue tous les calculs précédens, je vais appliquer dans toute ſa généralité mon analyſe à l'obſervation faite à Londres à $10^h\ 30'\ 44''$ du matin; je ſuppoſerai qu'à cet inſtant la diſtance des centres étoit de $1'\ 21'',4$, & que le lieu Z' eſt celui qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin, à l'inſtant de la conjonction; on aura dans cette hypothèſe.

$Z = 22^h\ 21'\ 28''$,	$z = 22^h 30' 44''$,	$b' = +\ 556''$,
$\lambda = \text{tang. } 1'\ 21'',4$,	$R = +\ 75435$,	$S = +\ 14174$,
$C = +\ 49974$,	$D = -\ 29690$,	$E = +\ 98980$,
$A = -\ \ 2400$,	$\frac{nr^2}{\zeta v} - C = +\ 143827$,	$m = \text{ſin. } 281^d\ 39'\ 49''$,
$n = \text{coſ. } 281^d\ 39'\ 49''$,	$M = -\ 53691$,	$N = +\ 45984$,
$G = +\ 59005$,	$H = +\ 45581$,	$P = +\ 51738$,
$Q = +\ 14945$,	$\varepsilon^* = -\ \ 845$,	$\Delta^* = -\ 7012$,
$\beta^* = +\ \ 717$,	$\varpi^* = -\ 0'',005$,	$\mu^* = -\ \ 107$,
$\Gamma^* = +\ 75581$,	$\Phi^* = +\ \ 8$,	$\Sigma^* = -\ 97425$,
$\varepsilon = +\ \ 1962$,	$\Delta = +\ 77376$,	$\beta = -\ \ 2354$,
$\varpi = +\ 0'',039$,	$\mu = -\ \ 34$,	$\Xi = +\ 31871$,
$\Gamma = -\ 65114$,	$\Theta = +\ 67063$,	$\Phi = -\ \ 86$.

Donc

$$\Lambda = 39'\ 30'',3.$$

$d\Lambda = -$ 0'',002 $-$ 0'',076 $-$ 0,008 d (déc. du Soleil)
$-$ 0,070 d(inst. phase) $+$ 0,007 d(latit. de Londres)
$-$ 0'',005 d(demi-grand axe terrestre). . . . .
$-$ 0,001 d(incl. de l'orb.) $+$ 0,756 d(par. hor. pol. ☾)
$-$ 0,756 d(parall. hor. ☉) $+$ 0,000 d(angl. compar.)
$-$ 0,974 d(distance des centres).

$y = + 22^h\, 30'\, 44'' - 22^h\, 21'\, 28'' - 8'\, 5'',1 - 35'',9 = + 35''$.

$dy = +$ 0'',176 $+$ 0,020 d(déc. ☉) $+$ 0,774 d(inst. ph.)
$-$ 0,024 d(lat. Londres) $+$ 0'',039 d(demi-gr. axe terr.)
$-$ 0,000 d(inclinaison de l'orbite corrigée) . . . .
$+$ 0,319 d(mouvement horaire de la Lune au Soleil) . .
$-$ 0,651 d(parallaxe horizontale polaire de la Lune) . . .
$+$ 0,651 d(parallaxe horizontale du Soleil). . . . .
$+$ 0,671 d(latit. ☾) $-$ 0,001 d(angle de compar.)

Dans l'expression de y, si l'on eût voulu faire usage de la Latitude hypothétique de la Lune du §. 5, on auroit eu,

$y = + 22^h\, 30'\, 44'' - 22^h\, 21'\, 28'' - 8'\, 4'',8 - 35'',1 = + 36'',1$.

(126.) Si l'on vouloit faire l'usage de la valeur de y du §. 33, on auroit

$\varepsilon = + 1581$, $\Delta = + 74214$, $\beta = - 2030$,
$\varpi = + 0'',037$, $\mu = - 83$, $\Xi = + 31915$,
$\Gamma = - 31027$, $\Theta = + 21963$, $\Phi = - 84$,
$\Sigma = - 43938$.

$y = + 22^h\, 30'\, 44'' - 22^h\, 21'\, 28'' - 8'\, 5'',1 - 35'',9 = + 35''$.

$dy = -$ 0'',000 $+$ 0'',142 $+$ 0,016 d(déclin. du ☉).
$+$ 0,742 d(instant de la phase). . . . .
$-$ 0,020 d(latitude de Londres) . . . .
$+$ 0'',037 d(demi-grand axe terrestre) . . . .
$-$ 0,001 d(inclinaison de l'orbite) . . . .
$+$ 0,319 d(mouvement horaire de la Lune au Soleil) . . .
$-$ 0,310 d(parallaxe horizontale polaire de la Lune) . .

$+$ 0,310 d(parallaxe horizontale du Soleil) . . . .

$+$ 0,220 d(lat. ☾) — 0,001 d(angle de comparaiſon)

— 0,439 d(diſtance des centres).

(127.) On peut facilement vérifier la vérité de la remarque du *§. 124,* ſur l'identité des deux expreſſions de la Longitude de l'Obſervateur, lorſqu'on les combine avec l'expreſſion générale de la Latitude de la Lune. Pour fixer les idées, faiſons varier un élément quelconque, & examinons ce qui arrive, quoique les coëfficiens de cette variation ſoient différens dans les expreſſions de dy des *§. 121 & 122, 125 & 126.* Prenons pour exemple d(diſtance des centres) qui a zéro pour coëfficient dans la valeur de dy du *§. 125,* & — 0,439 pour coëfficient dans la valeur de dy du *§. 126.* Soit d(diſtance des centres) $=$ 10″; on ne doit pas d'ailleurs oublier que l'on a *(§. 125),* $d\Lambda = -0{,}974\, d$(diſtance des centres); donc dans le cas de d(diſtance des centres) $= 10''$, $d\Lambda = -9'',740$; de plus, $d\Lambda = d$(latit. de la Lune); donc d(latit. de la Lune) $= -9'',740$. Subſtituons cette valeur de d(latitude de la Lune) dans l'expreſſion de dy du *§. 125;* ſubſtituons cette même valeur de d(lat. ☾), & de plus celle de d(diſtance des centres) $= 10''$, dans l'expreſſion de dy du *§. 126.*

On aura

Pour la valeur de dy *du* §. 125,

$$dy = -9'',740 \times 0{,}671 = -6'',535.$$

Pour la valeur de dy *du* §. 126,

$$dy = -9'',740 \times 0{,}220 - 10'',000 \times 0{,}439 = -6'',533,$$

expreſſion identique avec la première. J'ai été bien aiſe de démontrer ici la vérité de ce que j'avois avancé *§. 124,* & de donner en même temps la manière dont on doit employer les équations des *§. 121 & 122,* pour parvenir à des réſultats ſemblables.

(128.) Si l'on applique dans toute ſa généralité mon analyſe à l'obſervation faite à Toulouſe, à $10^h\, 24'\, 0''$ du matin le 1.er Avril 1764, & que l'on ſuppoſe la diſtance des centres à

cet instant de 2′ 8″,8, on aura

$Z = 22^h\,21'28''$ $\quad z = 22^h\,24'\,0''$ $\quad b' = -\ 215''$,

$\lambda =$ tang. 2′ 8″,8 . . . .

$R = +\ 69445$, $\quad S = +\ 4212$, $\quad C = +\ 57293$,

$D = -\ 34263$, $\quad E = +\ 98857$, $\quad A = +\ 3590$,

$\frac{nr^2}{\zeta v} - C = +\ 136508$, $m =$ fin. $104^d\,5'22''$, $n =$ cof. $104^d\,5'22''$,

$M = -\ 62509$, $\quad N = +\ 48517$, $\quad G = +\ 62002$,

$H = +\ 54567$, $\quad P = +\ 59353$, $\quad Q = +\ 17768$,

$\iota^* = -\ 984$, $\quad \Delta^* = -\ 8092$, $\quad \beta^* = +\ 859$,

$\varpi^* = -\ 0'',006$, $\quad \mu^* = +\ 50$, $\quad \Gamma^* = +\ 69580$,

$\Phi^* = -\ 15$, $\quad \Sigma^* = +\ 96367$, $\quad \iota = +\ 2209$,

$\Delta = +\ 74874$, $\quad \beta = -\ 2604$, $\quad \varpi = +\ 0'',045$,

$\mu = +\ 96$, $\quad \Xi = -\ 17533$, $\quad \Gamma = -\ 47374$,

$\Theta = +\ 76798$, $\quad \Phi = +\ 131$.

Donc

$$\Lambda = 39'\,39'',5.$$

$d\Lambda = -\ 0'',001 + 0'',034 - 0,010\ d$(déclin. du ☉) . .
$-\ 0,081\ d$(inft. de la phafe) $+\ 0,009\ d$(lat. Toulouse)
$-\ 0'',006\ d$(demi-gr. axe ter.) $+\ 0,001\ d$(incl. l'orb. cor.)
$+\ 0,696\ d$(par. hor. pol. ☾) $-\ 0,696\ d$(par. hor. ☉)
$-\ 0,000\ d$(angle compar.) $+\ 0,964\ d$(dift. des centres)

$y = +\ 22^h\,24'\,0'' - 22^h\,21'28'' + 3'42'',1 + 1'\,3'',9 = +\ 7'\,18''$.

$dy = -\ 0'',077 + 0,022\ d$(déclinaifon du Soleil) . . . . . .
$+\ 0,749\ d$(inft. de la phafe) $-\ 0,026\ d$(lat. Touloufe)
$+\ 0'',045\ d$ demi-gr. axe ter.) $+\ 0,001\ d$(incl. l'orb. cor.)
$-\ 0,175\ d$(mouvement horaire de la Lune au Soleil)
$-\ 0,474\ d$(par. hor. pol. ☾) $+\ 0,474\ d$(par. hor. ☉)
$+\ 0,768\ d$(latit. de ☾) $+\ 0,001\ d$(angle de compar.)

Dans l'expreffion de y & de dy, j'ai fait ufage de la Latitude hypothétique de la Lune du §. 5, & des formules du §. 121. Je paffe à la formation des équations de condition.

ARTICLE III.

Des Équations de condition relatives au genre particulier d'Obſervations que l'on a conſidérées dans ce Mémoire ; & de l'uſage de ces Équations.

SECTION PREMIÈRE.

De la formation des Équations de condition.

(129.) Dans les différentes ſections de l'article précédent, j'ai donné l'expreſſion générale de la Longitude de l'Obſervateur & de la Latitude de la Lune, relativement au genre particulier d'obſervations que j'ai conſidérées ; je vais faire voir maintenant comment on en peut déduire des équations de condition. La route que je ſuivrai ſera ſemblable à celle que j'ai ſuivie dans
Année 1770. mon *VIIIe Mémoire*, avec cette différence cependant que dans le cas particulier dont il s'agit, on a une équation de condition de plus que dans les ſuppoſitions du *VIIIe Mémoire.*

Dans la préſente recherche, je ferai uſage des valeurs de Λ ; $d\Lambda$, y, dy des *§. 121* & *122 ;* ces valeurs s'appliqueront à une des obſervations. Je déſignerai pareillement par Λ', $d\Lambda'$, y', dy', les valeurs analogues, relatives à la ſeconde obſervation ; bien entendu que cette ſeconde obſervation peut être celle d'une phaſe par rapport à laquelle on pourroit ne pas connoître l'angle de comparaiſon. On n'aura point alors, relativement à cette obſervation, des valeurs de Λ' & de $d\Lambda'$, & l'on évaluera les quantités y' & dy' par les formules de mon *VIIIe Mémoire.*

(130.) Si l'on cherche la différence en Longitude entre un lieu Z' qui comptoit une certaine heure donnée à l'inſtant de la conjonction, & un autre lieu z', où l'on a obſervé une diſtance des centres à une certaine heure, on a vu *(§. 121)* que

$$\text{Longitude } z' - \text{longitude } Z' = y + dy.$$

On a vu pareillement que ſi l'on cherche la différence en Longitude entre le même lieu Z', & un autre lieu z'' où l'on a obſervé

observé une autre distance des centres à une autre certaine heure, on a

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } Z' = y' + dy'.$$

Soit donc

Longitude z'' — longitude z', la différence en longitude des lieux z'' & z' évaluée en temps; je suppose le lieu z'' plus oriental.

On aura

$$\text{Longitude } z'' - \text{longitude } z' = y' - y + dy' - dy.$$

(131.) Au lieu de comparer, comme dans le paragraphe précédent, les Longitudes des deux observatoires, on peut comparer les deux expressions de la Latitude de la Lune que l'on conclut des deux observations. Nous avons vu en effet *(§. 121)* que si l'on cherche la Latitude de la Lune qui résulte de l'observation faite dans le lieu z', on a

$$\text{Latitude vraie de la Lune à l'instant de la conjonction} = \lambda + d\lambda.$$

On a vu pareillement que si l'on cherche la Latitude de la Lune qui résulte de l'observation faite dans le lieu z'', on a

$$\text{Latitude vraie de la Lune à l'instant de la conjonction} = \lambda' + d\lambda'.$$

Donc, puisque la Lune ne peut pas avoir deux Latitudes différentes à l'instant de la conjonction,

$$\lambda - \lambda' + d\lambda - d\lambda' = 0.$$

Remarquons ici que cette dernière équation est essentiellement une équation de condition entre les élémens de l'Éclipse. Celle du *§. 130*, au contraire, n'est équation de condition entre ces élémens, que lorsque l'on connoît la Longitude respective des lieux z'', z'; autrement l'on n'en peut déduire que l'expression générale de la différence en Longitude de ces lieux.

(132.) Au lieu de comparer deux expressions de la Latitude de la Lune, comme dans le *§. 131*, ou de chercher l'expression générale de la différence en Longitude des lieux z'', z', comme dans le *§. 130*, on peut vouloir combiner l'expression de la différence en Longitude des lieux z', Z' que l'on tire du *§. 121*, avec l'expression de la Latitude de la Lune que l'on déduit du même paragraphe; voici comment on doit procéder dans ce cas. Pour nous fixer, je supposerai que l'on ait déterminé la différence en Longitude des lieux z', Z', en employant une

Latitude hypothétique de la Lune différente de celle que l'on concluëroit du *ſ. 121.* Soit Λ^* cette Latitude hypothétique.

On a vu (*ſ. 121*) que

$$\text{Longitude } \zeta' - \text{longitude } Z' = y + dy.$$

Dans cette dernière valeur dy renferme un terme multiplié par d (latitude de la Lune). Ce terme (*ſ. 121*) a pour expreſſion $+ \frac{\Theta}{r}\, d$ (latitude de la Lune); mais d (latitude de la Lune) eſt l'expreſſion de la différence entre la Latitude vraie & la Latitude hypothétique de la Lune; donc

$$d(\text{latitude de la Lune}) = \Lambda - \Lambda^* + d\Lambda.$$

C'eſt la valeur qu'il faudra ſubſtituer à d (latitude de la Lune) dans l'équation

$$\text{Longitude } \zeta' - \text{longitude } Z' = y + dy.$$

(133.) Au lieu de combiner l'expreſſion de la Latitude de la Lune que l'on déduit du *ſ. 121,* avec l'expreſſion de la différence en Longitude des lieux ζ', Z', on peut auſſi vouloir combiner cette même Latitude avec l'expreſſion générale de la différence en Longitude des lieux ζ'', Z'. Dans ce cas, on ſubſtituera la valeur de d (latitude de la Lune) du paragraphe précédent dans l'équation

$$\text{Longitude } \zeta'' - \text{longitude } Z' = y' + dy'.$$

(134.) On pourroit encore avoir deux autres équations de la forme ſuivante,

$$\text{Longitude } \zeta' - \text{longitude } Z' = y + dy.$$
$$\text{Longitude } \zeta'' - \text{longitude } Z' = y' + dy'.$$

Ces équations ne diffèrent de celle des *ſ. 132 & 133,* qu'en ce que dans les valeurs de dy & de dy' de ce préſent paragraphe, on a éliminé la valeur de d (latitude de la Lune) par le moyen de l'équation

$$d(\text{latitude de la Lune}) = \Lambda' - \Lambda^* + d\Lambda'.$$

(135.) Dans l'équation du *ſ. 130,* j'ai ſuppoſé le lieu ζ'' plus oriental que le lieu ζ', dans cette hypothèſe la quantité Longitude $\zeta'' - \zeta'$ eſt poſitive. Si l'on étoit dans des ſuppoſitions

contraires, la quantité Longitude $z'' - z'$ seroit négative. On doit dire la même chose (*§. 132, 133 & 134*) des quantités

$$\text{Longitude } z' - \text{longitude } Z', \quad \text{longitude } z'' - \text{longitude } Z'.$$

(136.) Nous remarquerons ici que dy, dy', $d\Lambda$, $d\Lambda'$ renferment des termes qui ont le même multiplicateur. Par exemple, dy, dy', $d\Lambda$, $d\Lambda'$, ont chacun un terme multiplié par d(déclinaison du Soleil), d(parallaxe horizontale du Soleil), & ainsi des autres. Lors de la formation des équations de condition, il est superflu d'avertir qu'on ne doit former qu'un seul résultat des deux termes qui ont le même multiplicateur. Nous remarquerons aussi que comme l'angle Z qui entre dans les expressions de y, y' se détruit par la soustraction de ces quantités, on peut d'avance supposer $Z = 0$. On voit enfin que si l'on étoit bien sûr de l'heure précise de la conjonction, & de la Latitude de la Lune correspondante à cet instant, les équations

$$\text{Latitude vraie de la Lune à l'instant de la conjonction} = \Lambda + d\Lambda,$$
$$\text{Heure que l'on compte dans le lieu } z' \text{ à l'inst. de la conjonct.} = y + Z + dy,$$

des *§. 121 & 123*, seroient de véritables équations de condition.

EXEMPLE.

(137.) *Je suppose que le 1.er Avril 1764, on ait observé à Londres une plus courte distance des centres de 1′ 21″,4 à 10h 30′ 44″ du matin; que de plus, on ait pareillement observé à Toulouse une plus courte distance des centres de 2′ 8″,8 à 10h 24′ 0″ du matin; on demande les équations qui résultent de la comparaison de ces observations.*

SOLUTION. Pour déterminer l'expression générale de la différence en Longitude de Toulouse & de Londres, je me servirai de l'équation du *§. 130*; Toulouse sera le lieu désigné par z'', & Londres sera désigné par z'; y & dy appartiendront à l'observation de Londres; y' & dy' appartiendront à l'observation de Toulouse.

Pour déterminer l'équation de condition qui résulte de la

comparaiſon des deux valeurs de la Latitude de la Lune, correſpondante à l'inſtant de la conjonction, je ferai uſage de l'équation du *§. 131;* Λ, & $d\Lambda$ appartiendront à l'obſervation de Londres; Λ' & $d\Lambda'$ appartiendront à l'obſervation de Touloufe.

Si l'on jette les yeux ſur les valeurs de y, dy, Λ, $d\Lambda$; y', dy', Λ', $d\Lambda'$, des *§. 125 & 128*, il eſt évident que l'on aura

ÉQUATION de condition entre la plus grande phaſe obſervée à Londres & la plus grande phaſe obſervée à Toulouſe.

— 9",311 + 0,002 *d* (déclinaiſon du Soleil) . . . . .
— 0,070 *d* (inſtant de la plus grande phaſe à Londres) . . .
+ 0,081 *d* (inſtant de la plus grande phaſe à Toulouſe) . .
+ 0,007 *d* (latit. Londres) — 0,009 *d* (latit. Toulouſe)
+ 0",001 *d* (demi-grand axe terreſtre) . . . .
— 0,002 *d* (inclinaiſon de l'orbite corrigée) . . . .
+ 0,060 *d* (parallaxe horizontale polaire de la Lune) . . .
— 0,060 *d* (parallaxe horizontale du Soleil) . . . .
— 0,974 *d* (diſtance des centres obſervée à Londres) . . .
— 0,964 *d* (diſtance des centres obſervée à Toulouſe) . . . = 0.

ÉQUATION à la différence en Longitude entre Toulouſe & Londres.

Longitude de Toulouſe — Longitude de Londres

= + 6' 41",647 + 0,002 *d* (déclinaiſon du Soleil) . . . .
+ 0,749 *d* (inſtant de la plus grande phaſe à Toulouſe) . . .
— 0,774 *d* (inſtant de la plus grande phaſe à Londres) . . . . .
— 0,026 *d* (latitude de Toulouſe) . . . .
+ 0,024 *d* (latitude de Londres) . . . .
+ 0",006 *d* (demi-grand axe terreſtre) . . . .
+ 0,001 *d* (inclinaiſon de l'orbite corrigée) . . . .
— 0,494 *d* (mouvement horaire de la Lune au Soleil) . . . .
+ 0,177 *d* (parallaxe horizontale polaire de la Lune) . . . . .

$- 0,177\ d$(parallaxe horizontale du Soleil) . . . .
$+ 0,097\ d$(lat. ☾) $+ 0,001\ d$(angle compar. à Toulouſe)
$+ 0,001\ d$(angle de comparaiſon à Londres).

(138.) On peut, conformément à ce qui a été dit *(§. 132, 133 & 134)* vouloir combiner la Latitude de la Lune que l'on déduit de l'obſervation de Londres, avec l'expreſſion de la différence en Longitude entre Londres & le lieu Z', entre Toulouſe & le lieu Z'. On peut réciproquement combiner ces mêmes différences en Longitude avec la Latitude de la Lune que l'on conclut de l'obſervation de Toulouſe. Ces ſpéculations donnent lieu aux combinaiſons ſuivantes.

ÉQUATIONS à la différence en Longitude entre Londres & le lieu qui comptoit 10h 21′ 28″ *du matin à l'inſtant de la conjonction.*

(139.) Si l'on veut faire uſage de la Latitude hypothétique de la Lune du *§. 5*, on a *(§. 125)* relativement à l'obſervation de Londres;

$$y = +\ 36'',100;$$

d'ailleurs

$$dy = \begin{cases} +\ 0'',176 + 0,020\ d(\text{déclinaiſon du Soleil}) + \ldots\ldots \&c. \\ +\ 0,671\ d(\text{latitude de la Lune}) - \&c. \end{cases}$$

de plus

$$\text{A} = 39'\ 30'',300,$$

$$d\text{A} = -\ 0'',002\ -\ 0'',076 - 0,008\ d(\text{déclin. du Soleil}) - \&c.$$

puiſqu'enfin *(§. 5)*

$$\text{A}^* = 39'\ 32'',000;$$

on a *(§. 132)*,

$$d(\text{lat. ☾}) \begin{cases} = +\ 39'\ 30'',300 - 39'\ 32'',000 + d\text{A}. \\ = -\ 1'',700 - 0'',002 - 0'',076 - 0,008\ d(\text{déc. ☉}) - \&c. \\ = -\ 1'',778 - 0,008\ d(\text{déclinaiſon du Soleil}) - \&c. \end{cases}$$

donc

Longitude de l'obſervatoire de M. Short moins Longitude du lieu qui comptoit 10^{h} 21′ 28″ *du matin à l'inſtant de la conjonction*

= + 36″,100 + 0″,176 + 0,020 *d*(déclinaiſon du Soleil)
+ 0,774 *d*(inſtant phaſe) — 0,024 *d*(latit. de Londres) .
+ 0″,039 *d*(demi-grand axe terreſtre) . . . .
— 0,000 *d*(inclinaiſon de l'orbite corrigée) . . . .
+ 0,319 *d*(mouvement horaire de la Lune au Soleil) . . . . .
— 0,651 *d*(parallaxe horizontale polaire de la Lune) . . . . .
+ 0,651 *d*(paral. hor. du ☉) — 0,001 *d*(angle de comp.) .

+ 671 {
— 1″,778 — 0,008 *d*(déclin. du Soleil) . . .
— 0,070 *d*(inſtant de la phaſe) . . . .
+ 0,007 *d*(latitude de Londres) . . . .
— 0″,005 *d*(demi-grand axe terreſtre) . . . . .
— 0,001 *d*(inclinaiſon de l'orbite corrigée) .
+ 0,756 *d*(parallaxe horizontale pol. de la ☾)
— 0,756 *d*(parallaxe horizontale du Soleil) . .
+ 0,000 *d*(angle de comparaiſon) . . . .
— 0,974 *d*(diſtance des centres) . . . .
}

= + 35″,083 + 0,015 *d*(déclinaiſon du Soleil) . . . .
+ 0,727 *d*(inſtant de la plus grande phaſe à Londres) . . . .
— 0,019 *d*(latitude de Londres) . . . .
+ 0″,036 *d*(demi-grand axe terreſtre) . . . .
— 0,001 *d*(inclinaiſon de l'orbite corrigée) . . . .
+ 0,319 *d*(mouvement horaire de la Lune au Soleil) . . . . .
— 0,144 *d*(parallaxe horizontale polaire de la Lune) . . . .
+ 0,144 *d*(parallaxe horizontale du Soleil) . . . .
— 0,000 *d*(angle de comparaiſon obſervé à Londres) . . .
— 0,653 *d*(diſtance des centres obſervée à Londres);

en ne formant qu'un ſeul réſultat, des termes qui ont le même multiplicateur.

(140.) Dans l'expreſſion de la Longitude de Londres, ſi l'on vouloit éliminer la quantité d (latitude de la Lune) par le moyen de l'obſervation de Toulouſe, on auroit *(§. 128 & 134)*.

$$\text{A}' = 39'\ 39'',500,$$

$$d\text{A}' = -\ 0'',001 + 0'',034 - 0,010\ d(\text{déclin. du Soleil}) - \&c.$$

$$\text{A}^* = 39'\ 32'',000,$$

$$d(\text{latit. ☾}) \left\{ \begin{array}{l} = +\ 39'\ 39'',500 - 39'\ 32'',000 + d\text{A}'. \\ = +\ 7'',533 - 0,010\ d(\text{déclin. du Soleil}) - \&c. \end{array} \right.$$

D'où l'on tireroit par un calcul ſemblable à celui du paragraphe précédent;

Longitude de l'obſervatoire de M. Short moins Longitude du lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ *du matin à l'inſtant de la conjonction*

$= +\ 41'',331 + 0,013\ d$(déclinaiſon du Soleil). . . . . .
$+\ 0,774\ d$(inſtant de la plus grande phaſe à Londres). .
$-\ 0,053\ d$(inſtant de la plus grande phaſe à Toulouſe).
$-\ 0,024\ d$(lat. de Londres) $+\ 0,006\ d$(lat. de Toulouſe)
$+\ 0'',035\ d$(demi-grand axe terreſtre). . . . .
$+\ 0,001\ d$(inclinaiſon de l'orbite corrigée). . . . .
$+\ 0,319\ d$(mouvement horaire de la Lune au Soleil). .
$-\ 0,185\ d$(parallaxe horizontale polaire de la Lune). . .
$+\ 0,185\ d$(parallaxe horizontale du Soleil). . . . .
$-\ 0,001\ d$(angle de comparaiſon obſervé à Londres). .
$-\ 0,000\ d$(angle de comparaiſon obſervé à Toulouſe). .
$+\ 0,647\ d$(diſtance des centres obſervée à Toulouſe).

(141.) Dans l'expreſſion de la Longitude de Toulouſe, ſi l'on élimine ſucceſſivement la quantité d (latitude de la Lune), au moyen de la Latitude de la Lune déduite des obſervations de Londres & de Toulouſe, on parviendra aux réſultats ſuivans, par une analyſe ſemblable à celle que nous venons de développer.

ÉQUATIONS à la différence en Longitude entre Toulouse & le lieu qui comptoit 10h 21' 28" du matin à l'instant de la conjonction.

Longitude de Toulouse moins longitude du lieu qui comptoit 10h 21' 28" du matin à l'instant de la conjonction

= + 7' 16",558 + 0,016 *d*(déclinaison du Soleil) . . .
+ 0,749 *d*(instant de la plus grande phase à Toulouse) .
— 0,054 *d*(instant de la plus grande phase à Londres) . .
— 0,026 *d*(latit. de Toulouse) + 0,005 *d*(latit. de Londres)
+ 0,"041 *d*(demi-grand axe terrestre) . . . .
+ 0,000 *d*(inclinaison de l'orbite corrigée) . . . .
— 0,175 *d*(mouvement horaire de la Lune au Soleil) . . .
+ 0,107 *d*(parallaxe horizontale polaire de la Lune) . . .
— 0,107 *d*(parallaxe horizontale du Soleil) . . . .
+ 0,001 *d*(angle de comparaison observé à Toulouse) . .
+ 0,000 *d*(angle de comparaison observé à Londres) . . .
— 0,748 *d*(distance des centres observée à Londres).

Longitude de Toulouse moins longitude du lieu qui comptoit 10h 21' 28" du matin à l'instant de la conjonction

= + 7' 23", 708 + 0,014 *d*(déclinaison du Soleil) . . .
+ 0,687 *d*(instant de la plus grande phase à Toulouse) . . .
— 0,019 *d*(latitude de Toulouse) . . . .
+ 0",040 *d*(demi-grand axe terrestre) . . . .
+ 0,002 *d*(inclinaison de l'orbite corrigée) . . . .
— 0,175 *d*(mouvement horaire de la Lune au Soleil) . . . .
+ 0,061 *d*(parallaxe horizontale polaire de la Lune) . . . .
— 0,061 *d*(parallaxe horizontale du Soleil) . . . .
+ 0,001 *d*(angle de comparaison observé à Toulouse) . . .
+ 0,740 *d*(distance des centres observée à Toulouse).

Après

Après avoir donné la forme des équations de condition, passons à leurs usages.

SECTION SECONDE.

Des usages des Équations de condition.

(142.) Je ne répéterai point ici ce que j'ai dit dans l'*article III de mon VIIIe Mémoire*, sur l'usage des équations de condition; *Année 1770.* il est évident que ces remarques s'appliquent aux équations de condition que je viens d'apprendre à former. Je ne répéterai pas non plus ce que j'ai exposé dans le présent Mémoire, sur le choix que l'on doit faire de ces équations, pour déterminer de certains élémens préférablement à d'autres; sur l'incertitude que l'instant précis de la plus grande phase doit jeter nécessairement dans plusieurs de ces équations, sur-tout si l'on vouloit conclure l'instant précis de la conjonction, ou la différence en Longitude des observatoires. Le but principal que je me propose dans cette section est de remédier, s'il est possible, à cet inconvénient, de venir au secours de l'Observateur, de lui donner des méthodes pour rectifier les distances observées des centres & les véritables instans des plus grandes phases.

Pour fixer davantage l'attention, j'appliquerai mes raisonnemens aux observations de Londres & de Toulouse; bien entendu que ces raisonnemens n'étant pas particuliers à ces observations, la méthode est générale.

(143.) On a pu voir *(§. 137)*, que

− 9″,311 + 0,002 *d*(déclinaison du Soleil) — .... &c. = 0.

Longitude de Toulouse — Longitude de Londres
= + 6′ 41″,647 + 0,002 *d*(déclinaison du Soleil) + ... &c.

De plus *(§. 139)*.

Longitude de Londres — Longitude du lieu qui comptoit 10^h 21′ 28″ du matin à l'instant de la conjonction
= + 35″,083 + 0,015 *d*(déclinaison du Soleil) + ... &c.

D'ailleurs on peut conclure des *§. 125 & 131*, que

Latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction $= 39' \; 30'',222 - 0,008$ *d*(déclinaiſon du Soleil).......... $- 0,070$ *d*(inſtant de la plus grande phaſe à Londres) + ... &c.

Je remarque d'abord que puiſque dans la première équation du préſent paragraphe, c'eſt-à-dire dans la première équation du *§. 137*, tous les termes ne diſparoiſſent pas par la ſuppoſition de

d(déclinaiſon du Soleil), *d*(inſtant de la phaſe), *d*(&c.) $= 0$,

& qu'il reſte le terme connu $- 9'',311$; les obſervations de Londres & de Toulouſe ne donnent point à la Lune la même Latitude à l'inſtant de la conjonction. Ces obſervations renferment donc quelqu'inexactitude. Je tirerois la même concluſion en conſidérant que Toulouſe étant plus occidental que Paris, d'environ $3' \; 35''$ de temps, & par conſéquent plus oriental que Londres de $6' \; 12''$, le terme conſtant de la ſeconde équation devroit être $+ 6' \; 12''$, & non pas $+ 6' \; 41'',647$. Si j'admettois enfin que Londres eſt le lieu qui comptoit $10^h \; 21' \; 28''$ du matin à l'inſtant de la conjonction, je ſerois confirmé de plus en plus dans ces remarques, en voyant que dans la troiſième équation le terme conſtant eſt $+ 35'',083$, au lieu d'être $0'',000$. Je pourrois aller plus loin; comme j'ai quatre équations, je pourrois déterminer les quatre quantités ſuivantes,

d(diſt. des centres obſerv. à Toulouſe), *d*(inſt. de la phaſe à Toulouſe), *d*(diſt. des centres obſerv. à Londres), *d*(inſt. de la phaſe à Londres).

Mais ces déterminations ſeroient évidemment précaires, puiſqu'elles ſuppoſeroient connues d'avance la Latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction, l'heure que l'on comptoit à Londres à l'inſtant de la conjonction, la différence en Longitude de Londres & de Toulouſe, & en général les élémens de l'Éclipſe : Voyons s'il ne ſeroit pas poſſible d'éviter ces inconvéniens.

(144.) Il eſt évident qu'une plus grande phaſe, indépendamment de cette qualité qui la diſtingue des autres phaſes, &

qui permet de la calculer par des méthodes particulières, ne peut jamais perdre la propriété de pouvoir être calculée par les méthodes générales de mon *VIII.ᵉ Mémoire.* Si l'obſervation que l'on regarde comme plus grande phaſe, a véritablement cette propriété, la méthode générale & la méthode particulière conduiront au même réſultat; ſi au contraire l'obſervation n'a pas cette propriété, la méthode générale & la méthode particulière conduiront à des réſultats différens, dont la comparaiſon déterminera l'erreur de l'obſervation conſidérée comme plus grande phaſe. L'application aux obſervations de Londres & de Toulouſe rendra ces raiſonnemens ſenſibles. *Année 1770.*

(145.) À Londres la diſtance des centres du Soleil & de la Lune a été obſervée de $1' \, 21'',4$ à $10^h \, 30' \, 44''$ du matin, le centre de la Lune étant alors dans l'*hémiſphère ſuivant* du diſque du Soleil. À Toulouſe la diſtance des centres a été obſervée de $2' \, 8'',8$ à $10^h \, 24' \, 0''$ du matin, le centre de la Lune étant alors dans l'*hémiſphère précédent* du diſque du Soleil.

Si l'on applique aux obſervations de Londres & de Toulouſe les calculs & les élémens de mon *VIII.ᵉ Mémoire*, on aura

Calcul de l'obſervation de Londres.

$Z = 22^h \, 21' \, 28''$,	$z = 22^h \, 30' \, 44''$,	$b' = + \; 556''$,
$\lambda = \text{tang.} \, 1' \, 21''4$,	$A = - \; 2400$,	$C = + \; 49974$,
$D = - \; 29690$,	$E = + \; 98980$,	$F = - \; 6832$,
$L = + \; 2501$,	$M = - \; 53691$,	$N = + \; 45984$,
$G = + \; 59005$,	$H = + \; 45561$,	$P = + \; 51738$,
$Q = + \; 14945$,	$\iota = - \; 4719$,	$\Delta = + \; 21955$,
$\beta = + \; 3316$,	$\varpi = + \; 0'',001$,	$\mu = - \; 885$,
$\Xi = + \; 32776$,	$\Gamma = + \; 532262$,	$\Theta = - \; 723307$,
$\Sigma = - \; 772534$.		

$$y = + \, 22^h \, 30' \, 44'' - 22^h \, 21' \, 28'' - 8' \, 4'',760 - 49'',668 = + \, 21'',572.$$

$$dy = - \, 0'',015 - 0'',423 - 0,047 \, d(\text{déclin. du} \odot)$$
$$+ \, 0,220 \, d(\text{inſtant de l'obſervation}) \ldots\ldots\ldots\ldots$$

+ 0,033 *d*(latitude de Londres) . . . .
+ 0",001 *d*(demi-grand axe terrestre) . . . .
— 0,009 *d*(inclinaison de l'orbite corrigée) . . . . . .
+ 0,328 *d*(mouvement horaire de la Lune au Soleil)
+ 5,323 *d*(parallaxe horizontale polaire de la Lune)
— 5,323 *d*(parallaxe horizontale du Soleil) . . . .
— 7,233 *d*(latitude de la Lune) . . . .
— 7,725 *d*(distance des centres).

Calcul de l'observation de Toulouse.

$Z = 22^h 21' 28''$,	$z = 22^h 24' 0''$,	$b' = -$ 215",
$\lambda =$ tang. 2′ 8″,8.	$A = +$ 3590,	$C = +$ 57293,
$D = -$ 34263,	$E = +$ 98857,	$F = +$ 3130,
$L = +$ 3940,	$M = -$ 62509,	$N = +$ 48517,
$G = +$ 62002,	$H = +$ 54567,	$P = +$ 59353,
$Q = +$ 17768,	$\iota = -$ 3086,	$\Delta = +$ 31341,
$\beta = +$ 2018,	$\varpi = +$ 0",014,	$\mu = +$ 361,
$\Xi = -$ 20675,	$\Gamma = +$ 327152,	$\Theta = -$ 461167,
$\Sigma = +$ 526820.		

$y = + 22^h 24' 0'' - 22^h 21' 28'' + 3' 42,100 + 1' 55'',190 = + 8' 9'',290.$

$dy = -$ 0",006 + 0",106 — 0,031 *d*(déclin. du Soleil)
+ 0,313 *d*(instant de l'observation) . . . .
+ 0,020 *d*(latitude de Toulouse) . . . .
+ 0,"014 *d*(demi-grand axe terrestre) . . . .
+ 0,004 *d*(inclinaison de l'orbite corrigée) . . . .
— 0,207 *d*(mouvement horaire de la Lune au Soleil)
+ 3,272 *d*(parallaxe horizontale polaire de la Lune) . .
— 3,272 *d*(parallaxe horizontale du Soleil) . . . .
— 4,612 *d*(latitude de la Lune) . . . .
+ 5,268 *d*(distance des centres.

Équation de condition entre l'obſervation de Londres, conſidérée comme plus grande phaſe, & la même obſervation conſidérée comme phaſe ordinaire.

— 14″,042 — 0,067 *d*(déclinaiſon du Soleil) . . . . . .
+ 0,220 *d*(inſtant de l'obſervation de Londres) . . . . . .
— 0,774 *d*(inſtant de la plus grande phaſe à Londres) . . .
+ 0,057 *d*(latitude de Londres) . . . .
— 0″,038 *d*(demi-grand axe terreſtre) . . . .
— 0,009 *d*(inclinaiſon de l'orbite corrigée) . . . .
+ 0,009 *d*(mouvement horaire de la Lune au Soleil) . . .
+ 5,974 *d*(parallaxe horizontale polaire de la Lune) . . . .
— 5,974 *d*(parallaxe horizontale du Soleil) . . . .
— 7,904 *d*(latitude de la Lune) . . . .
+ 0,001 *d*(angle de compar. correſp. à la plus grande phaſe)
— 7,725 *d*(diſtance des centres) . . . . = 0.

Équation de condition entre l'obſervation de Toulouſe, conſidérée comme plus grande phaſe, & la même obſervation conſidérée comme phaſe ordinaire.

+ 51″,467 — 0,053 *d*(déclinaiſon du Soleil) . . . .
+ 0,313 *d*(inſtant de l'obſervation de Toulouſe) . . . . .
— 0,749 *d*(inſtant de la plus grande phaſe à Toulouſe) . .
+ 0,046 *d*(latitude de Toulouſe) . . . .
— 0″,031 *d*(demi-grand axe terreſtre) . . . .
+ 0,003 *d*(inclinaiſon de l'orbite) . . . .
— 0,032 *d*(mouvement horaire de la Lune au Soleil) . . . .
+ 3,746 *d*(parallaxe horizontale polaire de la Lune) . . .
— 3,746 *d*(parallaxe horizontale du Soleil) . . . .
— 5,380 *d*(latitude de la Lune) . . . .
— 0,001 *d*(angle de compar. correſp. à la plus grande phaſe)
+ 5,268 *d*(diſtance des centres) . . . . = 0.

(146.) Puiſque les équations de condition du paragraphe précédent, ne deviennent pas nulles par la ſuppoſition de d(déclin. du ☉), d(latit. du lieu), d(inſt. de la phaſe), d(&c.) = 0, & qu'il reſte un terme tout connu; c'eſt une preuve que les obſervations de Londres & de Toulouſe ne ſont pas véritablement des obſervations de plus grandes phaſes, & que peut-être même il y a erreur dans les diſtances obſervées des centres. Afin de reſtreindre le nombre des combinaiſons, de ne pas multiplier la difficulté des calculs, & d'éviter les équations identiques, je ne regarderai comme inconnues, que les inſtans des obſervations conſidérées comme plus grandes phaſes, les diſtances obſervées des centres, la latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction, & la différence en Longitude de Londres & de Toulouſe. Comme dans le cas dont il s'agit

d(inſtant de l'obſervation) = d(inſtant de la plus grande phaſe),

on aura dans cette hypothèſe;

(A) *Longitude de Toulouſe — Longitude de Londres*

= 6′ 41″,647 + 0,749 d(inſt. de la plus gr. ph. à Toulouſe)
— 0,774 d(inſtant de la plus grande phaſe à Londres)..
+ 0,097 d(latitude de la Lune).

(B) 9″,311 + 0,070 d(inſt. de la plus gr. ph. à Londres)
— 0,081 d(inſtant de la plus grande phaſe à Toulouſe)
+ 0,974 d(diſtance des centres obſervée à Londres)
+ 0,964 d(diſtance des centres obſervée à Toulouſe) = 0.

(C) 14″,042 + 0,554 d(inſt. de la plus gr. ph. à Londres)
+ 7,904 d(latitude de la Lune) . . . .
+ 7,725 d(diſtance des centres obſervée à Londres)... = 0.

(D) 51″,467 — 0,436 d(inſt. de la plus gr. ph. à Toulouſe)
— 5,380 d(latitude de la Lune) . . . .
+ 5,268 d(diſtance des centres obſervé à Toulouſe) = 0.

(147.) On ſeroit tenté de croire, qu'au moyen des équations

précédentes on peut déterminer arbitrairement quatre quelconques des six quantités suivantes, instant vrai de la plus grande phase à Londres, instant vrai de la plus grande phase à Toulouse, distance des centres observée à Londres, distance des centres observée à Toulouse, Latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, différence en Longitude de Londres & de Toulouse; pourvu toutefois que l'on suppose connues deux de ces quantités; cette conclusion seroit cependant précipitée.

Soit

Longitude de Toulouse — Longitude de Londres

$= + 6' \ 12'' + 1{,}000 \ d$(longitude de Toulouse).

On aura dans cette hypothèse

Par l'Équation (D)

d(instant de la plus grande phase à Toulouse)

$= + 118'',050 - 12{,}339 \ d$(latitude de la Lune)

$+ 12{,}083 \ d$(distance des centres observée à Toulouse);

Par l'Équation (A)

d(instant de la plus grande phase à Londres)

$= + 152'',565 - 11{,}815 \ d$(lat. ☾) $- 1{,}292 \ d$(longit. de Toulouse)

$+ 11{,}693 \ d$(distance des centres observée à Toulouse);

Par l'Équation (C)

d(distance des centres observée à Londres)

$= - 12'',759 - 0{,}176 \ d$(lat. ☾) $+ 0{,}091 \ d$(longitude de Toulouse)

$- 0{,}839 \ d$(distance des centres observée à Toulouse).

(148.) Nous n'avons pas encore fait usage de l'équation (B); on pourroit donc croire au premier coup d'œil, qu'au moyen de cette équation, on peut encore déterminer une nouvelle variable. Mais si l'on fait le calcul indiqué, c'est-à dire, si l'on porte dans cette équation, les valeurs déterminées précédemment, on verra que toutes les variables disparoissent. L'équation (B) n'est donc,

à parler exactement, qu'une équation identique avec les trois autres; ou, si l'on veut, les quatre équations du *§. 146* sont telles, que lorsque l'on a satisfait à trois de ces équations, la quatrième se trouve également satisfaite. Il ne faut pas croire cependant que l'indétermination dont j'ai parlé *(§. 143)* ne soit pas diminuée. Pour me faire entendre je reprends la dernière équation du *§. 147*, & j'ai

$$d(\text{distance des centres observée à Londres})$$
$$= - 12'',759 - 0,176\, d(\text{lat. ☾}) + 0,091\, d(\text{longit. de Toulouse})$$
$$- 0,839\, d(\text{distance des centres observée à Toulouse}).$$

Je conclus de cette équation que les deux distances des centres observées à Londres & à Toulouse ne sont pas cohérentes entr'elles, & qu'il est difficile de se refuser à l'évidence, qu'il y a erreur dans l'une ou dans l'autre de ces distances observées. En effet, pour que ces distances pussent être cohérentes, on devroit avoir l'équation suivante;

$$12'',759 + 0,176\, d(\text{lat. ☾}) - 0,091\, d(\text{longit. de Toulouse}) = 0.$$

Si donc l'on supposoit la Latitude de la Lune bien déterminée, on auroit

$$d(\text{longitude de Toulouse}) = + 140'',2.$$

La Longitude de Toulouse seroit alors de 8′ 32″ de Temps, orientale par rapport à Londres; & par conséquent de 1′ 14″, occidentale par rapport à Paris. Cette Longitude est trop différente de celle que l'on connoît, pour pouvoir être admise.

Si l'on supposoit au contraire la Longitude de Toulouse bien déterminée, on auroit

$$d(\text{latitude de la Lune}) = - 72'',5.$$

Quand même la Latitude hypothétique de la Lune, dont j'ai fait usage dans mes calculs, ne m'eût pas été donnée par le résultat d'un très-grand nombre d'observations, & que j'eusse employé directement la Latitude des Tables, on admettroit difficilement une pareille erreur dans les nouvelles Tables de M.rs Clairaut & Mayer, & l'on seroit tenté de rejeter l'erreur sur les observations.

(149.) Quoique l'on puisse former différentes hypothèses sur les

les erreurs des distances des centres, observées à Londres & à Toulouse, il est cependant très-probable, d'après la seule inspection de ces observations, que les distances observées à Londres sont infiniment plus exactes que celles observées à Toulouse. On peut donc, dans les équations du *§. 147*, vouloir éliminer la quantité d(distance des centres observée à Toulouse).

On a vu *§. 148*, que

d(distance des centres observée à Londres)
$= - 12'',759 - 0,839$ d(distance des centres observée à Toulouse)
$- 0,176$ d(latitude de la Lune) $+ 0,091$ d(longitude de Toulouse);

donc

d(distance des centres observée à Toulouse)
$= - 15'',207 - 1,192$ d(distance des centres observée à Londres)
$- 0,210$ d(latitude de la Lune) $+ 0,108$ d(longitude de Toulouse).

Si l'on porte cette valeur dans les équations du *§. 147*, on aura

d(instant de la plus grande phase à Toulouse)
$= - 65'',696 - 14,403$ d(distance des centres observée à Londres)
$- 14,876$ d(latitude de la Lune) $+ 1,305$ d(longitude de Toulouse);

d(instant de la plus grande phase à Londres)
$= - 25'',250 - 13,938$ d(distance des centres observée à Londres)
$- 14,271$ d(latitude de la Lune) $+ 0,029$ d(longitude de Toulouse).

(150.) Les équations du *§. 149*, font voir qu'il reste encore une grande indétermination dans le Problème. En effet, on peut former différentes hypothèses sur l'erreur de la distance des centres observée à Londres, sur la différence en Longitude de Londres & de Toulouse, & sur la Latitude de la Lune. Pour fixer cette indétermination autant qu'il est possible, on se rappellera les considérations suivantes. Nous avons dit *(§. 5)*, que la conjonction est arrivée, lorsque l'on comptoit à Londres $10^h\ 21'\ 28''$ du matin; nous avons supposé de plus, que la différence en Longitude entre Londres & Toulouse est de $+ 6'\ 12''$. Mais il peut arriver que la conjonction n'ait pas eu lieu lorsque l'on comptoit précisément $10^h\ 21'\ 28''$ du matin à Londres, &

que la différence en Longitude entre Toulouſe & Londres, ne ſoit pas précisément de 6′ 12″.

Soit

d (Longitude de Toulouſe) l'erreur ſur la Longitude de Toulouſe ;

d (heure de la conjonction) l'erreur ſur l'heure préciſe que l'on comptoit à Londres à l'inſtant de la conjonction.

On aura dans cette hypothèſe,

Longitude de Toulouſe moins Longitude du lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin à l'inſtant de la conjonction

$= 6'\ 12'' + 1{,}000\ d$ (Longitude de Toulouſe) . . . .
$+ 1{,}000\ d$ (heure de la conjonction).

D'ailleurs, relativement aux ſuppoſitions du *§. 146*, la première des deux équations du *§. 141* devient,

Longitude de Toulouſe moins Longitude du lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin à l'inſtant de la conjonction

$= 7'\ 16'',558 + 0{,}749\ d$ (inſt. de la plus grande phaſe à Toulouſe)
$- 0{,}054\ d$ (inſtant de la plus grande phaſe à Londres) . . . .
$- 0{,}748\ d$ (diſtance des centres obſervée à Londres).

Si l'on compare ces deux expreſſions, on aura

(E) $1'\ 4'',558 + 0{,}749\ d$ (inſt. de la plus grande phaſe à Toulouſe)
$- 0{,}054\ d$ (inſtant de la plus grande phaſe à Londres) . . . .
$- 0{,}748\ d$ (diſtance des centres obſervée à Londres) . . . .
$- 1{,}000\ d$ (Longitude de Toulouſe) . . . .
$- 1{,}000\ d$ (heure de la conjonction) $= 0$.

(151.) Dans cette dernière équation, ſi l'on ſubſtitue à d (inſt. plus grande phaſe à Londres), d (inſt. plus grande phaſe à Toulouſe), leurs valeurs tirées du *§. 149*, on aura

(F) $16'',714 - 10{,}783\ d$ (diſtance des centres obſervée à Londres)
$- 10{,}371\ d$ (latitude de la Lune) . . . .
$- 0{,}023\ d$ (Longitude de Toulouſe) . . . .
$- 1{,}000\ d$ (heure de la conjonction) $= 0$;

d'où l'on tire

d(diſtance des centres obſervée à Londres)

$= 1'',550 - 0,962\, d$(latit. ☾) $- 0,002\, d$(longit. de Toulouſe) $- 0,093\, d$(heure de la conjonction).

(152.) Dans les équations du *§. 149*, ſi l'on ſubſtitue à d(diſt. des centres obſervée à Londres), ſa valeur tirée du paragraphe précédent, ces équations deviendront

d(diſtance des centres obſervée à Toulouſe)

$= - 17'',055 + 0,937\, d$(lat. ☾) $+ 0,110\, d$(longit. Toulouſe) $+ 0,111\, d$(heure de la conjonction);

d(inſtant de la plus grande phaſe à Toulouſe)

$= - 88'',020 - 1,020\, d$(latit. ☾) $+ 1,334\, d$(longit. Toulouſe) $+ 1,339\, d$(heure de la conjonction);

d(inſtant de la plus grande phaſe à Londres)

$= - 46'',854 - 0,863\, d$(latit. ☾) $+ 0,057\, d$(longit. Toulouſe) $+ 1,296\, d$(heure de la conjonction).

Soit maintenant

d(latit. ☾) $= 0$, d(longit. Toulouſe) $= 0$, d(heure conjonction) $= 0$;

on aura

d(diſtance des centres obſervée à Londres) $= + 1'',550$,
d(diſtance des centres obſervée à Toulouſe) $= - 17'',055$,
d(inſtant de la plus grande phaſe à Toulouſe) $= - 88'',020$,
d(inſtant de la plus grande phaſe à Londres) $= - 46'',854$.

Dans cette hypothèſe, la plus grande phaſe ſeroit arrivée à Londres à $10^h\, 29'\, 57''$, la plus courte diſtance des centres étant alors de $1'\, 23'',550$. La plus grande phaſe ſeroit arrivée à Toulouſe à $10^h\, 22'\, 32''$, la plus courte diſtance des centres étant alors de $1'\, 51'',7$. De ſorte qu'aux inſtans que les Obſervateurs de Londres & de Toulouſe ont pris pour les véritables inſtans des plus grandes phaſes, l'Éclipſe étoit réellement déjà décroiſſante.

(153.) Quoiqu'au moyen de la méthode que je viens de développer, on ne puiſſe déterminer que quatre des inconnues

du Problème; on doit cependant ſentir ſa généralité & ſon utilité. Il peut arriver, dans un nombre infini de circonſtances, que l'on n'ait pas la totalité de la queſtion à réſoudre, parce que l'on a déterminé d'ailleurs quelques-unes des inconnues; comme il arrive, par exemple, lorſque l'on compare des obſervations faites dans des lieux dont la poſition reſpective n'eſt pas douteuſe, & que l'on connoît l'heure de la conjonction. Dans tous ces cas on n'auroit rien à deſirer ſur la ſolution. Au reſte, on ne doit pas regarder comme indifférent d'avoir une méthode qui apprenne à douter de l'exactitude des obſervations, & qui fourniſſe à l'Obſervateur les moyens de rétablir les véritables inſtans des plus grandes phaſes, de la manière la plus probable.

(154.) Il n'eſt reſté d'indétermination dans le Problème dont il s'agit, que parce que l'on a ſept inconnues & que l'on n'a employé que quatre équations. Suppoſons qu'indépendamment de la plus grande phaſe, on ait obſervé dans chacun des obſervatoires, une diſtance quelconque des centres, par exemple, un commencement ou une fin d'Éclipſe; comme alors la comparaiſon de chacune de ces deux nouvelles phaſes, ſoit entr'elles, ſoit avec celle du milieu de l'Éclipſe, fournira une nouvelle équation de condition, le Problème pourra ſe réſoudre d'une manière plus directe. Un exemple va nous éclaircir.

Année 1770. (155.) On a vu dans mon *VIII.e Mémoire*, que le 1.er Avril 1764, le commencement de l'Éclipſe a été obſervé à Londres à $9^h 4' 33''$ du matin. Relativement à cette obſervation on a

$Z = 22^h\ 21'\ 28''$,	$z = 21^h\ 4'\ 33''$,	$b' = -\ 4615''$,
$A = -\ 12801$,	$E = +\ 99176$,	$F = +\ 9896$,
$L = +\ 56637$,	$M = -\ 45812$,	$N = +\ 41876$,
$C = +\ 37942$,	$D = -\ 24974$,	$G = +\ 79929$,
$H = +\ 32551$,	$P = +\ 78519$,	$Q = -\ 1706$,
$\varepsilon = +\ 1807$,	$\Delta = +\ 83412$,	$\beta = -\ 3010$,
$\varpi = +\ 0'',056$,	$\mu = -\ 519$,	$\Xi = -\ 283016$,
$\Gamma = -\ 38006$,	$\Theta = +\ 72655$,	$\Sigma = +\ 223554$,

$$y = 28^h 4' 33'' - 22^h 21' 28'' + 11' 42'',160 + 1^h 5' 14'',700 = +\ 1'',860.$$

$dy = -0'',816 - 1'',344 + 0,018\, d$(déclinaiſon du Soleil)
+ 0,834 d(inſtant du commencement de l'Éclipſe) ...
− 0,030 d(latitude de Londres) ....
+ 0'',056 d(demi-grand axe terreſtre) ....
− 0,005 d(inclinaiſon de l'orbite corrigée) ....
− 2,830 d(mouvement horaire de la Lune au Soleil) ..
− 0,380 d(parallaxe horizontale polaire de la Lune) ..
+ 0,380 d(parallaxe horizontale du Soleil) ....
+ 0,727 d(latitude de la Lune) ....
+ 2,236 d(demi-diamètre du Soleil) ....
− 2,236 d(inflexion) ....
+ 2,236 d(demi-diamètre de la Lune).

Si l'on compare ces valeurs à celles de y & de dy du *§. 145*, on aura pour équation de condition entre le commencement de l'Éclipſe obſervé à Londres, & la phaſe obſervée à $10^h\, 30'\, 44''$ regardée comme phaſe ordinaire,

Équation de condition entre le commencement de l'Éclipſe obſervé à Londres, & la phaſe obſervée à $10^h\, 30'\, 44''$ conſidérée comme phaſe ordinaire.

+ 21'',434 − 0,065 d(déclinaiſon du Soleil) ....
+ 0,220 d(inſtant de la phaſe obſervée à $10^h\, 30'\, 44''$)
− 0,834 d(inſtant du commencement de l'Éclipſe) ...
+ 0,063 d(latitude de Londres) ....
− 0'',055 d(demi-grand axe terreſtre) ....
− 0,004 d(inclinaiſon de l'orbite corrigée) ....
+ 3,158 d(mouvement horaire de la Lune au Soleil)
+ 5,703 d(parallaxe horizontale polaire de la Lune).
− 5,703 d(parallaxe horizontale du Soleil) ....
− 7,960 d(latitude de la Lune) ....,
− 7,725 d(diſtance des centres obſervée à $10^h\, 30'\, 44''$)

— 2,236 d(demi-diamètre de la Lune) . . . .

+ 2,236 d(inflexion). . . . .

— 2,236 d(demi-diamètre du Soleil) . . . . = 0.

Relativement aux suppositions du §. 146, cette équation se réduit à la suivante

(G) 21",434 — 7,960 d(latitude de la Lune) . . .

+ 0,220 d(instant de la plus grande phase à Londres) . . . . .

— 7,725 d(distance des centres observée à Londres) = 0.

(156.) Par la même raison, la fin de l'Éclipse ayant été observée à Toulouse à 11^h 57′ 2″ du matin *(h)*; relativement à cette observation on a

$Z = 22^h\, 21'\, 28''$,	$z = 23^h\, 57'\, 2''$,	$b' = +\ 5367''$,
$A = +\ 17881$,	$E = +\ 98752$,	$F = -\ 21828$,
$L = +\ 56512$,	$M = -\ 63066$,	$N = +\ 48704$,
$C = +\ 63982$,	$D = -\ 35181$,	$G = +\ 38369$,
$H = +\ 68099$,	$P = +\ 22802$,	$Q = +\ 38698$,
$\epsilon = +\ 2400$,	$\Delta = +\ 73041$,	$\beta = -\ 2101$,
$\varpi = +\ 0'',025$,	$\mu = +\ 865$,	$\Xi = +\ 328128$,
$\Gamma = -\ 104125$,	$\Theta = +\ 94835$,	$\Sigma = +\ 228580$,

$y = 23^h\, 57'\, 2'' - 22^h\, 21'\, 28'' - 25'\, 48'',900 - 1^h\, 3'\, 23'',800 = 6'\, 21'',300.$

dy = — 0",973 + 2",088 + 0,024 d(déclinaison du Soleil)

+ 0,730 d(instant de la fin de l'Éclipse à Toulouse) . . .

— 0,021 d(latitude de Toulouse) . . . .

+ 0",025 d(demi-grand axe terrestre). . . . .

+ 0,009 d(inclinaison de l'orbite corrigée) . . . .

+ 3,281 d (mouvement horaire de la Lune au Soleil) .

— 1,041 d(parallaxe horizontale polaire de la Lune) . .

+ 1,041 d(parallaxe horizontale du Soleil). . . . . . .

(h) Je serois tenté de croire qu'il s'est glissé quelque légère inexactitude dans l'heure précise de cette observation.

+ 0,948 d(latitude de la Lune) . . . .

— 2,286 d(demi-diamètre du Soleil). . . . .

+ 2,286 d(inflexion). . . . .

— 2,286 d(demi-diamètre de la Lune).

Si l'on compare ces valeurs à celles de y & de dy du *§. 155;* on aura

Équation de condition entre la fin de l'Éclipse observée à Toulouse, & le commencement de l'Eclipse observé à Londres.

Longitude de Toulouse — longitude de Londres

= 6′ 22″,715 + 0,006 d(déclinaison du Soleil) . . .

+ 0,730 d(instant de la fin de l'Éclipse à Toulouse) . . .

— 0,834 d(instant du commenc. de l'Eclipse à Londres) .

— 0,021 d(latitude de Toulouse). . . . .

+ 0,030 d(Latitude de Londres). . . . .

— 0″,031 d(demi-grand axe terrestre) . . . .

+ 0,014 d(inclinaison de l'orbite corrigée) . . . .

+ 6,111 d(mouvement horaire de la Lune au Soleil)

— 0,661 d(parallaxe horizontale polaire de la Lune) . . .

+ 0,661 d(parallaxe horizontale du Soleil) . . . .

+ 0,221 d(latitude de la Lune) . . . .

— 4,522 d(demi-diamètre du Soleil) . . . .

+ 4,522 d(inflexion). . . . .

— 4,522 d(demi-diamètre de la Lune) . . . .

= 6′ 12″ + 1,000 d(longitude de Toulouse).

Relativement aux suppositions du *§. 146,* cette équation se réduit à la suivante.

(H) 10″,715 + 0,221 d(latitude de la Lune).

— 1,000 d(longitude de Toulouse) . . . . . .

+ 0,730 d(fin de l'Éclipse à Toulouse) = 0.

(157.) Dans l'Équation (G), si l'on élimine les quantités

d (inſt. de la plus grande phaſe à Londres), *d* (diſt. des cent. obſ. à Londres), au moyen de leurs valeurs tirées des *§. 151 & 152*, on aura

(I) 0″,848 + 0,719 *d* (latit. ☾) − 0,028 *d* (longit. de Toulouſe), − 1,003 *d* (heure de la conjonction) = 0.

Cette équation combinée avec l'équation (H) donne

d (longitude de Toulouſe)

= + 10″,538 + 0,311 *d* (heure de la conj.) + 0,736 *d* (fin de l'Écl. à Toulouſe);

d (latitude de la Lune)

= − 0″,768 + 1,407 *d* (heure de la conj.) + 0,029 *d* (fin de l'Écl. à Toulouſe).

Si l'on ſubſtitue ces dernières valeurs dans les équations des *§. 151 & 152*, on aura

d (diſtance des centres obſervée à Londres)

= + 2″,268 − 1,447 *d* (heure de la conj.) − 0,028 *d* (fin de l'Écl. à Toulouſe);

d (diſtance des centres obſervée à Toulouſe)

= − 16″,615 + 1,463 *d* (heure de la conj.) + 0,108 *d* (fin de l'Écl. à Toulouſe);

d (inſtant de la plus grande phaſe à Toulouſe)

= − 73″,179 + 0,319 *d* (heure de la conj.) + 0,952 *d* (fin de l'Écl. à Toulouſe);

d (inſtant de la plus grande phaſe à Londres)

= − 45″,591 + 0,100 *d* (heure de la conj.) + 0,017 *d* (fin de l'Écl. à Toulouſe);

Longitude de Toulouſe − Longitude de Londres

= 6′ 22″,538 + 0,311 *d* (heure de la conj.) + 0,736 *d* (fin de l'Écl. à Toulouſe).

(158.) Je ne m'étendrai pas ſur les différentes réflexions que peuvent faire naître ces calculs ; on voit cependant qu'en général, ſi *d* (heure de la conjonction) étoit poſitif, l'erreur des diſtances des centres obſervées à Londres & à Toulouſe ſeroit moindre. Si l'on ſuppoſoit, par exemple, *d* (heure de la conj.) = + 2″; on auroit

d (diſtance des centres obſervée à Londres) = − 0″,626;

d (diſtance des centres obſervée à Toulouſe) = − 13″,689.

J'ai négligé les termes multipliés par *d* (fin de l'Écl. à Toulouſe), à cauſe de la petiteſſe de leurs coëfficiens.

Cette hypothèſe peut paroître d'autant plus plauſible, que ſi à l'inſtant de l'obſervation de Londres, l'Éclipſe étoit déjà décroiſſante, la diſtance correſpondante à l'inſtant de la plus grande phaſe, a dû être un peu plus petite que la diſtance obſervée.

Quant à l'heure de la fin de l'Éclipſe à Toulouſe, je ſerois fort tenté de croire que l'Obſervateur l'a fixée quelques ſecondes plus

plus tard qu'elle n'eſt réellement arrivée dans ce lieu. C'eſt au moins ce que l'on conclut de la dernière équation du *§. 157,* ſi l'on ſuppoſe à Toulouſe une longitude orientale moindre que 6′ 22″, relativement à Londres.

(159.) D'après les calculs des *§. 151 & 157,* il eſt difficile de ſe refuſer à l'évidence, que les Obſervateurs de Londres & de Toulouſe ont regardé comme inſtans des plus grandes phaſes, des inſtans réellement poſtérieurs de pluſieurs ſecondes aux véritables plus grandes phaſes. On pourroit dire qu'en géneral cela doit être ainſi, puiſque l'Obſervateur n'étant averti de l'inſtant où l'Éclipſe ceſſe de croître, que par la première diminution dont il commence à s'apercevoir, il eſt probable d'imaginer qu'il doit déterminer toujours un peu trop tard le moment de la plus grande phaſe. Mais ſans chercher aucune explication de cette ſingularité, peut-être dûe au haſard, voyons ſi l'inſpection ſeule des obſervations de Londres & de Toulouſe ne conduiroit pas aux mêmes concluſions.

(160.) M. d'Arquier n'ayant publié qu'une ſeule obſervation faite dans le voiſinage de la plus grande phaſe, nous n'avons aucune priſe pour diſcuter aſtronomiquement la queſtion relativement à Toulouſe. Il n'en eſt pas de même de l'Obſervateur de Londres. M. Short eſt entré dans quelque détail ſur les obſervations voiſines de la plus courte diſtance des centres; voici ce qu'on lit dans les Tranſactions philoſophiques, *année 1764.*

Heures vraies.	*Diſtances obſervées des limbes.*	*Diſtances des centres concluës des obſervations, en employant les diamètres du Soleil & de la Lune, déterminés immédiatement par obſervation.*
9h 4′ 33″ comm. de l'Éclipſe		
10. 26. 10	2′ 58″,7.	1′ 53″,9.
10. 28. 28	2. 31,3.	1. 26,5.
10. 30. 44	2. 26,2.	1. 21,4.

Pour conclure les diſtances des centres, des diſtances obſervées des limbes, on a fait uſage des diamètres du Soleil & de la Lune meſurés par M. Short, aux inſtans mêmes des obſervations, ainſi qu'on peut le voir *§. 17 & 18*. Ces déterminations ſont donc indépendantes de toute hypothèſe. Paſſons aux conſéquences.

(161.) On peut conclure de l'équation de condition du *§. 155*, entre le commencement de l'Éclipſe obſervé à Londres, & la phaſe obſervée à $10^h\ 30'\ 44''$ conſidérée comme phaſe ordinaire, que les élémens hypothétiques du *§. 5*, ne ſatisfont pas complètement à ces deux obſervations. Si l'on veut chercher, par exemple, quelle ſeroit la Latitude de la Lune qui ſatisferoit à ces deux obſervations, rien de plus ſimple que le procédé. Par l'équation du *§. 155*, on auroit

$$+\ 21'',434 - 7,960\ d(\text{latitude de la Lune}) = 0.$$

D'où l'on tire $d(\text{latitude de la Lune}) = +\ 2'',693$.

Année 1770. Si l'on porte l'expreſſion précédente de d (latitude de la Lune) dans l'équation du *§. 126* de mon *VIIIe Mémoire*, on aura pour expreſſion de la différence en Longitude entre l'obſervatoire de M. Short & le lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin à l'inſtant de la conjonction.

Longitude de l'Obſervatoire de M. Short moins longitude du lieu qui comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ à l'inſtant de la conjonction

$$= -\ 0^h\ 0'\ 0'',160 + 0,727 \times 2'',693 = +\ 1'',798.$$

Dans la nouvelle hypothèſe, la conjonction eſt arrivée lorſque l'on comptoit $10^h\ 21'\ 30''$ dans l'obſervatoire de M. Short, la Latitude de la Lune étant alors de $39'\ 34'',693$.

(162.) Si l'on calcule avec ces nouveaux élémens, les diſtances des centres correſpondantes à $10^h\ 26'\ 10''$, $10^h\ 28'\ 28''$ & $10^h\ 30'\ 44''$, on aura les réſultats ſuivans.

Heures vraies.	*Diſtances calculées des centres.*	*Diſtances obſervées.*	*Différences.*
$10^h\ 26'\ 10''$	$1'\ 53'',3$	$1'\ 53'',9$	$+\ 0'',6.$
10. 28. 28.	1. 26,3	1. 26,5	+ 0,2.
10. 30. 44.	1. 21,4	1. 21,4	+ 0,0.

Ces mêmes élémens repréſentent avec la dernière exactitude le commencement de l'Éclipſe; ils aſſignent pour l'heure de la plus grande phaſe à Londres $10^h\ 29'\ 59''$; inſtant qui ne diffère que de deux ſecondes, de l'inſtant conclu des calculs des paragraphes précédens. Eſt-il probable que des élémens qui repréſentent avec autant d'exactitude les diſtances des centres obſervées au commencement & vers le milieu de l'Éclipſe, puiſſent induire dans une auſſi grande erreur que celle qu'il faudroit ſuppoſer ſur l'inſtant de la plus grande phaſe? Seroit-il probable, ſi l'on n'admettoit pas une plus grande phaſe intermédiaire entre l'obſervation de $10^h\ 28'28''$ & celle de $10^h\ 30'\ 44''$, que la diſtance des centres n'eût varié que de $5'',1$ de degré dans un eſpace de temps de $2'\ 16''$, après avoir varié de $27'',4$ de degré dans un eſpace de tems immédiatement précédent, de $2'\ 18''$? D'ailleurs ne faudroit-il pas examiner avant tout ſi les élémens que l'on concluroit de l'obſervation de $10^h\ 30'\ 44''$ regardée comme plus grande phaſe, peuvent ſatisfaire aux autres obſervations faites à Londres? Tout me paroît donc démontrer que la diſtance des centres que M. Short a marquée comme la plus courte diſtance des centres, eſt en effet la plus courte diſtance qu'il ait obſervée, mais non pas la plus courte diſtance abſolue; & l'inſpection ſeule des obſervations me paroît conduire aux mêmes concluſions que les calculs des paragraphes précédens. On ne doit point oublier que l'erreur de l'obſervation de Toulouſe eſt une conſéquence néceſſaire de celle de Londres.

(163.) De même que nous avons comparé deux obſervations des plus grandes phaſes, & que nous avons appris à en déduire les véritables élémens de l'Éclipſe, en ne ſuppoſant pas même ces obſervations exemptes de toute erreur; il eſt ſenſible que l'on peut comparer trois de ces obſervations, & alors on pourra déterminer un nouvel élément. Ces combinaiſons peuvent ſe multiplier à l'infini; mais on ne doit point oublier que l'on doit toujours faire entrer dans le calcul, les erreurs des obſervations. Comme ces erreurs ont un très-grand rapport, ainſi que je l'ai remarqué dans mon *VIII.e Mémoire*, avec les erreurs des élémens que l'on veut déterminer, on ne peut imaginer combien on s'écarteroit de la vérité ſi on ne les faiſoit pas entrer *Année 1770.*

dans le calcul, puiſque l'on attribueroit aux élémens, les erreurs des obſervations. Il eſt vrai que par là, à meſure que l'on multiplie les obſervations, on multiplie également les inconnues du Problème; mais outre que dans beaucoup de circonſtances on n'introduit pas toujours autant de nouvelles variables que de nouvelles équations, il eſt ſans doute préférable de connoître moins d'élémens, pourvu que ceux que l'on connoît, ſoient déterminés avec plus de certitude. On doit ſur-tout ne pas perdre de vue que dans toutes ces queſtions, lorſqu'un certain nombre d'équations ſont ſatisfaites par de certaines conditions, les autres le ſont également.

Remarques ſur l'expreſſion de la Latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction.

(164.) On a pu voir *(§. 31)* que la Latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction, eſt donnée par la formule ſuivante

$$\text{ſinus (latitude de la Lune)} = \frac{\zeta \pi R}{\psi r} + \frac{\lambda m E}{\psi r}.$$

Cette expreſſion eſt indépendante de l'heure de la conjonction & de la Longitude de l'Obſervateur. Cette ſingularité qu'indique la formule, mérite d'être remarquée: voici comment on démontre, indépendamment de tout calcul, que cela doit être ainſi.

(165.) Quelle que ſoit l'heure abſolue de la conjonction, & la poſition particulière de l'Obſervateur dans ſon parallèle à cet inſtant; dès que la Latitude de la Lune, ſon orbite apparente, & ſa diſtance à la Terre ſont données, toutes les poſitions poſſibles de la Lune ſont implicitement déterminées, relativement aux différens parallèles terreſtres. L'heure de la conjonction, c'eſt-à-dire l'heure à laquelle la Lune paſſe par le cercle de Latitude, ne fait qu'appliquer à un point particulier du parallèle terreſtre, un certain phénomène qui auroit convenu à un autre point du même parallèle, dans une autre hypothèſe. On voit donc pourquoi la détermination de la Latitude de la Lune eſt indépendante de l'inſtant abſolu de la conjonction, & de la poſition

particulière de l'Obſervateur dans ſon parallèle, correſpondante à cet inſtant, c'eſt-à-dire, de ſa Longitude.

SECTION TROISIÈME.

De quelques Problèmes relatifs aux queſtions précédentes, & qui pourroient également ſervir à former des équations de condition.

(166.) Au lieu de ſuppoſer connue la parallaxe de la Lune, & de déterminer, comme dans le *§. 31*, la Latitude de cet aſtre correſpondante à l'inſtant de la conjonction, on peut ſuppoſer connue la Latitude de l'aſtre & demander ſa parallaxe. Rien de plus ſimple que la ſolution du Problème ; en effet, il eſt évident que ſi l'on conſerve les définitions de ζ, ψ, r, π, λ, m, R, E, du *§. 31*, on aura dans ce cas

$$\pi = -\frac{\lambda m E}{\zeta R} + \frac{\psi r}{\zeta R} \times \text{ſin. (latitude de la Lune)}.$$

Soit maintenant

$$T = \overset{(T1)}{\frac{p s}{r}} + \overset{(T2)}{\frac{c \rho q h}{r^3}} + \overset{(T3)}{\frac{b'^2 \gamma}{3600''^2}};$$

puiſque $E = \xi - \frac{T\pi}{r}$; ſi l'on ſuppoſe d'ailleurs,

$$F' = \overset{(F'1)}{\frac{\zeta R}{r}} - \overset{(F'2)}{\frac{\lambda m T}{r^2}},\text{ on aura}$$

$$\pi = \overset{(\pi 1)}{\frac{\psi \times \text{ſin. (latit. de la Lune)}}{F'}} - \overset{(\pi 2)}{\frac{\lambda m \xi}{F' r}}.$$

(167.) Je ne parlerai point du ſigne des valeurs qui entrent dans l'expreſſion des quantités T, R ; on doit y appliquer les remarques générales des premiers paragraphes de ce Mémoire : je me contenterai de détailler ce qui eſt particulier à λ, m, F' ſin. (lat. de la ☾). λ eſt toujours poſitif. m doit avoir le ſigne déterminé par les remarques du *§. 26*. ſin. (latitude de la Lune) eſt poſitif lorſque la Latitude de la Lune eſt boréale ; il eſt négatif lorſque la Latitude de la Lune eſt auſtrale. F' a le ſigne déterminé par l'Équation qui donne ſa valeur.

π est positif lorsque la Lune est située du même côté, par rapport au centre de la Terre, que l'astre qu'elle éclipse. Ce cas a toujours lieu pour les éclipses de Soleil; c'est celui de la conjonction. π négatif, s'il étoit donné par le calcul, indiqueroit que la Terre est située entre la Lune & le Soleil.

(168.) Je ne donnerai point de Table des quantités constantes de l'Éclipse, relatives à la recherche de *R;* on peut se servir de celle du *§. 38.* Je remarquerai seulement que lors de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, on avoit

T.

Log. $\left\{ \begin{array}{ll} & (T\,1,) \\ p & = 8{,}9238624. \\ & (T\,2,) \\ \dfrac{pq}{r^2} & = 0{,}0009120. \\ & (T\,3,) \\ \dfrac{\gamma r}{3600''^2} & = 4{,}1882915. \end{array} \right.$ Log. $\left\{ \begin{array}{l} \psi = 9{,}9978165. \\ \xi = 9{,}9999711. \\ \zeta = 9{,}9986603. \end{array} \right.$

EXEMPLE.

(169.) *On suppose que le 1.er Avril 1764, on ait observé à Londres une plus courte distance des centres de 1′ 21″,4, à 10h 30′ 44″ du matin; que de plus la Latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, ait été de 39′ 30″,3; on demande la valeur de la parallaxe horizontale polaire correspondante à l'instant de la conjonction.*

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$R = +\ 75435.$
$s =$ sin. $51^{d}\ 21'\ 33''$ ... posit.
$c =$ cos. 51. 21. 33 ... posit.
$h =$ cos. 337. 41. 0 ... posit.
$m =$ sin. 281. 39. 49 ... nég.
$\lambda =$ tang. $1'\ 21'',4$ ... posit.
sin. (lat. ☾) = sin. $39'\ 30'',3$ ... posit.
$b' = +\ 556''.$

Log. $\left\{ \begin{array}{ll} R = & 9{,}8775729. \\ s = & 9{,}8926912. \\ c = & 9{,}7954889. \\ h = & 9{,}9661884. \\ ch = & 19{,}7616773. \\ b'^2 = & 11{,}4901496. \\ m = & 9{,}9909385. \\ \lambda = & 6{,}5975000. \\ \text{sin. (lat. ☾)} = & 8{,}0603578. \end{array} \right.$

Donc

TYPE du Calcul.

$$T = + (T1) + (T2) + (T3).$$

(T 1)	(T 2)	(T 3)
9,8926912...log. s.	19,7616773...log. ch.	11,4901496...log. b'².
8,9238624.	0,0009120.	4,1882915.
8,8165536...log. 6555.	9,7625893...log. 57888.	5,6784411...log. 5.

$$T = + 64448\ldots \log. T = 9{,}8092094.$$

$$F' = + (F'1) + (F'2)$$

(F' 1)	(F' 2)
9,8775729...log. R.	6,5975000...log. λ.
9,9986603...log. ζ.	9,9909385...log. m.
	9,8092094...log. T.
9,8762332...log. 75203.	
	6,3976479...log. 25.

$$F' = + 75228\ldots \text{Compl. arith. log. } F' = 0.1236205.$$

$$\pi = + (\pi 1) + (\pi 2).$$

(π 1)	(π 2)
9,9978165...log. ↓.	6,5975000...log. λ.
8,0603578...log. ſin. (latit. ☾).	9,9909385...log. m.
0,1236205...compl. log. F'.	9,9999711...log. ξ.
8,1817948...log. 1519,8.	0,1236205...compl. log. F'.
	6,7120301...log. 51,5.

$$\pi = + 1519{,}8 + 51{,}5 = + 1571{,}3.$$

Parallaxe horizontale polaire de la Lune = 54′ 1″,3.

(170.) L'expreſſion de π du paragraphe précédent n'eſt qu'une expreſſion hypothétique puiſqu'elle ſuppoſe de certains élémens. Il eſt évident que de même que dans les différentes ſections du ſecond Article de ce Mémoire, nous avons déterminé l'expreſſion générale de la Latitude de la Lune correſpondante à l'inſtant de la conjonction, nous pourrions déterminer pareillement l'expreſſion générale de la parallaxe polaire. Cette nouvelle valeur pourroit ſervir à former de nouvelles équations de condition; mais comme

ces équations ne feroient évidemment que celles que nous avons déjà données, mifes fous une forme différente, il eft fuperflu d'entreprendre ce nouveau travail. Cette remarque s'applique également aux queftions que nous allons réfoudre. Par leur moyen on pourroit auffi former de nouvelles équations de condition, mais elles feroient identiques avec celles que l'on a déjà.

Dans la queftion précédente, & dans celles des queftions fuivantes où la Latitude de la Lune, & π font les inconnues du Problème, j'ai regardé ζ & ξ comme connus, quoiqu'ils paroiffent dépendre de la parallaxe & de la Latitude de la Année 1770. Lune; on en peut voir la raifon dans mon *VIIIe Mémoire*, *§. 52 & 53*.

(171.) L'équation du *§. 32* peut conduire à la folution de plufieurs queftions.

Soit

z' le lieu où l'on a obfervé,

b le nombre de fecondes horaires écoulées depuis l'inftant de la conjonction jufqu'à celui de l'obfervation. Je fuppofe connu cet élément.

Confervons d'ailleurs les autres définitions du *§. 31*.

Puifque *(§. 32)*

$$\frac{3600''\zeta}{nr}\left(\frac{\theta l}{\zeta}-S\right)-\frac{3600''\zeta}{nr}\times\frac{n}{m}\left(\frac{\psi l}{\zeta}-R\right)+b=0;$$

que de plus *(§. 1.er)*

$$l=r\times\frac{\text{fin. (latit. ☾)}}{\pi};\quad n=\frac{r\xi}{\psi\pi}\times\text{fin. (mouv. hor. de la ☾ au }\odot\text{)}.$$

Si l'on fuppofe

$$G'=\overset{(G'1)}{\theta}-\overset{(G'2)}{\frac{n\psi}{m}},\qquad H'=\overset{(H'1)}{\frac{\zeta S}{r}}-\overset{(H'2)}{\frac{\zeta nR}{mr}};$$

on aura

$$\text{fin. (latit. ☾)}=\overset{\text{fin. (latit. ☾ 1)}}{\frac{\pi H'}{G'}}-\overset{\text{fin. (latit. ☾ 2)}}{\frac{b}{3600''}\times\frac{r\xi\times\text{fin. (mouv. hor. ☾ au }\odot)}{\psi G'}};$$

$$\pi=\overset{(\pi 1)}{\frac{G'\,\text{fin. (latit. ☾)}}{H'}}+\overset{(\pi 2)}{\frac{b}{3600''}\times\frac{r\xi\times\text{fin. (mouv. hor. de la ☾ au }\odot)}{\psi H'}};$$

fin.

$$\text{fin. (mouv. hor. ☾ au ☉)} = \frac{3600''}{b} \times \frac{\psi \pi H'}{r\xi} - \frac{3600''}{b} \times \frac{\psi G' \text{fin. (latit. ☾)}}{r\xi}.$$

(with "fin. (mouv. hor. 1)" above the first term and "fin. (mouv. hor. 2)" above the second term)

Au moyen de ces dernières formules, connoiſſant deux des trois quantités ſuivantes, la Latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, ſa parallaxe horizontale polaire, ſon mouvement horaire relatif, on peut toujours déterminer la troiſième.

(172.) Je ne parlerai point ici du ſigne des valeurs qui entrent dans les expreſſions de R, S, ni de celui de ξ, ψ, θ, ζ; on doit y appliquer les remarques générales des premiers paragraphes de ce Mémoire. Je me contenterai de détailler ce qui eſt particulier à b, m, n, π, fin. (latit. ☾), fin. (mouv. hor. de la ☾ au ☉), G' & H'. b eſt poſitif lorſque l'inſtant de la conjonction précède l'inſtant de l'obſervation; il eſt négatif dans le cas contraire. m & n ont le ſigne déterminé par les remarques du *§. 26*. fin. (latit. de la ☾) eſt poſitif, lorſque la Latitude de la Lune eſt boréale; fin. (lat. ☾) eſt négatif dans le cas contraire. G' & H' ont le ſigne déterminé par l'équation qui donne leurs valeurs.

π eſt poſitif lorſque la Lune eſt ſituée du même côté par rapport au centre de la Terre, que l'aſtre qu'elle éclipſe; π négatif indiqueroit que la Terre eſt ſituée entre la Lune & le Soleil.

Sin. (mouvement horaire de la Lune au Soleil) poſitif, indique que le mouvement horaire de la Lune au Soleil eſt dans le ſens que l'on a ſuppoſé; fin. (mouv. horaire de la Lune au Soleil) négatif, indique que le mouvement horaire de la Lune au Soleil ſurpaſſe 180^d, ou que ce mouvement eſt dans le ſens oppoſé à la ſuppoſition primitive.

Ces remarques s'appliquent également aux autres ſolutions qui vont ſuivre.

(173.) Je ne donnerai point de Table des quantités conſtantes de l'Eclipſe relatives à cette recherche; on peut ſe ſervir de celles du *§. 38*.

EXEMPLE.

(174.) *On ſuppoſe que le 1.er Avril 1764, on ait obſervé à Londres une plus courte diſtance des centres, à 10h 30′ 44″ du matin,*

& que la conjonction soit d'ailleurs arrivée lorsque l'on comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ dans ce lieu; on demande quelle a dû être la Latitude de la Lune, si l'on suppose la parallaxe horizontale polaire de $54'\ 1'',5$ & le mouvement horaire relatif de $27'\ 11'',3$; quelle a dû être la parallaxe, si l'on suppose la Latitude de la Lune de $39'\ 32''$, & le mouvement horaire relatif de $27'\ 11'',3$; quel a dû être le mouvement horaire relatif, si l'on suppose la Latitude de la Lune de $39'\ 32''$, & sa parallaxe horizontale polaire de $54'\ 1'',5$.

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$b = +\ 556''$. $\qquad S = +\ 14174$.
$m =$ sin. $281^d\ 39'\ 49''$...nég. $\qquad G' = +\ 30541$.
$n =$ cos. $281.\ 39.\ 49$...posit. $\qquad H' = +\ 29654$.
$R = +\ 75435$.

Log. $\begin{cases} \xi = 9{,}9999711. \\ \psi = 9{,}9978165. \\ G' = 9{,}4848833. \\ H' = 9{,}4720833. \\ \frac{3600''}{b} = 0{,}8112277. \end{cases}$ Compl. arit. log. $\begin{cases} \xi = 0{,}0000289. \\ G' = 0{,}5151167. \\ \psi G' = 0{,}5173002. \\ H' = 0{,}5279167. \\ \psi H' = 0{,}5301002. \\ \frac{b}{3600''} = 9{,}1887723. \end{cases}$

Donc

TYPE du Calcul.

Détermination de la Latitude de la Lune.

sin. (latitude de la Lune) $= +$ sin. (latit. 1) $-$ sin. (latit. 2).

sinus (latitude 1)	sinus (latitude 2)
8,1963030 . . . log. π.	9,9999711 . . . log. ξ.
9,4720833 . . . log. H'.	7,8981000 . . . log. sin. (mouv. hor.)
0,5151167 . . . comp. log. G'.	0,5173002 . . . Compl. log. $\psi G'$.
8,1835030 . . . log. 1526.	9,1887723 . . . comp. log. $\frac{b}{3600''}$.
	7,6041436 . . . log. 402.

sinus (latitude de la Lune) $= +\ 1526 - 402 = +\ 1124$.
Latitude de la Lune $= 38'\ 38'',5$.

Détermination de la parallaxe de la Lune.

$\pi = + (\pi\ 1) + (\pi\ 2)$.

$(\pi\ 1)$	$(\pi\ 2)$
9,4848833 . . . log. G'.	9,9999711 . . . log. ξ.
8,0606800 . . . log. fin. (lat. ☾)	7,8981000 . . . log. fin. (mouv. hor.)
0,5279167 . . . compl. log. H'.	0,5301002 . . . comp. log. ψ H'.
8,0734800 . . . log. 1184,3.	9,1887723 . . . comp. log. $\frac{b}{3600''}$.
	7,6169436 . . . log. 413,9.

$\pi = + 1184,3 + 413,9 = 1598,2$.

Parallaxe horizontale polaire de la Lune $= 54'\ 56'',7$.

Détermination du mouvement horaire.

fin. (mouv. hor. ☾ au ☉) = + fin. (mouv. hor. 1) — fin. (mouv. hor. 2).

fin. (mouv. hor. 1)	fin. (mouv. hor. 2)
9,9978165 . . . log. ψ.	9,9978165 . . . log. ψ.
8,1963030 . . . log. π.	8,0606800 . . . log. fin. (latit. ☾)
9,4720833 . . . log. H'.	9,4848833 . . . log. G'.
0,8112277 . . . log. $\frac{3600''}{b}$.	0,8112277 . . . log. $\frac{3600''}{b}$.
0,0000289 . . . comp. log. ξ.	0,0000289 . . . compl. log. ξ.
8,4774594 . . . log. 3002,4.	8,3546364 . . . log. 2262,7.

fin. (mouv. hor. ☾ au ☉) $= + 3002,4 - 2262,7 = + 739,7$.

mouvement horaire de la Lune au *Soleil* $+ = 25'\ 25'',7$.

Le peu de rapport des ſolutions précédentes avec les ſuppoſitions primitives, l'incohérence qui règne entr'elles, confirme de plus en plus que la phaſe obſervée à $10^{h}\ 30'\ 44''$ à Londres, n'étoit pas véritablement une plus grande phaſe.

(175.) On pourroit vouloir auſſi déterminer la parallaxe du Soleil, en regardant comme connus, la parallaxe de la Lune, ſa Latitude, ſon mouvement horaire. Les remarques du *§. 178* de mon *VIIIe Mémoire* doivent faire ſentir combien de pareilles méthodes pourroient induire en erreur. J'ai donc cru inutile de donner la ſolution du Problème. *Année 1770.*

(176.) Dans les équations du §. *171*, nous avons fait voir comment, connoissant la distance de l'instant de la conjonction à l'instant de l'observation, on pouvoit déterminer arbitrairement l'une des trois quantités suivantes, la parallaxe horizontale polaire de la Lune correspondante à l'instant de la conjonction, sa Latitude, son mouvement horaire relatif; en supposant toutefois connues les deux autres quantités. Nous sommes parvenus à des équations du premier degré, parce que nous avons regardé d'ailleurs comme donné l'*angle de comparaison*. Si l'on ne regardoit pas cet angle comme connu, on résoudroit également les questions, mais on parviendroit à des équations du second degré.

(177.) Soit

λ la tangente de la distance observée des centres;

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis l'instant de la conjonction jusqu'à celui de l'observation. Je suppose connu cet élément.

Conservons d'ailleurs les autres définitions du §. *31*.

Puisqu'en général

$$\lambda = \frac{\zeta\pi}{Er}\sqrt{\left[\left(\frac{\psi l}{\zeta} - R\right)^2 + \left(\frac{\theta l}{\zeta} - S + \frac{b}{3600''} \times \frac{nr}{\zeta}\right)^2\right]},$$

Et que de plus

$$l = r \times \frac{\text{sin. (latit. ☾)}}{\pi}; \quad n = \frac{r\xi}{\pi\psi}\,\text{sin. (mouv. hor. de la ☾ au ☉)}.$$

Si l'on suppose

$$M' = \overset{(M'1)}{\frac{b}{3600''} \times \frac{\xi\,\text{sin. (mouv. hor. ☾ au ☉)}}{\psi}} - \overset{(M'2)}{\frac{\zeta\pi S}{r^2}},$$

$$K = \overset{(K1)}{\frac{\theta M'}{r}} - \overset{(K2)}{\frac{\zeta\pi\psi R}{r^3}},$$

$$I = \overset{(I1)}{\frac{M'^2}{r}} + \overset{(I2)}{\frac{\zeta^2\pi^2R^2}{r^5}} - \overset{(I3)}{\frac{\lambda^2E^2}{r^3}}.$$

on aura

$$\text{sin.}^2\,\text{(latit. de la Lune)} + 2K\,\text{sin. (latit. de la Lune)} + Ir = 0.$$

(178.) Si la parallaxe horizontale de la Lune étoit l'inconnue

du Problème, soit

$$T = \overset{(T1)}{\frac{ps}{r}} + \overset{(T2)}{\frac{c\varphi q h}{r^3}} + \overset{(T3)}{\frac{\gamma b'^2}{3600''^2}};$$

& par conséquent $E = \xi - \frac{T\pi}{r}$.

Soit de plus

$$N' = \overset{(N'1)}{\frac{\zeta^2 R^2}{r^3}} + \overset{(N'2)}{\frac{\zeta^2 S^2}{r^3}} - \overset{(N'3)}{\frac{\lambda^2 T^2}{r^3}},$$

$$P' = \overset{(P'1)}{\frac{\theta \text{ sin. (latit. de la Lune)}}{r}} + \frac{b}{3600''} \times \overset{(P'2)}{\frac{\xi \text{ sin. (mouv. hor. ☾ au ☉)}}{\psi}}$$

$$K' = \overset{(K'1)}{\frac{\psi \zeta R \text{ sin. (lat. de la Lune)}}{N' r^2}} + \overset{(K'2)}{\frac{\zeta S P'}{N' r}} - \overset{(K'3)}{\frac{\lambda^2 T \xi}{N' r^2}},$$

$$I' = \overset{(I'1)}{\frac{\psi^2 \text{ sin.}^2 \text{ (latit. de la Lune)}}{N' r^2}} + \overset{(I'2)}{\frac{P'^2}{N'}} - \overset{(I'3)}{\frac{\lambda^2 \xi^2}{N' r^2}}.$$

On aura

$$\pi^2 - 2 K' \pi + I' r = 0.$$

(179.) Si c'étoit le mouvement horaire que l'on voulût connoître, on le détermineroit par le moyen de l'équation du *§. 171*, après avoir préalablement déterminé l'angle de comparaison *(§. 31)* par l'équation

$$m = \frac{\psi r \text{ sin. (latit. de la Lune)}}{\lambda E} - \frac{\zeta \pi R}{\lambda E}.$$

(180.) Je ne parlerai point ici du signe des valeurs qui entrent dans les expressions de R, S, E, T; ni de celui de ξ, ψ, θ, ζ; on doit y appliquer les remarques générales des premiers paragraphes de ce Mémoire. On doit également relire ce que j'ai dit *(§. 172)* sur le signe des quantités b, n, m, π, sin. (lat. de la ☾), sin. (mouvement horaire de la Lune au Soleil). Je remarquerai aussi que pour déterminer les quantités R, S, T, on peut se servir des *§. 38 & 169*.

(181.) Quoique l'équation du §. 171, qui détermine le mouvement horaire, soit du premier degré, la solution n'en est pas moins du second degré. En effet, la valeur de m convient également à deux angles qui diffèrent entr'eux de 180^d. Il faut donc pour avoir la solution complète, substituer deux angles différens dans l'équation du §. 171 ; on a donc réellement deux solutions sous une forme du premier degré. De ces deux solutions, une seule appartient au cas particulier que l'on considère; c'est à l'observation à faire connoître celle que l'on doit choisir. La règle est fort simple. Supposons, par exemple, m positive & égale à la moitié du rayon ; m sera également le sinus de 30^d & de 150^d. On choisira l'angle de 30^d, si à l'instant de l'observation le centre de la Lune s'est trouvé dans l'hémisphère suivant du disque du Soleil ; on choisira l'angle de 150^d si à l'instant de l'observation le centre de la Lune s'est trouvé dans l'hémisphère précédent du disque de cet astre.

(182.) Ces dernières réflexions s'appliquent également aux équations qui déterminent la Latitude de la Lune & sa parallaxe. Des deux valeurs que donnent les équations, une seule convient au cas particulier que l'on considère. Lors donc que l'on aura trouvé les deux valeurs, on les portera successivement dans l'équation

$$m = \frac{\psi r \text{ sin. (latit. de la Lune)}}{\lambda E} - \frac{\zeta \pi R}{\lambda E};$$

celle qui donnera l'angle de l'espèce observée, sera celle qu'il faudra choisir. Un exemple va nous éclaircir.

EXEMPLE.

(183.) *On suppose que le 1.er Avril 1764, on ait observé à Londres une distance des centres de 30' 44",3, à 9h 4' 33" du matin, dans l'angle austral précédant du disque du Soleil (i);*

(i) J'ai eu soin de corriger la véritable distance observée des centres, relativement à la variation de la parallaxe de la Lune, & de la déclinaison du Soleil, dans l'intervalle écoulé entre l'instant de la conjonction & l'instant de l'observation, conformément à ce qui est prescrit dans la Section IV.e de l'article I.er de mon *VIII.e Mémoire.*

que de plus la conjonction soit arrivée lorsque l'on comptoit $10^h\ 21'\ 28''$ du matin dans ce lieu ; on demande quelle a dû être la Latitude de la Lune, si l'on suppose la parallaxe horizontale polaire de $54'\ 1'',5$, & le mouvement horaire composé de $27'\ 11'',3$? qu'elle a dû être la parallaxe, si l'on suppose la Latitude de la Lune de $39'\ 32''$, & le mouvement horaire de $27'\ 11'',3$?

SOLUTION. Dans le cas particulier dont il s'agit, on avoit

$b = -4615''$.	$K = -1435,9$.
$R = +85836$.	$I = +19,80$.
$S = -2554$.	$N' = +73287$.
$T = +52000$.	$P' = -903,9$.
$E = +99176$.	$K' = +1367,3$.
λ = Tangente $30'\ 44'',3$.	$I' = +18,28$.
$M' = -978,9$.	

On a donc les deux équations suivantes,

$$\text{fin.}^2\,(\text{latit.}\ ☾) - 2 \times 1435,9 \times \text{fin.}\,(\text{latit.}\ ☾) + r \times 19,80 = 0\,;$$
$$\pi^2 - 2 \times 1367,3 \times \pi + r \times 18,28 = 0.$$

Si l'on applique à ces équations, les méthodes détaillées dans mon *IV.e Mémoire, §. 40 & suivans*, on trouvera pour leurs racines, *Année 1766.*

$$\text{fin.}\,(\text{latit.}\ ☾) = \text{fin.}\ 0^d\ 39'\ 32''. \qquad \text{fin.}\,(\text{latit.}\ ☾)\ \text{fin.}\ 0^d\ 59'\ 12''.$$
$$\pi = \text{fin.}\ 0\ 54'\ 1''. \qquad \pi = \text{fin.}\ 0\ 40'\ 0''.$$

Chacune de ces équations donne deux valeurs ; laquelle doit-on choisir ?

(184.) Pour nous éclaircir, ne prenons que la première équation, celle d'où l'on conclut la Latitude de la Lune, & supposons que nous ignorons que c'est la Latitude de $39'\ 32''$, & non pas celle de $59'\ 12''$, qui satisfait au Problème. Je porte les deux valeurs de fin. (latitude de la Lune) dans l'équation

$$m = \frac{\psi\, r\ \text{fin.}\,(\text{latit. de la Lune})}{\lambda E} - \frac{\zeta \pi R}{\lambda E},$$

je vois que si je suppose la Latitude de la Lune de $39'\ 32''$, la valeur de m est négative, parce qu'alors R surpasse $\frac{\psi\, r\ \text{fin.}\,(\text{latit.}\ ☾)}{\zeta \pi}$;

je vois par la raison contraire, que si je suppose la Latitude de la Lune de 59′ 12″, *m* est positive. Mais par la supposition le centre de la Lune étoit dans l'angle *austral précédent* du disque du Soleil à l'instant de l'observation; c'est donc la valeur de *m* négative qui satisfait au problème, & conséquemment la latitude de 39′ 32″ qu'il faut choisir.

On trouveroit pareillement que la parallaxe de 40′ 0″ rend *m* positive, que celle de 54′ 1″ rend au contraire *m* négative, & que par conséquent cette dernière parallaxe satisfait au Problème.

(185.) On voit par ces recherches, que si dans le premier cas, la Latitude de la Lune eût été de 59′ 12″, & que si dans le second cas, la parallaxe eût été de 40′ 0″; on auroit également observé une distance des centres de 30′ 44″,3, à 9^h 4′ 33″ du matin, sous le parallèle boréal de 51^d 31′ 0″, 4615″ de temps avant la conjonction. Mais alors le centre de la Lune se seroit trouvé dans l'hémisphère précédent du disque du Soleil, à l'instant de l'observation.

Année 1770. (186.) Lorsqu'il a été question dans mon *VIII.e Mémoire*, de déterminer laquelle des deux valeurs de *y* du *§. 65* de ce Mémoire, devoit être employée dans le calcul; on a vu que le symptôme consistoit à constater si à l'instant de l'observation le centre de la Lune s'étoit trouvé dans l'*hémisphère précédent*, ou dans l'*hémisphère suivant* du disque du Soleil. On peut aussi se rappeler *(§. 21)* que la perpendiculaire à l'orbite relative menée par le centre du Soleil, fait la séparation de ces deux hémisphères. Il en est de même de l'Équation du *§. 179* du présent Mémoire, ainsi qu'il a été détaillé *§. 181*. On voit enfin comment le même symptôme sert à distinguer laquelle des deux valeurs de la Latitude de la Lune, ou de sa parallaxe, des *§. 177* & *178*, satisfait à l'observation particulière que l'on calcule.

(187.) Dans les circonstances particulières de l'exemple du *§. 183*, si l'on demandoit quel mouvement horaire composé, satisfaisoit à l'observation, en supposant d'ailleurs la Latitude de la Lune de 39′ 32″, & la parallaxe horizontale polaire de

54′

54′ 1″,5 ; rien de plus ſimple que le calcul. On auroit dans ce cas

$R = + 85836$, $E = + 99176$, $\lambda =$ tang. $30' 44'',3$,

$$\frac{\psi r \text{ ſin. (latit. ☾)}}{\lambda E} - \frac{\zeta \pi R}{\lambda E} = - 22615,$$

$$m = \text{ſinus} \begin{cases} 193^d\ 4'\ 14''. \\ 346\ 55\ 46. \end{cases}$$

Ou plutôt $m =$ ſinus $193^d\ 4'\ 14''$, $n =$ coſin. $193^d\ 4'\ 14''$, puiſque le centre de la Lune étoit dans l'hémiſphère précédent du diſque du Soleil, à l'inſtant de l'obſervation.

D'ailleurs on auroit

$$b = - 4615'', \quad S = - 2554.$$
$$G' = - 418565, \quad H' = - 371126.$$
$$\frac{3600''}{b} \times \frac{\psi \pi H'}{r \xi} = 4526,87,$$
$$\frac{3600''}{b} \times \frac{\psi G' \text{ ſin. (latit. de la Lune)}}{r \xi} = 3736,09.$$

ſin. (mouv. hor.) $= + 4526,87 - 3736,09 = + 790,78$,

mouvement horaire de la Lune au Soleil $= 27' 11'',3$.

(188.) Si l'on avoit fait uſage de l'angle de $346^d 55' 46''$, on auroit eu $G' = + 438571$, $H' = + 366034$,

ſin. (mouvem. hor.) $= - 4464,78 + 3917,94 = - 546,84$.

Mouvement horaire de la Lune au Soleil $= - 18' 48''$.

On voit donc, que ſi le mouvement horaire relatif eût été de $18' 48''$, mais dans le ſens oppoſé à la ſuppoſition primitive, on auroit également obſervé une diſtance des centres de $30' 44'',3$, à $9^h 4' 33''$ du matin, ſous le parallèle boréal de $51^d 31' 0''$, $4615''$ de temps avant la conjonction. Dans ce cas, le centre de la Lune ſe feroit trouvé dans l'hémiſphère précédent du diſque du Soleil, à l'inſtant de l'obſervation.

(189.) La longueur de ce Mémoire m'oblige de remettre à une autre année, les applications des méthodes précédentes, aux obſervations des Éclipſes des 1.er Avril 1764 & 4 Juin 1769, quoique ce travail ſoit entièrement fini, & qu'une partie ait déjà été lûe depuis long-temps. J'ai penſé qu'en attendant la publication de cette partie de mon Ouvrage, il me ſeroit permis de mettre ſous

les yeux de l'Académie, les résultats de mes *termes hypothétiques*. Malgré les raisons qui me portent à croire que les élémens que j'ai employés, ne s'écartent pas de la vérité, on ne doit regarder ces résultats que comme probables. J'ai marqué d'une étoile, les observations sur lesquelles on pourroit élever quelques doutes, & celles que les Observateurs ont données comme incertaines. Au reste, je ne réponds que de mes calculs. J'ai réservé le détail & la discussion de ces Observations, pour le corps même de l'Ouvrage qui, par sa généralité, pourra mériter l'attention des Astronomes.

(190.) Dans la Table suivante, les Longitudes sont rapportées à l'Observatoire Royal de Paris, quoique dans l'ouvrage dont cette Table est extraite, une partie de ces Longitudes, celles déterminées par l'Éclipse de 1764, aient été calculées par rapport à Greenwich. La raison en est simple; l'Éclipse du 1.er Avril 1764, n'a pas été vue à Paris; elle a été observée à Greenwich, ainsi que celle du 4 Juin 1769. Mais comme d'ailleurs la comparaison des observations de l'Éclipse du 4 Juin 1769, faites à Greenwich & à Paris, m'a donné pour différence en Longitude entre ces deux lieux, 9′ 20″ de temps, il m'a été facile de réduire au méridien de Paris, d'après mes seuls calculs, les Longitudes évaluées par rapport à Greenwich. Au reste, si l'on doutoit que la différence en Longitude entre Paris & Greenwich fut de 9′ 20″ de temps, on n'auroit qu'à ajouter 9′ 20″ à toutes les Longitudes orientales, & soustraire 9′ 20″ de toutes les Longitudes occidentales, déterminées par l'Éclipse de 1764, & l'on aura les Longitudes évaluées par rapport à Greenwich, telles qu'elles m'ont été données immédiatement par le calcul.

(191.) J'ai donné à Cadiz une Longitude un peu différente de celle que M. de la Lande a insérée dans la Connoissance des Temps, d'après mes calculs. J'ignorois alors que les instans des phases de l'Éclipse du 1.er Avril 1764, qui m'ont été communiquées par M. Cassini, fussent inexacts. Je dois à M. le Gentil d'avoir pu restituer les véritables instans de ces observations.

Lorsqu'on ne trouve point pour le même lieu, de commencement & de fin d'Éclipse calculés, c'est qu'alors la phase correspondante n'a point été observée dans ce lieu.

LONGITUDES des différentes Villes où l'on a observé les Éclipses des 1.er Avril 1764 & 4 Juin 1769.

NOMS DES LIEUX.	PHASES de L'ÉCLIPSE.	DIFFÉRENCES des MÉRIDIENS, Par L'ÉCLIPSE du 1.er Avril 1764.	Par L'ÉCLIPSE du 4 Juin 1769.
		H. M. S.	H. M. S.
Paris	Commencem.t	....	0. 0. 0.
	Fin	....	0. 0. 0.
Greenwich	Commencem.t	0. 9. 20. oc.	0. 9. 20. oc.
	Fin	....	0. 9. 20. oc.
Rouen	Commencem.t	....	0. 4. 53* oc.
	Fin	....	0. 5. 6. oc.
Saron	Commencem.t	....	0. 5. 39. or.
	Fin	....	0. 5. 39* or.
Passi	Commencem.t	....	0. 0. 14. oc.
	Fin	....	0. 0. 14. oc.
École Militaire	Commencem.t	....	0. 0. 9. oc.
	Fin	....	0. 0. 11. oc.
Saint-Hubert	Fin	....	0. 2. 9. oc.
Bordeaux	Commencem.t	....	0. 11. 36. oc.
	Fin	....	0. 11. 38. oc.
Toulouse	Commencem.t	....	0. 3. 36. oc.
	Fin	0. 3. 29* oc.	0. 3. 35* oc.
Brest	Fin	0. 27. 13. oc.	0. 27. 13. oc.
Kergars	Fin	0. 21. 46* oc.	0. 22. 16. oc.
Pont-à-Mousson	Commencem.t	0. 14. 41. or.	
	Fin	0. 14. 41. or.	
Nanci	Commencem.t	0. 15. 16. or.	
Metz	Fin	0. 15. 15. or.	

NOMS DES LIEUX.	PHASES de L'ÉCLIPSE.	DIFFÉRENCES des MÉRIDIENS, Par L'ÉCLIPSE du 1.er Avril 1764.	Par L'ÉCLIPSE du 4 Juin 1769.
		H. M. S.	H. M. S.
Toul	Fin	0. 13. 54. *or.*	
Châlons	Fin	0. 7. 48. *or.*	
Rennes	Form. de l'ann.	0. 16. 8* *oc.*	
	Rupt. de l'ann.	0. 16. 8* *oc.*	
Calais	Rupt. de l'ann.	0. 1. 53* *oc.*	
Avignon	Commencem.t	0. 9. 54. *or.*	
	Fin	0. 9. 35* *or.*	
Montpellier	Fin	0. 6. 7. *or.*	
Londres ſurry ſtreet.	Commencem.t	0. 9. 49. *oc.*	
Londres ſpital ſquare.	Commencem.t	....	0. 9. 27* *oc.*
	Fin	....	0. 9. 37. *oc.*
Clerken well-cloſe.	Commencem.t	0. 9. 35* *oc.*	
Brompton-park	Commencem.t	0. 10. 4. *oc.*	
Thorley Hall	Fin	0. 8. 47. *oc.*	
Kew	Fin	....	0. 10. 14* *oc.*
Liverpool	Commencem.t	0. 21. 5. *oc.*	
	Fin	0. 21. 8. *oc.*	
Oxford	Commencem.t	0. 14. 25* *oc.*	0. 14. 16. *oc.*
	Fin	0. 14. 13* *oc.*	0. 14. 18. *oc.*
Glaſgow	Commencem.t	0. 26. 28. *oc.*	0. 26. 27. *oc.*
	Fin	0. 26. 17* *oc.*	
Shirburn-caſtle	Commencem.t	0. 13. 11. *oc.*	0. 13. 5. *oc.*
	Fin	....	0. 13. 10. *oc.*
Lézard-Point	Commencem.t	....	0. 30. 0. *oc.*
	Fin	....	0. 30. 9. *oc.*
Auſtorpe près de Leeds	Commencem.t	....	0. 15. 3. *oc.*
	Fin	....	0. 15. 3. *oc.*

NOMS DES LIEUX.	PHASES de L'ÉCLIPSE.	DIFFÉRENCES des MÉRIDIENS, Par L'ÉCLIPSE du 1.er Avril 1764.	Par L'ÉCLIPSE du 4 Juin 1769.
		H. M. S.	H. M. S.
Kirk Newton.....	Fin........	....	0. 23. 1. oc.
Leicefter........	Commencem^t.	....	0. 13. 39* oc.
	Fin.......	....	0. 13. 59. oc.
Hawkhill........	Fin.......	....	0. 21. 54. oc.
Cavan..........	Commencem^t.	....	0. 39. 2. oc.
Eft-Dercham	Commencem^t.	....	0. 5. 38. oc.
	Fin.......	....	0. 5. 45. oc.
Stokholm........	Commencem^t.	1. 2. 52. or.	
	Fin........	1. 2. 52. or.	1. 2. 49. or.
Upfal..........	Fin........	1. 1. 12. or.	1. 1. 10. or.
Pello...........	Form. de l'ann.	1. 26. 48. or.	
	Rupt. de l'ann.	1. 26. 48. or.	
	Fin.......	....	1. 26. 47. or.
Hernofand.......	Form. de l'ann.	1. 1. 48* or.	
	Rupt. de l'ann.	1. 1. 48* or.	
	Fin.......	1. 1. 48* or.	
Abo...........	Commencem^t.	1. 19. 51. or.	
	Fin.......	1. 19. 51. or.	
Mont Wanhalinna, 0^h 0' 22" à l'Eft d'Abo.	Fin.......	....	1. 20. 8. or.
Landskroon......	Fin.......	0. 41. 42. or.	
Carlfcroon.......	Commencem^t.	0. 52. 54. or.	
	Fin.......	0. 52. 54. or.	
Lund..........	Fin.......	0. 43. 26. or.	0. 43. 22. or.
Uranibourg......	Fin.......	....	0. 41. 23. or.
Copenhague......	Commencem^t.	0. 41. 1. or.	
	Fin.......	0. 41. 1. or.	0. 41. 0. or.

NOMS DES LIEUX.	PHASES de L'ÉCLIPSE.	DIFFÉRENCES des MÉRIDIENS, Par L'ÉCLIPSE du 1.er Avril 1764.	Par L'ÉCLIPSE du 4 Juin 1769.
		H. M. S.	H. M. S.
Gripſvald.	Commencem^t.	. . . .	0. 44. 4. or.
	Fin	. . . .	0. 44. 5. or.
Péterſbourg.	Commencem^t.	. . . .	1. 52. 6. or.
	Fin	. . . .	1. 51. 49. or.
Cajanebourg.	Commencem^t.	. . . .	1. 41. 43. or.
	Fin	. . . .	1. 41. 35. or.
Kola.	Fin	. . . .	2. 2. 34. or.
Umba.	Fin	. . . .	2. 7. 40. or.
Wardhus.	Commencem^t.	. . . .	1. 55. 33* or.
	Fin	. . . .	1. 55. 2. or.
Ponoi.	Fin	. . . .	2. 35. 12. or.
Cap Nord.	Fin	. . . .	1. 34. 29. or.
Hammerfoſt.	Fin	. . . .	1. 25. 29. or.
Jakutskoi.	Commencem^t.	. . . .	8. 29. 21. or.
	Fin	. . . .	8. 29. 25. or.
Orenbourg.	Commencem^t.	. . . .	3. 30. 54. or.
	Fin	. . . .	3. 30. 54. or.
Gurief.	Commencem^t.	. . . .	3. 18. 42* or.
	Fin	. . . .	3. 18. 20. or.
Orsk.	Commencem^t.	. . . .	3. 44. 44. or.
Vienne	Commencem^t.	0. 56. 0. or.	0. 56. 5. or.
	Fin	0. 56. 0. or.	0. 56. 2. or.
Tyrnaw.	Commencem^t.	1. 1. 0. or.	1. 1. 2. or.
	Fin	1. 0. 50. or.	1. 0. 59. or.
Ingolſtat	Commencem^t.	0. 36. 24. or.	0. 36. 32. or.
	Fin	0. 36. 12. or.	0. 36. 17. or.
Cremſmunſter.	Fin	0. 47. 6. or.	0. 47. 10. or.

NOMS DES LIEUX.	PHASES de L'ÉCLIPSE.	DIFFÉRENCES des MÉRIDIENS, Par l'ÉCLIPSE du 1.er Avril 1764. H. M. S.	Par l'ÉCLIPSE du 4 Juin 1769. H. M. S.
Breslaw	Commencem.t	....	1. 1. 20* or.
	Fin	....	1. 1. 2. or.
Wurtzbourg	Fin	....	0. 30. 21. or.
Sagan	Fin	....	0. 51. 4. or.
Gratz	Fin	....	0. 52. 19. or.
Berlin	Commencem.t	0. 44. 11. or.	
	Fin	0. 43. 57. or.	
Léipsick	Commencem.t	0. 40. 6. or.	
	Fin	0. 40. 6. or.	
Pollingen	Fin	0. 35. 5. or.	
Schwezingen	Fin	0. 24. 15. or.	
Hambourg	Commencem.t	0. 30. 22. or.	
	Fin	0. 30. 0. or.	
Varsovie	Commencem.t	1. 14. 40. or.	
	Fin	1. 14. 27. or.	
Posnanie	Commencem.t	0. 59. 50* or.	
	Fin	1. 0. 9* or.	
Lemberg	....	1. 29. 29* or.	
Bologne	Commencem.t	....	0. 36. 16. or.
	Fin	0. 35. 58. or.	0. 36. 10. or.
Milan	Fin	0. 27. 25. or.	0. 27. 25. or.
Murano	Commencem.t	0. 39. 7. or.	
	Fin	0. 38. 59. or.	
Collége Romain	Commencem.t	0. 40. 46. or.	
	Fin	0. 40. 31. or.	
Naples	Commencem.t	0. 47. 47. or.	

NOMS DES LIEUX.	PHASES de L'ÉCLIPSE.	DIFFÉRENCES des MÉRIDIENS, Par L'ÉCLIPSE du 1.er Avril 1764.	DIFFÉRENCES des MÉRIDIENS, Par L'ÉCLIPSE du 4 Juin 1769.
		H. M. S.	H. M. S.
Cadiz.	Rupt. de l'ann.	0. 34. 24. *oc.*	
	Fin.	0. 34. 24. *oc.*	0. 34. 25* *oc.*
Gibraltar.	Commencem.t	. . . .	0. 29. 26. *oc.*
	Fin.	. . . .	0. 29. 51. *oc.*
Madrid.	Form. de l'ann.	0. 23. 28* *oc.*	
	Rupt. de l'ann.	0. 23. 28* *oc.*	
	Fin.	0. 23. 28* *oc.*	
Éclipse du 1.er Avril 1764.			
Longitude du lieu situé sur la limite orientale de l'Éclipse annulaire, sous le parallèle de Nolon.		0. 4. 16. *or.*	
Longitude du lieu situé sur la limite occidentale de l'Éclipse annulaire, sous le parallèle de Rochester. . .		0. 7. 1. *oc.*	



MÉMOIRE

MÉMOIRE

SUR LA LONGITUDE DE PONOI,

Ville de Lapponie située sous le 67^d 4′ 30″ de Latitude, & où l'on a observé le dernier passage de Vénus.

Par M. LE MONNIER.

J'AI déterminé cette Longitude par les observations de la fin de l'Éclipse du Soleil, que j'ai vue le 4 Juin 1769 à Saint-Hubert; savoir à 8^h 24′ 44″ $\frac{1}{2}$ du matin: elle a été observée à Ponoi à 12^h 7′ 55″; ce qui donne pour différence en Longitude 2^h 35′ 08″. M. Mallet la suppose de 2^h 30′, ce qu'il dit avoir conclu de quelques hauteurs de la Lune; mais il convient qu'on aura mieux cette Longitude par la fin observée de l'Éclipse du Soleil. Voici les elémens du calcul que j'en ai fait avec le plus grand soin. 13 Décemb. 1769.

A Paris, à 8^h 26′ 41″ ou 24′ 31″ de temps moyen, Longitude de la Lune, suivant les Tables des Institutions, 2^f 13^d 46′ 24″ $\frac{2}{3}$, avec une Latitude boréale de 56′ 06″ $\frac{3}{4}$, j'ai trouvé l'erreur des Tables en défaut de 2′ 31″; & par conséquent l'on doit augmenter la Latitude jusqu'à 56′ 21″ $\frac{3}{4}$; j'ai pris pour parallaxe horizontale 61′ 20″, & le demi-diamètre apparent à l'instant de la fin de l'Éclipse, 16′ 59″, celui du Soleil est 15′ 47″; c'est-à-dire la somme des demi-diamètres sera 32′ 46″. La distance vraie de la Lune au zénith étoit alors 48^d 53′, & l'angle parallactique dans la sphère 37^d 54′ 05″ $\frac{1}{2}$. Pour réduire le lieu vrai de la Lune en apparent, soit selon les formules de *M. Euler*, l'angle sera φ 89^d 43′, la parallaxe de l'azimuth 21″ 55‴, celle de hauteur 46′ 45″ 4‴ — 4″ 40‴ = 46′ 40″ 24‴; l'on aura la parallaxe de Longitude 28′ 53″ additive, celle de Latitude 36′ 39″ $\frac{1}{3}$; ainsi la Latitude apparente de la Lune a

dû être 19′ 42″ $\frac{2}{3}$, ou bien à l'égard du Soleil qui avoit 4″ $\frac{1}{2}$ de parallaxe en Latitude, (à raiſon de 7 à 8″ pour ſa parallaxe horizontale) la diſtance en Latitude ſera 19′ 47″. Les Tables de Flamſteed, corrigées ſur les obſervations, ont donné pour lors le lieu du Soleil ♓ 13ᵈ 51′ 38″, & ſon lieu apparent ſera ♓ 13ᵈ 51′ 41″ $\frac{1}{2}$; ainſi la différence apparente, ſelon les Tables, ſeroit 23′ 36″. Mais ſi l'on réſoud le triangle rectangle & rectiligne formé à la fin de l'Éclipſe, & dont on vient de donner la valeur de l'hypothénuſe; ſavoir, 32′ 46″, avec l'un des côtés 19′ 47″, la baſe ſera la différence en Longitude apparente entre le Soleil & la Lune, déduite de l'obſervation faite à la fin de l'Éclipſe; ſavoir, 26′ 07″ qui excèdent, comme je l'ai dit, les 23′ 36″, trouvées ci-deſſus, de 2′ 37″, & nous indique que c'eſt l'*erreur en défaut* des Tables.

A Ponoi, dont j'avois ſuppoſé d'abord la Longitude de 2ʰ 35′ 00″, à l'orient de Paris, je trouve la Longitude de la Lune, ſelon les Tables, 2ˢ 14ᵈ 28′ 24″, avec une Latitude boréale de 52′ 17″ $\frac{1}{2}$; ayant égard à l'erreur des Tables 2′ 37″, j'ai corrigé la Longitude & augmenté la Latitude qui devient ainſi de 0ᵈ 52′ 35″ boréale. Soit le demi-diamètre de la Lune apparent, de 17′ 01″; la diſtance vraie de la Lune au zénith 43ᵈ 53′, l'angle parallactique 7ᵈ 30′ 5″ dans la ſphère. Pour réduire le lieu vrai de la Lune en apparent, ſoit l'angle φ de 89ᵈ 47′ 40″, la parallaxe de la Lune à l'horizon 61′ 13″ 23‴, avec une diminution de 6″ 37‴ pour 18ᵈ $\frac{1}{3}$ de différence dans la hauteur du Pôle; l'on aura la parallaxe de Longitude 5′ 36″, la Lune étant à l'occident, ce qui la rend ſouſtractive, & celle de hauteur 42′ 29″; ainſi la Longitude & la Latitude apparente de la Lune, ſelon les Tables corrigées, ſera ♓ 14ᵈ 25′ 25″, & 0ᵈ 10′ 6″ boréale: celle du Soleil étant auſtrale de 5″ $\frac{1}{4}$, on aura leur diſtance en Latitude de 10′ 11″ $\frac{1}{4}$; ainſi la différence en Longitude déduite de l'obſervation de l'Éclipſe faite à Ponoi ſera 0ᵈ 31′ 11″; au lieu que ſi l'on compare le lieu du Soleil corrigé ♓ 13ᵈ 54′ 19″ avec la Longitude des Tables corrigée ♓ 14ᵈ 25′ 25″, la différence ſera 0ᵈ 31′ 06″, plus petite de 5″ ou 4″ $\frac{3}{4}$ que ſelon l'obſervation, ce qui répond à 8″ de temps dont

il faut augmenter la différence en Longitude Géographique que l'on n'a supposée dans le calcul que de $2^h\ 35'\ 00''$.

CALCUL du Temps vrai de l'entrée du centre de Vénus sur le disque du Soleil pour l'observation du contact interne, vu à Ponoi.

J'ai fait le calcul dans l'hypothèse de la parallaxe horizontale & moyenne du Soleil de $7''\ \frac{1}{2}$. M. Mallet donne à Ponoi le contact interne à $10^h\ 15'\ 3''$; ainsi je trouve que le demi-diamètre de Vénus, supposé de $29''$, a dû employer $9'\ 20''\ \frac{3}{4}$ à traverser la circonférence du disque du Soleil, & que l'effet de la parallaxe a dû précipiter l'entrée de Vénus de $5'\ 27''$, on aura donc la vraie entrée du centre à $10^h\ 11'\ 09''\ \frac{1}{4}$ à Ponoi; c'est-à-dire à $7^h\ 36'\ 01''\ \frac{1}{4}$, en réduisant au Méridien de Paris: c'est 13 à $11''$ de temps plus tard que selon les observations faites à Stockolm & à Caïannebourg, dont j'ai rendu compte à l'Académie le mois dernier.



MÉMOIRE
SUR LA
LONGITUDE DU PORT DE BREST,
Déduite des Obſervations de la dernière Éclipſe de Soleil.

Par M. LE MONNIER.

21 Mars 1770. LA Longitude d'un lieu n'eſt exactement connue en Géographie que lorſqu'on y a employé des obſervations réitérées. C'eſt dans cette vue que j'ai recherché, au mois de Juin dernier, celle du Port de Breſt, parce que M. de Verdun me fit part de ſon obſervation de la fin de l'Éclipſe du Soleil & de l'entrée de Vénus, par une lettre écrite du 5 Juin que je communiquai auſſi-tôt à l'Académie.

J'ai différé juſqu'à ce jour de donner le réſultat des comparaiſons de cette fin d'Éclipſe avec les nôtres, parce que j'ai voulu conſidérer mûrement ce que la multitude d'obſervations faites à Paris & aux environs a pu indiquer pour l'erreur des Tables aſtronomiques en Longitude. Il a fallu pour cet effet entrer dans une critique ſingulière, tant de la durée que de la grandeur de l'Éclipſe que nous avons vue ici. En effet, lorſqu'aux Éclipſes du Soleil, la Latitude de la Lune eſt très-grande, il eſt difficile de ſaiſir l'erreur des Tables aſtronomiques en Latitude, & celle-ci influe néceſſairement ſur la Longitude de la Lune qu'on veut en déduire. J'ai donc examiné très-ſcrupuleuſement, & ayant égard aux Formules d'*Euler* pour le ſphéroïde aplati, les poſitions de la Lune, tant en Latitude qu'en Longitude, & je n'ai rien omis des élémens qui conduiſent à un réſultat déciſif. D'ailleurs, n'ayant pu me ſervir que du quart-de-cercle, & M. de Chabert ayant obſervé la grandeur de l'Éclipſe à Saint-Hubert avec ſon Micromètre objectif, cela m'a été d'un grand ſecours, pour y

comparer mes phases verticales & pour corriger la Latitude apparente: voici nos deux observations de Brest & de S.t Hubert.

A Brest, à $7^h\ 56'\ 41''\frac{1}{2}$ fin de l'Éclipse avec une lunette achromatique de cinq pieds & demi, par M. de Verdun. J'ai vu cette fin à Saint-Hubert avec ma lunette pareillement achromatique de dix pieds & demi à $8^h\ 24'\ 44''\frac{1}{2}$. Les Tables des Institutions, & celles de M. Clairaut donnent, à deux secondes près, le même mouvement horaire de la Lune, & je l'ai supposé dans le calcul de $38'\ 00''$, & en Latitude de $3'\ 28''\frac{1}{2}$. Ces élémens étant donnés de même que l'erreur des Tables constante pour l'apparition de chaque fin de l'Éclipse, je trouve Brest $0^h\ 27'\ 52''\frac{1}{2}$ à l'occident du Méridien de Paris. Soit pour $8^h\ 26'\ 41''$ de temps vrai à Paris, la Longitude de la Lune suivant les Tables des Institutions ♉ $13^d\ 46'\ 24''\frac{2}{3}$, on aura, en y ajoutant l'erreur des Tables $2'\ 40''\frac{1}{3}$ additive, la Longitude corrigée ♉ $13^d\ 49'\ 05''$, la Latitude vraie tirée des mêmes Tables $56'\ 06''\frac{3}{4}$: soit aussi le lieu du Soleil corrigé pour le même instant ♉ $13^d\ 51'\ 38''$.

L'observation de la fin de l'Éclipse vue à Brest à $7^h\ 56'\ 41''\frac{1}{2}$, & réduite au Méridien de Paris, d'après les observations de Mercure en 1753 par M. Borry, & celles des Satellites par M. Picard, peut être d'abord supposée à $8^h\ 24'\ 07''\frac{1}{2}$ au Méridien de Paris; ainsi la Longitude de la Lune corrigée sera ♉ $13^d\ 47'\ 26''$, & l'ascension droite du milieu du Ciel $11^d\ 40'\ 30''$.

Soit donc l'angle parallactique calculé dans la sphère $39^d\ 09'\ 40''$, & parce que la vraie distance de la Lune au zénith étoit alors sous la Latitude de $48^d\ 23'$, de $53^d\ 24'\ 23''$, on aura par une règle de fausse position, en supposant la parallaxe horizontale de $61'\ 20''$, la parallaxe de hauteur dans le sphéroïde $49'\ 44''\frac{2}{3}$, & l'angle parallactique corrigé $39^d\ 37'\ 05''$; ce qui se déduit de la parallaxe d'azimuth $29''\ 18'''$, selon les formules de M. Euler; on aura donc $31'\ 43''\frac{1}{3}$ pour la parallaxe de Longitude, & $39'\ 18''\frac{1}{2}$ pour celle de la Latitude. Si l'on suppose la parallaxe horizontale du Soleil de sept à huit secondes, son lieu apparent a dû être ♉ $13^d\ 51'\ 36''\frac{1}{2}$, & puisque la Latitude apparente de la Lune, relativement au Soleil, a dû être $0^d\ 18'\ 02''$, ôtant cette valeur ou côté d'un triangle rectiligne

de 1964″, ſomme des demi-diamètres de la Lune & du Soleil, & qui repréſente l'hypothénuſe, on aura 0^d 27′ 19″ dont la baſe ou la Longitude apparente de la Lune étoit plus à l'Orient que celle du Soleil, d'où l'on déduit la Longitude de la Lune obſervée ♊ 13^d 47′ 12″; c'eſt-à-dire 14 ſecondes plus petite qu'on ne l'a ſuppoſée en corrigeant l'erreur des Tables par les obſervations faites à Saint-Hubert & à Paris, de la même fin de l'Écliple du Soleil. On aura donc la Longitude de Breſt 0^h 0′ 27″ plus grande, & par conſéquent de 0^h 27′ 53″ à l'oueſt du Méridien de Paris.



*EXTRAIT**
DU JOURNAL D'UN VOYAGE FAIT PAR ORDRE DU ROI, DANS LES MERS DE L'INDE.

Par M. LE GENTIL.

LE Journal du Voyage que j'entreprends de donner au Public, & dont je présente aujourd'hui l'extrait, renferme un espace de onze années, depuis 1760 jusqu'en 1771. 29 Avril 1772.

J'avois entrepris ce voyage à l'occasion du passage de Vénus devant le Soleil; passage célèbre & rare, qui devoit arriver le 6 Juin 1761.

Les bornes qui me sont prescrites ne me permettant de donner qu'une idée très-légère de mon journal, je vais principalement rendre compte du sort de mon opération en 1761, ainsi que de celle de 1769, pour laquelle je me suis exilé si long-temps; je finirai par exposer en peu de mots les différens obstacles qui sont cause que je n'ai été de retour en France que près de deux ans & demi après l'observation de 1769.

Lorsque M. le Duc de la Vrillière m'eut fait passer les ordres du Roi, je me rendis à l'Orient où je trouvai deux vaisseaux de la Compagnie des Indes, prêts à mettre à la voile pour l'Isle-de-France. M. le Duc de la Vrillière ayant donné à cette Compagnie des ordres très-précis au sujet de mon passage dans l'Inde, je m'embarquai le 26 Mars 1760, sur le *Berryer*, un des deux vaisseaux dont je viens de parler, & j'arrivai à l'Isle-de-France le 10 Juillet.

Je fis pendant le voyage un très-grand nombre d'observations sur la détermination des Longitudes par l'angle horaire de la Lune. J'eus la satisfaction, à l'attérage de Rodrigue, que l'on trouve

* Une partie de ce Discours a été lûe dans l'Assemblée publique d'après Pâques, le 29 Avril 1772.

cent lieues au vent de l'Isle-de-France, de voir que cette méthode, la plus simple & la plus aisée à pratiquer de toutes celles qu'on emploie sur mer, assure le point d'un vaisseau avec une exactitude suffisante; puisque mon point se trouva d'accord, à cinq ou six lieues près, avec la Longitude de l'île Rodrigue; précision bien suffisante sur mer.

J'observai aussi, avec le plus d'exactitude possible, la variation de la boussole par les azimuths, & par le moyen de hauteurs correspondantes. Ces méthodes ont cet avantage sur celle des amplitudes, qu'on peut les multiplier, & s'en servir à une heure quelconque de la journée; en sorte qu'il est rare qu'il se passe un jour sans pouvoir les employer; au lieu qu'il arrive très-fréquemment, même dans la Zone torride, qu'on ne peut voir le Soleil à son lever ni à son coucher; ce qui est encore plus fréquent aux approches des mers du cap de Bonne-Espérance, & du canal de Mozambique, parages où les variations sont cependant de la plus grande importance pour les Longitudes; & où l'on peut les employer avec assez de succès, jusqu'aux approches de la nouvelle Hollande. Alors les lignes de variations s'inclinent si fort sur l'Equateur, qu'elles lui deviennent presque parallèles, & qu'elles sont par conséquent les mêmes pour un espace de cinquante lieues & plus, en longitude: on ne peut donc employer ces variations qu'avec la plus grande réserve pour la recherche de la Longitude; il y auroit de la témérité à s'y fier.

J'appris en arrivant à l'Isle-de-France, que la guerre étoit plus vive que jamais dans l'Inde, & que je n'aurois pas peu de peine à y pénétrer; avec cela il n'y avoit pas alors d'occasions, & l'hiver étant venu, on n'entreprend guère le trajet de l'Isle-de-France dans l'Inde, parce que la mousson étant reversée au Nord-est, les voyages sont trop longs & trop fatiguans. Je me vis donc fort embarrassé sur le parti que j'avois à prendre; le projet que forma M. le Gouverneur de l'Isle-de-France, d'envoyer un vaisseau à Batavia, n'eut lieu qu'un moment: je fus donc obligé de renoncer à sortir de l'Isle-de-France.

Ces contre-temps me donnèrent beaucoup d'inquiétude & ne contribuèrent pas à me rétablir d'un flux dysentérique, que je gardai

gardai pendant le mois d'Octobre & une partie de Novembre; je craignois que cette cruelle maladie ne me mît enfin dans un état à ne pouvoir m'embarquer, s'il s'offroit quelqu'occasion pour l'Inde.

Ce fut alors que je pensai que la seule ressource qui me restoit étoit d'aller à Rodrigue, à cent lieues au vent (à l'Est) de l'Isle-de-France; m'étant amusé pendant ma maladie à calculer, d'après les meilleures hypothèses, le passage de Vénus sur le Soleil; le résultat fut, qu'il étoit très-douteux qu'on pût voir à Rodrigue l'entrée de Vénus sur le Soleil. Cependant je m'étois déterminé à aller à Rodrigue à tout évènement; lorsque ma maladie m'eut permis d'aller voir M. le Gouverneur, je lui parlai de mon projet: il l'approuva, me promit de seconder mon zèle; il m'assura que je pourrois partir dès la fin de Mars, & qu'il m'en fourniroit l'occasion.

Je commençois à faire les préparatifs de mon voyage, lorsqu'il nous vint une frégate de France; ce fut le 11 Février. Cette frégate apportoit des nouvelles de la dernière importance; elles obligèrent le Gouverneur de l'Isle-de-France & le Chef-d'escadre, commandant la Marine, de faire partir promptement une autre frégate pour la côte de Coromandel. Cette expédition exigeant la plus prompte exécution, on prit à l'Isle-de-France toutes les mesures nécessaires pour faire parvenir les nouvelles à la Côte dans le moins de temps possible.

Séduit par ces préparatifs, tous les Marins m'ayant assuré que pour une frégate, telle que la *Sylphide* (c'est le nom du bâtiment qu'on expédia) deux mois au plus suffisoient, même dans la saison où nous étions, pour se rendre de l'Isle-de-France à la côte de Coromandel; je me déterminai à profiter de l'occasion qui se présentoit de passer à cette côte, parce que je ne comptois pas qu'on pût voir à Rodrigue l'entrée de Vénus sur le Soleil; sachant encore que tout ce qui s'observe proche de l'horizon, ne peut jamais être d'un grand secours pour l'Astronomie. J'eus cependant lieu dans la suite de me repentir d'avoir embrassé ce parti, lorsque je me trouvai engagé dans une route incertaine, & qui m'ôtoit toute espérance d'arriver à temps à la côte de Coromandel.

Je partis donc de l'Isle-de-France le 11 Mars, & de l'île de Bourbon le 23 du même mois. Tant que nous fumes dans la lisière des vents de Sud-est, qui sont les vents généraux de ces mers, nos journées ne furent pas mauvaises; mais lorsque nous quittames cette lisière pour entrer dans celle des moussons, par 7 degrés de Latitude méridionale, le vent alisé nous abandonna & nous livra aux calmes & aux folles ventes de la mousson du Nord-est qui, toute expirante qu'elle étoit, dominoit encore & étoit contraire à la route qu'il nous falloit tenir.

De cette façon, nous errames pendant six semaines dans les mers d'Afrique; le long de la côte d'Ajan, dans les mers d'Arabie; nous traversames l'Archipel de Soccotora à l'entrée du golfe Arabique. Nous parumes devant Mahé, côte de Malabar, le 24 Mai; nous apprimes par des bateaux du pays, que cette place étoit au pouvoir des Anglois, & que Pondichéri n'existoit plus pour nous. Sans nous arrêter davantage, nous forçames de voiles; il n'y avoit rien de désespéré pour moi, si nous eussions suivi notre premier objet d'aller à la côte de Coromandel; mais on prit, à mon grand regret, la résolution de s'en retourner à l'Isle-de-France. Cependant nous nous arrêtames environ 24 heures à la pointe de Gales, Isle de Ceylan, où les Hollandois nous confirmèrent ce que nous avions appris à Mahé.

L'hiver y étoit déjà dans sa force; nous quittames cette côte le 30 Mai, & le grand frais que nous eumes, nous rendit à l'Isle-de-France le 23 Juin.

Je n'entrerai pas dans une plus grande discussion au sujet de cette expédition, de la route que nous devions suivre, & de celle que nous avons tenue: j'en parle amplement dans un Mémoire que j'ai envoyé dans son temps, cacheté, à M. de Fouchy; & qui est resté dans la même forme, en dépôt au Secrétariat. Je fais voir dans ce Mémoire, qui est un extrait de mon Journal, que je me suis véritablement occupé de mon observation; que mon but a toujours été de me rendre à la côte de Coromandel; & que ce n'est pas ma faute si je n'y ai pas paru. C'est une justice que je prie les Astronomes de me rendre, & que j'attends de leur part, quand ils auront vu & lû mon Mémoire: il est

certain que Vénus a été viſible, & obſervée à la côte de Coromandel, & que l'hiver de la côte de Malabar a empêché que cette Planète n'y ait été viſible.

Le 6 Juin, j'étois à 5^{d} 45′ de Latitude méridionale, & à peu près à 87$^{d}\frac{1}{4}$ de Longitude à l'Eſt de Paris. J'obſervai, le moins mal qu'il me fut poſſible, le paſſage de Vénus, entrée & ſortie. Cette obſervation que je n'ai ni publiée, ni calculée, eſt demeurée, telle qu'elle a été faite, avec des remarques, dans le Mémoire cacheté dont j'ai parlé plus haut.

C'eſt à l'occaſion de cette obſervation, que j'ai trouvé un moyen d'avoir l'heure ſur mer à l'inſtant d'un phénomène quelconque, avec la plus grande préciſion; & de vérifier, avec la même préciſion, la demi-minute de ſable dont on ſe ſert pour eſtimer le chemin du vaiſſeau; ce qui peut être de la plus grande utilité dans le cas où l'on n'auroit point de montre. Je réſerve ce détail pour nos Aſſemblées particulières.

Si le voyage que je venois de faire n'avoit pas répondu à mes eſpérances, il m'avoit au moins donné des connoiſſances que je n'avois pas auparavant ſur les mouſſons; je fis auſſi un grand nombre d'obſervations ſur la Longitude, par le moyen de la Lune.

Les eſſais que j'en avois faits en venant de France, m'avoient appris juſqu'à quel point d'exactitude on pouvoit eſpérer de fixer de deſſus un vaiſſeau la poſition d'une côte, ou d'un lieu quelconque; j'obſervai donc à la côte d'Ajan, à l'île de Soccotora & à l'île de Rodrigue, des angles horaires de la Lune. Je vis auſſi à peu de diſtance de la côte de Malabar, une Éclipſe totale de Lune le 18 Mai. Cette Éclipſe nous fit voir que nous étions encore à 66 lieues de la côte de Malabar, pendant que nous ne nous en faiſions qu'à 5 ou 6 lieues. Ces obſervations m'ont ſervi à rectifier la poſition de la côte de Malabar, de la côte d'Ajan en Afrique, du cap de Gardafuy, & ſur-tout de l'île de Soccotora, qui eſt un point eſſentiel pour l'entrée de la mer Rouge, duquel s'aſſurent tous les vaiſſeaux qui vont de l'Inde à Moka, à Gedda, &c. dans la mer Rouge. On y relâche même aſſez ſouvent.

Avant que de repasser en Europe, j'aurois bien voulu aller visiter l'Archipel, qui est au Nord de l'Isle-de-France, & en déterminer la position, ainsi que de la côte de l'Est de Madagascar que nous fréquentons tant, & que nous connoissons si peu. Cet Ouvrage, qui étoit de plusieurs années, me dédommageoit en quelque sorte, & me donnoit le temps d'attendre le passage, en 1769, de Vénus sur le Soleil. Je résolus dès-lors de ne point sortir des mers de l'Inde, que cette époque ne fût arrivée, de faire toutes les observations qui se présenteroient sur la Géographie, l'Histoire Naturelle, la Physique, l'Astronomie, la Navigation, les Vents & les Marées. Je fis pour cet effet plusieurs voyages à Madagascar, je commençai par le Fort-Dauphin, où nous avons eu, du temps de M. de Flacourt, un établissement dont on voyoit encore des restes en 1761. Je fus frappé, pour le dire ici en passant, de la beauté de cette Isle, & de la fertilité dont elle me paroissoit être, en comparaison de l'Isle-de-France.

Je déterminai la Longitude du Fort-Dauphin par le moyen de la Lune. Je levai géométriquement le plan de la Baie & des environs; je fis différentes recherches sur la nature & la composition du terrain; sur les différentes espèces de coquilles, tant de mer que de terre qui habitent aux environs du Fort-Dauphin, & généralement sur tout ce qui pouvoit intéresser l'Histoire Naturelle de cette partie de Madagascar.

Je n'eus garde de négliger les Marées, dont la connoissance, dans la Zone torride, tient au systême physique de la Théorie de la Terre; mais quoique je puisse assurer que la mer ne monte pas plus de trois pieds au Fort-Dauphin, dans les grandes Marées, j'ai trouvé tant d'irrégularité & de bizarreries dans l'heure de la pleine & de la basse mer, que je serois téméraire de vouloir fixer quelque chose à cet égard.

Le Fort-Dauphin est apparemment trop voisin du canal de Mozambique, & la position de ce Cap, par rapport à ce canal, fait sans doute sortir la mer des règles auxquelles elle semble être assujettie en général.

C'est peut-être par la même raison, jointe à la hauteur & à la disposition des montagnes de la partie du sud de Madagascar,

que l'on ſent au Fort-Dauphin un vent preſque toujours forcé de Nord-eſt pendant toute l'année.

Les vivres ſont excellens au Fort-Dauphin, & ne pèchent que parce qu'ils ſont trop nourriſſans ; ils cauſent à pluſieurs Européens une maladie fort dangereuſe, dont parle M. de Flacourt, qui enſeigne les moyens de s'en préſerver; ce fut de cette maladie que je fus attaqué trois à quatre jours après mon retour à l'Iſle-de-France, pour n'avoir pas uſé des précautions enſeignées par M. de Flacourt. Cette maladie fut un coup de ſang violent, dont pluſieurs ſaignées très-copieuſes, faites ſur le champ au bras & au pied, & l'émétique adminiſtré douze heures après, me délivrèrent bien vîte : mais il me reſta pendant ſept à huit jours une impreſſion ſingulière dans le nerf optique ; ce fut de voir deux objets, au lieu d'un ; illuſion qui diſparut peu-à-peu, à meſure que je repris des forces.

Je continuai les années ſuivantes mes obſervations le long de la même côte de Madagaſcar. Je viſitai Foulpointe, Sainte-Marie & la baie d'Antongil.

La poſition géographique de cette côte n'avoit encore été fixée, que je ſache, par aucune obſervation aſtronomique, & tous nos vaiſſeaux qui fréquentent Madagaſcar, deſiroient qu'on pût y faire une obſervation déciſive, parce qu'ils croyoient s'être aperçus que cette côte étoit beaucoup plus Oueſt qu'elle n'eſt marquée ſur les cartes; quelques-uns attribuoient cette différence aux courans.

Indépendamment d'un grand nombre d'obſervations par la Lune, j'eus le bonheur d'obſerver à Foulpointe une immerſion & émerſion d'*Antares*, éclipſé par la Lune trois jours après ſa conjonction avec le Soleil; cette obſervation auſſi exacte qu'elle puiſſe l'être, calculée par M. de la Lande, donne la Longitude de cette partie de Madagaſcar, de 46^d 56′ 30″. *(Mém. de l'Académie, année 1767).*

Je levai, comme je l'avois fait au Fort-Dauphin, un plan de la côte de Foulpointe, de ſon Barachoua (eſpèce de petit Port), & fis toutes les autres obſervations que j'avois faites au Fort-Dauphin.

Quant aux Marées, Foulpointe eſt le ſeul endroit de la Zone torride où j'ai eu le plaiſir de voir la mer aſſujettie à des loix

fixes, j'ai trouvé que l'heure de la plus haute mer arrive à Foulpointe un jour & demi ou deux jours après la nouvelle Lune, $1^h\ 20'$ après le paſſage de la Lune au méridien; j'ai la quantité dont la mer monte, à peu-près la même dans toutes les nouvelles Lunes, c'eſt-à-dire depuis 35 pouces & demi, juſqu'à 38 pouces: les marées des pleines Lunes m'ont toujours paru plus petites que celles des nouvelles Lunes; je les ai trouvées de 24 à 30 pouces; mais il faut remarquer que la Lune, dans le premier cas, étoit ou périgée, ou peu éloignée de l'être.

A Foulpointe je fis auſſi quantité d'obſervations ſur la longueur du pendule qui marque les ſecondes.

De Foulpointe en allant à la baie d'Antongil, par l'Iſle de Sainte-Marie, & le canal du même nom, j'ai relevé toute la côte, & j'ai trouvé nos meilleures Cartes en défaut. Enfin je ne répéterai pas que j'ai fait à la baie d'Antongil le même genre d'obſervations que j'avois faites au Fort-Dauphin & à Foulpointe.

De cette façon, je me ſuis trouvé en état de compoſer une carte de la côte de l'Eſt de Madagaſcar, beaucoup plus ſûre pour la Navigation, que tout ce qui avoit paru auparavant. Je l'ai accompagnée d'un Diſcours ſur les différentes routes que l'on doit tenir dans les voyages de l'Iſle-de-France à Madagaſcar, & à l'Iſle-de-Bourbon, pour l'aller & le retour, pendant les différentes ſaiſons de l'année; ces mers étant ſujettes à une eſpèce de vents périodiques ou de mouſſon qui ſoufflent pendant ſix mois du Sud-eſt, & très-ſouvent du Nord-eſt pendant les autres ſix mois de l'année; de façon que les variétés qu'on y remarque viennent plutôt du Nord-eſt au Sud-oueſt par l'Oueſt, que du Nord-eſt au Sud-eſt par l'Eſt, le contraire préciſément de ce qui arrive dans la ſaiſon des vents de Sud-eſt.

Le même Diſcours traite des mœurs, uſages & coûtumes des différens peuples de Madagaſcar qui habitent la côte de l'Eſt de cette Iſle, à 8 à 10 lieues dans les terres; car je ne prétends pas donner la deſcription des mœurs de tous les différens peuples qui habitent cette grande Iſle. En général les peuples qui habitent les bords de la mer ne donnent qu'une idée imparfaite de ceux du milieu des terres. Ces habitans du bord de la mer à Madagaſcar

ſont, comme en Europe, des eſpèces de Colonies très-différentes des autres peuples de la même Iſle.

Les peuples de la côte de l'Oueſt de Madagaſcar, ſelon les relations que j'en ai eues, ſont encore très-différens de ceux de la côte de l'Eſt; mais nous fréquentons très-peu la côte de l'Oueſt, & notre commerce à Madagaſcar ſe borne preſque entièrement à la côte de l'Eſt.

A l'Iſle-de-France, j'ai obſervé ſur-tout les réfractions Aſtronomiques à l'horizon juſqu'à 10 degrés de hauteur.

J'ai auſſi travaillé à l'Hiſtoire Naturelle de l'Iſle-de-France, & j'ai fait une deſcription hiſtorique de cette Iſle. Je détruis un préjugé univerſellement répandu dans cette Iſle, & dans lequel j'ai moi-même été dans les commencemens; c'eſt que l'on croit que l'Iſle n'a été qu'un volcan, & a été culbutée de fond-en-comble. Je prouve qu'il n'y a jamais eu de volcan; qu'il n'y a de traces ni de l'un ni de l'autre fait; qu'au contraire on y retrouve par-tout, à différentes profondeurs, ſouvent à peu de pieds au-deſſous du ſol, les bancs de pierre, ſoit horizontaux, ſoit inclinés; ſelon que le terrein eſt en pente ou horizontal.

Je ne parle pas ici de l'île de Bourbon, où j'ai fait auſſi différens voyages & différentes obſervations. M. de Lozier-Bouvet étoit alors Gouverneur de cette Iſle; je fus parfaitement bien reçu de ce Gouverneur, & je ne puis aſſez publier les bontés qu'il a eues pour moi.

J'ai vu très-fréquemment à l'île de Bourbon M. de la Nux, Correſpondant de l'Académie Royale des Sciences, chez lequel j'ai logé pendant quelque temps. Il voulut bien partager avec moi la peine de mes différentes obſervations: j'eus avec lui bien des entretiens ſur tout ce qui pouvoit avoir rapport à l'Hiſtoire des deux Iſles, à celle des vents, des mouſſons, &c. Il m'a même communiqué un Mémoire fort intéreſſant, ſur les Trombes, dont je parlerai dans mon Voyage.

Ces différentes occupations m'avoient conduit juſqu'à l'année 1765; il étoit temps de penſer au ſecond paſſage de Vénus.

Après avoir calculé ce paſſage pour l'Inde, pour Manille, les Iſles Mariannes, le Mexique, l'Europe enfin, je vis évidemment

que les Isles Mariannes & Manille étoient les seuls endroits à l'orient de Paris, les plus avantageusement placés; non pas qu'on pût observer à Manille ni aux Mariannes une plus grande différence en parallaxe, qu'à la côte de Coromandel; mais parce que l'élévation du Soleil sur l'horizon, au moment de la sortie de Vénus, devoit être fort grande, & donnoit par ce moyen plus d'espérance de réussir que par-tout ailleurs, la côte de Malabar étant alors plongée dans l'hiver le plus hideux, il étoit inutile d'y penser. Je ne balançai donc pas à prendre mon parti, & à chercher les moyens de passer à Manille. L'exécution de ce projet n'étoit pas difficile en prenant la voie de Chine; car les vaisseaux de la Compagnie des Indes qui passoient par l'Isle-de-France pour aller en Chine, m'auroient porté jusque-là; & de Quanton à Manille, on trouve tous les ans des occasions : tout cela faisoit cependant encore un peu d'embarras, dont je fus tiré par l'évènement le plus heureux, ce fut le vaisseau de guerre *le Bon-Conseil*, de Sa Majesté Catholique, de 64 canons, qui étoit parti de Cadiz pour Manille, & que différentes circonstances forcèrent de venir relâcher à l'Isle-de-France.

Je fis bientôt connoissance avec le Capitaine Don Juan de Caseins, par le moyen de Don Juan de Langara que j'avois vu à Paris; Don Juan de Caseins m'offrit fort obligeamment passage sur son vaisseau. Cette occasion étoit si favorable, que je ne balançai pas à l'accepter : M. Desforges à qui j'en parlai, ne contribua pas peu à lever les obstacles des formalités qui parurent indispensables à Don Juan de Caseins, & à Don Juan de Langara.

J'écrivis en même temps en France à M. le Duc de Chaulnes; & lui annonçai mon nouveau voyage, en le priant de m'obtenir de la Cour d'Espagne des Lettres de recommandation pour le Gouverneur des Philippines. J'écrivis par la même occasion à M. Clairaut & à M. de la Lande. Je partis après cela de l'Isle-de-France le 1.er Mai 1766, bien résolu de lui dire adieu pour toujours; & en effet, j'avois conçu le projet de m'en revenir par Acapulco, & d'achever ainsi le tour du globe, nous arrivames à Manille le 10 Août, voyage un peu long, qui eut ses peines & ses travaux.

Sans

Sans parler ici des différens genres d'obſervations que je fis pendant le voyage, comme j'avois fait dans les précédens, je ne ferai mention que d'un Problème que l'on trouve dans les *Mémoires de l'Académie pour l'année 1735*. Il conſiſte à trouver la Latitude en mer, par le moyen de trois hauteurs du Soleil, priſes le matin ou le ſoir à trois heures différentes les unes des autres. M. Pitot qui l'a réſolu ne l'applique qu'à un ſeul cas, à celui où le vaiſſeau ſe trouveroit à 45 degrés de Latitude: dans ce cas le Problème peut ſervir. La poſition de la ſphère, & celle du Soleil qui ſe trouve toujours aſſez loin du zénith, dans quelque ſaiſon que ce ſoit de l'année, donnent à la méthode une ſûreté ſuffiſante pour l'uſage de la Navigation; mais dans la Zone torride, cette méthode eſt inſuffiſante; elle n'eſt plus praticable ſi-tôt que le Soleil ſe rapproche du zénith; & je me ſuis bien convaincu que, quoiqu'on emploie le plus grand ſoin & le plus grand ſcrupule à rechercher la Latitude par cette voie, on ne peut y parvenir qu'à un tiers de degré près. Quelquefois on s'écarte davantage; & je n'ai pas trouvé que cette même méthode que j'ai depuis pratiquée à terre, donnât une préciſion ſuffiſante pour déterminer la Latitude lorſque le Soleil eſt trop voiſin du zénith.

Don Juan de Caſeins m'annonça au Gouverneur de Manille dans la lettre où il lui faiſoit part de notre arrivée; le 13 Août, quatre jours après, je deſcendis avec M. de Caſeins, & j'allai voir le Gouverneur, auquel je remis une lettre de recommandation que m'avoit donnée M. Desforges, Gouverneur de l'Iſle-de-France.

A Cavité où nous étions, port de Manille, nous trouvames un petit vaiſſeau à trois mâts qui devoit mettre à la voile ſous peu de jours pour les Iſles Mariannes; Don Juan de Caſeins qui avoit envie que je déterminaſſe, avant ſon départ de Manille, la Longitude de cette ville, fut cauſe que je ne fis aucune démarche pour m'embarquer. Ce fut un bonheur pour moi; car le vaiſſeau & tout ce qui étoit dedans périt en ſortant du détroit des Philippines: à la vérité, il ne ſe noya que trois à quatre perſonnes, celles qui furent les plus empreſſées à ſe ſauver, comme il arrive preſque toujours dans les naufrages; je ne peux

pas répondre que je n'eusse pas été de ceux-là, ou au moins j'aurois perdu tous mes journaux, papiers & instrumens d'Astronomie, perte irréparable pour moi.

Après nous être acquittés d'un vœu que Don Juan de Caseins avoit fait aux approches des Philippines, au milieu du mauvais temps dont nous fumes tourmentés pendant sept jours; mon premier soin fut de fixer la Longitude & la Latitude de Manille. Don Manuel-Galban, Oidor de l'audience Royale, me prêta pour cet effet un donjon *(Mirador* dans le pays*)*, fort propre pour y faire ces sortes d'observations.

Les mauvais temps me dérobèrent beaucoup des ces observations; & le départ de M. de Caseins fixé au 12 Février de l'année suivante 1767, ne me permit pas d'avoir autant de vérifications à lui donner, que je l'aurois desiré; le petit nombre que je pus obtenir du Ciel, s'accordant parfaitement; je fis un Mémoire sur la Longitude de Manille : je le remis à M. de Caseins. J'établissois la Longitude de cette ville de $7^h\ 54'\ 8''\frac{1}{2}$, qui valent $118^d\ 32'\ 4''\frac{1}{2}$.

Cette détermination n'étoit, il est vrai, qu'une approximation, à un quart de degré près, comme je le disois à M. de Caseins dans ma Lettre; mais j'ajoutois que l'on pouvoit bien s'en contenter pour l'usage de la Navigation aux Philippines, jusqu'à ce que je pusse tirer d'Europe des observations correspondantes aux miennes.

J'envoyai, d'après le conseil que me donna M. de Caseins, une copie de mon Mémoire au Ministre & Secrétaire d'État de la Marine & des Indes (M. le Bailli de Arriaga); & j'accompagnai ce Mémoire d'une Lettre dans laquelle j'informois son Excellence pour quelle raison, & par quelle voie j'avois entrepris le voyage des Isles Philippines.

M. de la Lande à qui j'ai envoyé le même Mémoire, & qui a fait imprimer mes observations dans les Mémoires de l'Académie, *année 1767*, ayant comparé les Tables à des observations faites à Stockolm & à Paris, dans le même temps, conclut la Longitude de Manille de $7^h\ 54'\ 4''\frac{1}{2}$, ce qui diffère peu du premier résultat. Après le départ de M. de Caseins, je continuai

mes obſervations ſur la Longitude & ſur la Latitude de Manille, tant par les obſervations du premier Satellite de Jupiter, que par celles de la Lune : je fis auſſi un très-grand nombre d'expériences ſur la longueur du pendule qui bat les ſecondes en cette ville.

Je fis connoiſſance avec Don Eſtevan Roxas-y-Melo, natif de Lima, Chanoine de la Cathédrale de Manille, homme curieux, inſtruit, qui a un riche Cabinet en Livres & en machines de Mathématiques; nous fumes bientôt liés de la plus grande intimité. Les Péruviens ont les qualités du cœur excellentes, & ſont très-bons amis; Don Eſtevan Melo m'a rendu les plus grands ſervices pendant mon ſéjour à Manille.

Il travailloit pour lors à une Carte des Iſles Philippines. Cette Carte faite d'après tout ce qu'il put tirer des Journaux & des connoiſſances que lui avoient données différens Pilotes, ſur-tout un Pilote François qui avoit reſté long-temps à Manille, qui y étoit mort fort regretté, un an avant mon arrivée, eſt beaucoup plus exacte que celle que nous a donnée le Père Murillo, & qui a ſervi de baſe pour toutes celles qu'on a publiées en France depuis ce Père. Nous achevames enſemble, Don Eſtevan & moi, l'ouvrage de cette Carte, & nous aſſujettimes la Longitude & la Latitude de Manille aux obſervations Aſtronomiques que j'avois faites, après les avoir réduites au pied du maître-autel de la Cathédrale, peu diſtante du lieu où j'avois obſervé; j'emportai avec moi une copie très-bien exécutée de cette Carte.

Je m'occupai enſuite à faire une Deſcription des Iſles Philippines, de leurs productions, de leur état actuel, du commerce des Eſpagnols à Manille, & de celui qu'on y pourroit faire. Je parle auſſi des Moluques. Ce que j'ai ſur ces Iſles, & ſur les Philippines eſt preſque tout tiré des Mémoires que me donnèrent Don Eſtevan Melo, & Don André Roxo. Celui-ci, que je fréquentois beaucoup, avoit été Secrétaire de l'Archevêque Roxo ſon oncle, qui commandoit à Manille lorſque les Anglois s'en rendirent les maîtres en 1762. Don André Roxo me donna de plus différens Mémoires concernant cette expédition : une copie du journal du ſiége de cette Place, écrit de la propre main du

Gouverneur ſon oncle; & il me conta touchant cette guerre pluſieurs faits & anecdotes, dont je vis entre ſes mains les pièces juſtificatives.

J'appris auſſi à Manille quelques anecdotes au ſujet de la priſe du Galion, par M. Anſon en 1743, anecdotes un peu différentes de ce qui eſt rapporté dans ſon Voyage autour du Monde. Je remarquerai ici à cette occaſion, que l'Auteur de ce Voyage paroît avoir été très-mal informé dans ce qu'il dit des Philippines, principalement du commerce de Manille à Acapulco; & le long chapitre qu'il a mis dans ſon Ouvrage ſur ce commerce, a beſoin de beaucoup de corrections.

Après l'Inde, Manille eſt le plus beau pays que j'aie vu pendant mes voyages. Le climat y eſt excellent, la terre y eſt de la plus grande fertilité. Les Eſpagnols n'occupent peut-être pas la vingtième partie de ces Iſles, encore ne tirent-ils aucun parti de cette petite portion. Les Philippines ont quinze à ſeize beaux ports, & elles ſont couvertes des plus beaux bois de conſtruction. J'ai vu de ces bois d'une groſſeur déméſurée; & une table dans la Sacriſtie des Jéſuites à Manille, qui avoit 11 pieds de diamètre, d'une ſeule pièce, tirée d'un tronc de ces arbres; cette table eſt actuellement en Eſpagne: on m'a aſſuré que ces arbres ont juſqu'à 150 pieds de hauteur.

Les Philippines ſont à charge au Roi d'Eſpagne, malgré tout ce qu'il tire tous les ans de ſes Sujets de ces Iſles, il eſt encore obligé de faire paſſer tous les ans du Mexique à Manille 110 mille piaſtres (527 mille 500 liv.) pour ſubvenir aux frais que lui occaſionnent ces Iſles. Cette dépenſe monte à 620 mille piaſtres, (3 millions 255 mille livres), l'État eccléſiaſtique, y compris l'entretien des différens Ordres de Religieux qui deſſervent les Cures des Philippines, abſorbe une partie de cette dépenſe, puiſqu'il leur en paſſe plus de 525 mille livres. Les Eſpagnols diſent à cela, qu'il y a en Eſpagne une Bulle du Pape qui donne au Roi la conceſſion des Philippines, à condition qu'il entretiendroit à ſes frais la Religion dans ces Iſles.

Le 10 Juillet je reçus réponſe aux Lettres que j'avois écrites en France, le 11 Mars de l'année précédente 1766. Ces nouvelles m'arrivèrent par le Mexique, & par Acapulco. On m'annonçoit des Lettres de recommandation de la Cour d'Eſpagne.

M. le Duc de Chaulnes fit, du consentement de M. le Duc de la Vrilliere, toutes les démarches nécessaires pour que la chose ne languìt pas. Ma Lettre avoit trouvé l'illustre M. Clairaut mort; mais M. de la Lande ne négligea pas de s'intéresser à cette nouvelle entreprise.

Cependant M. de la Lande me fit observer à la fin de sa lettre, qu'il avoit été lû à l'Académie un Mémoire, par M. Pingré, dans lequel il se plaignoit que j'allois trop loin; il auroit voulu que je fusse revenu à Pondicheri. Au reste, selon M. de la Lande, il étoit assez égal que je restasse à Manille, ou que je revinsse à Pondicheri, & il finissoit en me disant de me décider par mon avantage & par mon goût.

J'avois beaucoup de temps devant moi pour prendre un dernier parti, & pour me rendre à la côte de Coromandel.

Après avoir bien réfléchi à la démarche que j'allois faire, bien calculé les inconvéniens des deux parts, je me décidai à partir pour Pondicheri. Les voyages par mer ne me coûtoient plus rien. J'écrivis à M. le Duc de Chaulnes, & je répondis à M. de la Lande que je serois à Pondicheri à temps pour le passage de Vénus sur le Soleil; que puisqu'on vouloit que je me rapprochasse, j'allois le faire; que je croyois en cela travailler au progrès de l'Astronomie; que ma démarche n'avoit eu d'autres vues, en allant aux Philippines, que d'être utile aux Astronomes; je déduisis ensuite fort en détail les raisons qui m'avoient fait préférer Manille, ou les Isles Marianes à Pondicheri; je finissois en disant que j'allois malgré cela prendre mes mesures pour me rendre dans l'Inde par la voie la plus courte; & qu'enfin j'espérois que je n'aurois nul reproche à essuyer, si l'observation ne réussissoit pas dans l'Inde, & qu'elle réussît à Manille.

Ce ne fut qu'avec la plus grande peine que Don Estevan Melo consentit à mon départ; son amitié pour moi lui fit faire l'impossible pour m'empêcher de partir, & pour me retenir à Manille. Il avoit chez lui un Pere Théatin, Mathématicien, Missionnaire, & suffisamment instruit. Je leur laissai à l'un & à l'autre une petite instruction pour observer la sortie de Vénus de dessus le disque du Soleil, & pour régler leur pendule avec le plus

d'exactitude poſſible. Je rétablis une méridienne horizontale qui étoit dans la maiſon. Elle marquoit ſur un plan de cuivre; je fis mettre un plan de marbre à la place de celui de cuivre. Outre cette méridienne, Don Eſtevan avoit une bonne pendule à ſecondes, & deux téleſcopes d'environ deux pieds de longueur, dont un ſur-tout étoit très-bon.

Ces préparatifs finis, je ſaiſis l'occaſion d'un vaiſſeau Portugais de Macao qui alloit à Madras. Nous mimes à la voile le 2 Février 1768, à 6 heures du ſoir, par un petit frais de Sud-Sud-eſt. Mais notre vaiſſeau mal chargé ne put faire deux lieues ſans plier; il ſe coucha même aſſez conſidérablement, n'ayant cependant que ſes quatre baſſes voiles; & quoiqu'il ne fit qu'un joli frais fort égal. Nous fumes obligés de virer de bord, & de revenir mouiller à la barre de Manille.

Le lendemain, de grand matin, je reçus une lettre de Don Eſtevan Melo, qui m'exhortoit très-fort de reſter à Manille; il me diſoit que ce que je venois d'eſſuyer étoit bien ſuffiſant pour me décider; que j'en avois aſſez fait pour prouver mon zèle; que Dieu me défendoit de m'expoſer à un danger évident. La lettre de mon ami fut bientôt ſuivie du Pere Théatin, qui vint, au nom de cet ami, pour m'amener avec tous mes effets. Je fis réponſe à Don Eſtevan que j'allois reſter à bord pour aſſiſter au déchargement, & au changement d'arrimage que l'on vouloit faire au vaiſſeau; que je verrois le tout de mes propres yeux; qu'enſuite je lui marquerois mon avis, ſelon ce que je remarquerois de bon ou de mauvais dans le nouveau chargement; que ſi j'y voyois quelque défaut, je le lui marquerois, en le priant en même temps de m'envoyer une Pangue (bateau du pays) pour débarquer moi & mes effets.

Le 5 Février, nous fumes en état de mettre à la voile. J'écrivis à Don Eſtevan Melo, que je pourſuivois mon voyage; que le vaiſſeau me paroiſſoit en état de nous mener au moins juſqu'à Malacca, d'autant plus que nous devions avoir vent arrière juſqu'au détroit de Malacca; que les mers ſont très-belles dans ce détroit; & que je ſavois que je trouverois à Malacca un Brigantin de Pondicheri, prêt à retourner à la côte de l'Inde.

Nous arrivames à Malacca le 18 Février, je continuai mon

voyage ſur le même vaiſſeau, & le 27 Mars j'arrivai à Pondicheri, quatorze mois avant l'obſervation. Mon voyage ne fut que de trente-deux jours; belle traverſée, peu ordinaire.

Le détroit de Malacca eſt celui des trois détroits que nous pratiquons le moins, parce que nos vaiſſeaux deſtinés pour Chine vont preſque toujours par les détroits de la Sonde & de Banca; auſſi le détroit de Malacca nous eſt-il moins connu que les deux autres. J'ai eu l'avantage de les voir tous les trois; ce qui m'a fourni les moyens de faire, ſur celui de Malacca, bien des remarques qui m'ont paru intéreſſantes pour la ſûreté & la promptitude de la Navigation dans ce détroit. De plus, ces Pilotes de Macao auxquels je me donnerois bien de garde de confier un vaiſſeau pour l'amener en Europe, ont une ſi grande pratique du détroit de Malacca, qu'ils y naviguent la nuit comme le jour. S'ils mouillent, c'eſt que le vent leur manque. Ils m'ont fourni quelques remarques intéreſſantes touchant cette navigation.

A Pondicheri, je trouvai M. Law, Gouverneur général pour le Roi de tous les établiſſemens François dans l'Inde: il me reçut parfaitement bien, & il ſe prêta avec le plus grand zèle à faire réuſſir ma miſſion.

Je ne dois pas oublier de faire également mention du Conſeil Supérieur de Pondicheri, & en particulier de M. de la Grenée, premier Conſeiller, Commandant en ſecond; de M. le Febvre, Procureur général du Roi; & de M. de Tremollières, Secrétaire du Conſeil, dont je reçus beaucoup de marques de bienveillance. Tout ſembloit concourir à m'aſſurer le ſuccès de mon obſervation.

En moins de deux mois j'eus un obſervatoire bâti ſur les ruines de l'ancien Fort, & ſur une très-bonne voûte: cet obſervatoire étoit très-commode pour y faire toute eſpèce d'obſervation aſtronomique; j'y allai loger pour être plus à portée de mon travail.

Je commencai par vérifier la Longitude & la Latitude de Pondicheri; j'obſervai les réfractions à l'horizon, juſqu'à 10 degrés de hauteur; je les obſervai encore à 45 degrés.

Le 23 Décembre, j'obſervai avec M. Law, une Éclipſe totale de Lune, je ne négligeai pas les hauteurs ſolſticiales; j'obſervai également l'étoile polaire, tant dans la partie ſupérieure, que dans

la partie inférieure du méridien, différentes autres étoiles, & enfin les ſatellites de Jupiter.

Les nuits à Pondicheri ſont de la plus grande beauté en Janvier & Février. On ne peut avoir d'idée du beau Ciel qu'offrent ces nuits, que lorſqu'on les a vues; je n'avois nulle part ſi bien vu Jupiter avec ma Lunette de 15 pieds, que je le vis alors; les étoiles n'ont aucune ſcintillation. J'ai très-ſouvent laiſſé ma lunette de 15 pieds expoſée à l'air de la nuit, pendant pluſieurs heures dans une poſition verticale, ſans que l'objectif en ait reçu la plus légère humidité. Le mois de Mars n'eſt plus ſi beau; Avril commence à ſe ternir; Mai, Juin, Juillet, Août & Septembre, ſont peu propres aux obſervations aſtronomiques; dans ces mois on n'a guère que les matinées de belles. En Octobre, Novembre & Décembre eſt la ſaiſon pluvieuſe.

Préparé pour le paſſage de Vénus du 3 Juin, & les Anglois à Madras m'ayant envoyé un excellent téleſcope achromatique de 3 pieds de longueur; j'attendois le moment de l'obſervation avec la plus grande impatience. Pendant tout le mois de Mai, juſqu'au 3 de Juin, les matins furent très-beaux. Le temps fut encore de la même beauté la veille à neuf heures du ſoir. J'avois obſervé avec M. Law une émerſion du premier Satellite de Jupiter, que nous avions très-bien vue. On s'empreſſoit déjà à me faire des complimens, lorſque le lendemain de très-grand matin, il s'éleva une eſpèce de coup de vent, qui ne dura préciſément que le temps de l'obſervation; car Vénus devoit ſortir à 7 heures du matin; & à $7^h \frac{1}{2}$ le Soleil commença à percer, le reſte du jour & les ſuivans furent très-beaux; ce fut la même choſe à Madras, où M. Call, Ingénieur en chef de cette place, avoit été chargé par M. Maskeline, de faire l'obſervation. Ce tourbillon s'étoit fait ſentir ſur toute la côte de Coromandel, à plus de 30 lieues dans les terres.

J'avois donc fait près de dix mille lieues inutilement. Je n'avois donc parcouru un ſi grand eſpace de mers, & je ne m'étois exilé de ma patrie, que pour aller jouir de la vue d'un nuage fatal qui m'attendoit au moment que je deſirois tant, pour me faire perdre tout le fruit de mes peines & de mes fatigues.

Pendant

Pendant que le Ciel étoit couvert à Pondicheri, il offroit l'aſpect le plus ſerein à Manille, comme je l'ai appris depuis par les lettres que j'ai reçues, & par Don Eſtevan Melo lui-même, qui m'a envoyé l'obſervation qu'il avoit faite de concert avec le Père Théatin.

Lorſque les grandes chaleurs d'été furent venues, je répétai mes obſervations ſur les réfractions aſtronomiques, afin de les comparer à celles que j'avois faites pendant l'hiver.

Nous avons déjà une Table des réfractions aſtronomiques dans la Zone torride, par M. Bouguer; mais la température dans laquelle il a obſervé, eſt bien différente de celle de l'Inde. À Pondicheri, qui n'eſt pas l'endroit le plus chaud de l'Inde, le thermomètre de M. de Reaumur expoſé en plein air, à l'ombre, à 30 pieds environ au-deſſus du ſol, monte tous les jours à 36, & quelquefois à 37 degrés pendant une grande partie des mois de Mai, Juin, Juillet & Août. Cette chaleur eſt le plus ſouvent accompagnée d'un vent d'Oueſt, violent & enflammé, qui élève des nuages & des tourbillons d'un ſable brûlant pour le porter à la mer.

Les nuits ſont fraîches & tempérées, en comparaiſon du jour, car cette température eſt encore de 21 à 23 degrés.

Dans les appartemens un peu clos, le thermomètre ne monte qu'à 26 degrés dans les grandes chaleurs; & c'eſt à ce point, à quelque petite choſe près, qu'il ſe ſoutint dans mon obſervatoire pendant les expériences très-ſouvent réitérées, que je fis en Juillet ſur la longueur du pendule qui bat les ſecondes à Pondicheri.

Dans le courant du mois d'Août, il parut une Comète que j'obſervai, autant que put me le permettre le temps & la fièvre dont je fus attaqué, pour la première fois, dans le mois de Septembre. On revit cette Comète trois à quatre fois après ſa conjonction avec le Soleil, à la fin d'Octobre; c'étoit alors le temps des pluies, ce qui fut cauſe que je ne pus ſuivre la Comète. Je n'en eus même qu'une ſeule obſervation, le 2 de Novembre; la Comète étoit alors fort diminuée, & ſa queue qui, avant ſa conjonction s'étendoit à plus de 40 degrés, occupoit alors à peine 5 degrés.

Je ne dis rien de la Carte des environs de Pondicheri, dont je déterminai les points principaux dans mes momens perdus, & que j'assujettis aux observations astronomiques. Je savois que la Carte qu'on a, ne pouvoit manquer d'être très-défectueuse, parce qu'on n'y avoit employé, ni les instrumens convenables, ni les soins nécessaires.

Un autre genre de travail me parut fort intéressant. Je l'avois commencé à l'Isle-de-France, je l'achevai à Pondicheri en 1768. C'est une Histoire des Vents, & un examen des différentes routes, que l'on doit suivre pour aller de l'Isle-de-France dans l'Inde.

Les Marins distinguent ces routes, en grande & petite route. On est forcé de prendre la grande route depuis le commencement de Septembre jusqu'à la mi-Mai. On emploie dans cette saison deux mois & demi ou trois mois à se rendre de l'Isle-de-France à Pondicheri. La petite route peut se tenter depuis les premiers jours de Mai jusqu'à la fin d'Août. On met dans cette saison environ trente-cinq jours pour aller à Pondicheri.

Les moussons règlent ces variétés; on va par la grande route pendant la mousson du Nord-est, & par la petite route pendant la mousson du Sud-ouest; mais cette mousson ne permet la petite route que pendant environ cinq mois. Cela vient de ce que les moussons au nord de la Ligne ne soufflent réellement pas six mois du Nord, & six mois du Sud, comme on l'a cru jusqu'ici. Je prouve que la mousson du Sud-ouest est plus courte d'environ vingt-trois jours que la mousson du Nord-est.

Plusieurs habiles Navigateurs rebutés de la longueur & des fatigues de la grande route, ont cherché, dans ces derniers temps, les moyens de l'abréger. De ce nombre sont M. Daprès de Mannevillette & M. de Joannis; mais ces deux Marins ne s'accordent nullement entr'eux sur la route qu'il convient de prendre de préférence à la grande.

On a pareillement essayé d'abréger la petite route, en allant par l'Archipel, qui est au Nord de l'Isle-de-France, au lieu d'aller prendre connoissance, comme l'on fait, du cap d'Ambre au Nord de l'île de Madagascar.

Cette route a été pratiquée anciennement par les Portugais; ils l'ont abandonnée sans que j'aie pu savoir pourquoi. Peut-être la trouvoient-ils trop pleine d'Isles; mais quoiqu'elle paroisse en effet fort embarrassée sur les cartes, cette route n'effraya pas l'Amiral Boscawen, quand il fut en 1748, de l'Isle-de-France à Pondicheri. Cependant cet Amiral menoit avec lui une Escadre de douze ou quinze vaisseaux.

En 1754, M. Daprès, alla de l'Isle-de-France à Pondicheri, par la route de l'Amiral Boscawen (c'est ainsi qu'on la nomme dans l'Inde).

M. de la Carrière, excellent Marin, vint par la même route à Pondicheri en 1768, lorsque j'étois en cette ville; j'y vis aussi arriver en 1769, M. le Chevalier Grenier, Lieutenant de vaisseau de Roi, & M. l'Abbé Rochon.

Malgré ces tentatives, il m'a paru fort difficile de décider laquelle est la meilleure, & sur-tout la plus courte, ou de cette nouvelle route, ou de l'ancienne. M. de la Carrière qui me donna une copie de son Journal, m'assura en même temps que cette nouvelle route doit avoir la préférence sur l'ancienne; qu'il n'en suivroit jamais d'autres, & qu'il y avoit environ un cinquième de temps à gagner, ou sept jours sur trente-cinq.

D'un autre côté, il est très-certain que M. Daprès y a trouvé des calmes considérables; & que M. Godeheu sorti de l'Isle-de-France huit à dix jours après lui, & qui étoit allé par le cap d'Ambre, attérit en même temps que lui à l'Isle-de-Ceylan, où ils se rencontrèrent & se parlèrent, fort étonnés l'un & l'autre de se trouver au même point.

Je m'amusai aussi pendant mon séjour dans l'Inde, à prendre quelque connoissance de l'Astronomie, de la Religion, des mœurs & des coûtumes des Indiens Tamoults, que fort improprement nous appelons Malabars. Ce que j'avois entendu dire de leur Astronomie avoit piqué ma curiosité; mais ce qui acheva de l'aiguillonner, fut la facilité avec laquelle je vis calculer devant moi, à un de ces Indiens, une Éclipse de Lune que je lui proposai, la première qui me vint en idée; cette Éclipse, avec tous les élémens préliminaires, ne lui coûta pas trois quarts-d'heure de travail. Je

lui propoſai de me mettre en état d'en faire autant, & de me donner tous les jours une heure de ſon temps; & lui ayant demandé en combien de temps je pouvois eſpérer d'être au fait de calculer une Éclipſe de Lune ſelon ſa méthode, il me répondit avec un air qui reſpiroit un peu l'amour-propre, qu'avec de la diſpoſition j'en pourrois faire autant que lui au bout de ſix ſemaines ou deux mois de travail.

Cette réponſe ne me rebuta pas, elle ne fit que me rendre plus curieux encore. Je m'aſſujettis à prendre tous les jours, pendant une heure environ, ma leçon d'Aſtronomie Indienne. Soit qu'il y eût de la faute de mon maître, ou que ce fût la mienne; ſoit que ce fût celle des interprètes (j'en changeai juſqu'à trois fois), j'eus beſoin de près d'un mois de travail pour être en état de calculer une Éclipſe de Lune, quoique la méthode m'ait paru depuis très-ſimple & très-facile. Les Éclipſes de Soleil me donnèrent bien plus de peine, parce que le calcul en eſt beaucoup plus compliqué.

Quant à l'exactitude de cette méthode, l'accord m'a paru aſſez ſingulier dans les Éclipſes de Lune; l'erreur, dans pluſieurs que j'ai calculées, ne monte pas à plus de 25 minutes d'heure. Dans les Éclipſes de Soleil, le calcul s'écarte davantage, ce qui ne provient pas tant de l'heure de la conjonction vraie, que de la méthode de calculer la conjonction apparente & les autres phaſes de l'Éclipſe.

Je me ſuis procuré différentes copies de leurs Tables Aſtronomiques. Ces copies ſont exactement conformes; je me propoſe de les publier avec mon Voyage.

Le peu de connoiſſances que j'ai acquiſes de la Religion des Indiens Tamoults, m'a fait lire le ſixième volume des Cérémonies religieuſes des différens peuples de la Terre, par M.rs l'Abbé Banier & le Maſcrier. J'ai fait ſur ce volume quelques remarques d'après les connoiſſances que j'ai eues ſur les lieux.

On croit aſſez généralement que les Brames, Bramins ou Bramines, deſcendent des anciens Bracmanes. Si ce fait étoit bien prouvé, & ſi les connoiſſances que poſsèdent ces Brames, étoient des reſtes de celles des Bracmanes, ces reſtes ſeroient

très-précieux. Il n'y auroit aucun lieu de douter que les Bracmanes ne fussent très-versés dans l'Astronomie, & qu'ils n'y eussent fait des découvertes très-intéressantes, & peut-être ignorées des autres peuples qui se vantent cependant, avec beaucoup d'emphase, d'avoir cultivé l'Astronomie de temps immémorial; tels que les Chaldéens & les Égyptiens. Nous ne voyons rien dans l'antiquité qui nous prouve que les Chaldéens & les Égyptiens aient jamais connu la précession des Équinoxes; mais on la trouve connue chez les Brames. Ils supposent que les étoiles avancent annuellement de 54 secondes d'occident en orient; c'est-là, non-seulement la base ou le fondement de leurs calculs Astronomiques, mais encore de leur croyance sur la Création. Par le moyen de ce mouvement annuel des étoiles de 54 secondes, ils ont formé des périodes de plusieurs millions d'années qu'ils ont fait entrer dans la Religion, comme indiquant l'âge du monde, ce qu'il doit durer encore; & ils ont grand soin d'enseigner ces rêveries aux enfans dans les écoles.

Il ne me paroît pas aisé de savoir d'où les Brames ont tiré cette quantité de 54 secondes, d'autant mieux qu'ils ne connoissent pas l'Astronomie pratique. Si on leur voit observer les Éclipses de Soleil & de Lune, c'est uniquement par un motif de religion; mais en supposant que cette précession de 54 secondes leur vienne des anciens Bracmanes, & que ceux-ci l'aient reconnue par une longue suite d'observations, le mouvement annuel des étoiles seroit plus lent aujourd'hui qu'il n'auroit été alors; mais on ne peut rien hasarder sur une matière aussi obscure que me paroît être celle-là; cependant les réflexions que j'ai faites sur cette précession de 54 secondes, depuis que j'ai écrit cet Extrait, m'ont fait naître l'idée suivante.

Les principales périodes dont usent les Brames, & dont leurs autres périodes m'ont paru dériver, sont de 60 ans, & de 3600 ans; & je trouve dans Berose, auteur Chaldéen, deux périodes semblables; le Neros de 60 ans, & le Saros de 3600 ans. Or les deux périodes Indiennes de 60 ans & de 3600 ans, sont renfermées dans celle de 24000 ans, provenant du mouvement annuel des étoiles de 54 secondes. Ne me seroit-il pas permis

de conjecturer que le Neros & le Saros de Berose, ont le même mouvement pour principe, & que les anciens Chaldéens ont connu la précession des Équinoxes? Je détaillerai cette idée dans mon Voyage, en traitant de l'Astronomie des Indiens.

Les Brames sont les dépositaires de la Religion & de l'Astronomie; c'est un secret qui ne passe pas dans d'autres Castes. Je reçus à Pondichery la visite de quelques-uns de ces Savans, dont un vint de Carical, à 30 lieues dans le Sud de Pondicheri, exprès pour me voir, du moins à ce qu'il me dit; croyant sans doute que je devois être un Brame de ma nation.

Ces Astronomes ne savent rien touchant les Comètes : ils croient que ce sont des espèces de signes de la colère du Ciel. Ils furent étonnés de me voir passer les nuits à observer la Comète du mois d'Août 1769, & me firent beaucoup de questions sur la cause de ce phénomène. Ce qui acheva de les surprendre, fut de revoir cette Comète le soir à la fin d'Octobre, & dans les premiers jours de Novembre, comme je leur avois prédit, ainsi qu'à tout Pondicheri.

Quoique les Brames n'observent point, ils savent tracer la ligne Méridienne par le moyen du Gnomon. Ils s'en servent toutes les fois qu'ils font bâtir une Pagode, parce que leur religion exige que les Temples soient orientés selon les quatre points cardinaux; en sorte que les quatre faces de ces belles pyramides qui servent d'entrée & de portail aux Temples, sont exactement *Nord* & *Sud*, *Est* & *Ouest*. Les Égyptiens ne sont donc pas les seuls qu'on doive admirer en cela; peut-être même ne sont-ils pas les premiers qui aient pratiqué cette méthode.

Je trouve sur-tout les Indiens admirables, en ce que ces Peuples n'ont presque pas d'outils. C'est avec le secours seul d'un petit ciseau, & d'un petit marteau, qu'ils sont venus à bout de tirer de la carrière, & de tailler les pierres dont les Pagodes & leurs pyramides sont bâties; de former ces belles colonnes qui sont employées à soutenir une partie de l'édifice. J'ai mesuré une de ces colonnes; elle a 30 pieds de hauteur, y compris le piédestal; il est quarré, & a 3 à 4 pieds de base & 6 de hauteur. A la côte de Coromandel, ces colonnes d'une seule pièce sont d'un très-beau granite,

le premier étage de la pyramide eſt de la même pierre : cette eſpèce de granite eſt de la plus grande dureté. Quel travail, & quelle peine cela n'a-t-il pas coûté, dans un pays où il faut aller chercher la pierre quelquefois à plus de quinze lieues!

Les Indiens ſont des miracles de patience en tout genre, voilà tout leur ſecret. Je ne crois pas qu'ils en aient jamais eu d'autre quand ils ont fait ces groſſes chaînes de pierre, qu'on admire dans une de leurs principales Pagodes de la côte de Coromandel, & qui ſemblent n'avoir fait, avec la groſſe pierre où elles ſont attachées, qu'un ſeul & même bloc dans la carrière.

J'ai de la peine à laiſſer cet article. Je voudrois que le temps me permît d'entrer dans un plus grand détail ſur l'Inde & les Indiens. Je dirai encore ici que les Brames calculent d'une manière fort ingénieuſe (en ſuppoſant la longueur de l'ombre du Gnomon le jour de l'Équinoxe) l'heure du lever & du coucher du Soleil pour un jour donné. Ce calcul, qui leur eſt indiſpenſable pour celui des Éclipſes de Soleil & de Lune, ſuppoſe l'obliquité de l'écliptique, de plus de 24 degrés. L'uſage du Gnomon chez eux remonte à une grande antiquité s'ils s'en ſont toujours ſervis, comme il y a lieu de le penſer, pour orienter leurs Pagodes.

Le Conſeil Supérieur de Pondicheri m'ayant fait l'honneur de me nommer, avec le Chirurgien-major de l'Hôpital, pour faire l'épreuve des eaux que le Gouverneur vouloit faire venir dans la ville, où il n'y a que de très-mauvais puits; je fis l'examen de toutes les eaux des environs de Pondicheri, de la même manière que j'avois fait celles de l'Iſle-de-France, en me ſervant des moyens que M. Hellot m'avoit indiqués avant mon départ.

Je ſoumis au même examen les eaux de Madras, les réſultats furent les mêmes; je vis par-là que l'on pouvoit exécuter à Pondicheri, en toiles peintes, tout ce que l'on fait à Madras. Il n'eſt queſtion que d'avoir de bons Tiſſerands, & ſur-tout de bons Peintres, & de tâcher que leurs ouvrages prennent de la célébrité, comme ceux que l'on fait à Madras en ont acquis, non par la qualité des eaux, qui ſont les mêmes qu'à Pondicheri, mais par l'adreſſe & par la ſupériorité des Peintres.

Il ſe formoit à Pondicheri, quand j'en ſuis ſorti, des *aldées*

de Tisserands, que M. Law Gouverneur, & M. de Larche ancien Conseiller, y avoient attirés, persuadés qu'ils étoient l'un & l'autre, que nous pouvions, sinon surpasser, au moins égaler la main-d'œuvre de Madras. Il y avoit déjà des Peintres fort adroits; & j'ai fait exécuter devant moi, d'après des dessins de France, des mouchoirs qui sont très-bien peints.

Voici encore un fait; les mouchoirs de Masulipatam ont toujours passé pour les plus beaux de l'Inde; il est cependant certain que ces mouchoirs avoient beaucoup perdu de leur valeur & de leur prix en 1768, & qu'il s'étoit formé à Tranguebar, chez les *Danois*, à 30 lieues au Sud de Pondicheri, une Manufacture où l'on faisoit des mouchoirs d'un beaucoup plus beau *chaille*, & bien plus estimés que ne l'étoient alors nos mouchoirs de Masulipatam. C'est qu'on s'est sans doute relâché à Masulipatam, & qu'on a compris à Tranguebar qu'on y pouvoit imiter, & même égaler ce qu'on faisoit à Masulipatam. Si quelque chose soutient encore dans l'Inde nos mouchoirs de Masulipatam; c'est que la toile est bien supérieure en qualité, & par conséquent en durée à celle de Tranguebar. Les toiles du Nord de la presqu'île de l'Inde sont bien meilleures que celles du Sud; & dans l'Inde on donne toujours la préférence à celles-là.

Au commencement de 1769, je reçus la lettre de recommandation de la Cour d'Espagne pour le Gouverneur des Philippines. Ce fut Don Estevan Melo qui me renvoya cette lettre de Manille. Dans le même temps, je reçus par la voie de Quanton, une cassette que m'envoyoit M. de la Lande; elle renfermoit des Éphémérides, une Connoissance des Temps, des thermomètres, & une lettre du Ministre de la Marine d'Espagne. C'étoit une réponse très-obligeante au sujet des observations astronomiques que je lui avois envoyées de Manille.

Pendant que j'observois la Comète en Septembre, je fus attaqué d'une fièvre quotidienne, que je ménageai peu dans son principe, & qui me força enfin à garder la chambre pendant quelques jours. Mon dessein avoit été de repasser en France sur le vaisseau *le Vilvaut*, qui devoit partir en Octobre, & passer par l'Isle-de-France. J'y avois plusieurs caisses d'Histoire Naturelle à prendre. Ainsi cet arrangement

arrangement me convenoit fort. Des raiſons qui regardoient la Colonie de Pondicheri, ayant décidé le Conſeil Supérieur & le Gouverneur à faire partir promptement ce vaiſſeau, ſans lui permettre la relâche de l'Iſle-de-France, je réſolus de retarder mon départ de deux à trois mois; & quand je n'aurois pas pris d'abord ce parti, ma maladie m'y auroit forcé dans la ſuite; elle me retenoit au lit dans le temps que le vaiſſeau partoit. Je ne me rétablis qu'en apparence; vers la fin de Décembre, je tombai très-ſérieuſement malade de la même fièvre, qui fut accompagnée d'un flux dyſſenterique, & de douleurs très-aiguës dans l'eſtomac. Cette fois-ci je ne m'en tirai qu'avec bien de la peine.

J'avois un ſi grand deſir de repaſſer en Europe, que je m'embarquai le 1.er Mars 1770, à peine convaleſcent, ſur le vaiſſeau *le Dauphin;* ce vaiſſeau devoit paſſer par l'Iſle-de-France, y reſter quelques jours, & ſuivre ſa route; nous mouillames à l'Iſle-de-France le 16 Avril au ſoir.

L'état où j'étois ne me permettoit pas de ſuivre le vaiſſeau, & de doubler le cap de Bonne-eſpérance dans la mauvaiſe ſaiſon. M. Law m'avoit aſſuré, avant que je partiſſe, que l'*Indien,* qui étoit pour lors à la côte de Malabar, paſſeroit à l'Iſle-de-France, en Mai ou Juin. Je pris donc le parti de m'arrêter à cette Iſle, & de m'y rétablir parfaitement en attendant le vaiſſeau l'*Indien.* Je retrouvai à l'Iſle-de-France mes connoiſſances & mes amis, chez leſquels je me remis des fatigues du voyage, & rétablis ma ſanté. Je fus ſingulièrement bien accueilli de M. Eſtenaur, Brigadier des armées du Roi, Commandant en ſecond à l'Iſle-de-France.

J'avois vu dans l'Inde M. Véron, qui venoit de faire le voyage de la Mer du Sud, avec M. de Bougainville. Cet Aſtronome étoit ſur *le Vigilant,* vaiſſeau de Roi, & alloit aux Moluques. Il relâcha à Pondicheri au mois de Juin 1769. Je lui donnai une lettre de recommandation pour Don Eſtevan Melo, à Manille, par où il devoit paſſer; & où il ſe propoſoit d'obſerver le paſſage de Mercure ſur le Soleil, le 9 Novembre de la même année 1769. À ſon retour des Moluques, il arriva à l'Iſle-de-France, étant à l'extrémité, & mourut trois à quatre jours après être deſcendu de bord, le 1.er Juin 1770.

Je demandai à M. Poivre, Commiſſaire-ordonnateur, faiſant fonction d'Intendant, les papiers, cartes & journaux de cet Aſtronome : on me les remit cottés & paraphés, ſous récépiſſé; j'en tirai une copie que j'emportai avec moi.

Je trouvai dans les papiers de M. Véron, l'obſervation du paſſage de Vénus ſur le Soleil, faite à Manille, par Don Eſtevan Melo, que cet ami m'envoyoit; & des hauteurs correſpondantes du Soleil, par M. Véron, qui conſtatent l'état de la méridienne qui a ſervi à régler la pendule à ſecondes; je trouvai auſſi le paſſage de Mercure, que M. Véron avoit obſervé.

Vers la fin du mois de Juin de la même année 1770, nous aperçumes à l'Iſle-de-France une Comète qui devint en peu de jours fort ſenſible. Elle diſparut le 1.er Juillet, à notre grand étonnement. Un mouvement fort rapide, de 40 degrés au moins, en 24 heures, l'avoit tranſportée vers le pôle boréal, que l'on ne voit point à l'Iſle-de-France.

M. le Commiſſaire-ordonnateur me propoſa par deux fois, ſous l'appât de faire des découvertes, d'entreprendre le voyage de l'Iſle de Taiti, avec le Nègre qu'il vouloit y renvoyer; c'étoit un motif bien puiſſant pour me décider à faire ce voyage; des raiſons plus puiſſantes encore m'obligèrent à le refuſer.

Le vaiſſeau l'*Indien* étoit arrivé le 26 Juillet. N'ayant rien plus à cœur que de repaſſer en Europe, je demandai mon paſſage à M.rs les Adminiſtrateurs de la Compagnie des Indes, ils me procurèrent toutes les facilités dont j'avois beſoin. J'embarquai avec moi toutes mes caiſſes d'Hiſtoire Naturelle, au nombre de huit, que j'avois laiſſées, à mon départ pour Manille, en main ſûres. Nous devions relâcher à l'Iſle-de-Bourbon, au cap de Bonne-eſpérance & à l'Iſle-de-l'Aſcenſion.

J'étois impatient de partir. Nous approchions de la ſaiſon des ouragans, fléaux qui affligent ſi ſouvent les Iſles de France & de Bourbon; & je ſavois que les vaiſſeaux qui rencontrent de ces ouragans, s'en trouvoient aſſez mal.

Nous ſortimes du port de l'Iſle-de-France le 19 Novembre 1770, & le 20 après-midi, nous mouillames à l'Iſle-de-Bourbon, dans la rade de Saint-Denys; le trop long & inutile ſéjour

que nous y fimes nous ſut fatal. Le 3 Décembre nous fumes aſſaillis par un ouragan, qui nous força d'appareiller ſur une emboſſure, & de gagner le large : il étoit alors midi. Pendant la nuit la violence du vent & de la mer fut ſi forte, que notre barre de gouvernail caſſa dans ſa mortaiſe; notre mât de beaupré en fit bientôt autant au ras des liures. De ce coup notre-mât de miſaine, le grand mât de hune, & le mât de perroquet de fougue vinrent à bas; notre grande vergue fut fort endommagée; & je regarde comme une eſpèce de miracle que notre grand mât ne ſoit pas tombé; car nos grands haubans avoient alors plus de ſix pouces de mou; avec cela nous faiſions eau de toutes parts. Nous employames ſix à ſept jours à nous mettre en état de regagner l'Iſle-de-France: nous y arrivames le 1.er Janvier 1771, au grand étonnement de tout le monde, qui ne s'attendoit à rien moins qu'à nous revoir.

Je m'étois propoſé de me rembarquer ſur un des vaiſſeaux de Chine, qui arrivent pour l'ordinaire à l'Iſle-de-France en Mars, & repartent dans le même mois pour France. J'en avois la parole de M. le Commiſſaire-ordonnateur, & j'étois bien éloigné de penſer que la choſe pût ſouffrir la moindre difficulté; cependant lorſque ce vint au fait, je ne pus trouver de place ſur ces vaiſſeaux, ſous prétexte qu'ils n'étoient plus à la Compagnie des Indes; enfin, le refus & les difficultés que j'eſſuyai de la part du Gouverneur, me firent avoir recours à un vaiſſeau étranger.

Je ſentois que j'avois aſſez ſéjourné dans l'Inde; le dégoût commençoit à me prendre, & j'étois dans la plus grande impatience de revoir ma patrie.

Il y avoit, fort heureuſement pour moi, à l'Iſle-de-France; l'*Aſtrée* frégate de Sa Majeſté Catholique. Cette frégate revenoit de Manille, elle étoit commandée par Don Joſeph de Cordoua, que j'avois connu dans mon voyage, ſur *le Bon Conſeil*. Je ne balançai pas à demander à Don Joſeph de Cordoua mon paſſage ſur ſa frégate; il me reçut avec les démonſtrations de la plus grande bienveillance, & j'en ai reçu toutes ſortes de bons traitemens.

Au reſte, je dois dire ici que cette contradiction, que j'eſſuyai en dernier lieu à l'Iſle-de-France, eſt la ſeule que j'aie éprouvée dans nos Colonies, pendant près de ſept ans de voyages.

Nous mimes à la voile le 30 Mars 1771, c'eſt-à-dire, trois mois après mon retour ſur l'*Indien:* nous nous trouvames à la fin du mois d'Avril ſous le cap de Bonne-eſpérance, ou de nouveaux travaux m'attendoient.

Nous reſtames près de quinze jours à batailler avant que de pouvoir doubler ce cap : nous eſſuyames pendant tout ce temps, tempêtes ſur tempêtes, dont quelques-unes ne le cédoient guère à celle que j'avois éprouvée ſur l'*Indien.* Ma ſeule inquiétude, au milieu de ces tempêtes, étoit la crainte d'être forcé d'arriver, & de revoir encore une fois l'Iſle-de-France, Iſle que j'avois cependant tant aimée; mais dont la vue m'étoit devenue inſupportable, depuis les déſagrémens qu'on m'y avoit donnés en dernier lieu. Je fis l'épreuve de ce que peut en mer un bon vaiſſeau bien commandé; & je vis faire plus de manœuvres pendant quinze jours ſous le cap de Bonne-eſpérance, que je n'en avois vu pendant dix ans de voyages.

Le 29 Avril au matin, j'obſervai une Éclipſe de Lune; il faiſoit fort beau temps. Nous ſortions d'une très-rude tempête, & la mer qui s'en reſſentoit encore, étoit très-mâle; ces tempêtes nous permettoient de reſpirer pendant deux à trois jours, après leſquels leur fureur recommençoit. Ce fut dans l'intervalle d'une de ces tempêtes que j'obſervai l'Éclipſe de Lune.

Nous touchions au banc des Aiguilles. La ſonde de ce banc eſt un point dont ne manquent jamais de s'aſſurer les vaiſſeaux qui reviennent en Europe, ſur-tout quand ils ne touchent pas au cap de Bonne-eſpérance. Mais quoique la Longitude du cap de Bonne-eſpérance ſoit fixée par les obſervations de M. l'Abbé de la Caille, il n'en eſt pas de même du banc des Aiguilles, dont l'étendue & la figure diffèrent beaucoup ſur nos meilleures cartes.

En comparant mon obſervation de l'Éclipſe de Lune à celle faite à Rouen par M. Dulague, je trouve que par le parallèle de 36 degrés 10 minutes, la ſonde du banc des Aiguilles s'étend à l'Eſt juſqu'à 21 degrés de Longitude à l'Orient de Paris; l'on trouve alors de cent quinze à cent vingt braſſes.

A 11 degrés de Latitude boréale, nous rencontrames les vaiſſeaux de Chine, ſur leſquels je n'avois pu m'embarquer à l'Iſle-de-France;

ils étoient ſortis quelques jours après nous. Nous avions quitté cette Iſle avec des nouvelles de préparatifs de guerre entre l'Eſpagne, l'Angleterre & la France. Les vaiſſeaux de Chine nous demandèrent eſcorte juſqu'aux environs du Tropique, eſpérant trouver dans ces parages des vaiſſeaux qui nous donneroient des nouvelles d'Europe; & en effet, le 24 Juin, deux jours après avoir paſſé le Tropique, nous arrêtames un vaiſſeau à trois mâts, Anglois; on envoya chercher le Capitaine & l'Écrivain; lorſqu'ils eurent ſatisfait aux éclairciſſemens que nous exigeames, on permit au vaiſſeau de continuer ſa route. Les vaiſſeaux de Chine nous quittèrent alors; le Capitaine d'un de ces vaiſſeaux m'écrivit pour m'engager de paſſer à ſon bord. Il étoit trop tard pour profiter de ſon offre. Il m'avoit refuſé à l'Iſle-de-France; Don Joſeph de Cordoua m'avoit au contraire reçu avec toute ſorte de bienveillance & d'égards. M'étoit-il poſſible de ne pas reconnoître un tel ſervice, & d'abandonner mon bienfaiteur au moment où nous touchions Cadiz ?

Je rapporterai en ſon lieu la lettre que ce Capitaine m'écrivit, & la réponſe que je lui fis.

Nous fumes encore contrariés par les vents, pendant huit à dix jours après avoir paſſé les Açores. Enfin, j'arrivai à Cadiz le 1.er Août, quatre mois deux jours après être parti de l'Iſle-de-France.

J'ai obſervé, avec le plus grand ſoin, pluſieurs fois par jour, tant ſur mer que ſur terre, depuis mon départ de l'Orient, juſqu'à mon retour à Cadiz, le thermomètre placé dans la meilleure expoſition poſſible.

Quelques perſonnes croient que l'hémiſphère auſtral eſt plus froid que le boréal. J'ignore ſi le fait eſt vrai; il m'a paru que depuis la Ligne juſqu'au 37e & 40e degré de Latitude auſtrale & boréale, la température eſt abſolument la même dans les deux hémiſphères. Je ne peux pas répondre des Latitudes plus Sud. Il ſe peut que des cauſes locales dans quelques parages au-delà des 40e & 50e degrés, aient fait éprouver un plus grand froid que par une ſemblable Latitude du côté du pôle boréal. Mais je croirois aſſez que cela doit être attribué à quelques circonſtances particulières.

A Madagaſcar dans le fond de la baie d'Antongil, bordée de

hautes montagnes, environnée de bois, de marais, de lacs & de rivières, je n'ai pas trouvé le degré de chaleur moindre qu'à Pondicheri, terrein de plaines & de sables. Le fond de la baie d'Antongil & Pondicheri, sont à peu de chose près, sous le parallèle de 12 degrés, l'un boréal, l'autre austral.

Une des causes qui peuvent cependant rendre, en général, l'hémisphère austral un peu plus froid que le boréal; c'est la force du vent certainement plus grande dans cette partie que dans notre hémisphère. Or, j'ai remarqué qu'à mesure que les vents, soit alisés, soit de mousson fraîchissent, le thermomètre descend continuellement jusqu'à ce que le vent soit parvenu à son plus grand degré de force.

Mes observations du thermomètre m'ont fait voir que dans la Zone torride, l'instant de la plus grande chaleur arrive, toutes choses d'ailleurs égales, à une heure après midi, ou fort près d'une heure.

J'ai observé dans toutes les mers de l'Inde, dans les détroits & dans l'océan atlantique, l'inclinaison de l'aimant, avec la même boussole dont s'est servi M. l'Abbé de la Caille dans ses voyages. J'ai trouvé, à peu de chose près, comme lui, après un intervalle de dix-huit à vingt ans, l'inclinaison de l'aiguille nulle vers le 10.e degré de Latitude australe dans notre océan. J'ai vu tout le contraire dans l'océan Indien; l'aiguille n'est devenue horizontale que vers le 8.e ou 9.e degré de Latitude boréale.

A Cadiz, je fus parfaitement bien reçu de M. de Puy-Abry, Consul de France, & des Notables de la Nation Françoise établie en cette ville.

Je fis connoissance avec Don Vincente Tofiño, Directeur des Gardes-marines. Nous observames ensemble, à l'observatoire de Cadiz, des hauteurs correspondantes du Soleil, & deux émersions du 1.er satellite de Jupiter, la première le 17 Août, & la seconde le 24 du même mois. La première ne nous réussît qu'imparfaitement. Un nuage, chose assez rare à Cadiz, en fut cause. Nous observames la seconde fort exactement.

Je place ici un fait que les Naturalistes & les Physiciens ne seront peut-être pas fachés d'y voir. Je le tiens d'une personne

digne de foi, de Don Antonio de Ulloa, Correſpondant de cette Académie.

J'allai le voir à l'Iſle de Léon, dans ſon département. Entr'autres morceaux d'Hiſtoire Naturelle qu'il me montra ; il me fit voir des coquilles pétrifiées qu'il avoit trouvées au haut de la Cordelière des andes, dans le gouvernement de Wanca-Velica par 13 à 14 degrés de Latitude méridionale.

A l'endroit d'où ces coquilles ont été tirées, le mercure ſe ſoutient à 17 pouces 1 ligne $\frac{1}{4}$, ce qui répond à deux mille deux cents toiſes un tiers au-deſſus du niveau de la mer.

Au plus haut de la montagne, qui n'eſt pas à beaucoup près la plus élevée de ce canton, le mercure ſe ſoutient à 16 pouces 6 lignes, qui répondent à deux mille trois cents trente-ſept toiſes deux tiers.

A la ville de Wanca-Velica, le mercure ſe ſoutient à 18 pouces une ligne & demie, qui répondent à dix-neuf cents quarante-neuf toiſes.

Ces coquilles ſont de la claſſe des peignes ou grandes pélerines. Don Antonio me dit qu'il les a détachées d'un banc fort épais, dont il ignore l'étendue.

Je reſtai près d'un mois à Cadiz pour laiſſer paſſer les grandes chaleurs avant que de me mettre en route pour Paris; car je ne voulois plus me rembarquer : j'avois d'ailleurs reçu trop de faveurs de M. d'Arriaga, Miniſtre de la Marine, pour ne pas ſaiſir l'occaſion de lui faire mes remercîmens. Je devois même faire le voyage de Madrid avec M. de Cordoua, qui m'avoit amené de l'Iſle-de-France à Cadiz. Quelques circonſtances ne lui ayant pas permis de s'abſenter ſitôt de ſon département, je me préparai à partir.

Je m'étois embarqué à l'Iſle-de-France ſi précipitamment, que je n'avois pu prendre aucunes précautions pour avoir des piaſtres, qui d'ailleurs valoient 7 livres 10 ſous argent de France, & j'arrivai en Eſpagne ſans argent. M. de Cordoua m'offrit fort obligeamment ſa bourſe; & j'aurois profité de ſa bonne volonté, ſi M. de Puy-Abry, Conſul de France, ne m'eût donné tout l'argent dont j'avois beſoin pour me rendre à Paris. Depuis mon retour, M. le Duc de la Vrillière m'a obtenu du Roi le rem-

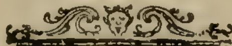
bourſement de tous les frais que m'avoit occaſionnés mon paſſage forcé par l'Eſpagne; je fis embarquer, ſur un navire qui alloit partir pour le Havre-de-Grace, mes caiſſes d'inſtrumens d'Aſtronomie & mes livres, à l'adreſſe de M. le Duc de la Vrillière; pour moi je pris la route de terre avec mes papiers, cartes & journaux, mes caiſſes d'Hiſtoire Naturelle étoient reſtées à l'Iſle-de-France. Je quittai Cadiz le 31 Août, j'étois avec M. Buſſon, Pilote françois, qui ayant conduit à Manille la frégate l'*Aſtrée*, & l'ayant ramenée à Cadiz, repaſſoit en France.

J'arrivai à Madrid le 13 Septembre, la Cour étoit à l'Eſcurial; j'y allai, & je fus voir M. le Marquis d'Oſſun, Ambaſſadeur de France. Son Excellence me préſenta à M. le Bailli d'Arriaga, qui me reçut très-bien; M. l'Ambaſſadeur ſe donna de plus la peine d'aller chez le Miniſtre des Finances, pour obtenir une permiſſion que je demandois, d'emporter avec moi 200 piaſtres (1050 livres) pour les frais de mon voyage juſqu'à Paris.

Je revins à Madrid, d'où je partis le 25 Septembre; j'arrivai à Pampelune le 2 Octobre, j'en ſortis le 6. Au lever du Soleil je paſſai les Pyrénées, & je mis enfin les pieds en France à 9 heures du matin, après 11 ans 6 mois & 13 jours environ d'abſence.

Depuis Cadiz juſqu'en France, en traverſant l'Eſpagne, j'ai continué mon journal avec la même aſſiduité que je l'avois fait pendant mes autres voyages. Quoique l'Eſpagne ſoit à notre porte, & nous ſoit par cette raiſon même très-connue, j'ai encore trouvé à profiter dans ce voyage.

L'aventure qui nous arriva dans les Pyrénées avec les Commis de la Douane de Pampelune, où nous fumes ſoupçonnés d'emporter un grand ſac de piaſtres pour les paſſer en fraude, n'eſt point du reſſort de cet Extrait.



RÉFLEXIONS

RÉFLEXIONS
SUR LES MÉTHODES D'APPROXIMATION
Connues jusqu'ici pour les Équations différentielles.

Par M. le Marquis DE CONDORCET.

C'EST sur-tout de l'existence des Équations séculaires, que je compte m'occuper dans ce Mémoire, & je suppose que l'on connoisse les différentes méthodes qui ont été proposées pour le Problème des trois Corps. 18 Août 1773.

Elles se réduisent à trois classes; les unes, telles que celles qui ont été données les premières, consistent à supposer la quantité cherchée égale à une valeur approchée, plus une petite quantité dont on néglige le quarré; à intégrer l'équation sous cette forme, pour avoir la valeur de cette petite quantité, qu'il faut ajouter à la valeur moyenne de l'inconnue; à substituer dans la proposée cette nouvelle valeur de l'inconnue, plus une nouvelle petite quantité qu'on déterminera de même, & ainsi de suite. Cette méthode, que la nécessité de ces substitutions successives rend d'un usage fatigant lorsqu'on veut parvenir à une grande exactitude, a été très-simplifiée par M. d'Alembert, dans les Mémoires de Turin & dans ses Opuscules; ainsi que par M. Euler dans la pièce sur le mouvement de la Lune qui a remporté le Prix en 1770, & sur-tout dans l'addition qu'il a jointe à cette pièce pour le Prix de 1772. Mais la nature de cette méthode est toujours restée la même, & c'est de la nature de ces méthodes, & non du plus ou moins de facilité qu'on peut avoir à les employer, que je dois traiter ici.

La seconde classe de méthodes renferme celles où une très-petite quantité étant donnée par une équation différentielle, on prépare cette équation, de manière qu'en n'y négligeant que les puissances qu'on voudra de cette petite quantité, on en ait par la méthode qui sert à intégrer les équations linéaires, une valeur

linéaire, où le nombre & la nature des termes dépendent du degré où l'on aura poussé l'approximation. Telle est, 1.° la méthode donnée par M. de la Grange dans les Mémoires de Turin, *tome III;* 2.° la méthode donnée par M. d'Alembert, dans le *Tome V* de ses Opuscules; & 3.° celle que j'ai proposée dans les Mémoires de l'Académie, *années 1769 & 1770*. Enfin la troisième classe renferme les méthodes où une petite quantité étant donnée par une équation différentielle, on prépare l'équation de manière que l'on a une valeur de cette quantité, par une équation, non-linéaire à la vérité, mais dont les termes sont composés de quantités dépendantes seulement de l'ordre de l'équation & non du degré d'approximation.

Les trois méthodes que je viens de citer, peuvent également conduire à des méthodes de cette troisième classe.

Ce Mémoire sera divisé en trois articles, relativement à chacune de ces méthodes.

Mais je crois devoir faire précéder l'examen que je me propose, par quelques Observations préliminaires.

Quoique je n'aie appliqué les réflexions suivantes qu'à des équations à deux variables, & presque toujours du second ordre, il est aisé de voir qu'elles s'appliquent & à un ordre quelconque, & à un système quelconque de m équations entre $m + 1$ variables.

OBSERVATIONS PRÉLIMINAIRES.

I. Toutes les méthodes connues jusqu'ici pour avoir une valeur approchée de la quantité y donnée en x par une équation différentielle, donnent

$$\begin{aligned} y = A &+ Bx + Cx^2 + Dx^3, \ \&c. \\ &+ e^{nx} \ A' + B'x + C'x^2, \ \&c. \\ &+ e^{n'x} \ A'' + B''x + C''x^2, \ \&c. \\ &+ \ldots\ldots \end{aligned}$$

où les A, B, C, &c. A', B', C', &c. &c. sont des fonctions rationnelles & entières de sinus & de cosinus réels de multiples de x,

II. Cette forme de y donne lieu de diſtinguer trois cas.

III. Le premier où toute la ſérie ſe réduit à

$$y = A + e^{nx} A' + e^{n'x} A'', \&c.$$

n étant négatif. Dans ce cas, ſi on conſidère toutes les valeurs de x depuis o juſqu'à l'infini, on verra que tous les termes de la valeur de y ſeront toujours finis, que les termes de A, A', A'', &c. reviendront ſenſiblement les mêmes au bout d'un certain eſpace, & qu'enfin les termes e^{nx}, $e^{n'x}$ diminueront continuellement; ainſi ſelon la valeur des coëfficiens dans A, A', A'', &c. y pourra reſter toujours très-petit, & la ſérie qui en exprime la valeur toujours convergente depuis $x = 0$, juſqu'à $x = \infty$.

IV. Le ſecond cas eſt celui où le nombre des B, C, &c. B', C', &c. & des e^{nx}, &c. n étant poſitif, demeure fini à quelque degré que l'on pouſſe l'approximation. Dans ce cas, ſi les termes qui contiennent, ſoit des x, ſoit des e^{nx}, ſoit des produits des deux, ne ſont multipliés que par des ſéries finies de ſinus & coſinus; alors il eſt clair que la valeur de y eſt partagée en deux parties, l'une qui augmente continuellement en même temps que x, mais qui eſt donnée en termes finis; & l'autre qui retombe dans le cas précédent. C'eſt alors que la valeur de y donne une équation ſéculaire d'une forme connue & déterminée.

V. Si dans ce même cas, les ſéries qui multiplient les termes x^m, e^{nx}, $e^{nx} x^m$, ſont des ſéries infinies, mais très-convergentes; il pourra encore arriver que cette valeur de y donne une valeur très-approchée de la vraie valeur, depuis $x = 0$, juſqu'à $x = \infty$; en prenant, à meſure que x augmente, plus de termes des ſéries convergentes qui multiplient les x^m, e^{nx}, $x^m e^{nx}$, &c. & alors on pourra regarder ces termes, comme donnant encore une eſpèce d'équations ſéculaires qui ne ſeront pas les mêmes pour toutes les valeurs de x, comme celles de l'article ci-deſſus, mais auxquelles il en faudra ajouter de nouvelles, à meſure que x augmentera.

VI. Le troiſième cas eſt celui où le nombre des B, C, &c.

B', C', &c. ou des e^{nx}, n étant poſitif, eſt infini. Dans ce cas; la valeur de y ne peut être approchée que pour un certain eſpace des valeurs de x.

VII. Selon la différente manière dont la valeur de y en ſérie a été formée, il peut arriver qu'en la formant on n'ait fait qu'y ajouter de nouveaux termes à chaque approximation nouvelle, & que les nouveaux termes ſoient tous donnés par un nombre fini de ceux qui ont été déterminés d'abord, ou que ces nouveaux termes ſoient donnés immédiatement par chaque approximation; ou enfin que la forme de chaque terme varie à chaque approximation.

VIII. De ces trois manières dont la valeur en ſérie a pu être formée, il n'y a que la première où l'on puiſſe être abſolument ſûr auquel des trois cas, diſtingués ci-deſſus, doit appartenir la valeur cherchée de y.

IX. Si les coëfficiens de l'équation en x & y, contiennent des quantités données par l'obſervation, il eſt clair qu'on peut ſuppoſer que ces quantités ſoient augmentées ou diminuées de l'erreur des obſervations, & que l'équation qui en réſulte alors doit également donner une valeur approchée de y.

X. D'ailleurs il eſt aiſé de voir encore, que ſi au lieu de y, on met une quantité $z + a$, l'équation qui en réſulte, doit, ſi a eſt fort petit, donner pour z une valeur approchée en x.

XI. Donc ſi ces changemens permis peuvent faire paſſer la valeur de y d'un cas dans un autre, il reſtera équivoque auquel de ces cas elle doit appartenir.

XII. Nous avons donc à examiner pour chaque eſpèce de méthode:

1.° Si elle conduit à reconnoître d'une manière certaine à quel cas doit appartenir la valeur de y, pour un degré d'approximation quelconque.

2.° Si un changement permis ne peut pas faire tomber cette forme d'un cas dans un autre.

3.° Si lorſqu'elle ſemble devoir appartenir à pluſieurs cas, il n'y en a pas un auquel, à cauſe de la convergence des coëfficiens, elle doive être réellement rapportée.

ARTICLE PREMIER.

Des premières Méthodes d'approximation, connues pour le Problème des trois corps.

I. Soit une équation

$$\frac{d^2y'}{dx^2} + A'dx + B'y'dx + C'y'^2dx\ldots\&c. = 0;$$

où A', B', C', &c. ſont des fonctions en ſéries de ſinus & de coſinus de multiples de x. Je fais dans cette équation $y' = A + y$, où A eſt une première valeur de y' en ſinus & coſinus de x, & où y eſt ce qu'il faut y ajouter; je néglige après la ſubſtitution les termes multipliés par y^2, y^3, &c. & même les termes en ſinus ou coſinus qui multiplient y, & j'ai $\frac{d^2y}{dx} + mydx + Bdx$, m étant un nombre conſtant, & B une fonction de ſinus & de coſinus; & intégrant, j'aurai une première valeur de y.

II. Si m eſt poſitif, & que B ne contienne ni ſin. $\sqrt{(mx)}$, ni coſ. $\sqrt{(mx)}$, cette première valeur ne contiendra ni e^{nx}, ni x. Mais ſi m eſt négative, elle contiendra $e^{\sqrt{(-mx)}}$; & ſi m eſt poſitif, & que B contienne ſin. $\sqrt{(mx)}$ ou coſ. $\sqrt{(mx)}$, y contiendra x.

III. Si la valeur de y eſt dans le premier cas, je ſubſtitue dans la propoſée au lieu de y, cette valeur que j'appelle A_1 plus z, & j'ai en z une équation

$$\frac{ddz}{dx} + m'zdx + C = 0.$$

IV. Il peut arriver ici que quelque loin que l'approximation ſoit pouſſée, la valeur de m reſte la même; alors puiſque m eſt poſitif, la valeur de y ne contiendra jamais de e^{nx}, mais pour qu'elle ne contienne pas de x, il faudra que jamais $a\sqrt{m}$ ne puiſſe devenir égal à $bp + eq + cr$ &c. a, b, c, e &c. étant des nombres entiers poſitifs ou négatifs p, q, r &c. les nombres qui ſe trouvent multiplier x dans les coſinus ou ſinus contenus dans A', B', C', &c. & A.

V. Dans le cas où m', m'' ne font pas égaux à m, il faut voir fi les valeurs de m', m'' font toujours pofitives, & fi B', B'' &c. ne contiennent pas fin. $\sqrt{(m')}x$, fin. $\sqrt{(m'')}x$, &c.

VI. Lorfque m eft négatif ou que B contient fin. $\sqrt{(m)}x$ ou cof. $\sqrt{(m)}x$, il eft aifé de voir que la valeur de y contiendra e^{nx} ou x, que par conféquent B' contiendra e^{npx}, ou x^p, p étant le degré où montent les y dans l'équation en y; donc z contiendra x^p ou e^{npx}, & en continuant, B'' contiendra e^{2npx} ou x^{2p}, & ainfi de fuite, donc la valeur en férie de x fera dans le 1.er cas ci-deffus ou dans le troifième.

VII. Il eft aifé de voir qu'en continuant les fubftitutions, on introduit à chacune deux arbitraires dans la valeur de y; donc ces arbitraires n'étant données qu'à peu-près, & par les obfervations, il faudra, pour s'affurer auquel des deux cas appartient la valeur de y, favoir, fi en fuppofant dans la valeur de ces arbitraires une latitude de l'erreur des obfervations, elle ne peut pas fe rapporter aux deux formules ci-deffus.

VIII. Indépendamment de cela, on voit encore que fi m, quoique négatif eft très-petit, on pourra prendre au lieu de

$$\frac{ddy}{dx} - mydx + Bdx = 0;$$

$$\frac{ddy}{dx} + Bdx = 0 \text{ ou } \frac{ddy}{dx} + m'ydx + Bdx = 0;$$

m' étant très-petit; & qu'ainfi la valeur de y pourra être fuppofée à volonté de l'une des deux formes, & que fi l'on a fin. $\sqrt{(m)}x$ dans B; on peut, au lieu de ce terme en fuppofer un..... fin. $[\sqrt{(m)} + q]\,x$, q étant très-petit & réciproquement, en forte que l'on aura également des termes proportionnels à x & à cof. $2\sqrt{(m)}x$ ou à cof. $2\sqrt{(m)}x$ & fin. $2\,q\,x$.

IX. Il fuit de-là, 1.° que par cette méthode on pourra être fûr, dans certaines équations feulement, que la valeur de y fera dans le premier cas, & voir alors fi la férie eft toujours convergente.

2.° Que l'on faura auffi dans le cas où m eft grand & négatif, que cette valeur eft dans le troifième cas.

3.° Qu'autrement on ne ſaura auquel des cas elle appartient, du premier ou du troiſième.

X. Alors il faudra la regarder comme appartenant au premier, & la ſérie qu'elle donne ne ſera point convergente pour toutes ces valeurs de x, mais pour un certain eſpace ſeulement, au-delà duquel il faudra faire une nouvelle approximation. Or, l'on auroit pu avoir ce réſultat ſans que l'on eût eu dans B, B', &c. de termes ſin. $[\sqrt{(m)}\,x + q\,x]$, & il ſuffit pour cela que le coëfficient d'un des ſinus, coëfficient déterminé par l'obſervation, ſe trouve être fort grand.

XI. Si la valeur de y eſt dans le troiſième cas, on ne peut non plus la regarder comme exacte que pour un certain eſpace de valeurs de x; d'où il ſuit en général que cette méthode peut conduire dans quelques circonſtances à une valeur de y, continuellement approchée, mais ſans équation croiſſante; & que dans le cas d'une équation croiſſante, cette équation ne peut être regardée comme légitime, que pour un certain eſpace de valeurs de x. Ainſi, dans aucun cas, cette méthode ne donne une équation ſéculaire; c'eſt-à-dire une quantité toujours croiſſante qui entre dans la valeur de y, & qui ſoit telle que cette valeur puiſſe être regardée comme approchée, depuis $x = 0$, juſqu'à $x = \infty$.

XII. Au reſte on voit que dans cette méthode, il y a de nouvelles équations qui dépendent de chaque approximation nouvelle, & que ce n'eſt que par pluſieurs approximations ſucceſſives qu'on peut juger de la convergence de la ſérie qui donne y en x.

ARTICLE SECOND.

Des Méthodes d'approximation de M. de la Grange, de M. d'Alembert, & des Mémoires de l'Académie, année 1769.

I. Soit une équation $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{Ndy}{dx} + My + L + Ay^2 + B\,\frac{y\,dy}{dx} + C\,\frac{dy^2}{dx^2} + A'y^3 + B'y^2\,\frac{dy}{dx} + C'y\,\frac{dy^2}{dx} + D'\,\frac{dy^3}{dx^3} + \ldots\ldots = 0$, où Méthode de M. de la Grange.

toutes les lettres capitales désignent des coëfficiens constans. Soit fait $y^2 = u$, $\frac{y\,dy}{dx} = u'$ $\frac{dy^2}{dx^2} = u''$, $y^3 = z$, $y^2 \frac{dy}{dx} = z'$, $y \frac{dy^2}{dx^2} = z''$, $\frac{dy^3}{dx^3} = z'''$, & ainsi de suite, la proposée deviendra $\frac{ddy}{dx^2} + N\frac{dy}{dx} + My + L + Au + Bu' + Cu'' + A'z + B'z' + C'z'' + D'z'''$, &c. $= 0$; & l'on aura de plus $du = 2u'$, $\frac{du'}{dx} = y\frac{ddy}{dx^2} + \frac{dy^2}{dx^2} = \frac{dy^2}{dx^2} - Ny\frac{dy}{dx} - My^2 - Ly - Ay^3 - By^2dy - Cy\,dy^2$, &c. $= -Ly - Mu - Nu' - u'' - Az - Bz' - Cz''$, &c. $\frac{du''}{dx} = \frac{2\,dy\,d^2y}{dx^3} = -2N\frac{dy^2}{dx^2} - 2My\frac{dy}{dx} - 2L\frac{dy}{dx} - 2Ay^2\frac{dy}{dx} - 2By\frac{dy^2}{dx^2} - 2C\frac{dy^3}{dx^3}$, &c. $= -2L\frac{dy}{dx} - 2Mu' - 2Nu'' - 2Az' - 2Bz'' - 2Cz'''$, &c. & ainsi de suite.

II. Si donc il y a un degré de puissances de y, & de ces différences que l'on puisse négliger, ces valeurs de u, u', u'', z, z', z'', z''', &c. deviendront finies, l'on aura autant d'équations linéaires, que de y, u, u', &c. & l'on pourra y appliquer les méthodes connues.

Méthode de M. d'Alembert.

III. Soit la même proposée que ci-dessus, on la différentiera un certain nombre de fois, & l'on aura ces équations.

$$(1)\quad \frac{d^3y}{dx^3} + \frac{Nd^2y}{dx^2} + \frac{Mdy}{dx} + Z = 0,$$

$$(2)\quad \frac{d^4y}{dx^4} + \frac{Nd^3y}{dx^3} + \frac{Md^2y}{dx^2} + Z_1 = 0,$$

& ainsi de suite, Z & Z_1 représentant la somme de tous les termes supérieurs au premier degré.

VI.

IV. Subſtituant dans Z au lieu de $\frac{ddy}{dx^2}$ ſa valeur tirée de la propoſée, on aura une équation,

$$(3)\ \frac{dddy}{dx^3} + \frac{Nd^2y}{dx^2} + \frac{M'dy}{dx} + L'y + Z_{,} = 0;$$

où $Z_{,}$ eſt une fonction ſemblable à Z.

V. Subſtituant enſuite pour l'équation (2), dans le terme $Z_{,}$, au lieu de $\frac{d^3y}{dx^3}$ ſa valeur tirée de l'équation (3), & au lieu de $\frac{d^2y}{dx^2}$ ſa valeur tirée de la propoſée, j'aurai l'équation,

$$(4)\ \frac{d^4y}{dx^4} + \frac{Nd^3y}{dx^3} + \frac{N''d^2y}{dx^2} + \frac{M''dy}{dx} + L''y + Z_{,,} = 0,$$

$Z_{,,}$ étant une fonction ſemblable à Z.

VI. Différentiant ainſi un nombre m de fois, on aura $m + 1$, équations qui contiendront $m + 1$, fonctions Z, $Z_{,}$, $Z_{,,}$, &c. de la même forme; donc ſi on peut négliger une certaine puiſſance de y & de $\frac{dy}{dx}$, & que m ſoit égal au nombre de termes de Z inférieurs à ce degré, on pourra éliminer tous ces termes, & l'on aura une équation,

$$a + by + \frac{c\,dy}{dx} + \frac{e\,d^2y}{dx^2} \ldots\ldots$$
$$+ \frac{d^{m+2}y}{dx^{m+2}} + Z_{\text{III}\,m+1} = 0;$$

& $Z_{\text{III}\,m+1}$ ne contenant que des termes du degré qu'on peut négliger, on n'aura donc au lieu de la propoſée, qu'une équation linéaire du $m + 2$ ordre à réſoudre.

VII. Si l'on prend encore la même propoſée, & qu'on la multiplie par un facteur, $a' + b'y + c'dy + e'y^2$, &c. & qu'on ſuppoſe que chaque rang devienne une différentielle exacte; on aura les a', b', c', &c. par des équations différentielles linéaires, telles que ſi on néglige un degré quelconque de la propoſée, & le degré immédiatement inférieur dans le facteur, le nombre de ces équations ſera égal à celui des coëfficiens

Méthodes des *Mémoires* de 1769, & 1770.

indéterminés, & la ſomme des ordres de toutes ces équations, au nombre de tous les termes inférieurs à ceux qu'on néglige. (Voyez les *Mémoires de l'Académie, année 1769, page 215; & 1770, page 208).*

VIII. Il ſuit de-là que le nombre des u, z, &c. étant dans la méthode de M. de la Grange, égal à celui des termes ſupérieurs aux 1.ers degrés, & inférieurs au degré négligé, la ſomme des ordres de différence, & par conſéquent le nombre des ſolutions que donne la méthode pour les équations linéaires, ſera plus grand de deux unités; ce nombre ſera égal à celui des ſolutions dans la méthode de M. d'Alembert; égal encore à celui des ſolutions dans ma méthode; & dans toutes égal aux nombres des termes en y, & $\frac{dy}{dx}$ qui ſe trouvent dans les intégrales; d'où il ſuit que dans toutes trois également, on pourra avoir une valeur de y linéaire, & contenant un pareil nombre de termes de la forme e^{fx}, $e^{fx}x$, &c. ſin. fx, coſ. fx, &c.

IX. Si dans la méthode de M. de la Grange on multiplie la propoſée par e^{fx}, & chacune des m, autres équations, par $q e^{fx}$, $q' e^{fx}$, &c. on aura f par une équation du degré $m + 2$. Si dans la méthode de M. d'Alembert on multiplie l'équation de l'ordre $m + 2$ par e^{fx}, on aura f auſſi par une équation du degré $m + 2$; & de même ſi on ſuppoſe que l'équation propoſée eſt multipliée par un facteur e^{fx} $(1 + a'' y + b'' dy$, &c.$)$ on aura encore f par une équation du degré $m + 2$.

X. Cela poſé, pour que la valeur de y ſoit dans le premier cas, il faut que l'équation en f ne puiſſe, quel que ſoit m, avoir ni de racines égales entr'elles, ni de racines réelles négatives, ni de racines imaginaires avec une partie réelle négative; il y a encore une circonſtance où la valeur de y peut être rapportée à ce cas, c'eſt celui d'un nombre fini de racines égales poſitives; en effet, alors les termes de la propoſée répondant à cette hypothèſe, ſont $x^m e^{-nx}$, quantité qui devient infiniment petite lorſque x eſt infini.

XI. Pour que la valeur de y ſoit dans le ſecond cas, il faut que le nombre des racines égales ou des racines réelles négatives,

ou des imaginaires avec la partie réelle négative, soit fini : ou bien que parmi un nombre, quel qu'il soit de racines qui en ont d'autres égales, il n'y en ait qu'un nombre fini d'égales à chacune, (comme, par exemple, un nombre infini de racines égales deux à deux), & que dans les racines en partie réelles & en partie imaginaires, & où la partie réelle est négative, dont le nombre seroit infini, la partie réelle n'ait qu'un nombre fini de valeurs. Ces différentes conditions répondent aux deux divisions de ce cas général. *(Observations préliminaires, n.os IV & V).*

XII. Maintenant il reste donc à distinguer dans ces méthodes ces différentes conditions pour les valeurs de f; ce qui oblige d'abord de diviser les équations en deux classes; celles où $L = 0$, & celles où L se trouve.

XIII. Si $L = 0$ dans la méthode de M. de la Grange, la proposée seule contiendra des y; donc — Méthode de M. de la Grange.

$e^{fx}\frac{ddy}{dx} + Ne^{fx}dy + Me^{fx}y\,dx$ sera une différentielle exacte; donc quelque loin que l'on pousse l'approximation, on aura toujours l'équation $M - Nf + f^2 = 0$.

XIV. Dans la même hypothèse, les u n'entreront pas dans les valeurs de dz, dz', &c. donc si on multiplie les trois équations en du, du', du'', par e^{fx}, qe^{fx}, $q'e^{fx}$, les termes en u doivent donner une différentielle exacte, & l'on aura une équation

$$f^3 + af^2 + bf + c = 0,$$

indépendante de la première; il en sera de même des quatre z; & ils donneront une équation

$$f^4 + a_, f^3 + b_, f^2 + c_, f + e = 0,$$

indépendante des deux premières, & ainsi de suite.

XV. La manière dont on parvient ici à avoir les équations en f qui doivent conduire à une valeur linéaire de y, paroît s'écarter de la méthode générale; en effet, en multipliant la proposée par e^{fx}, & les autres par qe^{fx}, $q'e^{fx}$, &c. on ne trouve d'abord que deux valeurs de f; il faut ensuite, pour en avoir

d'autres, négliger la propofée, & multiplier les équations en u, & les autres par e^{fx}, $q e^{fx}$, $q' e^{fx}$, &c. ce qui ne donne encore que trois nouvelles valeurs de f, & ainfi de fuite. Mais on verra aifément que ce cas rentre dans la méthode générale en obfervant que lorfqu'on multiplie la propofée par e^{fx}, en fuppofant que le coëfficient de l'exponentielle foit l'unité, on fuppofe tacitement que ce coëfficient n'eft pas zéro; or ce même coëfficient, lorfque $L = 0$, devient zéro pour toutes les valeurs de f hors deux; donc, &c.

Méthode de M. d'Alembert.

XVI. Dans la méthode de M. d'Alembert, lorfque $L = 0$, on a une férie d'équations

$$\frac{ddy}{dx^2} + \frac{Ndy}{dx} + My + Q = 0,$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{Nd^2y}{dx^2} + \frac{Mdy}{dx} + Q' = 0,$$

. . . .

$$\frac{d^{m+2}y}{dx^{m+2}} + \frac{Nd^{m+1}y}{dx^{m+1}} + \frac{Md^my}{dx^m} + Q_1.$$

XVII. D'où il eft aifé de voir que fi on élimine les termes au-deffus du premier degré que renferment les $Q, Q' \ldots Q_1$, qu'après l'élimination on multiplie l'équation linéaire par e^{fx}, & qu'on fuppofe qu'elle foit une différentielle exacte, on aura, quel que foit m, la fonction

$$e^{fx}\left(Mydx + Ndy + \frac{d^2y}{dx} + pd\,\frac{\left(Mydx + Ndy + \frac{d^2y}{dx}\right)}{dx} + p'd^2\,\frac{\left(Mydx + Ndy + \frac{d^2y}{dx}\right)}{dx^2}\right.$$

$+ \ldots .)$ qui doit être une différentielle exacte.

XVIII. Or, il fuffit pour cela que

$e^{fx}\left(Mydx + Ndy + \frac{d^2y}{dx}\right)$ en foit une; donc quel que foit m, on aura toujours $M - Nf + f^2 = 0$; comme ci-deffus, & ces deux valeurs de f refteront les mêmes pour toutes les approximations.

XIX. Suppoſons maintenant qu'à l'aide des différentiations, juſqu'à $d^5 y$ incluſivement, on ait éliminé les termes du ſecond degré ; on aura par des procédés ſemblables à ceux ci-deſſus,

$$\frac{d^5 y}{dx^5} + N' \frac{d^4 y}{dx^4} + M' \frac{d^3 y}{dx^3} + P' \frac{d^2 y}{dx^2} + R' \frac{dy}{dx} + S'y + T' = 0,$$

$$d.\left(\frac{d^5 y}{dx^5} + N' \frac{d^4 y}{dx^4} + M' \frac{d^3 y}{dx^3} + P' \frac{d^2 y}{dx^2} + R' \frac{dy}{dx} + S'y\right) + T'' = 0,$$

& ainſi de ſuite, les T', T'', &c. étant des fonctions du troiſième degré & des degrés ſupérieurs ; donc ſi on élimine, on aura

$$e^{fx}\left[\frac{d^5 y}{dx^4} \cdots + S'ydx) + pd. \frac{\left(\frac{d^5 y}{dx^4} \cdots + S'ydx\right)}{dx} + p'd^2 \frac{\left(\frac{d^5 y}{dx^4} \cdots + S'ydx\right)}{dx^2}\right] + \&c.$$

qui devra être une différentielle exacte ; donc

$e^{fx}\left(\frac{d^5 y}{dx^4} \cdots\cdots + S' ydx\right)$ en ſera une également ;

donc on aura,

$$f^5 - N' f^4 + M' f^3 - P' f^2 + R' f - S' = 0;$$

équation qui aura lieu quel que ſoit m.

XX. Mais $\frac{d^5 y}{dx^5} \cdots\cdots\cdots S' y =$

$$d^3 \frac{\left(\frac{d^2 y}{dx^2} + N \frac{dy}{dx} + My\right)}{dx^3} + p d^2 \frac{\left(\frac{ddy}{dx^2} + N \frac{dy}{dx} + My\right)}{dx^2}$$

$$+ p' d \frac{\left(\frac{d^2 y}{dx} + N \frac{dy}{dx} + My\right)}{dx} + p'' \left(\frac{d^2 y}{dx^2} + N \frac{dy}{dx} + My\right);$$

donc étant multipliée par $e^{fx} dx$, elle deviendra une différentielle exacte, 1.° lorſque

$e^{fx}\left(\frac{ddy}{dx} + Ny + Mydx\right)$ en ſera une, ce qui donne encore $f^2 - Nf + M = 0$; 2.° lorſque appelant $V = \frac{ddy}{dx^2} + N \frac{dy}{dx} + My$, la fonction . . . .

$\frac{d^3 V}{dx^2} + p \frac{d^2 V}{dx} + p' dV + p'' V dx$ étant multipliée

par e^{fx} deviendra une différentielle exacte; donc on aura . . . . . $f^3 - pf^2 + p'f - p'' = 0$, & l'équation en f du cinquième degré sera composée de ces deux équations, l'une du deux, l'autre du trois.

XXI. Or, comme on peut continuer ces mêmes opérations à l'infini, on voit la parfaite conformité qui existe ici entre les résultats des deux méthodes.

Méthode des Mémoires de 1769.

XXII. Dans cette méthode lorsque $L = 0$, on voit d'abord que si le facteur est

$$a + by + \frac{c\,dy}{dx} + ey^2 + gy\frac{dy}{dx} + h\frac{dy^2}{dx^2} \text{ \&c.}$$

il faut que, ou $a = 0$, ou que $a\frac{d^2y}{dx} + Na\,dy + May\,dx$ soit une différentielle exacte; donc à cause de $a = e^{fx}$, cette dernière hypothèse donnera encore $f^2 - Nf + M = 0$, comme ci-dessus.

XXIII. On verra ensuite que la proposée multipliée par

$$by + \frac{c\,dy}{dx} + ey^2 + gy\frac{dy}{dx} + h\frac{dy^2}{dx}$$

pourra devenir une différentielle exacte, & qu'alors il faudra que

$$(by + \frac{c\,dy}{dx}).(\frac{ddy}{dx} + N\,dy + My\,dx)$$

soit une différentielle exacte; ce qui, faisant $b = e^{fx}$, & $c = q\,e^{fx}$, donne f par une équation du troisième degré.

XXIV. Et en général, on remarquera dans cette méthode, que commençant la série qui représente le facteur au degré m, on aura, lorsque

$$L = 0, (a'y^m + b'y^{m-1}\frac{dy}{dx} + c'y^{m-2}\frac{dy^2}{dx} + e'y^{m-3}\frac{dy^3}{dx^3} + \frac{f'y^{m-4}dy^4}{dx^4} \text{ \&c.}) \times (\frac{d^2y}{dx} + N\,dy + My\,dx),$$

qui sera une différentielle exacte quel que soit m.

XXV. Ainsi, pour savoir si la valeur de y que donne une équation proposée, est, quelque loin que l'approximation soit poussée,

dans le premier des trois cas des obſervations préliminaires, il faut voir, ſi quel que ſoit *m*, l'équation en *f* qui réſulte de la ſuppoſition de l'article précédent, ne peut avoir ni racines égales entr'elles, ni réelles négatives, ni imaginaires avec la partie réelle négative.

XXVI. Il importeroit peu que l'équation eût des racines égales pour des valeurs différentes de *m*; en effet, dans ce cas il arrive que deux valeurs des coëfficiens du facteur ſe trouvent répondre à la même valeur de *f*; & qu'ainſi, pour avoir le nombre d'intégrales néceſſaires, on n'a pas beſoin de recourir au facteur $x e^{fx}$ qui d'ailleurs ne rendroit pas ici la propoſée une différentielle exacte.

XXVII. On verra de même que pour que *f* ſoit dans le ſecond cas, il faut, ou que quel que ſoit *m*, il n'y ait qu'un nombre fini de racines de *f*, qui n'aient pas les conditions exigées ci-deſſus, ou un nombre infini pour toutes les valeurs de *m* priſes enſemble, mais fini pour chacune; autrement elle ſera dans le troiſième cas.

XXVIII. On pourra donc former facilement, d'après le numéro XXIV, une ſérie d'équations, dont le nombre dépendra du degré *m*, & qui donneront l'équation en *f* relative à ce degré; & on examinera, ſi l'on peut, de la forme de cette ſérie, déduire quelque choſe de général pour la forme des racines de l'équation en *f*. Sinon on examinera ſucceſſivement pluſieurs de ces équations en *f* répondantes à $m = 1, 2, 3, 4,$ &c.

XXIX. Le très-petit changement permis dans les coëfficiens de la propoſée, peut faire paſſer la valeur de *y* du ſecond cas & du troiſième cas dans le premier, lorſque l'égalité des racines dans ces équations en *f* a introduit ces termes en *x* dans la valeur de *y*. Ainſi, lorſque l'équation eſt telle que les coëfficiens en ſont donnés par des obſervations, ou que la ſuppoſition de $z + a$, au lieu de *y*, *a* étant très-petit, ne fait pas reparoître de termes *L*; on pourra regarder le troiſième cas comme confondu avec le premier, & il ſuffira d'examiner ſi les valeurs de *y*, que l'on a alors, ſont ou ne ſont pas convergentes pour toutes les

valeurs de x. Dans le dernier cas, la méthode ne peut pas donner pour toute l'étendue des valeurs de x, une même valeur approchée de y.

XXX. Lorſque la valeur de y ſera dans le ſecond cas, & contiendra des x dûes à l'égalité des racines, il faudra, par la même raiſon, voir ſi la valeur de y que donne la méthode, eſt convergente pour toutes les valeurs de x, depuis o juſqu'à infini; ſinon on regardera cette valeur comme tombant dans le premier cas, & on examinera alors ſi la valeur de y peut être approchée pour toutes les valeurs de x, ou pour un ſeul eſpace ſeulement. Le premier cas de ce paragraphe eſt le ſeul où il y ait une véritable équation ſéculaire.

XXXI. Si même malgré le changement permis, la valeur de x reſte conſtamment dans le cas des obſervations préliminaires où on l'a rapportée, alors il n'y aura d'équation ſéculaire, que lorſqu'elle eſt dans le ſecond, & que de plus, les coëfficiens ſont tels que la ſérie eſt convergente pour toutes les valeurs de x, depuis $x = 0$ juſqu'à $x = \infty$.

XXXII. On voit donc que la réalité de l'équation ſéculaire, dépend ici de la connoiſſance de la forme des racines de l'équation indéterminée en f, m étant quelconque, connoiſſance que l'on n'a point juſqu'ici, & enſuite de la convergence des coëfficiens. (Sur-quoi voyez ci-deſſous, *Article troiſième, n.° IX & ſuiv.*)

XXXIII. Si L n'eſt pas zéro, l'équation qui donnera f, variera à chaque approximation ſucceſſive. Ainſi, l'on ne pourra s'aſſurer en général de la forme des racines de l'équation en f, ni par conſéquent déterminer à quel cas peut être rapportée la valeur de y. En effet, on ne peut, après pluſieurs approximations ſucceſſives, conclure de la forme qu'elles ont alors, celles qu'elles peuvent avoir, ſi l'on pouſſe les approximations plus avant.

XXXIV. Il pourroit arriver ſeulement que les nouvelles racines que donnent les approximations ſucceſſives, fuſſent toutes égales à peu-près aux racines des premières approximations, alors le cas des racines égales ou de fonctions contenant x, eſt le ſeul qui puiſſe être l'effet de ces nouvelles approximations, & il reſteroit

équivoque,

équivoque, soit à cause du changement permis, soit à cause de l'égalité entre les racines qui peut naître des approximations successives, si la valeur de y doit appartenir aux deux premiers cas ou au dernier, & la distinction entre ces différens cas dépendra de la détermination des coëfficiens.

ARTICLE TROISIÈME.

Des Méthodes de la troisième espèce, qui peuvent être déduites des trois méthodes de l'article précédent.

I. Si dans les méthodes ci-dessus, $L = 0$, ou que L n'étant pas zéro, on sache que l'on ait toujours deux valeurs de f, si la proposée est du second ordre, & n, si elle est du n^e, qui restent toujours les mêmes, quel que soit le degré d'approximation, il est clair que si on emploie la méthode de M. de la Grange, on aura, à cause de deux valeurs de f, deux intégrales de la forme

$$A'\frac{dy}{dx} + B'y + C'u + C''u' + C'''u'' + D'z, \text{ \&c.}$$

$= Ne^{-fx}$, N étant arbitraire; & par conséquent mettant au lieu des u & des z, leurs valeurs en y, on aura deux équations en y & dy; d'où il faudra tirer y en x.

II. Si on emploie la méthode de M. d'Alembert, on aura

$$\int\left(e^{fx}\frac{d^2y}{dx} + Ndy + Mydx\right) + AQ + BQ' + CQ'', \text{ \&c.}$$

où Q est le terme, où les y sont au-dessus du 1.er degré, Q' ce que devient $\frac{dQ}{dx}$ en y mettant pour ddy, sa valeur tirée de la proposée, Q'' est ce que devient $\frac{dQ'}{dx}$ après la même substitution, & ainsi de suite, & par conséquent deux intégrales qui ne contiendront que y & dy, & d'où il faudra tirer la valeur de y.

III. Si on prend la méthode des Mémoires de 1769, on aura ici immédiatement deux intégrales en y & $\frac{dy}{dx}$, & l'on

voit en général qu'alors, quel que ſoit l'ordre de la propoſée, on aura, ſi cet ordre eſt n, également par les trois méthodes n intégrales en y, $\frac{dy}{dx}$ ...... $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$; d'où il faudra tirer y.

IV. C'eſt en général des équations de l'ordre n que je parlerai dans la ſuite, après avoir obſervé que chaque intégrale eſt une fonction de y, $\frac{dz}{dx}$ ...... $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$ rationnelle & entière égale à Ne^{-fx} ou $Nx^m e^{-fx}$, N étant une quantité arbitraire, & les coëfficiens de la fonction en y étant ſucceſſivement déterminés, ſi $L = 0$ par des équations finies, & reſtant les mêmes pour tous les degrés d'approximation auxquels on s'arrêtera; au lieu que ſi L n'eſt pas zéro, ils varient à chaque approximation, & ne peuvent être donnés, en général, que par une ſérie plus ou moins convergente.

V. Si l'équation en f du degré n n'a que des racines inégales entr'elles, poſitives, réelles ou imaginaires, avec une partie réelle, poſitive ou zéro, on pourra avoir n intégrales qui ſeront une fonction de y & de ſes différences égalée à N ſin. px, ou N' coſ. px, ou $N''e^{-fx}$ ſin. px, où f eſt une quantité négative.

VI. S'il y a deux racines égales, alors il y aura néceſſairement une intégrale donnée par une fonction de y, & ſes différences égale à xe^{fx}, ou xe^{-fx}, ou x ſin. px, &c. & ainſi de ſuite pour un nombre plus grand de racines égales. *(Voyez art. 2, n.° X).*

VII. S'il y a des racines négatives, réelles ou imaginaires, avec une partie réelle négative, on aura dans les intégrales des fonctions de y & de ſes différences égales à e^{fx}, ou e^{fx} ſin. px, &c.

VIII. Suppoſons d'abord que toutes les intégrales ne contiennent que des ſinus ou des coſinus, ou, ce qui revient au même, des exponentielles toujours décroiſſantes, ou même des $x^m e^{-fx}$ qui retombent dans les mêmes cas, lorſque x eſt fort grand, que l'on connoiſſe les coëfficiens des différens rangs de

la férie en y, ordonnée par rapport à $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, & que l'on cherche, par la méthode de M. de la Grange, à tirer de chaque équation une valeur en férie de $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$.

IX. Soit donc mife une des intégrales données fous la forme $Y - \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + N \operatorname{cof.} px = 0$, nous aurons par ce théorème en appelant Y', ce que devient Y après y avoir mis $N \operatorname{cof.} px$, au lieu de $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} = N \operatorname{cof.} px + Y' + \frac{dY'^2}{2d(N \operatorname{cof.} px)} + \frac{d^2 Y'^3}{2.3\, d(N \operatorname{cof.} px)^2} + \ldots\ldots$ ainfi chaque terme de la fonction en y, $\frac{dy}{dx} \ldots\ldots \frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}}$ fera multiplié par une férie de $\operatorname{cof.} px$, & de fes puiffances; puis par une pareille férie où chaque puiffance de $\operatorname{cof.} px$ fera multipliée par fon expofant; puis par une férie où chaque puiffance de $\operatorname{cof.} px$ fera multipliée par le carré de fon expofant, & ainfi de fuite; en forte que les féries en x qui multiplieront les termes en y dans les valeurs de $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, ne feront convergentes que lorfque les féries en $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$ le feront auffi; & même il faudra que la férie en $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$ purs, foit telle que le coëfficient de x^p dans fa n^e puiffance, foit plus petit que le coëfficient de x^{p-1} dans la $n - 1^e$, ce dernier étant divifé par n, & que cette même condition ait lieu pour les produits d'un nombre n des féries en $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$ qui multiplient les autres termes.

X. Cela bien entendu, fi on égale enfemble deux valeurs de $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, on aura une nouvelle équation qui aura un terme fans y donné en férie, on tirera de cette équation $\frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}}$

en différences inférieures, & on aura cette quantité égale à une série en y, dont les coëfficiens seront des séries de sinus & cosinus multiples de x qui devront être convergentes, & en continuant cette opération, on aura y en x.

XI. On voit donc qu'en général la légitimité de cette méthode dépend de la convergence des séries en $\text{sin.}\, p\, x$, &c. & que la convergente de ces séries dépend de celle des séries ordonnées par rapport aux y, $\frac{dy}{dx}$, &c. ou, ce qui revient au même, de la convergence des approximations faites en négligeant successivement les rangs de la proposée.

XII. Au reste, il faut observer ici que les arbitraires N entrent dans les coëfficiens des séries en x, on ne peut donc juger de la convergence de ces séries que N ne soit connu, & qu'en général N ne soit très-petit; ayant donc la valeur de y en série, on prendra n valeurs particulières de x pour lesquelles on connoît y, & il faudra que les séries en nombres qui multiplient N, soient convergentes, ce qui retombe dans la même conclusion que les numéros IX, X & XI. Ensuite les séries étant convergentes, on examinera si les valeurs qu'elles donnent des différens N peuvent être regardées comme très-petites.

XIII. Si au lieu d'avoir toutes les intégrales dans le premier cas des observations préliminaires, on en avoit eu d'égales à e^{fx}, f étant positif ou $e^{fx}\, \text{sin.}\, p\, x$; il seroit aisé de voir que toutes les méthodes connues jusqu'ici, conduiroient à avoir pour y une valeur du 1.er ou du 3.e cas, ainsi la méthode ne conduit pas en général au second cas.

XIV. Lorsque la valeur de y est dans le troisième cas, on peut; si par le petit changement permis, elle se rappelle au premier, la traiter comme appartenante à ce cas, & on verra si elle donne des valeurs de y en séries convergentes pour toutes les valeurs de x ou pour un certain espace seulement. Si on ne peut la rappeler au premier cas, alors elle est nécessairement dans le troisième, & l'on ne peut avoir y en x que pour un certain espace de valeurs de x, & si on vouloit l'avoir pour la suite, il faudroit une approximation nouvelle.

XV. Je me bornerai à une remarque ſur ces approximations ſucceſſives. Suppoſons que nous ayons une valeur de y, qui ſoit approchée tant que $x < a$, il ne ſera pas légitime de faire x étant voiſin de a, par exemple, la quantité y égale à ce qu'elle eſt alors plus z, & de chercher une valeur de z; mais ſi l'on ſait, par exemple, que pour un certain eſpace de x, la valeur de y peut toujours, quel que ſoit le lieu où l'on commence les x, être donnée par une équation d'une même forme, on pourra employer la valeur approchée de y, trouvée par la méthode ci-deſſus, pour déterminer les nouveaux coëfficiens de cette forme, ou les nouvelles arbitraires, & ainſi, ſans avoir beſoin de nouvelles données, continuer l'approximation. Par exemple, ſi l'on ſait que la valeur du rayon vecteur d'une orbite, ſera pendant un certain eſpace toujours très-approchant de celui d'une ellipſe, & que l'on ait y égal à ce qu'il faut ajouter à chaque point au rayon vecteur de l'ellipſe, pour avoir le vrai rayon, & y donné par une équation différentielle: il eſt aiſé de voir que ſi c'eſt le cas des approximations ſucceſſives, il faudra examiner 1.° ſi les élémens de l'ellipſe ſe trouvent dans l'équation en y; s'ils s'y trouvent, il faudra les déterminer par les valeurs de y que donne la première approximation, & on voit qu'on peut les déterminer à une différence près, plus petite que l'erreur des obſervations, ainſi l'on pourra procéder à une approximation nouvelle, auſſi-bien que ſi on avoit déterminé les élémens par de nouvelles obſervations. 2.° ſi les élémens de l'ellipſe n'entrent point dans l'équation en y, on mettra dans l'intégrale au lieu des arbitraires N, N' obſervées, de nouvelles arbitraires données par les valeurs que la première approximation fournit lorſque $x < a$, & plus grand que $\frac{5}{6}a$, $\frac{6}{7}a$, &c. par exemple, & par-là on aura une nouvelle approximation pour y, à commencer au point où $x = \frac{5}{6}a, \frac{6}{7}a$, &c.

XVI. Dans le ſecond article, & même dans celui-ci, j'ai toujours procédé indépendamment de l'hypothèſe de $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, &c. très-petits en même-temps que x. Cette hypothèſe n'eſt pas vraie en général, mais il eſt certain que ſi y eſt très-petit, les différences finies de y, que j'appelle Δy, $\Delta^2 y$, &c. le ſont auſſi, & il eſt

toujours possible d'avoir au lieu des n intégrales que contiennent y, $\frac{dy}{dx}$ & $\frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}}$ n autres intégrales en y, $\Delta y \ldots \Delta^{n-1} y$. (Je n'entrerai point ici dans le détail des procédés qu'il faut suivre pour cela, il m'écarteroit trop de mon objet principal).

Je suppose donc que j'aie n équations entre n y succeffif, que j'appelle y, y' y'', &c. tous très-petits, & que je veuille en tirer une valeur de y.

XVII. Au lieu de y, je prends $dy + d^2 y + d^3 y + d^4 y$; &c. & de même pour les autres variables, & j'égale à zéro dans chaque équation, chaque degré de différences. Il est aisé de voir 1.° que les premières n équations, pour déterminer dy, dy', &c. auront pour terme connu, le terme en x de chaque intégrale. 2.° Que les secondes équations pour déterminer les d^2y, d^2y' .... auront pour ces différences secondes les mêmes coëfficiens que les premières équations avoient pour les dy, & pour les termes connus, les termes du second degré en dy. 3.° Que dans les troisièmes équations les coëfficiens des $dddy$, seront les mêmes constantes, & le terme connu les termes du troisième degré en dy, plus ceux du second degré en dy & d^2y, & ainsi de suite.

XVIII. Les valeurs de tous les dy, de tous les d^2y, de tous les d^3y, &c. auront donc un dénominateur commun; donc, si ce dénominateur est tel que les valeurs des dy, soient très-petites, & que les séries en y soient convergentes, les $dy + d^2 y + d^3 y$, &c. formeront aussi des séries convergentes. Il suit de-là que la convergence de ces séries une fois connue, ce sera par la connoissance des valeurs de dy, qu'on jugera si la valeur de y, donnée par une seule approximation, pourra convenir à toutes les x ou à un certain espace seulement.

XIX. Mais avant cela il auroit fallu déterminer les constantes arbitraires. Pour cela, dans la valeur de $dy + d^2y + d^3y$, &c. nous mettrons au lieu de la constante C, $C + dC + d^2 C$, &c. Au lieu de la constante C', $C' + dC' + d^2 C'$, &c. ensuite nous supposerons que pour n valeurs de x, nous ayons y ou $dy + d^2y + d^3 y$, &c. & ordonnant ensuite par rapport aux

différences de C comme ci-dessus, par rapport à celles de y, nous aurons les C, les dC, les d^2C, & par conséquent les $C + dC + d^2C$, &c. & l'on fera sur la convergence de ces valeurs en séries, les mêmes réflexions que dans l'article précédent.

XX. Dans le cas ou, soit naturellement, soit par le petit changement permis, on auroit une valeur de y en cosinus ou sinus; il est clair que cette valeur, si elle est convergente depuis $x = 0$, jusqu'à $x = a$, le sera aussi depuis $x = m\Pi$ jusqu'à $x = m\Pi + a$; m étant un multiple de Π, tel que pour tous les cos. px ou sin. px de la proposée cos. $px =$ cos. $pm\Pi + px$ & sin. $px =$ sin. $pm\Pi + px$; mais cette conclusion n'est vraie qu'autant que les constantes arbitraires sont les mêmes pour $x = 0$ que pour $x = m\Pi$; or c'est ce qui ne peut avoir lieu, lorsque l'intégrale proposée doit contenir x. Si donc on connoît des observations répondantes à $x = m\Pi$, & qu'elles donnent pour les arbitraires des valeurs sensiblement égales, on en pourra conclure que la valeur de y ne renferme aucun terme dépendant immédiatement de x, & on conclura le contraire si ces valeurs des arbitraires diffèrent beaucoup, & plus m sera grand, ainsi que cette différence, plus la conclusion sera légitime.

XXI. Dans le premier cas, on voit qu'avec plusieurs approximations répétées, on pourroit diviser l'espace depuis $x = 0$ jusqu'à $x = m\Pi$, en plusieurs parties pour lesquelles on auroit des valeurs de y, en sorte qu'elles serviroient ensuite pour la révolution depuis $x = m\Pi$, jusqu'à $x = 2m\Pi$, & ainsi de suite. Au lieu qu'autrement cela n'est pas possible, & il y a alors une équation séculaire, mais dont on n'a point la forme en général, & que les formes finies, que donnent pour ces équations les méthodes connues, ne sauroient représenter.

Conséquences qui résultent des Remarques précédentes.

I. On voit par tout ce qui a été dit ci-dessus, qu'il n'y a que deux cas où on puisse être assuré de l'existence d'une équation séculaire : le premier, lorsqu'il faut de nouvelles déterminations d'arbitraires,

& que ces arbitraires ſont différentes, *art. troiſième, n.° XXI*, ou bien que les équations en f dans les méthodes de l'*article troiſième*, contiennent des racines réelles négatives, ou des imaginaires avec une partie réelle négative, ou enfin que dans celles de l'*article ſecond* L étant zéro, elles contiennent un nombre infini de pareilles racines. Alors on peut être ſûr de l'exiſtence de l'équation ſéculaire; mais ſa forme reſte inconnue, & on ne peut employer la même valeur de y pour toute l'étendue des x.

II. On ſera encore aſſuré de l'exiſtence d'une équation ſéculaire, & on en connoîtra même la forme, ſi dans les méthodes du ſecond article, L étant égal à zéro, on peut s'aſſurer que dans l'équation en f des *n.°s XXIV & XXV, article ſecond*, il n'aura qu'un nombre fini de racines ou égales ou réelles négatives, ou imaginaires avec une partie réelle négative.

III. On voit donc qu'il y aura ſouvent de l'avantage à faire $L = 0$, ce qui ſera toujours poſſible, au moins en différentiant. Il ſemble qu'alors le petit changement qui rend équivoque le cas des racines égales, ne pourroit pas toujours produire cet effet, ſans faire reparoître L, & cela ſeroit vrai ſi l'équation en y & x étoit une équation abſolue & abſtraite, mais la même choſe n'a plus lieu dans un cas phyſique comme celui du Problème des trois corps; en effet, les équations de ce Problème ſont données par des loix que l'expérience & l'obſervation ont fait découvrir, & dont l'exactitude ne peut être regardée comme rigoureuſe; ou ſi on regarde ces loix comme fondées ſur une propriété abſolue de la matière, telle que l'attraction, en raiſon inverſe du quarré des diſtances, on voit qu'alors les équations du Problème ne ſont pas les véritables équations, mais des équations où l'on a négligé pluſieurs circonſtances regardées comme inappréciables. Ainſi, l'on doit en général regarder le petit changement toujours comme permis.

IV. Mais s'il ne ſe préſente point de cas général, où l'on puiſſe facilement s'aſſurer de l'exiſtence d'une équation ſéculaire, & en connoître la forme en même-temps, il y a une infinité de cas particuliers où cela ſera poſſible par les méthodes de l'*Article troiſième*; en effet, toutes les fois que l'on pourra avoir une fonction finie en y & en x, ou $e f^x$, mais infinie en ſinus & coſinus de multiples

multiples de x, & en e^{-fx}, on pourra pour chaque valeur de x avoir la valeur approchée de y.

V. Les réflexions précédentes s'appliquent, comme je l'ai dit, aux systèmes d'équations non séparées, où l'on a m entre $m + 1$ variables. Supposons donc que nous ayons douze équations pour déterminer le mouvement de deux corps autour d'un troisième regardé comme fixe, en supposant qu'ils s'attirent tous trois réciproquement, on trouvera que prenant la méthode des *articles second & troisième*, on aura pour ces deux corps les mêmes valeurs de f, en sorte que la différence de forme entre les valeurs de leurs coordonnées, ne peut venir que des coëfficiens dépendans des masses ou de la première orbite approchée de chacun & des constantes arbitraires, ou seulement des constantes arbitraires lorsque ces autres coëfficiens ne se trouvent pas dans l'équation.

VI. Dans les deux cas, désignant par des lettres semblables, soit les coëfficiens, soit les constantes, on aura pour les coordonnées des valeurs absolument semblables, & dont l'une deviendra l'autre en alternant les coëfficiens & les arbitraires; ainsi d'abord s'il y a des coëfficiens des valeurs de y qui deviennent grands de petits qu'ils étoient, en alternant ces valeurs il y aura des équations très-sensibles pour un corps & insensibles pour l'autre, ce qui fera que la série qui pour l'un seroit convergente pour toutes les valeurs de x, ne le seroit plus pour l'autre. Il se pourroit faire que cette même alternation produisît dans l'examen proposé, *art. troisième, n.° XXVIII,* un résultat différent pour les deux corps, & qu'ainsi l'on dût tirer, soit pour la possibilité de représenter y en x, pour toutes les valeurs de x, soit pour l'existence de l'équation séculaire, des conclusions contraires pour un corps & pour l'autre.

VII. Si la série qui exprime les coordonnées conduisoit à un terme sin. px, p étant très-petit, on voit que à cause de sin. $px = px - \frac{1}{6}\overline{px}^3 + $ &c. Si le coëfficient q de sin. px est très-petit, on pourra supposer dans la valeur de la coordonnée, un terme proportionnel à px, puisque par l'hypothèse, qpx est très-petit pendant un long espace de valeurs de x, & que $\frac{1}{6}qp^3x^3$

eſt incomparablement plus petit; mais ſi q eſt grand, alors $\frac{1}{6} q p^3 x^3$ ne peut plus être regardé comme une quantité à négliger, & au lieu du terme proportionnel à x, il ne faut admettre dans la ſolution qu'un terme proportionnel à ſin. $p x$. C'eſt ainſi que l'on pourra expliquer comment dans le ſyſtème de deux corps, dont le mouvement eſt donné par des équations ſemblables, il peut arriver que le mouvement de l'un offre une équation ſéculaire apparente, & que l'autre n'en offre point.

VIII. Il eſt inutile d'avertir que le cas où la propoſée conduit à une équation ſéculaire, parce qu'elle ne contient que dy, &c. ſans y, eſt renfermé dans le *n.° X, art. troiſième*.

IX. J'obſerverai encore ici que, quoique L, *art. troiſième* ne ſoit pas zéro, ſi y manque dans les rangs ſupérieurs de la propoſée, on aura encore f par une équation du dégré n quel que loin que l'on pouſſe l'approximation; & qu'ainſi ce cas retombe dans celui où $L = 0$, & même on aura toujours f par une équation déterminée, d'un degré inférieur ou égal au nombre des termes de la propoſée. Pour y parvenir, il n'y a qu'à ſuppoſer

$$y = A e f^x + B f' + \&c.... \; ^x A' e^2 f + B' e f^{+x} \; \&c....$$

& chercher à déterminer f & les coëfficiens.

Les réflexions ci-deſſus s'appliquent aiſément à cette méthode qui eſt générale pour les équations linéaires de toutes les eſpèces.



OBSERVATIONS FAITES PAR ORDRE DU ROI, SUR LES CÔTES DE NORMANDIE,

Au sujet des effets pernicieux qui sont attribués, dans le pays de Caux, à la fumée du Varech, *lorsqu'on brûle cette plante pour la réduire en Soude* *.

SI des établissemens utiles, des branches de commerce avantageuses à l'État en général, & favorables sur-tout au Peuple par l'occupation constante qu'ils lui procurent; si ces établissemens trouvent quelquefois des obstacles, tombent même insensiblement à cause de quelques abus qu'il seroit facile d'arrêter, ou parce que des craintes mal fondées y ont supposé des inconvéniens plus considérables que les avantages qui en résultent; il arrive aussi quelquefois que les obstacles, les fausses craintes, tout ce qui tend, en un mot, à retrancher ces branches utiles de commerce, ne servent qu'à y rendre les hommes plus attentifs, & à leur en faire mieux sentir le prix par l'examen où ils entrent des fruits que l'État en recueille : alors la consistance de ces établissemens, & une consistance durable, naît du choc même qu'ils ont éprouvé; ils s'étendent parce qu'ils sont mieux connus; les inconvéniens qu'on y attachoit par un défaut d'examen disparoissent bientôt; & la concurrence, en y mettant une activité nouvelle, contribue nécessairement à les perfectionner.

Cette réflexion, qui nous a paru vraie en elle-même, deviendra

* Ces Observations ont été lûes à l'Assemblée publique du 13 Novembre 1771, par M. Tillet, tant au nom de M. Fougeroux que du sien, Membres l'un & l'autre de cette Académie.

tout autrement frappante, en recevant une application naturelle dans l'expofé que nous allons faire d'un travail important qui eft établi fur les côtes de la haute & baffe Normandie, contre lequel il s'eft élevé des plaintes capables d'alarmer, & qui fixe aujourd'hui l'attention du Gouvernement.

Perfonne n'ignore que les bords de la mer où il fe trouve des rochers, font couverts de plufieurs efpèces de plantes qu'on nomme *varech*, *fart*, ou *goëmon* ; qu'on les recueille fans choix, foit pour en former des engrais, foit pour les brûler & les réduire en foude. L'abondance de ces plantes eft fi prodigieufe, non-feulement fur la partie des bords de la mer qui n'eft jamais à découvert, ou qui ne l'eft que dans certaines circonftances, mais encore fur celle qui, par les alternatives de la haute ou baffe mer, eft baignée régulièrement ou laiffée à découvert; cette abondance eft telle que le varech d'échouage, c'eft-à-dire celui que les flots violemment agités arrachent & jettent au pied des falaifes, fuffit quelquefois aux Laboureurs riverains pour l'engrais de leurs terres, & fans qu'ils aient befoin d'en faire eux-mêmes la récolte fur les rochers. Nous avons été témoins, à deux lieues au-deffus de Cherbourg, de la profufion étonnante avec laquelle la mer, après une tempête & dans l'efpace de vingt-quatre heures, jeta le varech fur fes bords : les habitans des villages voifins de cette côte ne fuffifoient pas pour le tranfporter au-delà du terme où la marée dans fon retour devoit s'arrêter; & l'un d'entr'eux nous dit qu'il comptoit que ce mouvement inopiné de la mer avoit fourni en varech à deux villages feulement, la quantité de quatre à cinq mille charges de chevaux. Cette profufion de plantes utiles femble ne rien prendre, dans ces circonftances, fur celles dont les rochers apparens font garnis : elle eft l'effet de l'agitation violente des flots qui détachent le varech des fonds où il refte toujours à couvert & fur lequel ils ont beaucoup de prife, parce qu'il eft plus long & plus chargé de feuillages que celui qui refte à découvert par intervalles & dont la récolte eft régulière.

L'emploi du varech, comme engrais des terres, a eu toujours la préférence fur tout autre ufage auquel il étoit propre : les

ordonnances, les règlemens, les ordres particuliers ont toujours maintenu l'Agriculture dans le privilége de profiter du varech aussi abondamment qu'elle pouvoit l'exiger, & la réduction de cette plante en soude n'a eu lieu, à juste titre, qu'autant qu'on a cru qu'elle étoit en assez grande quantité pour suffire à l'un & à l'autre emploi.

Mais les difficultés qu'éprouvent les Laboureurs placés au-dessus des hautes falaises pour recueillir & enlever le varech; les machines destinées à cet effet qu'ils sont obligés d'établir; les frais, les risques même qui en sont les suites, tout a détourné les Fermiers de plusieurs cantons d'employer le varech comme engrais, ou du moins ils n'en ont fait que peu d'usage : cette plante y seroit devenue inutile, auroit pu même y tomber dans une sorte de dépérissement, si, en la convertissant en soude, on n'eût pas tourné du côté du commerce un avantage dont l'Agriculture ne profitoit pas, ou ne tiroit qu'un foible parti.

Les falaises qui règnent le long du pays de Caux sont assez élevées en général; elles sont très-hautes auprès de Fécamp; celle qui est au côté droit du port, a trois cents cinquante pieds ou environ d'élévation : il y a peu de vallons entre ces falaises dont on puisse profiter pour descendre sur le galet : cet obstacle a fait négliger aux fermiers des environs l'utilité du varech comme engrais; & sur une étendue de cinq à six lieues, tant à droite qu'à gauche du port de Fécamp, peu de Laboureurs font usage de cette plante; ils ne l'emploient même que pour les terres destinées aux orges ou aux avoines. Les difficultés pour tirer parti du varech, dans le pays de Caux, en réduisant cette plante en soude, n'étant pas à beaucoup près les mêmes que pour l'enlever au-dessus des falaises & en former des engrais, parce que tout le travail relatif à la soude se fait sur le bord même de la mer, on y a porté ses vues du côté de cette branche de commerce, & on y a considéré sur-tout la subsistance assurée qu'une multitude de familles indigentes y trouveroit. La permission de brûler le varech fut donc sollicitée par les riverains du pays de Caux. M. de Maurepas fit faire des informations en 1739, sur les suites que pouvoit avoir un pareil établissement : les informations

tendirent à le favoriser; & le Roi permit de brûler le varech sur les côtes du pays de Caux.

Quelqu'utile que dût devenir ce travail, il fallut néanmoins, dans les commencemens, exciter une partie des riverains à l'entreprendre: les peines qu'il exige, les risques qui y sont attachés, lorsqu'il se fait aux pieds des falaises fort élevées, le défaut d'habitude, & des préjugés dont nous parlerons, éloignèrent ces riverains d'une occupation dont ils ignoroient tout le prix; mais ils ne tardèrent pas à le reconnoître: l'émulation succéda bientôt à l'hésitation qu'ils avoient d'abord témoignée; & les bénéfices qu'ils virent dans les mains de ceux qui avoient été actifs, leur ouvrirent mieux les yeux que tous les raisonnemens dont on s'étoit servi pour les porter au travail.

Depuis le moment où le Roi avoit accordé aux riverains du pays de Caux la permission de brûler le varech, cette manufacture avoit pris des accroissemens; les parties des bords de la mer où cette plante croît, & sur lesquelles les villages voisins avoient un droit respectif, ne suffisoient pas pour fournir de l'occupation aux familles attachées à chacun de ces villages; & la soude, en augmentant en quantité comme de prix, trouvoit toujours un débouché certain.

Mais il s'éleva des plaintes, il y a quelques années, sur l'emploi du varech pour le réduire en soude: on lui attribua les suites les plus dangereuses, telles que d'occasionner des maladies épidémiques, par la fumée qui sort des fourneaux où l'on brûle la plante, & qui se répand au loin dans les campagnes; de nuire à toutes les espèces de grains qui sont encore en fleur, & de porter un égal dommage aux arbres fruitiers: on prétendit encore que la grande consommation de varech qu'exigeoit la soude, privoit les Laboureurs de la ressource que cette plante leur fournissoit pour les engrais; & on ajouta qu'à tous ces effets funestes que produisoit le travail de la soude, il falloit en joindre un autre bien digne d'attention, c'est que la récolte du varech privoit le poisson d'un abri pour y déposer son frai, & le poisson du premier âge d'un asile nécessaire contre la voracité du plus fort.

Ces plaintes, devenues plus sérieuses à mesure que les fourneaux

ſe multiplioient, furent expoſées dans des Mémoires que ſignèrent des Gentilshommes, des Seigneurs riverains, & un grand nombre de perſonnes de tout état. Les ouvriers qui ſubſiſtoient du travail de la ſoude, furent alarmés de ces plaintes & les regardèrent comme formées ſans fondement; au moins pouvoient-ils être certains que la fumée du varech n'altéroit point leur ſanté : les maîtres des verreries, qui conſomment preſque toute la ſoude du varech, ſentirent que ces plaintes tendoient à ruiner leur commerce; enfin un grand nombre de citoyens, par des vues ſimples d'humanité & du bien public, s'intéreſsèrent aux uns & aux autres, & cherchèrent, de concert avec eux, à faire évanouir les allégations portées dans ces Mémoires. On y oppoſa d'autres Mémoires chargés de ſignatures & capables de balancer les premiers; on les appuya de faits notoires, de certificats de Curés, de pièces légales. L'affaire, dans un état de contradiction auſſi marqué, fut d'abord préſentée à la Société d'Agriculture de Rouen; & ſur ſa délibération elle fut remiſe enſuite entre les mains de M. le Procureur général du Parlement de cette ville. Les plaintes graves que contenoient les Mémoires des perſonnes oppoſées au travail de la ſoude, firent impreſſion ſur ce Magiſtrat : il conſidéra la fumée du varech comme *peſtilentielle*, comme une vapeur *qui déſoloit depuis quelques années les bords maritimes de la province.* D'après ſon réquiſitoire il intervint un arrêt du Parlement de Rouen, le 10 Mars 1769, qui, en vertu d'une Déclaration du Roi, donnée en 1731, ne permît de couper le varech pour le réduire en ſoude, que dans la ſeule Amirauté de Cherbourg, & qui ne laiſſa par conſéquent aux habitans de toutes les autres côtes de la haute & baſſe Normandie d'autre avantage à tirer de la quantité immenſe de varech dont elles ſont garnies, que celui de l'employer comme engrais.

Une défenſe auſſi poſitive, qui ſupprimoit tout d'un coup une partie conſidérable d'une branche de commerce précieuſe à l'État, & qui en arrêtant le travail d'un grand nombre de verreries, enlevoit à une multitude de familles le fonds de leur ſubſiſtance; un arrêt dont les ſuites étoient auſſi ſérieuſes, ne pouvoit pas manquer de donner lieu aux plus vives inſtances, pour que l'exécution en fût arrêtée. Les propriétaires des douze verreries ſituées en

Normandie représentèrent au Conseil tout ce qui étoit capable de le déterminer à maintenir le travail de la soude sur les côtes de cette province; & les motifs sur lesquels ils se fondèrent dans leur Mémoire, tenoient si étroitement à l'intérêt public, que leur avantage particulier y disparoissoit.

M. le Contrôleur général frappé de leurs représentations, mais touché en même temps des plaintes graves qui avoient donné lieu à l'arrêt du Parlement de Rouen, consulta l'Académie sur un objet aussi important : il lui fit remettre un Mémoire où l'affaire étoit présentée avec autant de lumière que d'impartialité, & il y joignit les pièces qui, produites de part & d'autre, pouvoient la mettre à portée de donner son avis. L'Académie, sur le rapport des Commissaires qu'elle nomma pour lui en rendre compte, jugea qu'un examen approfondi sur les côtes mêmes de Normandie, étoit le moyen le plus certain de démêler la vérité dans les faits contradictoires que contenoient les Mémoires qu'elle avoit sous les yeux. Elle sentit bien dès-lors que la fumée du varech n'étoit pas de nature à occasionner les accidens qu'on lui attribuoit, & que la diminution sur les pêches pouvoit avoir toute autre cause que celle de la consommation de cette plante pour la manufacture des soudes ; mais il étoit de sa sagesse d'appuyer son avis par des observations qui écartassent les raisonnemens vagues, qui détruisissent les préjugés & fissent sortir peut-être de nouvelles lumières, dans l'ordre physique, d'une discussion à laquelle l'économie politique paroît seule devoir s'intéresser. L'Académie invita donc M. le Contrôleur général à prendre les ordres du Roi pour envoyer sur les côtes, dans différentes provinces du royaume, quelques Naturalistes & Physiciens chargés d'examiner tout ce qui avoit trait au fond des plaintes qui s'étoient élevées dans le pays de Caux, & sur le rapport desquels l'Académie donnât un avis qui pût servir de base à un règlement fixe pour la branche essentielle de commerce dont il s'agit.

M. le Contrôleur général adopta les vues de l'Académie, & l'autorisa de la part du Roi à nommer quelques-uns de ses Membres, pour faire, sur les côtes de France, les observations qu'elle avoit jugé convenables. La Compagnie jeta les yeux sur M. Guettard,

M.

M. Fougeroux & ſur moi, en nous laiſſant la liberté de porter d'abord nos recherches dans les endroits où nous jugerions qu'il ſeroit plus avantageux de les commencer.

M. Guettard partit au mois d'Avril dernier, pour ſe rendre ſur les bords de la Méditerranée : nous nous réunimes M. Fougeroux & moi pour parcourir les côtes de la haute & baſſe Normandie : la diſcuſſion qui occaſionnoit notre voyage y avoit pris naiſſance; nous les regardames comme propres en particulier à nous procurer des éclairciſſemens ſur l'origine des plaintes qu'on y avoit formées : dès-lors en effet nous crumes entrevoir que cette origine pouvoit ne pas tenir abſolument à des recherches phyſiques; & nous ſentimes d'ailleurs que ces côtes fort étendues nous fourniroient une vaſte matière pour les obſervations réelles que l'objet de notre commiſſion exigeoit.

L'Académie peut donc conſidérer le travail que nous lui préſenterons, M. Fougeroux & moi, comme nous étant commun, & offrant un réſultat qui, précédé par la diſcuſſion, a été établi de concert. Si nous nous ſommes ſéparés quelquefois, ce n'a été que dans la vue de faire un double examen des mêmes objets, de rapprocher enſuite nos idées, & d'attacher quelque certitude aux faits principaux, par l'égalité d'impreſſion que nous aurions reçue.

Nous partimes vers le milieu du mois d'Avril pour nous rendre dans le pays de Caux : M. Fougeroux prit ſa route par la Picardie & commença ſes obſervations dès la côte voiſine de la ville d'Eu; il eut l'avantage, lorſqu'il y arriva, d'examiner le varech ſur pied, en même temps qu'il vit les premiers fourneaux qu'on y alluma pour réduire cette plante en ſoude. Il étoit eſſentiel que nous priſſions à Rouen des inſtructions ſur le travail dont nous étions chargés : je m'y rendis d'abord; les plaintes ſur les ſuites funeſtes de la fumée du varech y furent vives; je n'y oppoſai que le ſilence; des raiſonnemens ſimples euſſent été ſans fruit; il falloit des faits, & j'étois impatient de les recueillir. J'allai donc directement à Fécamp, qui eſt le centre du travail de la ſoude dans le pays de Caux, & où d'ailleurs les ſentimens ſont partagés ſur les effets de la fumée du varech : on ne s'y diſpoſoit point encore à brûler cette plante lorſque j'y arrivai : je portai donc uniquement mon

attention ſur le varech attaché aux rochers, & je l'obſervai dans tous les inſtans où la mer le laiſſoit à découvert. Je ſuivois les flots à meſure qu'ils ſe retiroient, & je conſidérois ſcrupuleuſement les plantes, pour découvrir quelque frai de poiſſon, ſi réellement il y en avoit qui y eût été dépoſé; après des viſites multipliées & faites dans des circonſtances différentes, je n'ai pas remarqué la plus légère trace de frai de poiſſon ſur le grand nombre d'eſpèces de varech que j'ai eues ſous les yeux.

M. Fougeroux, qui de ſon côté donnoit auſſi une attention particulière au même objet, à la diſtance de quinze ou dix-huit lieues de l'endroit où j'obſervois, & qui ignoroit ce que j'avois pu découvrir, puiſque nous n'avions eu entre nous aucune communication depuis notre départ de Paris; M. Fougeroux, dis-je, m'écrivit le 3 de Mai, qu'il ſe diſpoſoit à me joindre inceſſamment à Fécamp, afin que nous puſſions y conférer de vive voix ſur nos premières recherches : qu'il en avoit fait d'inutiles ſur le varech comme aſyle du poiſſon du premier âge; qu'il n'y avoit remarqué aucune eſpèce de frai, quoiqu'il eût examiné la plante dans des endroits différens; & il m'annonçoit d'ailleurs, que ſi l'odeur de la fumée du varech étoit déſagréable, elle ne lui paroiſſoit pas entraîner après elle les dangers qu'on y attachoit.

Cette uniformité dans des obſervations faites ſéparément, dans des cantons aſſez éloignés l'un de l'autre, ſans un concert préliminaire, qui auroit pu nous conduire au même coup d'œil, & gêner, peut-être, la manière dont chacun conſidère les objets; cette uniformité commençoit déjà à nous donner quelque eſpèce de certitude ſur un des points les plus intéreſſans qui nous occupoient. Réunis à Fécamp, nous examinames conjointement le varech ſur pied; nous le vimes à différentes repriſes, & jamais nous n'y aperçumes de frai, ou nous n'y trouvames de poiſſons du premier âge, qui ayant pu s'y mettre à l'abri y fuſſent reſtés à ſec entre les plantes, par la retraite ſubite du flot qui auroit laiſſé le varech à découvert. Toutes les fois, que pour d'autres points d'obſervation, nous avons examiné cette plante, tant dans la haute que dans la baſſe Normandie, nous avons été attentifs à celui-ci, & le varech conſidéré ſoit à la vue ſimple, ſoit à la loupe, ne nous a offert

ni la plus légère trace de frai, ni le moindre poisson du premier âge.

L'idée assez générale où l'on est que cette plante chargée de feuillage & fort abondante sur certaines côtes, paroît destinée dans l'ordre naturel à favoriser le dépôt du frai & la retraite d'un animal foible & délicat; cette idée a quelque chose de spécieux lorsqu'on la conçoit sans avoir jeté un coup d'œil sur les bords de la mer, pour y juger des secousses violentes que le varech y reçoit; mais pour peu que la mer soit agitée, & que rencontrant les rochers où est toujours attaché le varech, elle y brise ses vagues, on sent qu'une plante flexible en tout sens & flottante par sa nature, y éprouve des mouvemens aussi variés & aussi impétueux que le choc des flots; que le frai du poisson déposé sur le varech, le poisson du premier âge qui s'y seroit réfugié, essuieroient l'un & l'autre toute la force de ces secousses, & y périroient nécessairement par le retour périodique d'une aussi violente agitation. Nous voulons bien supposer que ce dernier y résiste; mais si le jeune poisson trouve un abri dans le varech, les crustacées y séjournent; il en deviendra la proie; & sa destruction, pour avoir une autre cause, n'en sera pas moins réelle. Dans la supposition où les plantes marines procurent au poisson tout l'avantage qu'on y attache, il faut aussi, par une suite de cette idée, lui supposer un instinct qui le guide pour sa conservation. Le varech que la mer laisse à découvert deux fois par jour, n'est qu'une foible partie, une lisière (qu'on me permette l'expression) de celui qui est toujours sous les eaux, & il n'a ni la force ni la grandeur de ce dernier. Si le poisson cherche un abri dans le varech, il est plus sûr entre des plantes vigoureuses & toujours couvertes par la mer, que sur celles qui restent à sec par intervalles, où la chaleur du soleil, mille accidens peuvent faire périr le frai du poisson, & où celui du premier âge ne pourroit résider qu'autant qu'on avanceroit, contre une loi écrite dans toute la Nature, qu'un animal abandonne constamment un lieu de sûreté, & s'expose à périr par une habitude régulière, qu'on voudroit faire considérer cependant comme l'effet d'un ordre naturel.

Ce n'est donc pas sur le varech qu'il faut chercher le frai du poisson, mais sur les fonds sablonneux toujours dépourvus de

cette plante, & si favorables sur-tout au poisson plat, qu'il s'y ensévelit quelquefois sous les sables, & s'y dérobe à la vue des pêcheurs, lorsque la mer en baissant laisse à sec les rivages sablonneux.

Si la diminution du poisson dans les mers qui bordent les côtes de France, est aussi réelle qu'on l'annonce, au lieu de ne tourner uniquement ses regards que sur la consommation du varech qu'exige la soude, pour y appliquer sans aucune preuve positive, la cause de cette diminution, il paroîtroit plus naturel de l'attribuer aux abus multipliés qu'il y a dans les pêches, à des règlemens qui ont éloigné de cette occupation une partie de ceux qui s'y étoient livrés, & peut-être encore, aux ravages que font les poissons voraces, tels que les marsouins : nous avons été frappés en effet de leur multitude, pendant que nous parcourions les côtes du pays de Caux; & un Auteur judicieux, auquel nous sommes redevables d'un *Essai sur l'histoire économique des mers occidentales de France*, en examinant les causes de la diminution du produit de nos pêches, observe *(pages 156 & suiv.)* qu'une des principales est le ravage que font les marsouins: il ne s'est pas occupé à détruire l'opinion qui attachoit cette perte à la récolte du varech.

Le point particulier sur lequel nous venons de nous étendre, exigeoit la plus scrupuleuse attention: les autres sujets de plaintes la demandoient aussi; il étoit question en effet de reconnoître si la réduction du varech en soude occasionnoit la désolation dans le pays de Caux, & si la fumée qui résultoit nécessairement de ce travail étoit aussi funeste aux hommes que préjudiciable aux grains & aux fruits. Avant que d'éprouver par nous-mêmes tout l'effet de cette vapeur, & afin de ne rien négliger de tout ce qui pouvoit conduire au dernier degré de conviction, nous écoutames également, & ceux qui assuroient que cette fumée étoit dangereuse, & ceux qui protestoient qu'elle ne l'étoit point: nous consultames plusieurs Seigneurs riverains; nous primes les témoignages des Curés dont les paroisses bordent les falaises; nous interrogeames des Fermiers auxquels nous étions souvent inconnus, & dont l'aveu par-là n'en étoit que plus naïf: nos courses fréquentes sur les côtes & dans la campagne, nous donnoient lieu sans cesse de

revenir ſur le même ſujet; on ne voyoit pas toujours l'intérêt que nous y prenions; & ſous les apparences d'une converſation ſimple, nous obtenions ſans déguiſement les témoignages que nous deſirions. Nous ſentîmes dès-lors qu'ils tournoient en général à favoriſer le travail de la ſoude: on nous diſoit bien d'un autre côté, & c'étoit le petit nombre, que la fumée du varech produiſoit des maux réels; mais les faits ſur cela manquoient d'une certaine évidence: on ne nous mettoit point à portée de les vérifier; & le point ſur lequel on inſiſtoit le plus vivement, étoit l'odeur déſagréable que cette fumée répandoit: nous y fîmes attention; peut-être ſans cet inconvénient auroit-on vu, ſur les côtes du pays de Caux, cette fumée ſe répandre ſans riſques, & le travail de la ſoude auroit-il ſubſiſté ſans obſtacles.

Après les informations que nous avions priſes avec les précautions que l'amour de la vérité nous avoit ſuggérées, il ne nous reſtoit plus qu'à être témoins de la récolte du varech & de la réduction de cette plante en ſoude: le travail commença à Fécamp dans les premiers jours de Juin; les villages voiſins s'y livrèrent bientôt, & tout concourut à la facilité de nos obſervations.

Les villages ſitués au bord de la mer ont un droit ſur le canton de ces bords qui répond à leur étendue, pour y recueillir le varech: l'uſage dans l'Amirauté de Fécamp, & uſage autoriſé par le Gouvernement, eſt de conſerver à chaque particulier, pendant ſa vie, la jouiſſance de la partie de ce canton qui lui a été une fois accordée: un rocher un peu ſaillant, quelque choſe de diſtinctif ſur la falaiſe ſert de limite à chaque partie; un des habitans dont on connoît l'équité, veille à un partage auſſi ſimple; les bornes déterminées dans le canton ſont immuables, & les diſcuſſions y ſont rares. La crainte qu'une *place* de varech (c'eſt ainſi qu'on nomme chacune des parties qui compoſent le canton) ne fût regardée inſenſiblement comme un Effet de ſucceſſion, détermina ſagement M. de Maurepas, ſous le miniſtère duquel cet ordre fut établi, à ne la point laiſſer aux enfans après la mort de leur père, & à l'accorder à celui des habitans qui auroit été le premier inſcrit pour en jouir. Mais cette règle ſage ſouffre quelquefois des exceptions qui la font heureuſement négliger ſans l'affoiblir, & honorent

l'humanité. Une de ces exceptions, bien digne d'être remarquée, & dont nous fumes témoins, eut lieu à Senneville, village peu éloigné de Fécamp. Lorſque M. de Rouſſeville, Lieutenant de l'Amirauté, fit aſſembler les habitans de ce village pour régler tout ce qui étoit relatif à la récolte du varech & aux changemens dans la diſtribution des *places* que les circonſtances pouvoient occaſionner, une veuve chargée de ſix enfans, le pria de lui accorder la *place* de varech qu'occupoit ſon mari, & la lui demanda comme l'unique reſſource qu'elle auroit pour ſubſiſter: M. de Rouſſeville, touché de ſon état, lui dit que quoiqu'il reſpectât un uſage établi depuis long-temps, il y dérogeroit néanmoins ſi tous les habitans & celui ſur-tout que regardoit cette *place*, vouloient bien y conſentir: il n'y eut qu'une voix en faveur de la veuve, de la part de tous les habitans; ils obſervèrent même que la *place* qu'elle avoit demandée ne lui procureroit qu'un bénéfice médiocre, & ils repréſentèrent qu'il conviendroit de lui en accorder une autre plus avantageuſe, dès qu'elle viendroit à vaquer: celui *(a)* d'entr'eux, qui par l'abandon de la *place* dont il s'agiſſoit dans le moment, devoit mettre le comble à cet acte d'humanité, avoit déjà, nous en ſommes certains, diſpoſé les habitans, avant l'aſſemblée, au conſentement qu'ils donnèrent, & doublement bienfaiteur envers la veuve, il lui ſacrifia tous ſes droits *(b)*.

Nous avons dit au commencement de ce Mémoire, que les falaiſes auprès de Fécamp ſont fort élevées, & que les habitans des villages qui en ſont voiſins, trouvent dans les vallons ou gorges plus ou moins profondes qui ſont entre ces falaiſes, une première facilité pour deſcendre ſur le galet: mais de l'endroit le plus bas

(a) Pierre Malet.

(b) Nous fumes encore témoins à Saint Pierre-en-Port, village ſitué près de Fécamp, d'un ſacrifice pareil & qui mérite également d'être connu. George Lapert s'y déſiſta du droit qu'il avoit à une *place* de varech très-avantageuſe; & il la céda volontiers pour la ſubſiſtance de la famille nombreuſe de celui qui, par ſa mort, avoit rendu cette place vacante. Ces traits d'humanité ne ſont pas rares parmi les ouvriers qui s'occupent de la fabrique de la ſoude: un objet d'utilité paſſe tout d'un coup dans leurs mains, en ſortant ſouvent de celles de quelques infortunés: les beſoins de ceux-ci ſont évidens, & réveillent, même dans des hommes peu aiſés, un ſentiment de commiſération plus fort que l'eſprit d'intérêt.

du vallon au pied de la falaiſe, il y a toujours une hauteur aſſez conſidérable; alors on eſt contraint de pratiquer un ſentier ſur le côté à pic de la falaiſe, lequel fait face à la mer & a ſouvent à ſon ſommet des maſſes énormes qui font ſaillie. Ce ſentier étroit & que la chute des rochers dégrade de temps en temps, eſt cependant la ſeule voie de communication qu'ils puiſſent établir pour deſcendre journellement ſur les bords de la mer, & y conduire les chevaux que leur travail exige.

Lorſqu'ils ont arraché le varech, ils le tranſportent ſur la partie élevée du galet où la marée ne doit pas monter; ils l'y étendent, l'y font ſécher & l'amaſſent enſuite en monceaux aux pieds de la falaiſe où il doit être brûlé. Les fourneaux deſtinés à cette opération ſont fort ſimples: une cavité de cinq à ſix pieds d'ouverture, pratiquée dans le galet même ou dans un terrein marneux, formée en cul-de-lampe, & dont la plus grande profondeur a dix-huit ou vingt pouces, devient bientôt un fourneau: un peu de paille qu'on y allume au fond, communique le feu au varech deſſéché dont on la recouvre légèrement; d'autre varech s'enflamme à l'aide de celui-ci; la combuſtion devient générale dans toute l'étendue du fourneau; la ſoude s'y forme à meſure que le varech ſe conſume, & précipitée au fond, lorſque les plantes ont été totalement brûlées, elle y devient fluide, s'y condenſe en ſe refroidiſſant, & y acquiert toute la dureté de la pierre. Ce n'eſt pas ici le moment de donner le détail de cette opération, & de propoſer les moyens de la perfectionner; nous paſſons à l'expérience qui fait évanouir tous les effets pernicieux qu'on aſſuroit en réſulter.

Le grand nombre de fourneaux auprès deſquels nous nous ſommes trouvés pendant qu'on y brûloit le varech, nous a mis à portée de juger de l'effet de la fumée qui s'en exhale & d'en reſſentir toute la force: nous nous ſommes tenus quelquefois pendant quatre ou cinq heures à l'embouchure des fourneaux; nous y avons répandu ſouvent nous-mêmes le varech; nous nous ſommes expoſés à deſſein au courant de la fumée que le vent chaſſoit ſur nous, & laquelle, par ſon épaiſſeur, nous déroboit à la vue de ceux qui étoient au bord du fourneau oppoſé à celui

où nous étions placés; nous avons répété cent fois ces épreuves, ſans en avoir jamais reſſenti la plus légère incommodité ni la moindre nauſée*, ſoit que nous reſpiraſſions à jeun cette fumée, ou après le repas: elle ne produit pas même ſur les yeux le picotement que celle du bois y occaſionne quelquefois; & ſi ſon odeur nous a été déſagréable, elle ne nous a pas paru abſolument difficile à ſupporter: elle l'eſt moins ſans doute, malgré l'opinion contraire, quand elle s'eſt étendue au loin dans les campagnes, & qu'elle frappe ceux qui la croient funeſte: d'ailleurs, nous avons ſuivi pluſieurs fois la fumée du varech, à meſure qu'en s'élevant au-deſſus des falaiſes, elle ſe répandoit ſur les blés & ſur les pommiers en fleurs; ſon odeur régnoit toujours, mais elle étoit tout autre à l'embouchure des fourneaux; & il faut que nous ayons un préjugé à combattre ſérieuſement, pour inſiſter ici ſur une vérité dont il n'étoit pas à préſumer qu'on doutât.

Les ouvriers de tout âge, de tout ſexe, qui brûlent le varech, ne ſont pas plus ſujets que d'autres à des infirmités; leur travail, ſi l'on adopte la gaieté de leurs propos, contribue même à leur ſanté; quelques-uns d'entr'eux ont atteint l'âge de quatre-vingts & quatre-vingt-dix ans: le nombre des perſonnes qui depuis 1727 juſqu'en 1740, ſont mortes dans huit paroiſſes ſituées ſur le bord de la mer, avant qu'on y brûlât le varech, eſt égal au nombre de celles qui ſont mortes dans ces mêmes paroiſſes depuis 1755 juſqu'en 1768, années où le travail de la ſoude y a été vif & ſans interruption: il eſt aſſez ordinaire dans quelques villages ſitués au bord de la mer, d'employer cette plante sèche pour faire cuire les alimens dans l'intérieur des maiſons, & pour y chauffer le four, ſans qu'il réſulte aucun accident de la fumée qui doit s'y répandre quelquefois abondamment, & qui y deviendroit bien plus nuiſible qu'en plein air, ſi elle avoit quelque choſe de dangereux;

* On prétend que la fumée du varech, en ſe répandant dans la campagne, y a quelquefois affecté vivement des hommes qui conduiſoient la charrue, & a excité en eux de violens vomiſſemens. Si ce fait eſt certain; ſi ces vomiſſemens n'ont pas eu une cauſe étrangère à cette fumée, nous demandons pourquoi à l'embouchure même des fourneaux nous n'avons rien éprouvé qui tînt d'un accident auſſi grave; pourquoi ne l'éprouvent jamais tous ceux qui brûlent le varech!

dangereux: nous paſſons nous-mêmes tout d'un coup de l'air qu'on reſpire à Paris, à celui qui eſt chargé de la fumée du varech; nous nous expoſons, à des repriſes différentes & long-temps quelquefois, à toute l'épaiſſeur de cette fumée, comme les ouvriers; nous la reſpirons plus développée en raſe campagne, comme ceux qui s'en plaignent; il n'en réſulte pour nous, dans l'un & l'autre cas, ni le moindre accident, ni même une impreſſion difficile à ſoutenir; & l'on ſuppoſeroit encore que cette vapeur eſt peſtilentielle, qu'elle ravage les bords maritimes de la province de Normandie! Ne le diſſimulons point; une odeur déſagréable produite par une cauſe très en grand & à laquelle on eſt tous les ans expoſé, a fait naître des inquiétudes, bientôt de vives alarmes; & l'on a cru enfin veiller au bien de l'humanité, en s'oppoſant à un travail, pour le maintien duquel l'humanité même, conſidérée du véritable côté, réclame par autant de voix qu'il y a de familles que ce travail fait ſubſiſter.

Nous ne nous arrêterons pas à prouver que les grains & les fruits de toute eſpèce ne reçoivent aucune altération qu'on puiſſe attribuer avec quelque fondement à la fumée de varech: une foule de témoignages authentiques, un point d'évidence où conduiſent des faits recueillis en mille endroits, notre examen particulier dans les cantons où les accidens, s'ils étoient réels, auroient été les plus frappans, tout écarte l'idée de l'effet pernicieux dont il s'agit; ou s'il exiſte en quelque degré, il échappe à l'attention de l'obſervateur & au coup-d'œil encore plus juſte du fermier.

Nous n'ignorons pas que les terres qui bordent les falaiſes, donnent quelquefois peu de produit, quoique bonnes en elles-mêmes & cultivées avec ſoin; mais combien ne ſont-elles pas expoſées à l'impétuoſité des vents, aux pluies chaſſées avec violence & à la rigueur du froid? En parcourant au mois de Mai dernier les côtes voiſines de Fécamp, nous portames notre attention ſur les blés qui ſe trouvèrent au bord des falaiſes; ils avoient manqué par intervalles dans pluſieurs pièces; ils y étoient foibles & beaucoup moins fournis que ceux de l'intérieur des terres: on n'avoit alors ni brûlé ni même recueilli le varech: combien par conſéquent, au moment de la récolte, n'eût-on pas été dans l'erreur, ſi, d'après

le préjugé ordinaire, on eût attribué aux ſuites du travail de la ſoude le mauvais état des blés de ce canton? A peine eumes-nous conſtaté ce fait, qu'on ſema de l'orge dans quelques-uns des endroits où le blé avoit péri; bientôt on alluma au pied des falaiſes un grand nombre de fourneaux; & c'eſt au milieu des vapeurs preſque continuelles qu'ils ont produites, que l'orge dont il s'agit a végété avec force, fleuri ſans accidens & a dédommagé en quelque manière par ſon abondance, de la perte du froment qu'elle avoit remplacé. Deſire-t-on cependant une preuve préciſe & ſoutenue pendant une longue ſuite d'années, que cette fumée n'a rien de dangereux ni pour les hommes ni pour les grains & les fruits de toute eſpèce? la voici & nous nous y bornerons. La ferme aſſez étendue de Reneville eſt ſituée en grande partie ſur la liſière d'une des falaiſes, entre leſquelles eſt le port de Fécamp, & s'y trouve expoſée par-là à toute la fumée que donnent pluſieurs fourneaux établis de diſtance en diſtance au pied de cette falaiſe. Les terres dépendantes de cette ferme ont été pluſieurs fois la matière de nos obſervations: le beau coup-d'œil dont on y jouit parut d'abord au fermier qui les exploite, le ſeul motif qui nous y attiroit: au milieu de quelques détails relatifs à ſon état dans leſquels nous entrames, la première fois que nous nous entretinmes avec lui, nous gliſſames un mot ſur l'article du varech; il nous répondit naïvement, que depuis un grand nombre d'années qu'il occupoit cette ferme, il n'avoit éprouvé aucun dommage dont la fumée du varech fût la cauſe: mieux inſtruit enſuite des raiſons que nous avions pour connoître à cet égard l'exacte vérité, il n'en inſiſta que davantage ſur ſon premier aveu, & nous engagea même à parler en faveur d'un travail qui faiſoit, diſoit-il, la reſſource des villages voiſins. Voilà ſans doute un témoignage non ſuſpect, & donné dans une circonſtance où le ſentiment intime du vrai ſe développe ſans déguiſement.

Il ſemblera peut-être que les obſervations dont nous venons de rendre compte & les réflexions qu'elles ont fait naître, conduiſent à une ſorte de conviction au-delà de laquelle il ſeroit difficile d'aller dans une diſcuſſion de la nature de celle-ci; on va voir cependant qu'elle peut être portée plus loin. Ces obſervations ont

été faites ſur les côtes de la haute Normandie ; nous les avons répétées ſur celles de la partie baſſe de cette province : diſons plutôt que les choſes s'y étant préſentées à nous ſous toute une autre face, à quelques égards, que dans le pays de Caux, notre attention s'y eſt preſque bornée à la recherche de ceux qui pouvoient réclamer contre le travail de la ſoude & nous inſtruire des motifs de leur oppoſition ; cette recherche a été inutile. On brûle beaucoup plus de varech dans les Amirautés de Cherbourg & de Barfleur, que ſur toute la côte du pays de Caux : les falaiſes y ayant moins d'élévation que dans la haute Normandie, la fumée s'y répand plus facilement dans les campagnes ; les fourneaux y étant à peu de diſtance les uns des autres, cette fumée s'y ſoutient plus long-temps dans une certaine épaiſſeur ; & cependant la ville de Cherbourg, les Gentilshommes, les Seigneurs riverains, les Curés, tous les villages maritimes, demandent avec inſtance la conſervation du travail de la ſoude : s'il ne ſe fût pas élevé à ce ſujet des plaintes réitérées dans le pays de Caux, on n'auroit pas penſé, ſelon toute apparence, en baſſe Normandie, à la cauſe qui les a excitées.

On craignoit, lorſque nous y arrivames, que ces plaintes n'euſſent fait ſur nous quelque impreſſion, ſur-tout au ſortir de l'endroit où elles avoient été les plus vives, & l'on s'y étoit diſpoſé, par la réunion des faits les plus convaincans, à diſſiper les fauſſes craintes qui auroient pu nous avoir été inſpirées. Nous ne dimes qu'un mot ; les inquiétudes qu'on avoit eues ſur notre compte s'évanouirent ; les nouvelles preuves que nous demandions furent accumulées ; l'empreſſement qu'on avoit à nous les fournir annonçoit combien elles étoient conſtantes ; nous les recueillimes dans des endroits éloignés de pluſieurs lieues les uns des autres : l'accord de ces preuves, la manière ſimple dont elles étoient données, l'enſemble de nos obſervations, dont le détail fatigueroit, nous convainquit plus que jamais & de l'erreur où l'on étoit ailleurs ſur les effets de la fumée du varech, & de l'avantage réel au contraire que tiroit le Commerce du travail dont il s'agit.

Qu'il nous ſoit permis d'ajouter ici un fait qui eſt d'une notoriété publique à Cherbourg, & qui porte l'évidence avec ſoi. D'ailleurs

M. de la Ville, Médecin de l'hôpital royal militaire & maritime de cette ville, & M. Fleuri, Chirurgien-major, ſont garans de ce fait par un certificat authentique & bien détaillé que nous mettrons ſous les yeux de l'Académie; en voici la ſubſtance. « Le 28 » Octobre 1770, le ſieur Chisholm, Capitaine Anglois, ſe préſenta, » en revenant de Gottembourg, au port de l'île de Guerneſey; on lui » en refuſa l'entrée ſur le ſoupçon que la peſte régnoit dans ſon vaiſ- » ſeau; après avoir eſſuyé le même refus à l'île d'Aurigny, il vint » mouiller à la rade de Cherbourg; le port de cette ville lui fut auſſi » interdit, juſqu'à ce qu'on fut certain qu'il n'y avoit aucun danger » à lui en permettre l'entrée. Le pilote Lamaneur alla au-devant de » lui, ſuivant l'uſage, & ſous prétexte que la marée étoit trop baſſe » pour qu'il fit entrer ce vaiſſeau dans le port, il le quitta & vint faire » ſon rapport tant à l'Hôtel-de-ville qu'au bureau de la Marine: mais » ce pilote Lamaneur ayant reconnu de trop près ce vaiſſeau qu'on » ſoupçonnoit d'être attaqué de la peſte, & ayant eu même l'impru- » dence, à ce qu'on aſſure, de monter à bord du vaiſſeau, on chargea » M. de la Ville de prendre à l'égard de ce pilote & de ſes quatre » hommes d'équipage, les précautions qu'il jugeroit convenables pour » écarter toute crainte qu'ils n'euſſent gagné la peſte par communica- » tion. Ce Médecin eut recours aux fumigations; il fit tranſporter » en conſéquence une grande quantité de varech deſſéché, dans un » Fort iſolé dont les murs ſont baignés par la mer, & qui eſt ſitué à » une demi-lieue de Cherbourg: il obligea ce pilote Lamaneur & ſon » équipage de s'y renfermer, & leur recommanda de s'y expoſer » pendant huit jours à de fortes fumigations, en brûlant les plantes » qu'on y avoit portées. M. de la Ville, accompagné du Chirurgien- » major, alla les voir, après cette épreuve: ils étoient tellement en- » fumés que ce Médecin jugea bien que les fumigations n'avoient pas » été ménagées; mais il les trouva très-ſains, pleins de gaieté, ayant un » appétit qu'il étoit difficile de ſatisfaire; & ſur ſon rapport ils furent mis en liberté. »

Peut-être, ſur l'expoſé de ce fait, préſumera-t-on que le vaiſſeau Anglois n'étoit pas véritablement attaqué de la peſte, ou qu'au moins le pilote Lamaneur & ſon équipage n'avoient pas eu le temps de la gagner par une communication de quelques inſtans, & en

conclura-t-on que le remède étoit superflu ; mais il en faudra tirer une autre conséquence plus sûre que la première, c'est que la fumée du varech respirée long-temps & à un point qui auroit sans doute effrayé ceux qui s'en plaignent, n'a certainement rien de pestilentiel; & c'est dans ce moment-ci l'unique vérité qui nous intéresse.

Nous prions l'Académie de négliger ici notre examen particulier, & de considérer simplement que ce qui alarme, dans le pays de Caux, un certain nombre de personnes, comme pestilentiel, ne paroît digne d'aucune attention sérieuse dans la basse Normandie, où la matière de ces inquiétudes est plus abondante que dans la partie haute de cette province : alors la Compagnie sentira que si les observations physiques ne sont pas absolument superflues pour connoître sur ce point la vérité, il y a au moins, sans leur secours, une conséquence bien naturelle à tirer d'un contraste aussi frappant.

Quoique le varech soit abondant en général sur les côtes de la basse Normandie, il ne l'est que dans certains cantons, & l'emploi qu'on y en fait n'est pas le même par-tout. Depuis Honfleur jusqu'à Armanche, village peu éloigné de Bayeux, les bords de la mer sont couverts de sable ou de galet; on n'y voit des rochers que par intervalles, & conséquemment peu de varech ; il est en grande quantité au contraire dans l'étendue des sept lieues qu'il y a depuis Armanche jusqu'à Mezy ; l'Agriculture seule en profite ; & le varech d'échouage y fut si abondant l'année dernière, que les Laboureurs de dix-neuf villages voisins de cette partie des côtes n'en coupèrent point sur les rochers. On ne trouve plus cette plante que par intervalles depuis Mezy jusqu'à la Hougue; la quantité même qu'on en découvre, à mesure qu'on s'approche de Barfleur, n'est pas considérable. Au-delà de cette ville les rochers sont couverts de varech : quoique d'un accès difficile, les Laboureurs y vont prendre la matière de leurs engrais ; ce qu'ils laissent, ainsi que ceux qui cultivent les terres entre Armanche & Mezy est abandonné, quelqu'utile & considérable qu'en fût l'emploi. Mais lorsqu'on est une fois parvenu à Coqueville, village situé à deux lieues au-dessous de Barfleur, on voit que le travail de la soude marche de concert avec l'emploi du varech, comme engrais. La même intelligence règne dans tous les villages qu'on rencontre depuis ce dernier

jusqu'à Cherbourg, quoiqu'ils soient de l'Amirauté de Barfleur, où les Fermiers sont maintenus seuls, par l'Arrêt du Parlement de Rouen, dans la coupe annuelle du varech, & où ils pourroient écarter ceux qui le brûlent: mais ils ont sans cesse sous leurs yeux le bien que ce travail produit sans danger, & ne voient plus la loi qui en fait craindre les suites.

L'activité de ce travail, son étendue est sur-tout remarquable dans l'Amirauté de Cherbourg. On se rappelle sans doute, qu'en parlant de l'usage établi dans le pays de Caux, pour la récolte du varech, nous avons dit que les bords de la mer y étoient partagés en cantons annexés chacun aux villages voisins; & que ces cantons subdivisés eux-mêmes en autant de parties qu'il y a d'habitans occupés à faire de la soude, fournissoient à chacun d'eux la matière de leur travail, dans un espace limité. Les choses ne sont pas les mêmes à cet égard dans la basse Normandie; chaque village y jouit, à la vérité, d'une certaine étendue de terrein, à laquelle il a un droit exclusif, mais chacun des habitans n'y possède rien qui lui soit particulier. Le varech d'échouage appartient en effet au premier qui le recueille; & lorsque le temps fixé pour la coupe du varech, appelle sur les bords de la mer les habitans d'un village, ils se répandent sans distinction sur le terrein auquel ils ont droit. C'est, pour ainsi dire, une même famille que conduit un intérêt commun; ils coupent le varech daus l'endroit où ils se trouvent, l'y font sécher, l'amassent en monceaux, & l'y réduisent en soude; alors le travail de chacun d'eux est distinct, mais il ne l'est qu'à leurs yeux; le varech nouvellement arraché & épars, celui qui est sec & en monceaux, les pains de soude, tout reste sur le rivage & y est en sûreté: lorsque la mer y occasionne quelque confusion, en allant au-delà de ses bornes ordinaires, l'équité naturelle remédie à cet accident imprévu, & procure à celui qui en a le plus souffert un dédommagement, auquel les autres habitans contribuent. Si un ordre bien observé, qui n'a rien cependant de la rigueur des loix, règne, comme on a vu, dans le pays de Caux, & fait l'éloge du Ministre qui l'a établi, l'accord qui subsiste en basse Normandie, dans l'exploitation d'un fonds commun, & où il n'y a point de propriété limitée, fait honneur à l'humanité.

Le fond de la Hague où nous avons pénétré, eſt une des parties de l'Amirauté de Cherbourg, où l'on fabrique le plus de ſoude, & où il y a le plus de facilités pour recueillir le varech. La pointe de la Hague ſeroit plus expoſée qu'aucun autre endroit aux mauvais effets de la fumée du varech, s'ils étoient réels; la côte y eſt plate, le pays découvert, & un grand nombre de fourneaux bordent cette pointe: cependant le peuple y eſt vigoureux; les récoltes y ſont bonnes ſuivant les ſaiſons; le produit des prairies y eſt avantageux; quelques-unes y ſont louées ſur le pied de cent cinquante livres l'acre; enfin il ne s'y élève aucune plainte contre le travail de la ſoude; & jamais peut-être n'y eut-il aucun endroit qui, par ſa poſition, fournît plus de prétextes à celles qu'une fauſſe crainte exciteroit. On a porté quelquefois le préjugé (car nous ne ſaurions trop faire ſentir juſqu'où il s'eſt étendu), on l'a porté au point de prétendre que la fumée du varech influoit même ſur les animaux, les écartoit des pâturages, les rendoit ſujets à des accidens: combien dans ce cas-là ne ſe reſſentiroient-ils point des effets de cette vapeur à l'extrémité de la Hague, que nous conſidérons en ce moment! On y élève des chevaux, on y engraiſſe des bœufs dans des prairies enceintes à hauteur d'appui, de murs de pierre à ſec; ces animaux y reſtent ſans interruption pendant ſix mois, & y paſſent toutes les nuits: les moutons broutent quelquefois le varech deſſéché à côté des fourneaux où on le brûle; & aucune voix n'avertit des accidens que ces animaux y éprouvent. Il faut en convenir; ou il y a ſur cela un préjugé étonnant, comme il règne à d'autres égards; ou tous ceux qui, dans l'Amirauté de Cherbourg, ſont intéreſſés à la conſervation des beſtiaux, ont de concert, les yeux fermés ſur ce qui peut y nuire.

Le village de Saint-Germain-des-Vaux, eſt ſitué à la pointe même de la Hague, & vis-à-vis l'île d'Aurigny: c'eſt le canton de la baſſe Normandie où la fabrique de la ſoude eſt le plus en vigueur. Ce genre de travail attire fréquemment ſur les bords de la mer les habitans de ce village, & il eſt heureux qu'ils y ſoient ſouvent appelés. Il y a un écueil redoutable à un quart de lieue en mer de la pointe de la Hague: les habitans de Saint-Germain-des-Vaux ſont connus par leur zèle pour ſecourir l'équipage des vaiſſeaux

qui ſe briſent contre cet écueil. On eſt ſaiſi d'admiration & d'effroi en penſant à l'intrépidité de ſix de ces habitans, leſquels, avec le ſecours d'un très-petit canot & malgré une tempête furieuſe, ſauvèrent le 10 Février 1768, neuf hommes de l'équipage d'un Vaiſſeau qui avoit péri ſur cet écueil: le temps ne nous permet pas de rapporter les détails ſurprenans de cette belle action; le Roi qui en fut inſtruit par M. de Fontette, Intendant de Caen, accorda quinze cents livres de gratification à ces ſix habitans. Nous vimes à la Hague le petit canot auquel ils avoient eu le courage de ſe confier, avec trois rames ſeulement; nous fumes étonnés qu'il eût pu contenir quinze hommes & réſiſter pendant ſept à huit heures à la violence des vagues, qui le tranſportèrent enfin à huit lieues de l'endroit où ces ſix habitans s'étoient embarqués. Nous ſentimes, en le conſidérant, que s'il eſt de la gloire des armes de ſuſpendre dans nos temples les trophées d'une victoire qui eſt toujours achetée par le ſang des citoyens, il ſeroit peut-être de l'honneur de la vertu d'y dépoſer un monument qui ayant ſervi à conſerver la vie à des hommes, au péril de celle de leurs libérateurs, réveilleroit ſans ceſſe dans les ames le plus noble des ſentimens, & deviendroit un témoignage public de l'intrépidité que ce ſentiment inſpire *.

Le

* Voici les détails de cette action qui méritent d'être conſervés; ils ſont tirés de Mémoires fidèles qui ont été rédigés tant à la Hague qu'à Cherbourg, & dont l'exactitude nous y a été encore garantie de vive voix: nous avons, il eſt vrai, inſéré dans ces détails une circonſtance intéreſſante que ces Mémoires ne portent pas; mais nous l'avons recueillie nous-mêmes à la Hague, dans l'entretien que nous y avons eu avec quelques-uns de ceux qui ont mis tant d'activité pour entreprendre cette action, & de fermeté d'ame pour la conſommer. Le 10 Février 1768, Jacques Revers, de la paroiſſe de Saint-Germain-des-Vaux, au cap de la Hague, Garde-pêche en l'Amirauté de Cherbourg & Fabriquant de ſoude, ſe trouvant ſur le bord de la mer, vers les ſept à huit heures du matin, aperçut un vaiſſeau renverſé que l'impétuoſité du vent & une forte marée entraînoient avec autant de rapidité que ſi le bâtiment eût été dans ſa poſition naturelle. Ému de compaſſion pour l'équipage de ce vaiſſeau qui devoit être dans le plus grand danger, ſi même il n'avoit pas péri, cet homme courageux ſe détermine ſur le champ à porter, s'il eſt poſſible, du ſecours à ces infortunés: il cherche parmi les habitans du même village des hommes qui veuillent l'aider dans ſon entrepriſe: il en trouve cinq, qui ſont Jacques Digard, fils de Louis Digard; Jacques Digard, fils de Pierre; Aubin Digard, Pierre Digard & Denys Martin, tous fabriquans de ſoude. Ces ſix hommes, ſans perdre

un

Le précis purement historique que nous venons de donner, suffira sans doute pour faire connoître que les alarmes qu'on a eues dans le pays de Caux n'ont aucun fondement réel; qu'elles eussent été dissipées par un examen où la mauvaise odeur de la fumée du varech ne fût entrée que pour ce qu'elle est, & surtout par la comparaison des deux parties de la province de Normandie où la même cause ayant lieu, un effet égal doit y être remarqué. Il étoit essentiel d'abord que nous nous bornassions à exposer ce qui intéresse le plus le Gouvernement & ce qui a été le motif principal de nos recherches. Nous réservons pour un Mémoire particulier le détail des observations que nous avons faites

un instant, & la plupart en sabots, s'embarquent dans un petit canot qui étoit à sec sur le bord de la mer; ils oublient qu'ils n'ont qu'une foible connoissance de la Marine, que trois rames seulement sont leur ressource, & ils ne pensent pas même malheureusement à emporter avec eux la moindre nourriture. Ils firent les plus grands efforts pour joindre le bâtiment renversé; malgré l'agitation violente de la mer & la force du vent, ils l'atteignirent enfin vers les neuf heures du matin; ils virent qu'il y avoit encore neuf hommes en état d'être secourus; ils craignoient cependant que leur bateau ne fût trop petit pour contenir quinze personnes, & ils se disposoient à retourner en chercher un second, lorsque les cris & les supplications des matelots qui étoient dans le navire les arrêtèrent & les déterminèrent à risquer leur propre vie pour les sauver. Ils ne vinrent à bout de les recevoir dans le petit bateau qu'après une patience & un travail de près de deux heures, parce que tous ceux qu'ils vouloient secourir étoient dispersés dans les manœuvres du vaisseau, dont la situation empêchoit le bateau d'approcher: enfin au moyen d'un crochet & de quelques cordes, tous étant embarqués, leurs généreux libérateurs les firent coucher dans le fond du petit bateau, & animés de nouveau par la présence de ces neuf hommes qui leur devenoient si chers, ils forcèrent de rames pour gagner la côte: malgré le vent furieux qui les en éloignoit & la force des vagues qui les inondoient par intervalles, ils ne perdirent point courage & abordèrent enfin, à cinq heures du soir, après six heures de travail, percés d'eau, épuisés de faim, de soif & de fatigues, à huit lieues de l'endroit d'où ils étoient partis. Un de ceux qu'ils avoient sauvés expira une heure après qu'ils l'eurent recueilli; un autre mourut le lendemain; de sorte que des neuf hommes qu'ils avoient tirés d'un aussi grand péril, il n'y en eut que sept qui échappèrent à la mort, c'est-à-dire, le second Capitaine, le second Lieutenant & cinq Matelots: peut-être auroit-on pu conserver la vie aux deux autres qui moururent, après avoir été sauvés du naufrage, si, dans l'exténuation où ils se trouvoient, on les avoit soutenus par un peu de nourriture, ou au moins par quelque liqueur; car ce fut le premier secours que ces neuf hommes demandèrent dès qu'ils eurent été reçus dans le bateau; mais comme on a vu plus haut, l'empressement de ceux qui les secoururent leur

ſur les différentes eſpèces de varech que nous avons vues le long des côtes de Normandie, ſur leur accroiſſement ſucceſſif, leur reproduction, & nous en donnerons le deſſin dans tous les âges où nous avons conſidéré ces plantes. Nous rapporterons les expériences qui ont été faites & que nous avons répétées, dans la vue de prouver qu'il y a plus d'avantage, pour la reproduction abondante du varech, d'arracher cette plante que de la couper, quoique cette dernière manière d'en faire la récolte, ſoit preſcrite par les Ordonnances: nous y ajouterons les réflexions qui peuvent porter le Conſeil à un changement auſſi digne d'attention; & auxquelles nous avons été conduits, par un examen ſcrupuleux des

fit oublier tout autre ſoin, & les expoſa eux-mêmes, à l'épuiſement total de forces, auquel, ſelon toute apparence, ces deux Matelots ſuccombèrent.

Par le rapport que firent à l'Amirauté de Barfleur les ſept hommes dont la vie fut conſervée, on apprit qu'il montoient le navire le *Joſeph-Marie*, de Saint-Malo, du port de deux cents trente tonneaux & de vingt-ſept hommes d'équipage, commandés par le Capitaine le Ceſtre; que ce vaiſſeau étoit parti de Marſeille pour le Havre, & que ſa cargaiſon en ſavon, en huile & en coton étoit eſtimée ſoixante mille livres. Suivant ce même rapport, le 10 Février, à quatre heures du matin, le bâtiment toucha un rocher ſous l'eau, dans le *Raz-Blanchard*, écueil depuis long-temps funeſte, qui eſt à la pointe de la Hague en baſſe Normandie. Le Capitaine perdant toute eſpérance de conſerver le Navire, tant il étoit battu par la force des vagues & la violence du vent de Sud, fit jeter les chaloupes en mer, afin de ſauver au moins l'équipage; mais à peine s'y furent-ils tous embarqués que le Bâtiment ſe renverſa ſur le côté, tomba ſur les chaloupes & les fit couler à fond; pluſieurs de ceux qui y étoient ſe ſauvèrent à la nage, ſaiſirent les manœuvres du vaiſſeau & s'y tinrent le mieux qu'ils purent, ſoit en ſe liant avec des cordes, ſoit en s'y accrochant ſeulement avec les mains: ils ſe voyoient périr les uns après les autres, & il n'en reſtoit plus que neuf lorſqu'ils furent ſecourus par les ſix hommes intrépides dont le nom ne doit jamais être oublié. On a remarqué ſans doute que quatre d'entr'eux ſont de la même famille; un cinquième, bien digne de lui appartenir, nommé François Digard, voyant le péril où étoient, & ceux qu'il s'agiſſoit de ſecourir, & ceux qui dans ce deſſein alloient expoſer leur vie, monte à cheval, demande du ſecours le long de la côte; parvient bientôt au village d'Omonville & fait à l'équipage d'un petit vaiſſeau les plus vives inſtances pour obtenir ce ſecours; mais ſes inſtances ſont inutiles; la tempête intimide cet équipage, & ne rend que plus digne d'admiration le courage des ſix habitans du village de Saint-Germain-des-Vaux, qu'un temps effrayant, même pour des Marins, n'avoit pas été capable d'arrêter.

Qu'il nous ſoit permis de faire ici une réflexion ſur l'influence avantageuſe qu'une ſimple manufacture & les liaiſons inſéparables du commerce ont eue ſur les mœurs, dans un pays

endroits du rocher où chacune des plantes arrachées avoit pris sa naissance, & des endroits où il restoit encore une partie des tiges du varech qu'on avoit coupé.

Quoique la méthode de faire la soude soit fort simple au premier coup-d'œil, cependant tous les ouvriers n'y réussissent pas également: il y a dans la construction des fourneaux, dans la manière d'y entretenir un feu vif & égal & d'y terminer l'opération, des précautions à prendre, un certain art dont on ne juge bien qu'en le suivant sans interruption & en comparant la méthode d'un ouvrier avec celle d'un autre. Nous entrerons dans tous les détails qui concernent la fabrique de la soude, en y joignant de courtes observations: peut-être contribueront-elles à perfectionner ce travail; mais nous ne dissimulerons point que l'intelligence de quelques

où aucun motif dominant ne servoit à rapprocher les hommes entr'eux, avant qu'un établissement utile les eût appelés à un travail en société, à des vues communes d'intérêt & à des bénéfices légitimes. La Hague a été considérée long-temps comme un canton de la basse Normandie où le peuple étoit d'un naturel féroce, capable dans certaines circonstances des plus grands excès, & dont l'extérieur seul annonçoit le caractère barbare. C'est apparemment de l'impression générale qu'avoit fait sur les esprits l'opinion où l'on étoit à l'égard de la dureté du peuple de ce canton, que le terme de *Hagard* a pris son origine, pour exprimer d'une façon énergique, soit l'indocilité & la rudesse de l'esprit, soit ce qu'il y a de plus farouche dans le coup d'œil.

Cette opinion n'étoit point sans fondement. Plusieurs procès-verbaux dressés dans ce canton par les Officiers de l'Amirauté de Cherbourg, font foi que le brigandage régnoit il y a soixante à quatre-vingts ans dans ces confins de la basse Normandie, que le peuple n'y étoit attentif qu'à profiter des suites malheureuses des naufrages, lesquels y étoient assez fréquens, & qu'il y a commis quelquefois des crimes atroces pour satisfaire son avidité. La misère sans doute le portoit plus à ces excès que la férocité du naturel; il avoit peu de ressources pour subsister; & dans un instant, un Vaisseau brisé sur la côte fournissoit des vivres à ce peuple, ou des marchandises dont le débit lui en procuroit bientôt.

Mais les choses ont totalement changé de face dans le canton de la Hague, depuis que le travail de la soude s'y est établi & y est devenu pour les habitans une voie honnête, un moyen constant de subsister. Attentifs à tirer parti de toute l'abondance du varech qui croît sur les bords de la mer, où ils se trouvent placés, ils se sont accoutumés insensiblement à ne connoître d'autres profits que ceux de leur travail: cette heureuse habitude en a écarté le crime; elle a peu à peu adouci leurs mœurs; ils n'ont plus vu dans les désastres d'un naufrage que des hommes à secourir & des marchandises à conserver pour les propriétaires; enfin quelques-uns d'entr'eux sont devenus capables, comme on vient d'en juger, d'une action vraiment héroïque, & telle qu'on l'espéreroit à peine du peuple le plus policé.

ouvriers nous a mis ſur la voie pour le bien connoître ; & il ne nous reſtera guère que le ſoin de former un enſemble de ce qui nous a paru le meilleur dans la pratique que chacun d'eux a adoptée.

On regardera peut-être comme ſuperflue l'analyſe des cendres de varech que nous nous propoſons encore de donner comme une ſuite naturelle de nos recherches, après le Mémoire que M. Cadet, Membre de cette Académie, a publié dans le Recueil de 1767, & où cette analyſe eſt faite avec toute la préciſion quelle exigeoit ; mais M. Cadet n'étoit pas bien certain que la ſoude qu'il avoit employée fût le produit du varech pur ; & il ignoroit abſolument quelles étoient les eſpèces de cette plante qui avoient été réduites dans la ſoude dont il avoit fait uſage. Nous aurons au contraire ſur cela une certitude qu'il n'avoit pas pu acquérir : l'analyſe que nous donnerons ſera, ſans aucun doute, celle de la ſoude de varech pur qui aura été brûlée ſous nos yeux, ou que nous aurons brûlée nous-mêmes ; & peut-être y remarquera-t-on quelques différences relatives aux eſpèces de cette plante dont les cendres auront fait la matière de notre examen.

Tel ſera le réſultat du travail dont nous avons été chargés. Si la réflexion que nous faiſions au commencement de ce Mémoire, ſur la conſiſtance plus aſſurée que prend quelquefois un établiſſement par les obſtacles même qu'il a éprouvés, peut recevoir ici une application ; ſi l'Académie daigne avouer ce travail, qui eſt ſoumis à ſes lumières, elle contribuera, par l'avis qu'elle propoſera au Conſeil, à maintenir une des branches importantes du commerce ; à la porter, peut-être utilement, au-delà des bornes qu'elle a aujourd'hui, à la perfectionner dans ſon principe, & à conſerver à une multitude de familles indigentes un moyen certain de ſubſiſter.

ON a vu, au commencement de ce Mémoire, que M. Guettard, chargé comme nous de faire des recherches ſur le ſujet que nous venons de traiter, tourna ſes vues du côté de la Méditerranée pour s'y livrer à des Obſervations correſpondantes & recueillir ſur les bords de cette mer tous les faits relatifs à l'objet commun de notre travail.

Quoique ſon deſſein principal fût d'examiner le varech ſur les côtes de la Méditerranée, il a néanmoins dirigé ſa marche, de

manière qu'il a pu considérer encore cette plante sur les bords de l'Océan, & comparer par-là les observations qu'il a été à portée de faire dans des pays différens.

La longueur du voyage qu'il avoit entrepris, ne lui a permis d'instruire l'Académie du résultat de ses recherches qu'au commencement de Novembre 1771, & quelques jours avant que ce Mémoire fût lû en public. La substance de la lettre que M. Guettard a écrite à l'Académie, quadre avec les observations détaillées que nous venons de présenter. En vain cet Académicien dont on connoît le zèle & les lumières, a-t-il cherché sur le varech quelque dépot de frai de poisson, soit à l'étang de la Teste près de Bordeaux, à Bayonne, à Biaris, à Bidar, à Saint-Jean-de-Luz, &c. soit à Aiguemortes, à Cette, à Marseille, à Saint-Tropez, à Antibes, &c. M. Guettard n'a aperçu sur le varech aucun vestige de frai de poisson. Les pêcheurs qu'il a interrogés à ce sujet, l'ont tous assuré que les poissons ne déposoient point, comme nous l'avons dit nous-mêmes, dans des endroits fortement battus par les flots, & tels que les rochers sur lesquels croît le varech; qu'ils cherchent des lieux calmes, profonds & très-éloignés des bords de la mer; qu'un grand nombre d'entr'eux déposent leur frai à la surface ou dans l'intérieur des sables; & que si certains poissons approchent quelquefois du rivage pour y mettre au jour leurs petits, ces poissons qui appartiennent à la classe des vivipares, ne sont pas certainement ceux dont on s'occupe lorsqu'on se plaint du foible produit de nos pêches: d'ailleurs quand on s'en occuperoit sous ce point de vue, croit-on que le jeune poisson de cette espèce, encore foible & délicat, pût trouver un asyle sûr entre des rochers où les vagues se brisent sans cesse avec violence, & qu'il y fût à l'abri des accidens dont nous avons parlé?

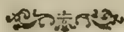
Les observations que des personnes instruites ont communiquées à M. Guettard, pendant le cours de son voyage, & les siennes propres, le portent à regarder les abus qu'il y a dans les pêches & sur-tout certains filets destructeurs, tels que la *Traine*, dont on fait usage dans quelques endroits, comme une des causes principales de la diminution qu'on remarque aujourd'hui sur ces pêches.

On ne réduit point le varech en soude sur les côtes de la Méditerranée, mais on y brûle le *salicor*, plante maritime que l'on

cultive dans la partie des marais que la mer abandonne pendant l'été, & qu'elle abreuve tant en hiver que dans les gros temps. Plusieurs Médecins que M. Guettard a consultés sur les effets de la fumée du *salicor*, l'ont tous assuré qu'il n'en résultoit rien de dangereux; il a reçu une réponse pareille des habitans du pays qu'il a interrogés sur cet article; & ceux-mêmes d'entr'eux qui sont le plus attentifs à leur santé, ne le sont point à cette fumée comme capable de l'altérer.

Un des points les plus essentiels du Mémoire qu'on vient de lire, est la discussion dans laquelle nous y sommes entrés sur les endroits où il paroît assez constant que les poissons déposent leur frai, à l'exclusion d'un endroit particulier où l'on a prétendu, d'après une opinion peu fondée, que le frai du poisson se trouve, tandis qu'il ne seroit pas même naturel (admît-on dans cet endroit le dépôt du frai contre tout ce qui résulte d'un examen suivi) que ce dépôt pût y subsister.

Qu'on veuille bien se rappeler actuellement que M. Fougeroux & moi, dans la circonstance où nous étions séparés, & où nos observations n'étoient pas concertées, nous n'avons trouvé sur le varech aucune trace de frai de poisson, & que dans le temps où nous nous sommes réunis, les recherches que nous avons faites de concert ont été tout aussi inutiles sur cet article important: que l'on considère sur-tout qu'au moment où nous allions rendre compte au public de nos observations, M. Guettard, avec lequel nous n'avions eu aucune communication depuis son départ de Paris, a confirmé par sa lettre ces observations, dans tous les points où il lui a été possible d'en faire de correspondantes: enfin qu'on se rende attentif à un résultat aussi uniforme, que des recherches sur les côtes de l'Océan & sur celles de la Méditerranée ont fait établir nettement, & l'on sentira que si ce résultat ne devient pas encore une conclusion certaine pour l'objet particulier dont il s'agit dans ce moment-ci, au moins conduit-il à une vraisemblance à laquelle on se prêtera sans doute, jusqu'à ce que la vérité, si nous ne l'avons pas découverte, soit dévoilée par des hommes plus éclairés que nous.



PREMIER MÉMOIRE
SUR LES
PRINCIPALES MANIPULATIONS
Qui ſont en uſage dans les Papeteries de Hollande, avec l'Explication phyſique des réſultats de ces manipulations.

Par M. DESMARETS.

DEPUIS que j'ai eu des occaſions fréquentes d'étudier les différentes manipulations en uſage dans les Papeteries de France, & de faire une comparaiſon ſuivie des papiers qu'on y fabrique avec ceux qu'on tire de Hollande, j'ai été convaincu que les Hollandois employoient à la préparation de leurs papiers des procédés qui nous étoient totalement inconnus, & à l'aide deſquels ils leur communiquoient certaines qualités que nous avons tenté depuis long-temps de donner aux nôtres. On ſait que les papiers de Hollande, deſtinés la plupart à l'écriture & au deſſin, ont une ſurface très-douce & très-unie : que le fond de l'étoffe a une ſoupleſſe qui ne nuit point à ſa force : qu'ils ont une teinte légère de bleu qui éclaircit avantageuſement le blanc de la pâte, & qu'enfin ils ſont bien collés & également collés dans toute leur ſurface. On leur reproche, il eſt vrai, avec quelque fondement; 1.° de ſe couper dans les plis lorſqu'ils ſont expoſés à un certain frottement; 2.° d'empâter le bec de la plume, lorſqu'on écrit long-temps avec la même plume; 3.° de n'être pas propres comme ceux de France à l'impreſſion des livres, & ſur-tout à celle des cartes & des eſtampes, parce qu'ils réſiſtent à la preſſe du taille-doucier. 20 Février 1771.

D'un autre côté, les papiers fabriqués dans les moulins de France & deſtinés à l'écriture, même ceux d'une qualité ſupérieure, les pâtes ſuperfines de l'Auvergne, de l'Angoumois & du Vivarais,

ont communément à leur ſurface une infinité d'aſpérités, & préſentent un grain peu adouci qui s'oppoſe à chaque mouvement de la plume : le fond de l'étoffe a une roideur aſſez peu traitable, même après qu'ils ont paſſé ſous la liſſe ou ſous le marteau : enfin ils ſont collés ſi foiblement & ſi inégalement qu'à peine peut-on en trouver qui ſoient propres au deſſin & aux enluminures.

D'après une différence auſſi marquée dans des parties eſſentielles, obſervées conſtamment entre les papiers fabriqués en Hollande, & ceux qui ſortent de nos meilleures manufactures, je ſoupçonnai que l'art de la papeterie en Hollande étoit en poſſeſſion de certaines manipulations totalement inconnues en France ; & je fus confirmé encore davantage dans cette préſomption, en n'obſervant par rapport à ces points eſſentiels qui ſont la douceur de la ſurface & la ſoupleſſe de l'étoffe, aucune amélioration bien ſenſible dans les papiers qui portoient l'attache des fabriques où l'on avoit introduit les cylindres Hollandois. Je puis citer ici les papiers ordinaires de Montargis, de Montbron en Angoumois, & de Voujeaud en Bourgogne. J'attribuois ces qualités ineſtimables du papier de Hollande, à certaines manipulations délicates, que n'avoient pas ſaiſies ceux qui s'étoient occupés de l'introduction des cylindres en France. Je n'étois pas ébranlé par les diſcours vagues de quelques-uns des fabricans François, qui ayant viſité des moulins Hollandois, m'aſſuroient n'y avoir vu que ce qui ſe pratique journellement dans les nôtres, & qui attribuoient aux fortes preſſes que les Hollandois ont dans leurs ſalles, la douceur & la ſoupleſſe de leurs papiers. Pour convaincre ces fabricans du peu de fondement de leurs prétentions, je fis mettre à différentes fois, ſous une preſſe d'apprêteur, des papiers fabriqués dans nos moulins, & ſur-tout du *pro Patria* fabriqué à Montbron, dont la pâte, triturée avec les cylindres, étoit auſſi fine & auſſi blanche que celle des papiers ſemblables, faits en Hollande. Les papiers François, ſoumis à cette épreuve quatre à cinq jours de ſuite, pendant leſquels je fis toujours augmenter la compreſſion, en ſortirent avec un grain très-peu adouci, avec des aſpérités très-multipliées à la ſurface, & avec la même roideur dans le fond de l'étoffe : on verra par la ſuite les raiſons du peu de ſuccès de la preſſe ſur ce papier.

En

En conſéquence de tous ces motifs, je ſentis la néceſſité de voir en détail tous les procédés des Hollandois, & de les voir, relativement aux réſultats dont j'ai parlé, pour les introduire, s'il étoit poſſible, dans nos fabriques. Comme j'avois étudié l'art de la Papeterie en France, j'étois en état de diſtinguer, parmi les procédés Hollandois, ceux qui méritoient une attention particulière, quoique ſimples en apparence, d'avec ceux qui n'avoient rien de plus avantageux que les manipulations en uſage dans nos moulins. Je communiquai mes vues à M. Trudaine, dont on connoît le zèle pour la perfection des Arts; il crut mes raiſons aſſez fondées, & l'objet aſſez important pour mériter un voyage en Hollande: c'eſt la ſuite raiſonnée des principales obſervations que j'ai faites dans les moulins de Hollande & de Flandre, que je vais avoir l'honneur de préſenter à l'Académie; je m'attacherai à donner d'abord la deſcription des procédés particuliers aux Hollandois, & j'aurai ſoin de les comparer avec les parties de notre travail qui y correſpondent; enſuite j'indiquerai la différence des réſultats & je ferai enviſager les raiſons phyſiques de cette différence.

Je ne crois pas devoir m'attacher ici à décrire toutes les petites manœuvres que j'ai eu occaſion de remarquer, & qui, quoique très-avantageuſes, n'entrent pas dans le fond du travail des Papeteries Hollandoiſes, auquel je me borne dans ce Mémoire. Je veux, par cette ſuppreſſion, mettre plus de ſuite dans les procédés principaux, & par ce rapprochement, établir, d'une manière plus frappante, la différence des procédés de France & des procédés Hollandois; afin de démontrer, avec plus de préciſion, les avantages qui nous manquent, & les moyens ſimples & ſûrs de les obtenir.

Comme toutes les opérations dont je vais m'occuper, ont principalement pour but de donner une ſorte d'apprêt à l'étoffe du papier, j'ai cru devoir mettre ſous les yeux de l'Académie, l'ébauche groſſière de cette étoffe, & inſiſter ſur le premier état où elle ſe trouve, avant que de ſubir ſes différens apprêts. Ces détails qui doivent naturellement précéder ceux des apprêts, ſerviront à faire ſaiſir plus facilement les raiſons de ces apprêts & les nuances de leurs effets.

La pâte qui ſert à former une feuille de papier, eſt reçue, comme tout le monde ſait, ſur une grille de fil de laiton, plus ou moins fin, dont les brins ſont placés parallèlement, & maintenus dans cette diſpoſition par un tiſſu du même fil. La ſuite des fils de laiton parallèles ſe nomme *verjure*, & le tiſſu *menucordion;* cette eſpèce de toile eſt non-ſeulement tendue & aſſujettie par les extrémités à un cadre de bois, mais encore ſoutenue dans le milieu par pluſieurs traverſes, auſſi de bois, qu'on nomme *pontuſeaux.* En conſéquence de cette conſtruction, il eſt aiſé de ſentir que l'étoffe du papier, formée ſur cette toile, doit prendre & conſerver les impreſſions de toutes les pièces qui compoſent ſon tiſſu & des vides qui ſe trouvent entre ces pièces.

Dans le deſſein de faire voir toutes ces impreſſions bien conſervées ſur une feuille de papier, je fis fabriquer, avec les formes du carré ordinaire quelques feuilles, que j'y laiſſai ſécher : après quoi, j'eſſayai de les enlever doucement; à meſure que je les détachois, je ſuivois le détail des impreſſions que la toile y avoit produites. J'aperçus d'abord que les traces des fils de laiton, tant de la *verjure* que du *menucordion,* étoient ſillonnées en creux du côté adhérent à la forme, & que chacune des impreſſions en creux, étoit ſéparée par une forte ſaillie qu'avoit produit la pâte, en s'inſinuant dans les intervalles des fils de laiton : en ſorte que la feuille de papier, de ce côté, préſentoit l'aſpect d'une étoffe cannelée. Sur la face oppoſée, la trace de la *verjure* étoit relevée en boſſe, & ce détail formoit des éminences arrondies & parallèles qui couvroient toute la ſurface de la feuille : il en étoit de même de la trace en relief du *menucordion*, des lettres & de la marque du papier, excepté qu'elle étoit plus prononcée que les premières.

Voilà donc la première ébauche de l'étoffe qui ſert de baſe au papier, & qui ſe trouve ſoumiſe à toutes les opérations ſubſéquentes de la papeterie: c'eſt de cette baſe que j'ai cru devoir partir, pour rendre compte plus exactement de l'eſprit des manipulations & de leur influence dans la préparation du papier. Cependant comme dans le papier qui a reçu ſes derniers apprêts, on reconnoît encore toute la régularité de ces premières impreſſions,

il eſt viſible que ces apprêts ont pour but d'adoucir ces impreſſions, ſans les faire diſparoître entièrement : j'indiquerai donc ici les principales nuances par leſquelles tout ce travail s'exécute.

Le coucheur, en renverſant ſur le feutre la forme chargée d'une feuille de papier, aplatit un peu les éminences arrondies qui ſont tracées ſur l'une de ſes ſurfaces, & fait qu'une partie des creux produits par la verjure ſur l'autre ſe rempliſſe en même temps. Cependant l'effort qu'il fait pour détacher les parties de la feuille engagées entre les fils de laiton, produit une infinité de petits poils qui paroiſſent le long des parties ſaillantes.

Sous la preſſe, avec les feutres d'abord, enſuite en porſes blanches ſans les feutres, ce travail ſe continue ; les veſtiges des baguettes arrondies qui ſont le relief des verjures s'aplatiſſent totalement, mais les traces des parties ſaillantes formées dans l'intervalle des fils de laiton deviennent ſaillantes des deux côtés en conſéquence de leur épaiſſeur, & s'arrondiſſent par la preſſe : on trouve toujours ſur les deux faces des feuilles de papier, deux ſyſtèmes de baguettes proéminentes, dont on voit aiſément la cauſe ſi l'on a ſuivi, comme je l'ai fait, le progrès de tout ce travail; mais après que les porſes blanches ont paſſé ſous la preſſe de la cuve, il s'en faut bien que toutes les aſpérités & tous les petits filamens occaſionnés par la forme aient diſparu ; c'eſt pourtant à ces ſeules opérations que ſe bornent en France tous les apprêts qui ont pour but d'adoucir la ſurface du papier. Les Hollandois ne laiſſent pas le leur dans cet état d'imperfection, comme je le ferai voir par la ſuite de ce Mémoire.

Les baguettes aplaties formées par l'intervalle des fils de laiton des deux côtés, & qu'on peut ſuivre à l'œil ſur la ſurface du papier apprêté, forment ce qu'on appelle *le grain du papier* ; grain que les manipulations doivent adoucir, comme je l'ai déjà obſervé, ſans le faire diſparoître; grain qui ſe détruit preſque entièrement ſous la liſſe ou ſous le marteau. C'eſt ce grain toujours reconnoiſſable dans les papiers de Hollande les plus doux, qui a ſervi à me prouver que les Hollandois n'adouciſſoient pas le papier par le liſſage & par le battage, mais par des manœuvres totalement inconnues dans nos fabriques.

Le grain du papier eſt ſouvent défiguré par les feutres lorſque ces étoffes, n'étant point garnies à leur ſurface d'un lainage abondant qui en doit couvrir exactement le tiſſu intérieur, le laiſſent à découvert. Si l'on couche les feuilles de papier deſſus ces ſortes d'étoffes peu garnies de laines, où qu'on les ſoumette à la preſſe au milieu de ces étoffes, elles prennent la trace de leur tiſſu dans les endroits mal couverts; & ces nouvelles empreintes réunies à celles du grain compoſent une eſpèce de ſurface chagrinée irrégulièrement. Pour prévenir ces inconvéniens les Hollandois apportent à la fabrication de leurs feutres la plus grande attention; ils compoſent la trame de ces étoffes avec des laines longues de Friſe & de Northollande, & ils ont ſoin d'ailleurs de les teindre dans une forte décoction d'écorce de chêne & d'aulne, qui contribue par ſa ſtipticité à coucher le lainage ſur le tiſſu, à le feutrer & à rendre ces étoffes beaucoup plus durables que les nôtres qui n'ont pas reçu ces préparations.

Le grain du papier ſert à des yeux exercés à reconnoître la fineſſe & l'égalité de la pâte comme le tiſſu dans les étoffes indique les qualités de la chaîne & de la trame. Tous ceux qui font uſage du papier ont pu apprécier les avantages de celui qui a ſon grain adouci, ſur un papier qui, l'ayant preſque perdu totalement ſous la liſſe ou ſous le marteau, ne préſente qu'une ſurface unie ſur laquelle les mouvemens de la plume ſont incertains; d'un autre côté ils ont ſenti les obſtacles qu'un grain trop gros, inégal, rempli de filamens mal couchés, oppoſe à ces mouvemens. Pour montrer maintenant comment les Hollandois ſont parvenus par leurs procédés à communiquer au papier le degré d'apprêt le plus favorable à ſes uſages ſans détruire ſon grain, je crois devoir m'attacher à décrire trois points principaux de leur travail, parce que la diſcuſſion de ces trois points ſuffira pour donner une idée complète de leur méthode. Je parlerai donc 1.° de l'échange en porſes blanches; 2.° de la conſtruction & de l'avantage de leurs étendoirs; 3.° de leur collage & de l'échange après le collage. J'indiquerai rapidement à chacun de ces articles tout ce qui concerne la pratique françoiſe, afin qu'on puiſſe en faire la comparaiſon.

ARTICLE PREMIER.

De l'échange en porſes blanches.

En général les pâtes des plus beaux papiers de Hollande ne ſont pas ſupérieures à celles qu'on emploie en France pour les papiers de la plus belle qualité ; ainſi je n'ai pas trouvé une différence notable par rapport à la fineſſe & à la blancheur entre les pâtes avec leſquelles les Hollandois fabriquent le *Pro patria*, le *grand* & le *petit Cornet*, la *Tellière*, le *papier aux Armes*, la *Couronne*, le *petit Lys* & le *Griffon*, & celles dont nous compoſons les ſortes correſpondantes en France. Comme la réputation bien méritée des premiers ne me paroît pas pouvoir être rapportée à cet article, ainſi qu'on l'avoit aſſuré ſans aucune preuve, je ne crois pas devoir m'arrêter à diſcuter ce qui concerne les matières premières du papier. Je ſuppoſe donc que le papier eſt fabriqué, qu'il eſt ſorti des mains des premiers ouvriers de la cuve, qu'il a paſſé ſous la preſſe avec les feutres, & ſans les feutres en porſes blanches : toute la ſuite de ces manipulations eſt aſſez la même en France comme en Hollande. Voici le point où j'ai commencé à trouver une différence remarquable dans la fabrication. Suivant la pratique conſtante des fabriques françoiſes, on tranſporte à l'étendoir le papier dès qu'il a paſſé rapidement ſous la preſſe de la cuve. Dans cet état il conſerve, comme je l'ai fait obſerver, beaucoup d'inégalités & d'aſpérités à ſa ſurface ; & enfin il eſt encore pénétré d'une très-grande quantité d'eau ſurabondante. Tous nos étendoirs en France ſont fort élevés & règnent ordinairement ſur les autres bâtimens de la papeterie ; outre cela ils ſont ouverts de tous côtés ; on les ferme avec des planches mobiles qui laiſſent beaucoup d'ouvertures par leſquelles l'air extérieur peut pénétrer très-aiſément, & en aſſez grande quantité pour y porter une température preſque égale à celle qui règne au dehors ; en ſorte que le papier étendu ſur des cordes s'y trouve expoſé à la chaleur ou au froid ſans qu'on ait penſé à en ménager les effets. Quoique les particules de la pâte ne ſoient ni fortement adhérentes enſemble ni couchées exactement à la ſurface, ni rapprochées dans l'intérieur de l'étoffe du papier ;

cependant cette étoffe en séchant par l'action d'une chaleur vive, acquiert une roideur & une dureté presque inflexibles. Il résulte de-là que dès le commencement des apprêts, la dessiccation prompte & complète qu'éprouve le papier, donne aux aspérités & aux inégalités de sa surface une consistance qui fait qu'elles résistent à toutes les manipulations qui les détruiroient par la suite, en adoucissant cette surface & en assouplissant l'intérieur de l'étoffe.

On sentira bien plus encore la conséquence de ces inconvéniens lorsqu'on aura suivi le travail des Hollandois, & qu'on aura vu avec quelle adresse & quelle attention ils ont su éviter les défauts de notre pratique : voici quelle est leur méthode. Un ouvrier, (c'est ordinairement celui qui a l'inspection de tous les travaux de la papeterie) prend le papier après qu'il a passé deux fois sous la presse de la cuve comme en France, le transporte dans une salle particuliere qui est séparée de la chambre de la cuve; cette salle est garnie de plusieurs presses & d'une table peu large & fort longue, au milieu de laquelle est une espèce de pupitre incliné vers la fenêtre qui reçoit le jour. L'ouvrier arrange le papier nouvellement fabriqué, par piles qui contiennent huit ou dix porses: chaque porse est distinguée par un feutre. Il établit deux piles sous chacune des presses; lorsqu'une presse est garnie il la fait jouer sur les deux piles en ménageant d'abord la compression; il revient à la presse plusieurs fois pendant trois heures, & il exprime par cette action successive l'eau surabondante qui sort des porses blanches. Après que le papier a séjourné environ trois heures sous la presse, le même ouvrier le retire par parties en distribuant chacune des porses le long de la table à la droite du pupitre; ensuite il s'attache à la porse la plus avancée, & la prenant par un des coins il soulève & baisse successivement la partie de la porse qu'il peut saisir, & par ce mouvement il produit contre la surface de chacune des feuilles de papier un frottement réitéré qui, dans l'état de mollesse où elles se trouvent, en adoucit aisément le grain & couche exactement tous les filamens & toutes les aspérités qui peuvent être détachées à leur surface. On conçoit aisément qu'il fait la même opération sur les autres coins, afin de produire le même frottement dans toute l'étendue des feuilles de la porse. Ce travail fini, il place

la porſe ſur le pupitre, & levant feuille-à-feuille il forme à côté un nouveau paquet, qui ne diffère de la première porſe qu'en ce que les ſurfaces des feuilles qui ſe touchoient, & qui ont été frottées les unes contre les autres, correſpondent à d'autres ſurfaces; en entre-mêlant ainſi les feuilles par une diſtribution différente, les ſurfaces d'une feuille ſont expoſées à d'autres ſurfaces, ce qui complète l'adouciſſement de tout le grain: c'eſt cette opération, totalement inconnue dans nos fabriques, & que je rappellerai par la ſuite de ce Mémoire, ſous le nom d'*échange*, qui conſtitue proprement le fond de la méthode Hollandoiſe, pour les apprêts de leurs papiers.

Après que l'ouvrier a fait paſſer ainſi à l'*échange* toutes les porſes d'une pile, il ſoumet les autres piles à la ſuite des mêmes manipulations, & les arrange de nouveau ſous les preſſes: à cette ſeconde preſſée il ménage moins la compreſſion, mais il a ſoin de l'augmenter par des progrès preſqu'inſenſibles: au travail de la preſſe ſuccède celui de l'*échange*, & l'une & l'autre opération ſe réitère juſqu'à trois ou quatre fois, ſuivant la ſorte du papier & la qualité de la pâte; plus la pâte eſt fine, moins il eſt beſoin d'échanger & de preſſer. Pour les grandes ſortes, telles que le *Chapelet*, l'*Impérial*, le *grand Aigle*, il eſt important de ſoigner beaucoup l'*échange*, parce que le grain de la pâte eſt plus gros, & que d'ailleurs pour l'uſage du deſſin, la ſurface de ces papiers doit être adoucie avec la plus grande attention.

J'obſerverai ici, 1.° que l'ouvrier en replaçant les porſes ſous la preſſe, a ſoin de mettre à la partie ſupérieure de la pile, les porſes qui étoient au milieu & de varier, autant qu'il eſt poſſible, d'une preſſée à l'autre, la diſpoſition des porſes, afin que les effets ſoient uniformes dans toutes les parties des piles.

2.° Que cet ouvrier garnit avec attention les bordures des porſes avec des bandes de feutre pour que la compreſſion ſoit égale ſur toute la maſſe des piles, car le milieu d'une pile de porſes blanches étant toujours plus élevé que les bords, il eſt néceſſaire pour mettre toutes les parties de la pile de niveau, d'avoir recours à des bandes de feutre qui ſuppléent à la moindre épaiſſeur des bordures; ſans cette précaution la compreſſion n'agiſſant que

ſur le milieu, les feuilles de toute une pile encore humides, ſe caſſeroient dans cette partie & ſe partageroient par le milieu. Un ſeul homme avec quatre à cinq preſſes, peut *échanger* tout le papier fabriqué dans deux cuves: le travail de l'échange dure ordinairement deux jours entiers ſur une quantité donnée de papier; bien entendu qu'on ſoumet chaque jour à cette opération les porſes qui s'y fabriquent, en diſtinguant ſeulement les parties de papier ſuivant les différens degrés d'apprêts qu'elles ont reçu & le temps qu'on a commencé à les leur donner.

Lorſque le papier a ſubi tous ces frottemens, toutes ces manipulations, toutes ces preſſées, il eſt fort adouci à la ſurface, bien *feutré* & aſſoupli dans l'intérieur de l'étoffe; enfin il a perdu une très-grande quantité de l'eau ſurabondante dont il étoit pénétré en ſortant des opérations de la cuve.

J'entends par le *feutrage* du papier que produit l'échange, le rapprochement des fibres de la pâte dans le ſens de l'épaiſſeur des feuilles & leur adhérence entre elles: le papier ne ſe feutre qu'à meſure que l'eau s'écoule; tant qu'elle eſt interpoſée entre les filamens, ils reſtent écartés: ainſi le progrès du feutrage s'exécute en même raiſon que l'écoulement de l'eau, & ces deux effets ſont produits par l'action de la preſſe; les molécules d'eau abandonnant les particules de la pâte, celles-ci ſe rapprochent & s'affaiſſent l'une contre l'autre par la compreſſion; maintenant on conçoit pourquoi le papier qui a paſſé par les épreuves de l'échange eſt *feutré*. Par une raiſon contraire, le papier de France ſéché rapidement dans l'état d'humidité ſurabondante, ne doit pas être *feutré;* cependant ce papier change de dimenſions par l'évaporation telle qu'elle a lieu dans nos étendoirs, & il ſe rétrécit d'environ un trente-deuxième ſur ſa longueur & ſa largeur; mais malgré cette retraite il s'en faut bien que les filamens de la pâte ſoient rapprochés autant qu'il eſt poſſible; il eſt néceſſaire d'employer une force extérieure qui faſſe que les vides ſoient remplis à meſure qu'ils ſe forment; faute d'avoir éprouvé cette compreſſion inſenſible, le papier de France a des pores plus ouverts & ſe trouve composé de filamens moins adhérens que le papier de Hollande; c'eſt à ces deux états différens où ſe trouvent ces deux papiers, que je crois

crois devoir attribuer une grande partie de leurs qualités & de leurs défauts: je ferai dans la suite de ce Mémoire l'application des principes que je viens d'établir ici, aux papiers de France & de Hollande, en discutant ces qualités & ces défauts.

ARTICLE SECOND.

De la construction & de l'avantage des Étendoirs Hollandois.

J'AI déjà remarqué que la principale cause des aspérités qu'on trouve sur les papiers de France, venoit du desséchement subit qu'il éprouvoit en passant tout-à-coup de la salle de la cuve à l'étendoir ouvert de tous côtés. Les Hollandois, après les manipulations de l'échange, qui en adoucissant le papier lui font perdre l'eau surabondante, ont encore attention de ne le faire sécher que graduellement dans leurs étendoirs; ce sont des galeries construites au rez-de-chaussée à côté des autres salles, fermées par des contre-vents & des jalousies qui joignent très-exactement, & qui laissent très-peu de passage à l'air extérieur: ces galeries sont couvertes par un toit de paille ou de planches, dont la réduction est fort élevée & occupe presque la moitié de toute la hauteur du bâtiment. Par le système de cette construction, ils sont parvenus à ménager la chaleur & l'évaporation autant qu'ils le jugent convenable, & autant que l'exige la température extérieure. J'ai traversé plusieurs de ces galeries, aux environs de Saardam & de Leyde, & j'y ai trouvé un air frais quoiqu'il fît fort chaud au dehors.

J'ai vu en Flandre une papeterie, où l'on n'avoit pas suivi d'abord dans la construction des étendoirs, les principes des Hollandois; & quoique les autres manipulations y eussent été introduites par des ouvriers de cette nation, cependant le papier qu'on y fabriquoit, n'approchoit pas pour la douceur & la souplesse du papier de Hollande. Depuis qu'on y a construit un nouvel étendoir, sur le plan que je viens de décrire, le papier a acquis toutes les qualités qui lui manquoient auparavant. Je serai bientôt en état de citer des expériences semblables faites en France, parce que plusieurs fabricans se sont déterminés, d'après mes représentations, à construire des étendoirs sur ces principes; & ils s'y sont déterminés

d'autant plus facilement qu'ils ſavoient par expérience, que le papier ſéché dans une ſaiſon où la température eſt modérée, étoit plus doux & plus moelleux que celui qui avoit ſéché pendant les chaleurs de l'été.

Les Hollandois avec la reſſource de leurs étendoirs, où ils ménagent l'effet de la chaleur extérieure, ont ſoin non-ſeulement que leur papier sèche doucement, mais encore qu'il ne sèche pas à un certain degré : ils le recueillent lorſqu'il conſerve encore une certaine humidité qui lui laiſſe toute ſa ſoupleſſe. J'ai ſouvent manié du papier de Hollande, lorſqu'on le tiroit de l'étendoir avant la colle ; ſa ſurface me paroiſſoit très-unie, ſon grain bien adouci, & l'étoffe, quoique feutrée, avoit de la ſoupleſſe. Après le détail des opérations & des précautions que je viens de décrire, on ſent aiſément la raiſon de ces bons effets. Mais il eſt encore d'autres avantages qui en réſultent. Je crois devoir montrer ici en particulier comment ces procédés contribuent à préſerver le papier de Hollande des plis & des rides, qui ſont ſi communs ſur les papiers de France.

On étend, comme on ſait, dans nos fabriques de France le papier en pages, c'eſt-à-dire qu'on place ſur les cordes des paquets de huit ou dix feuilles de papier humides, appliquées l'une contre l'autre, pour les faire ſécher. Comme on n'a pas l'attention de ménager la deſſiccation, les premières feuilles expoſées au courant d'air commencent à perdre leur humidité par les extrémités d'abord, pendant que la deſſiccation n'eſt pas parvenue juſqu'au centre ; les autres feuilles recouvertes par ces premières, conſervent donc la plus grande partie de leur humidité dans le milieu & ſur-tout celles qui touchent aux cordes : les premières feuilles ayant ſéché rapidement, changent néceſſairement de dimenſions, en éprouvant une retraite d'environ un trente-deuxième, & comme elles reſtent adhérentes aux autres encore humides & plus longues, elles y occaſionnent des plis, qui ſont le réſultat de la différence des dimenſions d'une feuille sèche & d'une feuille humide. La feuille sèche aſſujettit la feuille humide à ſes dimenſions, avant que celle-ci y ait été réduite par la deſſiccation. Cette explication ſimple fait voir non-ſeulement la cauſe des plis & des rides, mais

encore la raiſon pour laquelle ces plis & ces rides affectent preſque toujours le milieu d'une feuille de papier.

Les plis & les rides ont encore une autre cauſe, combinée avec les mêmes circonſtances. Nos étendoirs ſont garnis de cordes de chanvre qui boivent d'abord l'humidité du papier & qui la lui rendent à meſure qu'il sèche; les feuilles des pages ſont humides en conſéquence pendant long-temps dans toute la ligne qui touche aux cordes, & elles y conſervent une extenſion plus grande que dans les autres parties de leur ſurface, & beaucoup plus grande que celle des feuilles ſupérieures qui ſont expoſées à l'air libre. L'effet de cette extenſion eſt de forcer les dimenſions des feuilles dans ces parties humides; & comme elles adhèrent par les extrémités à d'autres feuilles plus courtes & sèches, cet excès dans le milieu eſt occupé par des plis & par des rides, qui ne ſe détruiſent plus dès qu'ils ſont formés, quoique la deſſiccation parfaite vienne à la ſuite.

On étend en pages dans les fabriques Hollandoiſes, cependant on ne voit point de plis ni de rides ſur leur papier au ſortir de l'étendoir: j'indiquerai ici trois raiſons principales qui contribuent à préſerver le papier de cet accident.

La première eſt qu'ils ſont les pages beaucoup moins épaiſſes que les nôtres.

La ſeconde eſt que les feuilles des porſes blanches ayant été frottées & adoucies les unes contre les autres lors de l'échange, leur ſurface eſt fort unie & très-peu humide quand on les porte à l'étendoir: en ſorte que par le progrès de la deſſiccation, elles acquièrent très-peu d'adhérence enſemble; par conſéquent elles peuvent changer de dimenſions à meſure qu'elles sèchent, en ſe détachant les unes des autres. D'ailleurs, comme elles ont perdu une certaine quantité d'eau dans l'échange, elles éprouvent une retraite beaucoup moindre, pour parvenir à l'état de deſſiccation; la différence entre leurs dimenſions lorſqu'on les étend, & lorſqu'on les retire de l'étendoir, eſt beaucoup moindre que celle des dimenſions de nos papiers dans ces deux circonſtances; car ils ſont plus humides lorſqu'on les étend, & plus secs lorſqu'on en fait la cueillette.

La troisième raison est que les étendoirs Hollandois sont garnis de cordes de rotin, qui ont six à sept lignes de diamètre, ces cordes n'absorbent pas l'humidité du papier: en conséquence cette humidité ne séjourne pas autant le long de la ligne où le papier touche à la corde.

Au surplus la grosseur de la corde n'est pas une circonstance indifférente. Dans nos moulins on ne voit guère que de petites cordes, & lorsqu'on étend en pages on en place deux ou trois sous les pages: en multipliant par-là les points de contacts, on multiplie les rides & les plis. Les grosses cordes au contraire, entr'ouvrant les pages facilitent la circulation de l'air par-dessous ce qui produit une dessiccation plus uniforme. C'est à toutes ces attentions qu'on doit attribuer en partie ces dos bien arrondis qu'on trouve aux mains de papier de Hollande lorsqu'on en déballe les rames.

ARTICLE TROISIÈME.

Du Collage.

LORSQU'ON veut coller le papier, on fait dans nos moulins la cueillette des pages sans s'embarrasser beaucoup du degré de sécheresse qu'elles ont acquise. Cependant la plupart de nos fabricans m'ont assuré qu'ils savoient par expérience que, lorsque les pages avoient trop séché, elles prenoient moins bien la colle; & que la colle s'imbiboit plus abondamment & se distribuoit plus également dans le papier où il restoit encore une légère humidité. Mais la construction de leurs étendoirs ne leur permettant pas de profiter de cette observation importante, ils n'en tiennent aucun compte dans la pratique. Un autre désavantage de cette parfaite dessiccation des pages, c'est qu'elles forment dans cet état des espèces de cartons fort durs qu'on ne peut assouplir pour les disposer à boire la colle; cette dureté est, comme nous l'avons vu, l'effet de la rapidité avec laquelle les feuilles de papier, encore très-humides, ont été saisies par l'action d'une chaleur vive & pénétrante; il n'est donc pas étonnant qu'en trempant dans la colle un paquet composé de ces pages, la colle ne les pénètre que très-difficilement & très-inégalement.

Je me ſuis aſſuré par des expériences, de la manière inégale dont la colle s'inſinue dans des pages auſſi compactes. J'avois coloré la colle pour d'autres vues, & y ayant plongé des paquets de pages fort épais & très-ſecs, comme ils le ſont ordinairement, je m'aperçus après le collage, à meſure que la jeteuſe détachoit les feuilles pour les étendre, que l'intérieur des pages n'avoit pas pris la couleur, ou que du moins la teinte n'y étoit pas unie. Je mis à part quelques-unes de ces feuilles qui me préſentèrent ces défectuoſités; & après qu'elles eurent ſéché, je reconnus que les parties où la couleur n'avoit pas pénétré, n'étoient point collées; qu'elles abſorboient la ſalive, pendant que les parties colorées ne s'en laiſſoient pas humecter. Cette expérience me prouva, d'une manière inconteſtable, combien les pages dures, trop épaiſſes & trop sèches, s'oppoſoient en général au ſuccès de la colle, & ſur-tout à la diſtribution uniforme des parties collantes dans toute l'étendue des feuilles.

Après que les porſes ſont collées, nous les portons à l'étendoir, & l'on a pour principe de les étendre toutes chaudes de colle; le papier diſtribué par les étendeuſes feuille à feuille ſur les cordes, sèche très-rapidement, & perd, par la circonſtance d'une évaporation auſſi peu ménagée, une grande partie de la colle qui l'avoit pénétré dans l'intérieur, & qui le verniſſoit à ſa ſurface. Quoique l'étendoir ſoit fermé pour lors, comme il reçoit la température extérieure par les ouvertures multipliées, qui ſont diſtribuées de toutes parts, la colle ou s'évapore, ou coule à terre en ruiſſelant par des filets ſenſibles, ou forme des taches ſemblables à celles que l'huile produit ſur le papier.

On a cru éviter ces inconvéniens en introduiſant l'uſage de coller de grand matin, pour prévenir le coup de la chaleur & d'y occuper tous les ouvriers; on choiſit auſſi un temps doux, peu chaud & où il ne règne pas un vent trop deſſéchant: mais il s'en faut beaucoup qu'on ſoit parvenu à éviter tous les inconvéniens avec ces précautions; 1.° parce qu'il reſte encore beaucoup de papier ou à coller ou à étendre lorſque la chaleur ſe fait ſentir; 2.° parce que ſouvent le temps qui annonçoit une température douce ſe décide à l'orage lorſque la colle eſt cuite, & trompe

tous les arrangemens du fabricant. Il eſt bien plus ſimple de changer la conſtruction de nos étendoirs qui ſont le principe de tout le mal.

Je puis citer ici une expérience qui prouve combien l'étendoir conſtruit ſur de mauvais principes, nuit au ſuccès de la colle. Je peſai 380 livres de papier en pages & bien ſèches; je m'aſſurai que cette quantité de papier avoit bu quarante livres de parties mucilagineuſes propres à coller, ſans y comprendre l'eau : c'eſt la doſe la plus petite; après que le papier eut été ſéché, il ne peſoit que 25 livres de plus. Par conſéquent l'évaporation avoit emporté les deux cinquièmes de toute la ſubſtance collante, & cependant cette évaporation fut ménagée autant qu'il fut poſſible de le faire dans nos étendoirs, par une ſaiſon d'une température moyenne. Il eſt clair que cette évaporation de la colle n'eſt pas une perte néceſſaire, & qu'elle eſt dûe à la mauvaiſe conſtruction des bâtimens de l'étendoir. Cet effet de l'évaporation eſt tel qu'en doublant la doſe ordinaire de la colle (qui eſt de 50 livres pour 300 livres de papier) on ne parvient pas à mieux coller lorſque le temps n'eſt pas favorable. Ainſi ce n'eſt pas l'épargne de la colle qui fait qu'en général nos papiers ſont peu collés & inégalement collés. Les Hollandois ne forcent pas la doſe de leur colle, & malgré cela leurs papiers ſont très-bien collés.

Je joindrai ici à cette première expérience, le détail des eſſais faits en 1768 au moulin de Montbron proche Angoulême, & dont les réſultats établiſſent d'une manière inconteſtable, de quelle importance eſt la conſtruction de l'étendoir pour le ſuccès de la colle. J'avois fait fabriquer en Hollande du *grand Cornet* d'une pâte fine, & je l'avois demandé ſans colle. Je choiſis, pour le coller, un temps critique fort chaud & orageux; je laiſſai faire la colle à l'ordinaire. Mon objet principal dans ces expériences fut de comparer les effets de la colle préparée auſſi négligemment qu'on le fait en Angoumois, ſur du papier de Hollande & ſur du papier fabriqué à Montbron avec une pâte auſſi fine & triturée par les cylindres; & ſur-tout de comparer ces effets ſur ces deux ſortes de papiers en les expoſant l'un & l'autre dans l'étendoir ordinaire, & dans un étendoir que j'avois fait pratiquer dans un endroit frais,

bien fermé, qui ne participoit que très-difficilement à la température du dehors quoiqu'il y eut un courant d'air.

Je fis coller quatorze mains de papier de Hollande: j'en fis étendre six mains dans l'étendoir de Montbron, & parmi le papier fabriqué à Montbron: après une dessiccation très-prompte, le papier de Hollande parut assez bien collé, il ne se laissoit pas pénétrer par la salive, mais il étoit roide & sonnant: celui de Montbron se laissoit percer par la salive qui traversoit d'une face à l'autre sans obstacle.

Je partageai ce qui me restoit de papier de Hollande en deux portions: j'en fis étendre quatre mains toutes chaudes de colle dans le lieu préparé pour faire la comparaison de l'étendoir ordinaire, les quatre autres n'y furent étendues qu'après qu'elles eurent été gardées dans un endroit frais pour y boire leur colle & s'y refroidir. Je fis distribuer en même temps sur les cordes de cette salle basse une quantité à peu-près égale de papier fabriqué à Montbron.

Les deux derniers lots de papier de Hollande furent beaucoup mieux collés que celui qui avoit été exposé à l'étendoir ordinaire, & l'étoffe y conserva sa souplesse. De même le papier de Montbron, qui n'étoit point collé dans l'étendoir ordinaire, le fut assez bien dans la salle basse, quoique plus foiblement que celui de Hollande.

D'après ces faits constans, je conclus 1.° que les étendoirs bien fermés où l'on peut modérer l'effet de la chaleur, servent en tout temps & à toute heure au collage tant des papiers fabriqués en Hollande, que de ceux fabriqués en France. 2.° Que le papier fabriqué en Hollande n'éprouve pas dans la portion de colle dont il est pénétré, une évaporation aussi complette que celui fabriqué en France. Je crois être autorisé à dire que la cause de cette différence est le *feutrage* de l'échange qui rapproche les fibres élémentaires du papier, les rend plus propres à boire la colle & à la conserver en plus grande quantité que ne peut faire le papier dont les pores sont plus ouverts: je dois faire observer que le papier de Hollande, étendu soit chaud de colle, soit après que la colle fut refroidie, se casse beaucoup moins sur le ferlet que le papier de Montbron: cet effet est encore une suite du feutrage produit par l'échange.

J'ai remarqué de même dans plusieurs moulins Hollandois, que les ouvriers colleurs laissoient les paquets des pages tremper très-long-temps dans la colle, sans que le papier se cassât : or il est visible qu'il doit cet avantage au feutrage qui en a rapproché les fibres ; au contraire avec nos papiers il faut avoir les plus grandes attentions pour éviter les *cassés* qui se multiplient d'autant plus qu'on veut soigner davantage le collage. Cet inconvénient est produit par le peu d'adhérence que les fibres élémentaires de nos papiers ont contractée ensemble, & sur-tout par la dureté & la compacité de nos pages qui ne se laissent pénétrer que très-difficilement par la colle. Lorsqu'on trempe un paquet de pages compactes dans la colle, & qu'elle s'y insinue lentement, il y a un instant remarquable où certaines parties bien humectées ont changé de dimensions, & se sont renflées précisément à côté d'autres parties encore séches. Si dans cet instant il se fait par le colleur un mouvement irrégulier, les parties sèches se détachent des parties mouillées ; & c'est ainsi que le *cassé* se multiplie.

On a dû entrevoir déjà par les détails qui précèdent, quelles sont les circonstances qui assurent aux Hollandois le succès de leur collage ; la suite de tous les procédés qui restent à décrire, achevera de fixer les idées sur cet objet important.

Après qu'on a fait la cueillette des pages dans les moulins Hollandois, les ouvriers occupés au collage s'occupent à les battre, à les assouplir en les pliant dans tous les sens, de telle sorte qu'ils parviennent à détacher presque toutes les feuilles les unes des autres; le papier n'étant pas entièrement sec, se prête très-facilement à toutes les manipulations qui le disposent à boire la colle plus abondamment & sur-tout également.

Dans la préparation de la colle je n'ai rien observé de particulier. Les Hollandois emploient comme nous des retailles des tanneries & des mégisseries qu'ils font cuire de même. Ils ne font point usage dans leurs moulins, comme on me l'avoit tant assuré, de colle de Flandre & d'Angleterre qu'on prétendoit préparée pour cet effet. Mais en quoi ils diffèrent de notre procédé, c'est en ce qu'ils transvasent leur colle après que les tripes & que les matières les plus grossières se sont précipitées au fond de la chaudière où se fait la cuite ;

cuite : ils la mettent reposer & refroidir dans un cuvier de bois ou dans une bassine de cuivre fort larges & peu profonds. A mesure que la colle se refroidit elle dépose sur le fond des vaisseaux un sédiment de matières qui nuiroient à sa transparence & qui communiqueroient un ton jaunâtre au papier. Ils versent ensuite cette colle purifiée & dépurée dans une chaudière où on la fait réchauffer au degré convenable. Cette pratique est absolument opposée à toutes les idées des meilleurs fabricans de France, qui prétendent que de faire réchauffer la colle, c'est l'affoiblir au point qu'elle ne peut plus coller; & c'est par la suite de ces mauvais principes qu'on ne transvase presque point la colle, qu'on la laisse sur les tripes & qu'on l'emploie encore chargée de matières étrangères qui ternissent considérablement le blanc naturel de nos plus belles pâtes. La méthode constante des Hollandois & leur succès, démontrent que nous pourrions laisser prendre à la colle sa transparence par un refroidissement insensible sans risquer de l'affoiblir beaucoup.

Après que le papier est collé on le soumet, dans quelques moulins seulement, à une seconde opération de l'échange, & ensuite à la presse : ce qui achève de coucher les petits filamens de la pâte qui pourroient s'être soulevés à la surface des feuilles. Outre cela cette opération donne à la colle le temps de pénétrer dans le papier avant d'être exposée à l'évaporation de l'étendoir. Au milieu de ces manipulations de l'échange après la colle, j'ai vu en Hollande & en Flandre la surface du papier s'adoucir & se *glacer* d'une manière très-sensible à mesure que le vernis de la colle s'y fixoit par un refroidissement lent; ensuite la presse de la salle perfectionne ces bons effets.

Lorsque le papier collé & échangé a séjourné sous la presse cinq ou six heures, on le porte à l'étendoir construit & fermé comme je l'ai indiqué ci-dessus. Quoique les Hollandois paroissent préférer le matin pour l'opération de la colle, ils ne redoutent pas la soirée ni même le temps d'orage; & la construction de leurs étendoirs les met à couvert de tous les accidens occasionnés par la grande chaleur du dehors. En général dans un moulin à deux cuves les ouvriers chargés du collage, sont concentrés toute l'année dans ce travail. D'après ce plan on ne tire pas les autres ouvriers

de leurs occupations ordinaires pour les appliquer aux travaux de la colle. Le ſyſtème contraire occaſionne en France une grande perte de temps & un déſavantage pour le courant de la vente des papiers. Quant à l'échange, il n'y a pas de doute qu'il ne puiſſe bien faire après la colle ; mais on s'en diſpenſe cependant dans un grand nombre de moulins Hollandois, ſur-tout lorſque le premier a été bien ſoigné. En France, où l'on ne paroît pas auſſi occupé d'adoucir la ſurface du papier, c'eſt ſur-tout après la colle que j'ai obſervé un plus grand nombre d'aſpérités; lorſque la jeteuſe lance ſur le ferlet les feuilles qui ſe détachent avec peine les unes des autres, on voit, en ſe plaçant de manière qu'on ſoit oppoſé au jour, qu'elles ſont preſque toutes hériſſées d'une infinité de petits poils, que la colle & l'effort bruſqué de la jeteuſe, contribuent à faire lever dans toute l'étendue de leur ſurface. Ces feuilles étant diſtribuées ſur les cordes de l'étendoir où elles sèchent rapidement & intimément, conſervent ces poils qui ne ſe couchent que très-imparfaitement enſuite ſous la preſſe de la ſalle; car on ſoumet à cette preſſe le papier dans un état de ſéchereſſe ſi complète, que les poils ne peuvent plus rentrer dans le fond de l'étoffe, très-roide & très-dure. Cette nouvelle circonſtance prouve encore combien nous ſommes inférieurs aux fabricans Hollandois, pour l'attention ſoutenue & la ſuite raiſonnée des manœuvres. Ils ont grand ſoin, par exemple, de faire la cueillette de leur papier avant qu'il ſoit entièrement ſec, & de le placer encore un peu humide ſous la preſſe de la ſalle; il eſt pour lors ſuſceptible de tous les bons effets de cette forte preſſe, qui achève en cinq ou ſix heures de fixer ſon état, en lui procurant ce beau glacé, qui fait le luſtre naturel du papier Hollandois & qui en aſſure le débit.

Je ne puis m'empêcher de remarquer à cette occaſion, combien il a fallu de ſagacité pour imaginer & adopter toutes ces adreſſes, qui ne peuvent partir que de vues fort ſines, & qui ſont le fruit d'une Phyſique ingénieuſe, attentive aux plus petits détails.

CONSÉQUENCES DE CES PROCÉDÉS.

Après avoir exposé les principales manipulations, dont les Hollandois font usage dans la fabrication & dans la préparation de leurs papiers, & avoir indiqué les raisons physiques des résultats, il me reste à déduire de l'ensemble des procédés, quelques principes qui en découlent naturellement, & qui soient capables d'éclairer la pratique.

Le premier principe que je déduis de cet exposé, est que le papier doit sécher lentement, & ne jamais atteindre le dernier degré de sécheresse, soit avant, soit après la colle, & tant qu'il n'a pas reçu toutes ses préparations. On a pu se convaincre par le détail qui précède, que le papier n'est bien susceptible de tous les apprêts qu'on lui donne, qu'autant qu'il lui reste encore un peu d'humidité. Dès qu'il a acquis le dernier degré de dessiccation, il prend une consistance & une roideur qui rendent les opérations subséquentes ou incomplètes ou inutiles. Il suit de-là que la construction d'un étendoir où l'on puisse ménager la dessiccation du papier, est le seul moyen de remplir cette première vue générale de bonne fabrication.

Le second principe est que le papier de Hollande doit être considéré comme une étoffe qui a reçu tous ses apprêts, au lieu que le papier de France est dans le cas d'une étoffe qui a manqué en partie l'effet de quelques préparations, & totalement l'effet des autres. En conséquence, le papier de Hollande, considéré comme une étoffe destinée à l'écriture, est plus parfait que le papier de France. La surface de l'étoffe est plus adoucie; l'intérieur en est plus assoupli; les particules de la matière, qui entrent dans sa composition, sont plus rapprochées & plus liées entr'elles. En général, c'est une étoffe bien *feutrée*.

Il resulte, il est vrai, de cet état de perfection, des inconvéniens assez considérables, sur lesquels je crois devoir insister un peu. 1.° Le défaut qu'on reproche le plus communément au papier de Hollande, est celui qu'il a de se couper dans les plis dès qu'on l'expose à quelque frottement réitéré; il est visible que c'est au feutrage ou au rapprochement des parties élémentaires

du papier qu'on doit attribuer cet inconvénient. Il eſt aiſé d'en faire ſentir la raiſon. Lorſqu'on plie une feuille de papier, & qu'on appuie ſur les plis, il eſt évident qu'il ſe fait pour lors ſur les parties de l'étoffe du papier, un double effort. Le premier tend à reſſerrer les parties de l'intérieur du plis, & à les rapprocher en diminuant l'épaiſſeur de l'étoffe. Le ſecond effort tend à produire une extenſion dans le ſens de la ſurface du papier, le long du dos du plis. Le premier effort eſt combiné avec le ſecond de telle ſorte, que ſi les fibres de l'intérieur du plis cèdent, l'extenſion qui a lieu ſur le dos du plis, eſt moins forcée. Mais ſi ces fibres ne peuvent plus ſe rapprocher dans le ſens de l'épaiſſeur ou cèdent difficilement & ne ſe compriment preſque point, alors celles de l'extérieur du plis, font un effort d'autant plus grand pour prendre toute l'extenſion, que la courbure du plis exige: dès-lors un frottement réitéré ſur cette courbure, produit la déſunion des parties de l'etoffe du papier, compoſé d'ailleurs de fibres très-courtes. Or le papier de Hollande étant ſeutré par les procédés de l'échange, il eſt clair qu'il ne peut céder que très-peu dans le ſens de ſon épaiſſeur; il faut donc que tout s'entr'ouvre & ſe coupe ſur le dos du papier.

On doit conſidérer d'ailleurs que la pâte triturée dans les cylindres eſt beaucoup plus courte que celle qui ſort des piles & qui a été broyée par les maillets. En conſéquence, le papier fabriqué avec la première pâte, quand même il n'auroit pas été ſoumis à l'échange, doit être plus caſſant que celui compoſé de la ſeconde: on conçoit que des fibres courtes ſe déſuniſſent plus aiſément, lorſqu'elles ſont expoſées à un certain effort, que les fibres longues, parce que l'union de celles-ci eſt plus conſidérable, & qu'elles adhèrent par plus de points.

Les faits confirment cette explication; qu'on plie du papier de France & du papier de Hollande de la même épaiſſeur, on verra la ligne de l'intérieur du plis, tracée en creux ſur le papier de France, au lieu qu'on ne remarquera aucun veſtige ſemblable ſur le papier de Hollande.

2.° Ce tiſſu plus ſerré, ce feutrage plus complet de l'étoffe du papier de Hollande, préſente auſſi un obſtacle à l'impreſſion

parfaite des caractères & des tailles de la gravure, tandis que le papier de France étant d'une pâte moins serrée, cède facilement à l'effort de la presse d'Imprimerie & du Taille-doucier, & rend avec précision les moindres traits: le papier de Hollande fatigue tellement les caractères d'imprimerie, que les Hollandois sont réduits à faire usage du papier de France dans les entreprises typographiques un peu considérables. Il prend aussi très-foiblement l'empreinte des tailles de la gravure; car le lit de la presse y est bien moins profond que sur nos belles sortes d'Auvergne & du Vivarais. J'observerai à cette occasion, que l'action réitérée & insensible de la presse lors de l'échange, produit un rapprochement bien plus considérable & bien plus complet dans les fibres de la pâte du papier, que ne peuvent le faire les coups redoublés d'un pesant marteau ou l'effort de la lisse. Car les grandes sortes d'Auvergne, qui servent à l'impression des cartes de géographie & à celle des estampes, passent à plusieurs reprises sous le marteau, & après cette épreuve, elles n'en sont pas moins propres à recevoir l'empreinte des planches gravées.

Comme je n'ai point dissimulé les inconvéniens du feutrage, je ne dois pas taire les avantages qui peuvent en résulter. 1.° Le papier feutré boit mieux la collè que le papier qui ne l'est pas. 2.° Il se casse beaucoup moins dans la suite des préparations qu'il doit subir; ce qui est fort important, sur-tout pour les sortes peu étoffées, le *grand* & le *petit Cornet*, le *Cardinal*, les *trois O de Gènes*, &c. qui sont d'une grande consommation. 3.° Le papier feutré se déchire bien plus difficilement, ce qui en bien des cas est d'un avantage inestimable; je puis citer ici la fabrication des papiers tontisses, des papiers peints, des papiers marbrés. Enfin le papier d'écriture feutré est plus durable, lorsqu'il n'a pas à craindre les frottemens réitérés qui le coupent dans les plis.

Le troisième principe, est qu'il faut éviter le feutrage & par conséquent supprimer toutes les manipulations qui l'opèrent, quand on voudra fabriquer du papier d'impression. La connoissance des effets de l'échange, & sur-tout de ceux de la presse, nous met en état d'apprécier au juste la cause de notre supériorité en ce genre, sur le travail des Hollandois; nous voyons par la comparaison de nos papiers avec les leurs, relativement à l'impression,

que c'eſt plutôt à la négligence, qu'à des manœuvres réfléchies, que nous devons l'avantage de fournir aux Nations étrangères la plus grande partie du papier qu'elles emploient dans leurs impreſſions. Mais cette même comparaiſon nous conduit à conclure auſſi qu'il s'en faut beaucoup que ce papier d'impreſſion qui ſort de nos fabriques ſoit ſans défaut. On lui reproche avec fondement de n'être que très-foiblement collé, enfin d'être plein d'aſpérités, & de rides à ſa ſurface. Si l'on peut obtenir l'adouciſſement de cette ſurface, & un bon collage ſans toucher à l'état de l'étoffe, ſans la feutrer comme les Hollandois, on pourra lui procurer toutes les qualités qui lui manquent, ſans lui enlever celles qu'il a: or c'eſt ce qu'il eſt facile d'obtenir dès qu'on peut circonſcrire les effets des différens procédés, comme je crois l'avoir indiqué dans ce Mémoire.

Le quatrième principe, eſt que le papier bien fabriqué doit avoir ſon grain; toutes les préparations ayant ſeulement pour but de l'adoucir, ſans le faire diſparoître. Ainſi la liſſe & le marteau détruiſant le grain du papier, lui enlèvent une perfection qui me paroît eſſentielle: le liſſage eſt la reſſource d'une fabrication incomplète & ne peut ſuppléer aux effets d'une bonne préparation, telle qu'elle eſt établie dans les atteliers de Hollande. Si l'on jette un coup d'œil ſur quelques uſages du papier, on voit que ſon grain eſt très-utile. Il ſert, par exemple, à ébranler le bec de la plume, & à faire couler l'encre: il en modère les mouvemens & les rend plus aſſurés & moins incertains. Les deſſinateurs en même temps qu'ils choiſiſſent un papier dont le grain ſoit adouci, ont attention qu'il ſoit régulièrement conſervé: ce grain arrête & fixe les parties colorantes du crayon ſuivant que le deſſinateur appuie plus ou moins. Le grain fait dans ce cas l'office d'une lime douce ou d'une rape qui uſe la pointe du crayon, comme il convient à l'effet du deſſin: ſans lui il ne reſte preſque rien ſur le papier que de matte & d'irrégulier.

Un des grands déſavantages du liſſage, eſt d'enlever au papier une partie de ſa colle & de rendre ſa ſurface d'un luiſant mat, à moins qu'on n'y ajoute enſuite un nouveau vernis, comme fait M. Baskerville en Angleterre.

Il n'y a proprement que les Hollandois qui n'adouciſſent point leur papier par le ſecours du marteau ou de la liſſe. En Italie on eſt dans l'uſage de faire battre le papier avec un marteau : auſſi le papier d'Italie eſt-il liſſé à un point qui le rend incommode pour l'écriture; à Thiers & dans le Vivarais on liſſe le papier, & je ſais par moi-même que ces préparations, quoiqu'imparfaites, ſont très-coûteuſes & occaſionnent beaucoup de caſſé. En Angoumois on a abandonné la pratique du liſſage, par la conſidération de ſes inconvéniens.

Maintenant que nous avons expoſé l'enſemble de toutes les manipulations hollandoiſes, diſcuté leurs avantages & leurs inconvéniens, indiqué les cauſes des qualités & des défauts du papier de Hollande, il ne nous reſte plus qu'à parler des précautions avec leſquelles on peut introduire la réforme dans nos fabriques.

On doit être convaincu, par ce que nous avons dit, combien il eſt avantageux d'adoucir le grain du papier, & de coller ſuffiſamment & également : on connoît même les procédés qui procurent ces qualités au papier; mais comme elles ſont voiſines de certains défauts, il eſt très-important de n'adopter ces procédés qu'avec des modifications, ſur leſquelles on ne peut être bien décidé que par une ſuite d'expériences où l'on aura varié les manipulations, ſuivant les différens uſages auxquels on deſtine le papier. Il faut bien ſe garder, par exemple, de ſoumettre à la preſſe de l'échange un papier deſtiné à l'impreſſion, &c.

Je me propoſe de ſuivre ce plan de travail avec d'autant plus de ſoin que M. Trudaine en a ſenti l'importance, & qu'il a bien voulu le prendre ſous ſa protection. Ses réſultats nous apprendront les vrais moyens d'adapter au train ordinaire de nos manufactures, les pratiques propres à produire tel ou tel réſultat, ſans augmenter le prix de la main-d'œuvre & ſans déranger la ſuite des travaux journaliers. Car c'eſt d'après ce point de vue qu'il faut apprécier toutes les réformes qu'on veut introduire dans les manufactures.

Depuis quelques années, des ouvriers Flamands inſtruits des procédés de l'échange dont les fabriques de Bruxelles & de Gand

font uſage, ſe ſont répandus dans quelques-uns de nos moulins: ils ont prétendu les ajouter à toutes nos opérations, ſans autre réforme préliminaire: ils ont tenté en conſéquence de *relaver* le papier tout fabriqué & collé, dans une diſſolution de gomme adragante & d'alun, mêlée à la colle ordinaire. Au ſortir de cette préparation, ils l'ont ſoumis à la preſſe & l'ont enſuite relevé feuille à feuille: mais cette opération eſt très-mal entendue; 1.° parce que la ſurface du papier qui a reçu toutes ſes préparations, ne s'adoucit que très-inégalement; 2.° parce qu'il ſe caſſe près du tiers du papier qu'on conſacre à cette épreuve; 3.° parce que les frais qu'elle occaſionne ſont plus conſidérables que ne peut être l'augmentation du prix de la vente.

Il eſt néceſſaire qu'il y ait entre tous les travaux d'une manufacture une correſpondance raiſonnée qui économiſe le temps & les manipulations. Les procédés qui précèdent doivent avoir un rapport intime avec ceux qui ſuivent, & en compléter les effets ſans les détruire. D'après ces principes, le *relavage* ne peut être admis dans nos fabriques que comme un hors-d'œuvre & un double emploi.

On ſent aiſément, d'après ce que nous avons dit, qu'il eſt preſque impoſſible de faire perdre au papier fabriqué, ſa dureté & ſes aſpérités: n'eſt-il pas plus ſimple de lui donner ſes apprêts pendant qu'il peut les recevoir, & lorſqu'il n'a pris aucune conſiſtance fixe? Ne vaut-il pas mieux prévenir les défauts que de les réparer enſuite par des opérations haſardeuſes qui multiplient inutilement les frais de la main-d'œuvre? La méthode hollandoiſe, que je viens de décrire, par le moyen de petits procédés intercalés adroitement entre les opérations ordinaires, nous met en état de nous paſſer du *relavage*, en produiſant un effet plus ſûr, plus complet & moins coûteux.

On tomberoit dans un autre inconvénient, ſi l'on adoptoit la pratique de l'échange ſans avoir l'attention de réformer les étendoirs; on n'obtiendroit que des réſultats très-incomplets: l'étoffe du papier, quoiqu'adoucie à la ſurface, conſerveroit encore dans ſon intérieur beaucoup de roideur & de dureté: c'eſt pour faciliter les

les moyens d'exécuter cette réforme que j'ai joint à ce Mémoire le plan d'un étendoir qui vient d'être exécuté dans ces vues : *voyez les figures, à la fin de ce Mémoire.*

Je ne puis finir ce Mémoire sans faire mention du défaut qu'a le papier de Hollande, d'empâter le bec de la plume, lorsqu'on écrit un certain temps avec la même plume, & sans indiquer la cause de ce défaut.

Les Hollandois pour communiquer une légère teinte de bleu à leur papier, emploient le bleu d'émail uni à l'amidon; pour préparer ce bleu, on fait fermenter dans des tonneaux la substance farineuse avec l'émail réduit en poudre : elle prend pendant cette fermentation une couleur uniforme dont la nuance est proportionnée à la quantité d'émail qu'on y a mêlé. C'est par ce moyen que les Hollandois sont parvenus à composer les nuances du bleu d'émail. On conçoit aisément que l'amidon uni au bleu d'émail fait que cette couleur devient miscible à l'eau par cet intermède; ce qui en étend l'usage & le rend susceptible d'entrer dans les apprêts de nos toiles & de nos baptistes.

Les Hollandois ont appliqué cette préparation à la pâte de leur papier, pour lui donner un ton de bleu dont l'effet est très-agréable lorsque la nuance en est ménagée. Dès que la pâte du papier est parvenue, par le lavage & la trituration dans la cuve du cylindre, au degré de blancheur qu'elle peut prendre, les Hollandois y ajoutent une dose d'une certaine nuance connue de bleu d'émail uni à l'amidon ; ils ferment alors la caisse du cylindre, qui ne prend plus d'eau & qui n'en verse plus au dehors, & par le mouvement du cylindre, la teinte du bleu se distribue uniformément dans toute la masse de la pâte, elle y adhère de telle sorte, qu'il ne se fait point de dépôt de cette couleur, ni dans la caisse du cylindre, ni dans les autres caisses de dépôt, ni dans la cuve à ouvrer.

D'après ce détail, il est visible que la pâte du papier, ne recevant le contact de la couleur bleue de l'émail que par l'intermède de l'amidon, il est nécessaire que cette substance farineuse s'unisse à la pâte, entre par conséquent dans la composition du papier, & qu'elle occupe autant les parties de la surface que celles de l'in-

térieur: il n'eſt donc pas étonnant qu'elle empâte & qu'elle émouſſe le bec de la plume, à meſure qu'il forme des traits, ſur-tout lorſqu'on écrit un certain temps avec la même plume. Au reſte, ſi l'on eſt plus frappé de l'inconvénient qu'a le bleu d'émail d'empâter le bec de la plume, que du luſtre agréable qu'il communique au papier lorſqu'on l'emploie en doſe convenable, on pourra ſubſtituer à cette préparation d'autres matières colorantes dont j'ai fait l'eſſai en différens temps, & qui rempliſſent aſſez bien le même objet; elles ſont peu coûteuſes, ſe mêlent facilement à la pâte, ou dans les cylindres, ou dans la pile affleurante, ou dans la colle, ſans former des dépôts & communiquent d'ailleurs au papier des teintes légères. Elles n'ont pas l'inconvénient de certaines couleurs mattes qui dépoſent dans la cuve, qui deviennent mal unies par la colle, & qui donnent ordinairement au papier des nuances forcées. Parmi les préparations qui réuſſiſſent, je puis indiquer ici, 1.° la compoſition du bleu de Saxe, qui eſt une diſſolution de l'indigo dans l'acide vitriolique; 2.° le vitriol de Chypre.

J'ai recueilli en Hollande beaucoup d'autres obſervations ſur la Papeterie lesquelles réunies à d'autres faits analogues que j'ai remarqués en France, peuvent contribuer à perfectionner la pratique & la théorie de cet art, qui n'eſt qu'une ſuite de petites manœuvres très-compliquées & très-délicates; elles pourront fournir matière à un ſecond Mémoire, que j'eſpère mettre inceſſamment ſous les yeux de l'Académie.

EXPLICATION DES FIGURES.

LA *Figure première* repréſente le plan d'un étendoir, dont la diſtribution des croiſées eſt faite ſur ce ſyſtème, qu'on a réſervé autant de plein que de vide. *A* eſt un paſſage ſéparé de l'étendoir pour conduire à la ſalle de la cuve. *C* indique les poteaux qui ſoutiennent les planchers, & l'équipage des cordages pour étendre le papier.

La *Figure deuxième* repréſente l'élévation de l'étendoir à deux étages: on pourroit ne faire qu'un rang de croiſées, & donner moins d'élévation à l'étendoir; mais cette conſtruction dont on voit ici le plan, a paru beaucoup plus avantageuſe, parce qu'elle donne plus de place pour étendre le papier & qu'elle facilite l'introduction de l'air dans la partie ſupérieure: dans le cas d'un ſeul étage, on pratique à l'extrémité du toit deux lucarnes *F*. *D* eſt la coupe du paſſage de la *figure première*, & qui ſert de communication avec la ſalle de la cuve & celle de la colle. *E* eſt la couverture de l'étendoir qui doit être en tuile ou en planche ou en bardeau doublé de paille, pour conſerver plus de fraîcheur. Cette couverture pourroit être ſimplement en paille, comme à l'ordinaire, ſi l'on ne craint pas les incendies.

La *Figure troiſième* repréſente la coupe de l'étendoir & de ſa couverture ſur la largeur: on y voit la proportion fort élevée du toit, pour diminuer l'action de la chaleur. *G F* eſt le premier plancher. *A I*, eſt un Tirant ſur lequel eſt établi le ſecond plancher. *H* petit Entrait ſur lequel on peut établir un troiſième plancher. Ces planchers ne doivent pas être garnis de planches dans toute leur étendue, ſeulement dans les parties voiſines des cordages & où ſe fait l'étendage; le reſte doit être garni par des rateliers à claire-voie: cette diſpoſition fait que toute la maſſe de l'air circule de bas en haut. Il y a des fabriques où l'on ſe contente de planches larges & mobiles, qu'on tranſporte d'une traverſe à l'autre à meſure qu'on étend le papier; mais cette pratique peut être dangereuſe. *A B I* donne une idée de la propor-

tion du toit qui est construit avec des fermes chevronnées suivant l'usage.

Les croisées doivent être fermées très-exactement par des jalousies dont on puisse ouvrir les planches mobiles plus ou moins, suivant la quantité d'air qu'on veut admettre ; ces jalousies peuvent être construites de différentes façons ; elles rempliront l'objet, lorsqu'on pourra ou empêcher l'introduction de l'air extérieur, ou l'admettre à sa volonté ; il faudra aussi fermer exactement les deux lucarnes du toit *FF, fig. 2.*



MÉMOIRE
SUR LA
RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS.*

Par M. VANDERMONDE.

ENTRE les Ouvrages faits depuis quelques années sur la résolution générale des Équations, les plus remarquables sont le Mémoire de M. Euler dans le *Tome IX des nouveaux Commentaires* de Péterſbourg, & celui de M. Bézout, dans le volume de cette Académie pour l'année 1765. Il suffit de consulter ces deux excellens Mémoires pour prendre une idée des progrès des analyſtes en cette matière, & des difficultés de tout genre qui restent à surmonter. Il m'a paru qu'une partie des difficultés pouvoit être imputée à la nature même des méthodes analytiques, les seules dont on ait fait usage; & j'ai pris le parti de tenter une autre voie. La méthode que je vais exposer, ne suppose l'introduction d'aucune inconnue, & à quelque instant que ce

* Ce Mémoire a été lû dans le courant de Novembre 1770, & paraphé par M. de Fouchy le 28 du même mois; mais il m'a fallu attendre l'impression des Mémoires de 1771, parce que je n'avois pas, en 1770, l'honneur d'être de l'Académie. Avant cette époque, il avoit paru un ouvrage intitulé *Meditationes algebraïcæ*, par M. Waring, ouvrage que je ne connoiſſois pas, & où, parmi des recherches très-intéressantes sur les Équations, on trouve des théorèmes analogues à ceux de l'*article V* de ce Mémoire. Depuis, l'illustre M. de la Grange a publié dans les deux premiers volumes des nouveaux Mémoires de Berlin, sous le titre de *Réflexions sur la résolution algébrique des Équations*, une analyse des méthodes de M.rs Tſchirnaüs, Euler & Bézout, terminée par l'exposé d'une méthode particulière qu'il se propose d'appliquer aux degrés non résolus. On remarquera quelques conformités entre cet ouvrage & le mien, dont je ne puis être que flatté. Je dois avertir encore que le premier volume des Mémoires de l'Académie royale de Marine, renfermera des recherches ingénieuses déjà imprimées & distribuées, *sur la Résolution des Équations*, par M. de Marguerie; & que, dans le cinquième volume de la Société royale de Turin, on trouvera quelques vues générales, sans doute très-profondes, sur cette question par M. le Marquis de Condorcet.

ſoit dans la marche du calcul, on n'a que des équations faciles à vérifier, en y exécutant les opérations indiquées; voilà ſon caractère particulier: c'eſt aux Géomètres à apprécier ſes avantages.

I. On demande les valeurs générales les plus ſimples qui puiſſent ſatisfaire concurremment à une Équation d'un degré déterminé.

II. Développons d'abord, par un exemple, l'état de cette queſtion.

$$x^2 - (a + b)\,x + ab = (x - a)\,(x - b)$$

eſt une équation identique, & par conſéquent la condition

$$x^2 - (a + b)\,x + ab = 0,$$

eſt ſatisfaite en faiſant $x = a$, ou $x = b$; mais

$$\left[\frac{a + b + \sqrt{(a^2 + b^2 - 2ab)}}{2}\right]^2 - (a + b)\left[\frac{a + b + \sqrt{(a^2 + b^2 - 2ab)}}{2}\right] + ab = 0,$$

eſt auſſi une équation identique, indépendamment de l'extraction de la racine indiquée; d'où il ſuit que ſi l'on n'avoit pas connu cette quantité $\frac{a + b + \sqrt{(a^2 + b^2 - 2ab)}}{2}$ & qu'on eut voulu exprimer qu'on la cherchoit, la ſuppoſant x, on eut dû avoir

$$x^2 - (a + b)\,x + ab = 0.$$

Or il eſt viſible que cette expreſſion $\sqrt{(a^2 + b^2 - 2ab)}$ qui ſignifie la quantité dont le carré eſt $a^2 + b^2 - 2ab$, eſt une expreſſion ambiguë, puiſque $a^2 + b^2 - 2ab$ eſt indifféremment le carré d'autant de quantités $r(a - b)$ qu'il y a de nombres qui ſatisfont à la condition $r^2 = 1$.

Voilà donc deux manières d'enviſager l'équation

$$x^2 - (a + b)\,x + ab = 0;$$

comme équation du ſecond degré, & alors l'inconnue y repréſente une quantité ambiguë; comme produit de deux facteurs du premier degré, alors c'eſt l'équation qui eſt ambiguë, & l'inconnue y eſt ſuſceptible de deux valeurs qui ne le ſont point.

S'il étoit ſimplement queſtion de réſoudre l'équation

$$x^2 - (a + b)\,x + ab = 0,$$

il faudroit choiſir le dernier point de vue; mais ſi l'on en demande

une racine qui ne ſoit compoſée que de ſes coëfficiens $(a + b)$ & ab, cette racine ſera ambiguë néceſſairement : car a étant une valeur de x, il faudra qu'on ait

$$a = \textit{fonction}\ [(a + b),\ ab];$$

& comme en échangeant les lettres a & b entr'elles dans $(a + b)$ & dans ab, ces quantités, ainſi que leur fonction quelle qu'elle ſoit, demeurent abſolument les mêmes; l'échange ſuppoſé fait dans les deux membres, on aura encore

$$b = \textit{fonction}\ [(a + b),\ ab].$$

Or ces deux conditions ne peuvent ſubſiſter ſéparément que par l'ambiguité de la fonction.

Cette fonction eſt, par exemple,

$$\tfrac{1}{2}\ [a + b + \sqrt{((a + b)^2 - 4\,ab)}],$$

qui ſe déduit facilement de la valeur ci-deſſus, parce que

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2\,ab.$$

Une quantité de laquelle on ne pourroit dire en aucun ſens qu'elle égale a, ou qu'elle égale b, ne réſoudroit point l'équation propoſée; mais toute quantité de laquelle on peut le dire, en un certain ſens, la réſout : telle eſt, par exemple,

$$\tfrac{1}{2}\,[a + b + \frac{\sqrt{(2\sqrt{-1})} + \sqrt{(-2\sqrt{-1})}}{2}\sqrt{((a + b)^2 - 4\,ab)}],$$

qui la réſout effectivement, parce qu'il y a un ſens dans lequel le carré de $\frac{\sqrt{(2\sqrt{-1})} + \sqrt{(-2\sqrt{-1})}}{2}$ égale 1; telle eſt encore $\frac{2\,ab}{a + b + \sqrt{((a + b)^2 - 4\,ab)}}$, qui ne ſatisfait, qu'après la réduction à un dénominateur commun.

De ces trois valeurs générales, la plus ſimple eſt la première; mais l'on demande de plus les valeurs qui ſatisfont concurremment, c'eſt-à-dire, celles dont la ſomme eſt $a + b$, & le produit eſt ab. Il faut pour cela déterminer un ſens dans lequel la fonction ambiguë égale a, par exemple; & trouver, cela poſé, comment elle égale b; or cela eſt ici très-facile, puiſque

$$\tfrac{1}{2}\ [a + b + \sqrt{((a + b)^2 - 4\,ab)}],$$

n'eſt a, qu'en ſuppoſant que

$$\sqrt{((a + b)^2 - 4ab)} = a - b;$$

d'où il ſuit que c'eſt

$$\tfrac{1}{2}[a + b - \sqrt{((a + b) - 4ab)}],$$

qui, dans ce ſens, eſt b.

III. Il faut prendre encore le troiſième degré pour exemple.

$$x^3 - (a + b + c)\,x^2 + (ab + ac + bc)\,x - abc = (x - a)\,(x - b)\,(x - c)$$

identiquement: donc, pour réſoudre généralement l'équation du troiſième degré

$$x^3 - (a + b + c)\,x^2 + (ab + ac + bc)\,x - abc = 0,$$

il faut trouver une fonction de

$(a + b + c)$, de $(ab + ac + bc)$ & de abc,

qui égale indifféremment ou a, ou b, ou c.

En réfléchiſſant ſur le ſecond degré, enviſagé de la manière ci-deſſus, & ſur ce qu'on connoiſſoit du troiſième, j'ai été conduit à penſer que cette condition pouvoit être remplie par une fonction de cette forme

$$\tfrac{1}{3}[a + b + c + \sqrt[3]{(a + r'b + r''c)^3} + \sqrt[3]{(a + r''b + r'c)^3}],$$

où je ſuppoſe les cubes développés, & que r', r'' ſont les valeurs qui ſatisfont, concurremment avec l'unité, à l'équation $r^3 = 1$.

Il eſt aiſé de voir que l'on a $r' + r'' = -1$, $r'r'' = 1$; d'où l'on tire $r'^2 = r''$, $r''^2 = r'$, &c. & l'on trouve que le cube de $a + r'b + r''c$, eſt

$$a^3 + b^3 + c^3 + 6abc + 3r'(a^2b + b^2c + c^2a) + 3r''(a^2c + b^2a + c^2b);$$

mais cette expreſſion

$$\sqrt[3]{[a^3 + b^3 + c^3 + 6abc + 3r'(a^2b + b^2c + c^2a) + 3r''(a^2c + b^2a + c^2b)]}$$

qui n'indique autre choſe que la quantité dont elle renferme le cube, eſt une expreſſion ambiguë, puiſque ce cube l'eſt d'autant de quantités $r(a + r'b + r''c)$ qu'il y a de nombres qui ſatisfont à la condition $r^3 = 1$.

Il eſt donc facile de vérifier ſi la fonction ci-deſſus, au moyen des différens ſens dont s'y trouvent ſuſceptibles les deux quantités ambiguës, remplit d'abord cette condition d'être indifféremment ou a, ou b, ou c. Je vois que cela eſt en effet, puiſque

$\tfrac{1}{3}[a$

$$\tfrac{1}{3}[a + b + c + \quad (a + r'b + r''c) + \quad (a + r''b + r'c)] = a.$$
$$\tfrac{1}{3}[a + b + c + r'\ (a + r'b + r''c) + r''\ (a + r''b + r'c)] = c.$$
$$\tfrac{1}{3}[a + b + c + r''\ (a + r'b + r''c) + r'\ (a + r''b + r'c)] = b.$$

Il ne s'agit donc plus que de faire que les deux cubes ne ſoient fonctions que de $(a + b + c)$, $(ab + ac + bc)$ & de abc: mais comme cela ſera impoſſible tant qu'il ne ſera pas indifférent d'y échanger les lettres a, b & c entr'elles, il convient de s'occuper à part de cette ſeconde condition.

On a $r' = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}$, $r'' = \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2}$; d'où

$$(a + r'b + r''c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 - \tfrac{1}{2}(a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b)$$
$$+ 6\,abc + \tfrac{1}{2}(a^2b + b^2c + c^2a - a^2c - b^2a - c^2b)\sqrt{-3},$$

quantité dont $(a + r''b + r'c)^3$ ne diffère que parce que $\sqrt{-3}$ y eſt en moins.

Il n'y a là que

$$(a^2b + b^2c + c^2a - a^2c - b^2a - c^2b)$$

qui change de valeur ſi l'on échange les lettres entr'elles. En y écrivant en effet a pour b, & b pour a, on a

$$(a^2c + b^2a + c^2b - a^2b - b^2c - c^2a),$$

& c'eſt la ſeule valeur différente de la première, que les échanges de lettres puiſſent produire: mais nous avons appris ci-devant à faire une quantité qui fut indifféremment l'une de deux, & dans laquelle il fut de plus indifférent d'écrire l'une pour l'autre: u' & u'' étant ces deux quantités, $\frac{1}{2}[u' + u'' + \sqrt{(u' - u'')^2}]$ ſatisfait aux deux conditions: donc ſuppoſant

$$a^2b + b^2c + c^2a - a^2c - b^2a - c^2b = u',$$
$$a^2c + b^2a + c^2b - a^2b - b^2c - c^2a = u''.$$

$\sqrt{(a^2b + b^2c + c^2a - a^2c - b^2a - c^2b)^2}$ ſera indifféremment u' ou u'', & ne changera point de valeur ſi l'on y échange entr'elles les lettres a, b & c.

Or $(a^2b + b^2c + c^2a - a^2c - b^2a - c^2b)$, qui égale $(a - b)(a - c)(b - c)$, a pour carré

$$a^4b^2 + a^4c^2 + b^4a^2 + b^4c^2 + c^4a^2 + c^4b^2$$
$$- 2\,(a^4bc + b^4ac + c^4ab) - 2\,(a^3b^3 + a^3c^3 + b^3c^3)$$
$$+ 2\,(a^3b^2c + a^3c^2b + b^3a^2c + b^3c^2a + c^3a^2b + c^3b^2a) - 6\,a^2b^2c^2.$$

Voilà donc la seconde condition de la résolution générale du troisième degré satisfaite. Quant à la troisième & dernière qui est de substituer à toutes ces quantités, dans lesquelles il est indifférent d'échanger les lettres entr'elles, leurs valeurs en.... $(a+b+c)$, $(ab+ac+bc)$ & abc, on verra dans l'instant qu'elle est toujours très-facile à remplir.

IV. On voit dès-à-présent que pour un degré quelconque, la condition essentielle de la résolution générale étant de trouver une fonction de la somme des racines, de la somme de leurs produits deux-à-deux, de la somme de leurs produits trois-à-trois, &c. qui soit indifféremment l'une quelconque de ces racines, cette recherche peut se partager en trois chefs:

1.° *Trouver une fonction des racines, de laquelle on puisse dire, dans un certain sens, qu'elle égale telle de ces racines que l'on voudra.*

2.° *Mettre cette fonction sous une forme telle qu'il soit de plus indifférent d'y échanger les racines entr'elles.*

3.° *Y substituer les valeurs en somme de ces racines, somme de leurs produits deux-à-deux, &c.*

Traitons d'abord ce troisième objet qui est le plus simple.

V. J'écrirai dans la suite

(A) pour $a+b+c+$ &c. (A^2) pour $a^2+b^2+c^2+$ &c.

(AB) pour $ab+ac+$ &c. (A^2B) pour $a^2b+b^2a+c^2a+$ &c.

$+bc+$ &c. $+a^2c+b^2c+c^2b+$ &c.

$+$ &c. $+$ &c. $+$ &c. $+$ &c.

&c.

En général par $(A^\alpha B^\beta C^\gamma \ldots)$ j'indiquerai la somme de tous les termes différens qui résulteroient de celui-là, au moyen de toutes les substitutions possibles des petites lettres a, b, c, d, e, &c. dans un ordre quelconque, aux grandes, A, B, C, &c. & j'appellerai ces expressions abrégées, *Types de combinaison* ou simplement *Types*.

Comme le cas où quelques-uns des exposans α, β, γ, &c.

du *Type* $(A^\alpha B^\beta C^\gamma \ldots)$ ſont égaux entr'eux, conduit à des conſidérations particulières, j'adopterai encore, du moins dans cet article, une autre façon de noter, au moyen de laquelle le nombre d'égalités entre ces expoſans puiſſe entrer d'une manière générale dans les expreſſions que je cherche.

Je fais $(A^\alpha B^\beta C^\gamma D^\delta E^\varepsilon \ldots) = \{\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta\,\varepsilon \ldots\}$; & ſi, par exemple, $\alpha = \beta = \gamma$, $\delta = \varepsilon$, j'aurai

$$(A^\alpha B^\alpha C^\alpha D^\delta E^\delta \ldots) = \{\alpha\,\alpha\,\alpha\,\delta\,\delta \ldots\} = \{\alpha^3 \delta^2 \ldots\}$$

Ainſi le ſens de cette expreſſion $\{\alpha^n \beta^p \gamma^q \ldots\}$ eſt facile à ſaiſir:

$$(A) = \{1\} \quad (A^2) = \{2\} \qquad (A^3 B^3) = \{3^2\}$$

$$(AB) = \{1^2\} \quad (A^3) = \{3\} \quad (A^2 B^2 C^2 D) = \{2^3 1\}$$

$$(ABC) = \{1^3\} \quad \&c. \qquad \&c.$$

&c.

Les fonctions qui ne changent point de valeur ſi l'on y échange les lettres entr'elles, étant évidemment des fonctions de *types;* ce qu'on ſe propoſe ici ſe réduit donc à trouver la valeur de $\{\alpha^n \beta^p \gamma^q \ldots\}$ en $\{1\}$, $\{1^2\}$, $\{1^3\}$, $\{1^4\}$, &c.

Les formules ſuivantes donnent d'abord la valeur de $\{\alpha^n \beta^p \gamma^q \ldots\}$ en ſommes de puiſſances $\{\varpi\}$, $\{\varpi'\}$, &c. puis la valeur en $\{1\}$, $\{1^2\}$, $\{1^3\}$, &c. de ces ſommes de puiſſances.

1.° α, β, γ, &c. demeurant indéterminés, & n, p, q, &c. étant des nombres entiers poſitifs, ou zéro, ſi l'on ſatisfait de toutes les manières poſſibles à la ſuite d'équations

$$a'\varepsilon' + a''\varepsilon'' + a'''\varepsilon''' + \ldots = n,$$
$$b'\varepsilon' + b''\varepsilon'' + \ldots = p,$$
$$c'\varepsilon' + \ldots = q,$$
&c.

en ne prenant pour a', a'', a'''... b', b''... c'... ε', ε'', ε'''... que des nombres entiers poſitifs, ou zéro, la valeur de $\{\alpha^n \beta^p \gamma^q \ldots\}$ en ſommes de puiſſances, contiendra tous les différens termes de la forme

$$\{a'\alpha + b'\beta + c'\gamma + \ldots\}^{\varepsilon'} \times \{a''\alpha + b''\beta + \ldots\}^{\varepsilon''} \times \{a'''\alpha + \ldots\}^{\varepsilon'''} \ldots$$

qui en peuvent résulter; & le coëfficient numérique du terme quelconque

$$\{a'\alpha + b'\beta + c'\gamma + \ldots\}^{\varepsilon'} \times \{a''\alpha + b''\beta + \ldots\}^{\varepsilon''} \times \{a'''\alpha + \ldots\}^{\varepsilon'''} \ldots$$

en ſuppoſant pour ſimplifier

$$\begin{array}{llll} a' + b' + c' + \ldots\ldots = A', & & n + p + q + \ldots\ldots = N. \\ a'' + b'' + \ldots\ldots = A'', & & \varepsilon' + \varepsilon'' + \varepsilon''' + \ldots\ldots = E. \\ a''' + \ldots\ldots = A''', & & \\ \&c. & & \end{array}$$

ſera

$$\pm \frac{(1.2.3\ldots\overline{A'-2}.\overline{A'-1})^{\varepsilon'}(1.2\ldots\ldots\overline{A''-1})^{\varepsilon''}(1.2\ldots\ldots\overline{A'''-1})^{\varepsilon'''}\ldots\ldots}{(1.2.3\ldots\overline{a'-1}.a')^{\varepsilon'}(1.2\ldots a'')^{\varepsilon''}(1.2\ldots a''')^{\varepsilon'''}\ldots(1.2\ldots b')^{\varepsilon'}(1.2\ldots b'')^{\varepsilon''}\ldots\ldots(1.2\ldots c')^{\varepsilon'}\ldots\ldots(1.2.3\ldots\varepsilon')(1.2\ldots\varepsilon'')(1.2\ldots\varepsilon''')\ldots}$$

le ſigne + ayant lieu ſi $(N + E)$ eſt pair & le ſigne — s'il eſt impair.

Par exemple,

$$\{\alpha^3\beta^2\} = \frac{1.2.3.4}{1.2.3.1.2}\{3\alpha + 2\beta\} - \frac{1.2.3}{1.2.3}\{3\alpha + \beta\}\{\beta\}$$

$$- \frac{1.2.3}{1.2.1.2}\{2\alpha + 2\beta\}\{\alpha\}$$

$$- \frac{1.2.1}{1.2.3.1.2}\{3\alpha\}\{2\beta\}$$

$$- \frac{1.2.1}{1.2}\{2\alpha + \beta\}\{\alpha + \beta\}$$

$$- \frac{1.2.1}{1.2.1.2}\{\alpha + 2\beta\}\{2\alpha\}$$

$$+ \frac{1.2}{1.2.3.1.2}\{3\alpha\}\{\beta\}^2$$

$$+ \frac{1.2}{1.2}\{\alpha + \beta\}\{\alpha\}\{\beta\} \qquad - \frac{1}{1.2.1.2}\{2\alpha\}\{\alpha\}\{\beta\}^2$$

$$+ \frac{1.2}{1.2.1.2}\{\alpha + 2\beta\}\{\alpha\}^2 \qquad - \frac{1}{1.2}\{\alpha + \beta\}\{\alpha\}^2\{\beta\}$$

$$+ \frac{1.1}{1.2.1.2}\{2\alpha\}\{2\beta\}\{\alpha\} \qquad - \frac{1}{1.2.1.2.3}\{2\beta\}\{\alpha\}^3$$

$$+ \frac{1.1}{1.2}\{2\alpha\}\{\alpha + \beta\}\{\beta\}$$

$$+ \frac{1^2}{1.2}\{\alpha + \beta\}^2\{\alpha\} \qquad + \frac{1}{1.2.3.1.2}\{\alpha\}^3\{\beta\}^2$$

& si l'on supposoit $\alpha = 2$, $\beta = 1$, on auroit

$$\{2^3 1^2\} = 2\{8\} - \{7\}\{1\} + \tfrac{1}{6}\{6\}\{1\}^2 - \tfrac{3}{2}\{6\}\{2\} + \{5\}\{2\}\{1\} - \tfrac{1}{6}\{6\}\{2\} + \tfrac{1}{2}\{4\}\{2\}^2 - \{5\}\{3\} + \tfrac{1}{4}\{4\}\{2\}^2 - \tfrac{1}{2}\{4\}^2 + \tfrac{1}{2}\{4\}\{3\}\{1\} + \tfrac{1}{2}\{3\}^2\{2\} - \tfrac{1}{4}\{4\}\{2\}\{1\}^2 + \tfrac{1}{12}\{2\}^3\{1\}^2 - \tfrac{1}{2}\{3\}\{2\}^2\{1\} - \tfrac{1}{12}\{2\}^4$$

c'est-à-dire,

$$(A^2B^2C^2DE) = 2(A^8) - (A^7)(A) + \tfrac{1}{6}(A^6)(A)^2 - \tfrac{5}{3}(A^6)(A^2) + (A^5)(A^2)(A) - (A^5)(A^3) + \tfrac{3}{4}(A^4)(A^2)^2 - \tfrac{1}{2}(A^4)^2 + \tfrac{1}{2}(A^4)(A^3)(A) + \tfrac{1}{2}(A^3)^2(A^2) - \tfrac{1}{4}(A^4)(A^2)(A)^2 + \tfrac{1}{12}(A^2)^3(A)^2 - \tfrac{1}{2}(A^3)(A^2)^2(A) - \tfrac{1}{12}(A^2)^4$$

2.° Si l'on fait avec les quantités (A), (AB), (ABC) &c. ou $\{1\}$, $\{1^2\}$, $\{1^3\}$ &c. la fonction rationelle & entière la plus générale possible de la dimension ϖ, ou si l'on prend tous les différens termes de la forme $\{1\}^{\epsilon'}\{1^2\}^{\epsilon''}\{1^3\}^{\epsilon'''}$..... qui peuvent résulter des manières possibles de satisfaire à l'équation

$$\epsilon' + 2\epsilon'' + 3\epsilon''' + \ldots\ldots = \varpi,$$

ϵ', ϵ'', ϵ'''.... étant des nombres entiers positifs ou zéro, la valeur de $\{\varpi\}$ contiendra tous ces termes; & le coëfficient numérique du terme quelconque,

$$\{1\}^{\epsilon'}\{1^2\}^{\epsilon''}\{1^3\}^{\epsilon'''}\ldots\ldots,$$

en ſuppoſant $\varepsilon' + \varepsilon'' + \varepsilon''' + \ldots = E$, ſera

$$\pm \frac{\varpi\,(1.2\ldots\overline{E-1})}{(1.2\ldots\varepsilon')\,(1.2\ldots\varepsilon'')\,(1.2\ldots\varepsilon''')\ldots}$$

le ſigne $+$ ayant lieu ſi $(\varpi + E)$ eſt pair, & le ſigne $-$ s'il eſt impair.

Par exemple,

$$\{5\} = \frac{5.1.2.3.4}{1.2.3.4.5}\{1\}^5 - \frac{5.1.2.3}{1.2.3}\{1\}^3\{1^2\} + \frac{5.1.2}{1.2}\{1\}\{1^2\}^2$$
$$+ \frac{5.1.2}{1.2}\{1\}^2\{1^3\} - \frac{5.1}{1}\{1^2\}\{1^3\} - \frac{5.1}{1}\{1\}\{1^4\} + \frac{5}{1}\{1^5\},$$

c'eſt-à-dire,

$$(A^5) = (A)^5 - 5(A)^3(AB) + 5(A)(AB)^2 + 5(A)^2(ABC)$$
$$- 5(AB)(ABC) - 5(A)(ABCD) + 5(ABCDE).$$

L'inſpection des Tables ci-jointes, que je crois faciles à entendre ſans explication, & qu'il me paroîtroit intéreſſant de continuer, pourra ſuppléer aux détails de procédés qui ne ſont pas ici de mon objet *.

---

* On étoit ſur le point d'imprimer ce Mémoire, lorſqu'il m'eſt venu en idée de rechercher l'expreſſion générale d'un nombre pris quelque part que ce ſoit dans ces Tables, ou, ce qui eſt la même choſe, en ſuppoſant ce qui précède, celle du coëfficient numérique du terme

$$\{1\}^{D-2a_1-3a_2-4a_3-\ldots-\overline{n+1}a_n} \times \{1^2\}^{a_1}\{1^3\}^{a_2}\{1^4\}^{a_3}\ldots\{1^{n+1}\}^{a_n},$$

dans la valeur du produit

$$\{\overline{n+1}\}^{\mathrm{a}_n}\ldots\{4\}^{\mathrm{a}_3}\{3\}^{\mathrm{a}_2}\{2\}^{\mathrm{a}_1}\{1\}^{D-2\mathrm{a}_1-3\mathrm{a}_2-4\mathrm{a}_3-\ldots-\overline{n+1}\mathrm{a}_n}.$$

J'ai trouvé que ſi l'on indique ce coëfficient, qui eſt une Fonction de $a_1, a_2, \ldots \mathrm{a}_1, \mathrm{a}_2$, &c. par

$$\pm F\begin{pmatrix} a_1, a_2, a_3 \ldots a_n \\ \mathrm{a}_1, \mathrm{a}_2, \mathrm{a}_3 \ldots \mathrm{a}_n \end{pmatrix},$$

le ſigne $+$ ayant lieu ſi

$$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \ldots$$

eſt un nombre pair, & le ſigne $-$ s'il eſt impair, on aura pour déterminer cette Fonction, la formule ſuivante (en ſuppoſant pour ſimplifier

$$\nu + 1 - 2\alpha_1 - 3\alpha_2 - 4\alpha_3 - \ldots - \overline{\nu+1}\,\alpha_\nu = N,$$
$$\nu - \alpha_1 - 2\alpha_2 - 3\alpha_3 - \ldots\ldots\ldots - \nu\alpha_\nu = \mathrm{N}),$$

	$\{1\}^2$	$\{1^2\}$
$\{2\}=$	1	-2
$\{1^2\}=$		1

	$\{1\}^3$	$\{1\}\{1^2\}$	$\{1^3\}$
$\{3\}=$	1	-3	+3
$\{21\}=$		1	-3
$\{1^3\}=$			1

	$\{1\}^4$	$\{1\}^2\{1^2\}$	$\{1^2\}^2$	$\{1\}\{1^3\}$	$\{1^4\}$
$\{4\}=$	1	-4	+2	+4	-4
$\{31\}=$		1	-2	-1	+4
$\{2^2\}=$			1	-2	+2
$\{21^2\}=$				1	-4
$\{1^4\}=$					1

	$\{1\}^5$	$\{1\}^3\{1^2\}$	$\{1\}\{1^2\}^2$	$\{1\}^2\{1^3\}$	$\{1^2\}\{1^3\}$	$\{1\}\{1^4\}$	$\{1^5\}$
$\{5\}=$	1	-5	+5	+5	-5	-5	+5
$\{41\}=$		1	-3	-1	+5	+1	-5
$\{32\}=$			1	-2	-1	+5	-5
$\{31^2\}=$				1	-2	-1	+5
$\{2^21\}=$					1	-3	+5
$\{21^3\}=$						1	-5
$\{1^5\}=$							1

	$\{1\}^6$	$\{1\}^4\{1^2\}$	$\{1\}^2\{1^2\}^2$	$\{1^2\}^3$	$\{1\}^3\{1^3\}$	$\{1\}\{1^2\}\{1^3\}$	$\{1^3\}^2$	$\{1\}^2\{1^4\}$	$\{1^2\}\{1^4\}$	$\{1\}\{1^5\}$	$\{1^6\}$
$\{6\}=$	1	-6	+9	-2	+6	-12	+3	-6	+6	+6	-6
$\{51\}=$		1	-4	+2	-1	+7	-3	+1	-6	-1	+6
$\{42\}=$			1	-2	-2	+4	-3	+2	+2	-6	+6
$\{41^2\}=$					1	-3	+3	-1	+2	+1	-6
$\{3^2\}=$				1	*	-3	+3	+3	-3	-3	+3
$\{321\}=$						1	-3	-3	+4	+7	-12
$\{31^3\}=$								1	-2	-1	+6
$\{2^3\}=$							1	*	-2	+2	-2
$\{2^21^2\}=$									1	-4	+9
$\{21^4\}=$										1	-6
$\{1^6\}=$											1

	$\{1\}^7$	$\{1\}^5\{1^2\}$	$\{1\}^3\{1^2\}^2$	$\{1\}\{1^2\}^3$	$\{1\}^4\{1^3\}$	$\{1\}^2\{1^2\}\{1^3\}$	$\{1^2\}^2\{1^3\}$	$\{1\}\{1^3\}^2$	$\{1\}^3\{1^4\}$	$\{1\}\{1^2\}\{1^4\}$	$\{1^3\}\{1^4\}$	$\{1\}^2\{1^5\}$	$\{1^2\}\{1^5\}$	$\{1\}\{1^6\}$	$\{1^7\}$
$\{7\}=$	1	-7	+14	-7	+7	-21	+7	+7	-7	+14	-7	+7	-7	-7	+7
$\{61\}=$		1	-5	+5	-1	+9	-7	-4	+1	-8	+7	-1	+7	+1	-7
$\{52\}=$			1	-3	-2	+6	+3	-7	+2	-4	+7	-2	-3	+7	-7
$\{51^2\}=$					1	-4	+2	+4	-1	+3	-7	+1	-2	-1	+7
$\{43\}=$				1	*	-3	-1	+5	+3	-2	-5	-7	+7	+7	-7
$\{421\}=$						1	-2	-1	-3	+8	-2	+3	-4	-8	+14
$\{41^3\}=$									1	-3	+3	-1	+2	+1	-7
$\{3^21\}=$							1	-2	*	-1	+5	+4	-7	-4	+7
$\{32^2\}=$								1	*	-2	-1	+2	+3	-7	+7
$\{321^2\}=$										1	-3	-4	+6	+9	-21
$\{31^4\}=$												1	-2	-1	+7
$\{2^31\}=$											1	*	-3	+5	-7
$\{2^21^3\}=$													1	-5	+14
$\{21^5\}=$														1	-7
$\{1^7\}=$															1

	$\{1\}^8$	$\{1\}^6\{1^2\}$	$\{1\}^4\{1^2\}^2$	$\{1\}^2\{1^2\}^3$	$\{1^2\}^4$	$\{1\}^5\{1^3\}$	$\{1\}^3\{1^2\}\{1^3\}$	$\{1\}\{1^2\}^2\{1^3\}$	$\{1\}^2\{1^3\}^2$	$\{1^2\}\{1^3\}^2$	$\{1\}^4\{1^4\}$	$\{1\}^2\{1^2\}\{1^4\}$	$\{1^2\}^2\{1^4\}$	$\{1\}\{1^3\}\{1^4\}$	$\{1^4\}^2$	$\{1\}^3\{1^5\}$	$\{1\}\{1^2\}\{1^5\}$	$\{1^3\}\{1^5\}$	$\{1\}^2\{1^6\}$	$\{1^2\}\{1^6\}$	$\{1\}\{1^7\}$	$\{1^8\}$
$\{8\}=$	1	-8	+20	-16	+2	+8	-32	+24	+12	-8	-8	+24	-8	-16	+4	+8	-16	+8	-8	+8	+8	-8
$\{71\}=$		1	-6	+9	-2	-1	+11	-17	-5	+8	+1	-10	+8	+9	-4	-1	+9	-8	+1	-8	-1	+8
$\{62\}=$			1	-4	+2	-2	+8	*	-9	+2	+2	-6	-4	+16	-4	-2	+4	-8	+2	+4	-8	+8
$\{61^2\}=$						1	-5	+5	+5	-5	-1	+4	-2	-9	+4	+1	-3	+8	-1	+2	+1	-8
$\{53\}=$				1	-2	*	-3	+6	+3	-7	+3	-9	+8	+1	-4	-3	+1	+7	+8	-8	-8	+8
$\{521\}=$							1	-3	-1	+5	-3	+11	-4	-10	+8	+3	-8	+1	-3	+4	+9	-16
$\{51^3\}=$											1	-4	+2	+4	-4	-1	+3	-3	+1	-2	-1	+8
$\{4^2\}=$					1	*	*	-4	+2	+4	*	+4	-4	-8	+6	-4	+8	-4	+4	-4	-4	+4
$\{431\}=$								1	-2	-1	*	-1	*	+10	-8	+4	-10	+1	-9	+16	+9	-16
$\{42^2\}=$									1	-2	*	-2	+4	*	-4	+2	-4	+8	-2	-4	+8	-8
$\{421^2\}=$												1	-2	-1	+4	-4	+11	-9	+4	-6	-10	+24
$\{41^4\}=$																1	-3	+3	-1	+2	+1	-8
$\{3^22\}=$										1	*	*	-2	-1	+4	*	+5	-7	-5	+2	+8	-8
$\{3^21^2\}=$													1	-2	+2	*	-1	+3	+5	-9	-5	+12
$\{32^21\}=$														1	-4	*	-3	+6	+5	*	-17	+24
$\{321^3\}=$																	1	-3	-5	+8	+11	-32
$\{31^5\}=$																			1	-2	-1	+8
$\{2^4\}=$															1	*	*	-2	*	+2	-2	+2
$\{2^31^2\}=$																		1	*	-4	+9	-16
$\{2^21^4\}=$																				1	-6	+20
$\{21^6\}=$																					1	-8
$\{1^8\}=$																						1

		$\{1\}^9$	$\{1\}^7\{1^2\}$	$\{1\}^5\{1^2\}^2$	$\{1\}^3\{1^2\}^3$		$\{1\}^2\{1^7\}$	$\{1^2\}\{1^7\}$	$\{1\}\{1^8\}$	$\{1^9\}$
$\{9\}$	=	1	− 9	+ 27	−		+ 9	− 9	− 9	+ 9
$\{81\}$	=		1	− 7	+		− 1	+ 9	+ 1	− 9
$\{72\}$	=			1	−		− 2	− 5	+ 9	− 9
$\{71^2\}$	=						+ 1	− 2	− 1	+ 9
$\{63\}$	=						− 9	+ 9	+ 9	− 9
$\{621\}$	=						+ 3	− 4	− 10	+ 18
$\{61^3\}$	=						− 1	+ 2	+ 1	− 9
$\{54\}$	=					)	− 9	+ 9	+ 9	− 9
$\{531\}$	=						+ 10	− 18	− 10	+ 18
$\{52^2\}$	=					)	+ 2	+ 5	− 9	+ 9
$\{521^2\}$	=					)	− 4	+ 6	+ 11	− 27
$\{51^4\}$	=					3	+ 1	− 2	− 1	+ 9
$\{4^21\}$	=					)	+ 5	− 9	− 5	+ 9
$\{432\}$	=						+ 11	− 4	− 18	+ 18
$\{431^2\}$	=					)	− 11	+ 20	+ 11	− 27
$\{42^21\}$	=					)	− 5	− 1	+ 19	− 27
$\{421^3\}$	=					12	+ 5	− 8	− 12	+ 36
$\{41^5\}$	=					3	− 1	+ 2	+ 1	− 9
$\{3^3\}$	=					6	+ 3	− 3	− 3	+ 3
$\{3^221\}$	=					18	− 12	+ 13	+ 19	− 27
$\{3^21^3\}$	=					3	+ 6	− 11	− 6	+ 18
$\{32^3\}$	=					3	− 2	− 5	+ 9	− 9
$\{32^21^2\}$	=					9	+ 9	− 5	− 30	+ 54
$\{321^4\}$	=					3	− 6	+ 10	+ 13	− 45
$\{31^6\}$	=						1	− 2	− 1	+ 9
$\{2^41\}$	=					3	*	+ 5	− 7	+ 9
$\{2^31^3\}$	=					1	*	− 5	+ 14	− 30
$\{2^21^5\}$	=							1	− 7	+ 27
$\{21^7\}$	=								1	− 9
$\{1^9\}$	=									1

TABLE II. *Mém. de l'Acad. R. des Sc. année 1771, page 374.*

	$\{1\}^9$	$\{1\}^7\{1^2\}$	$\{1\}^5\{1^2\}^2$	$\{1\}^3\{1^2\}^3$	$\{1\}\{1^2\}^4$	$\{1\}^6\{1^3\}$	$\{1\}^4\{1^2\}\{1^3\}$	$\{1\}^2\{1^2\}^2\{1^3\}$	$\{1^2\}^3\{1^3\}$	$\{1\}^3\{1^3\}^2$	$\{1\}\{1^2\}\{1^3\}^2$	$\{1^3\}^3$	$\{1\}^5\{1^4\}$	$\{1\}^3\{1^2\}\{1^4\}$	$\{1\}\{1^2\}^2\{1^4\}$	$\{1\}^2\{1^3\}\{1^4\}$	$\{1^2\}\{1^3\}\{1^4\}$	$\{1\}\{1^4\}^2$	$\{1\}^4\{1^5\}$	$\{1\}^2\{1^2\}\{1^5\}$	$\{1^2\}^2\{1^5\}$	$\{1\}\{1^3\}\{1^5\}$	$\{1^4\}\{1^5\}$	$\{1\}^3\{1^6\}$	$\{1\}\{1^2\}\{1^6\}$	$\{1^3\}\{1^6\}$	$\{1\}^2\{1^7\}$	$\{1^2\}\{1^7\}$	$\{1\}\{1^8\}$	$\{1^9\}$
$\{9\}$ =	1	−9	+27	−30	+9	+9	−45	+54	−9	+18	−27	+3	−9	+36	−27	−27	+18	+9	+9	−27	+9	+18	−9	−9	+18	−9	+9	−9	−9	+9
$\{81\}$ =		1	−7	+14	−7	−1	+13	−30	+9	−6	+19	−3	+1	−12	+19	+11	−18	−5	−1	+11	−9	−10	+9	+1	−10	+9	−1	+9	+1	−9
$\{72\}$ =			1	−5	+5	−2	+10	−5	−5	−11	+13	−3	+2	−8	−1	+20	−4	−9	−2	+6	+5	−18	+9	+2	−4	+9	−2	−5	+9	−9
$\{71^2\}$ =						1	−6	+9	−2	+6	−12	+3	−1	+5	−5	−11	+11	+5	+1	−4	+2	+10	−9	−1	+3	−9	+1	−2	−1	+9
$\{63\}$ =				1	−3	*	−3	+9	+3	+3	−18	+6	+3	−12	+9	+9	*	−9	−3	+9	−9	*	+9	+3	*	−9	−9	+9	+9	−9
$\{621\}$ =							1	−4	+2	−1	+7	−3	−3	+14	−12	−13	+4	+14	+3	−11	+4	+10	−18	−3	+8	*	+3	−4	−10	+18
$\{61^3\}$ =													1	−5	+5	+5	−5	−5	−1	+4	−2	−4	+9	+1	−3	+3	−1	+2	+1	−9
$\{54\}$ =					1	*	*	−4	−1	+2	+7	−3	*	+4	−3	−13	+2	+11	−4	+7	+1	+2	−11	+9	−18	+9	−9	+9	+9	−9
$\{531\}$ =								1	−2	−2	+4	−3	*	−1	+2	+5	−2	−6	+4	−15	+8	+5	+2	−4	+10	*	+10	−18	−10	+18
$\{52^2\}$ =										1	−3	+3	*	−2	+6	*	−6	−1	+2	−6	*	+8	+1	−2	+4	−9	+2	+5	−9	+9
$\{521^2\}$ =														1	−3	−1	+5	+1	−4	+15	−6	−15	+7	+4	−11	+9	−4	+6	+11	−27
$\{51^4\}$ =																			1	−4	+2	+4	−4	−1	+3	−3	+1	−2	−1	+9
$\{4^21\}$ =									1	*	−3	+3	*	*	−1	+5	−2	−5	*	+1	−1	−6	+11	−5	+14	−9	+5	−9	−5	+9
$\{432\}$ =											1	−3	*	*	−2	−1	+8	−2	*	+5	−6	−2	+2	−5	+4	*	+11	−4	−18	+18
$\{431^2\}$ =															1	−2	−1	+5	*	−1	*	+5	−13	+5	−13	+9	−11	+20	+11	−27
$\{42^21\}$ =																1	−2	−1	*	−3	+6	+2	−3	+5	−12	+9	−5	−1	+19	−27
$\{421^3\}$ =																				1	−2	−1	+4	−5	+14	−12	+5	−8	−12	+36
$\{41^5\}$ =																								1	−3	+3	−1	+2	+1	−9
$\{3^3\}$ =												1	*	*	*	*	−3	+3	*	*	+3	−3	−3	*	−3	+6	+3	−3	−3	+3
$\{3^221\}$ =																	1	−3	*	*	−3	+4	+7	*	+7	−18	−12	+13	+19	−27
$\{3^21^3\}$ =																					1	−2	+2	*	−1	+3	+6	−11	−6	+18
$\{32^3\}$ =																		1	*	*	*	−2	−1	*	+2	+3	−2	−5	+9	−9
$\{32^21^2\}$ =																						1	−4	*	−4	+9	+9	−5	−30	+54
$\{321^4\}$ =																									1	−3	−6	+10	+13	−45
$\{31^6\}$ =																											1	−2	−1	+9
$\{2^41\}$ =																							1	*	*	−3	*	+5	−7	+9
$\{2^31^3\}$ =																										1	*	−5	+14	−30
$\{2^21^5\}$ =																												1	−7	+27
$\{21^7\}$ =																													1	−9
$\{1^9\}$ =																														1

	$\{1\}^{10}$	$\{1\}^8\{1^2\}$	$\{1\}^6\{1^2\}^2$	$\{1\}^4\{1^2\}^3$	$\{1\}^2\{1^2\}^4$	$\{1^2\}^5$	$\{1\}^7\{1^3\}$	$\{1\}^5\{1^2\}\{1^3\}$	$\{1\}^3\{1^2\}^2\{1^3\}$	$\{1\}\{1^2\}^3\{1^3\}$	$\{1^{10}\}$
$\{\overline{10}\} =$	1	− 10	+ 35	− 50	+ 25	− 2	+ 10	− 60	+ 100	− 10	− 10
$\{91\} =$		1	− 8	+ 20	− 16	+ 2	− 1	+ 15	− 46	+ 1	+ 10
$\{82\} =$			1	− 6	+ 9	− 2	− 2	+ 12	− 12	− 10	+ 10
$\{81^2\} =$							1	− 7	+ 14	− 1	− 10
$\{73\} =$				1	− 4	+ 2	*	− 3	+ 12	− 10	+ 10
$\{721\} =$								1	− 5	+ 11	− 20
$\{71^3\} =$										1	+ 10
$\{64\} =$					1	− 2	*	*	− 4	+ 10	+ 10
$\{631\} =$									1	− 11	− 20
$\{62^2\} =$										10	− 10
$\{621^2\} =$										12	+ 20

TABLE III. *Mém. de l'Acad. R. des Sc. année 1771, page 374.*

	$\{1\}^{10}$	$\{1\}^{8}\{1^{2}\}$	$\{1\}^{6}\{1^{2}\}^{2}$	$\{1\}^{4}\{1^{2}\}^{3}$	$\{1\}^{2}\{1^{2}\}^{4}$	$\{1^{2}\}^{5}$	$\{1\}^{7}\{1^{3}\}$	$\{1\}^{5}\{1^{2}\}\{1^{3}\}$	$\{1\}^{3}\{1^{2}\}^{2}\{1^{3}\}$	$\{1\}\{1^{2}\}^{3}\{1^{3}\}$	$\{1\}^{4}\{1^{3}\}^{2}$	$\{1\}^{2}\{1^{2}\}\{1^{3}\}^{2}$	$\{1^{2}\}^{2}\{1^{3}\}^{2}$	$\{1\}\{1^{3}\}^{3}$
$\{10\}$ =	1	−10	+35	−50	+25	−2	+10	−60	+100	−40	+25	−60	+15	+10
$\{91\}$ =		1	−8	+20	−16	+2	−1	+15	−46	+31	−7	+33	−15	−7
$\{82\}$ =			1	−6	+9	−2	−2	+13	−12	−8	−13	+28	+1	−10
$\{81^{2}\}$ =							1	−7	+14	−7	+7	−21	+7	+7
$\{73\}$ =				1	−4	+2	*	−3	+12	−2	+3	−24	+6	+11
$\{721\}$ =								1	−5	+5	−1	+9	−7	−4
$\{71^{3}\}$ =														
$\{64\}$ =					1	−2	*	*	−4	+8	+2	*	−9	+2
$\{631\}$ =									1	−3	−2	+6	+3	−7
$\{62^{2}\}$ =											1	−4	+2	+4
$\{621^{2}\}$ =														
$\{61^{4}\}$ =														
$\{5^{2}\}$ =						1	*	*	*	−5	*	+5	+5	−5
$\{541\}$ =										1	*	−3	−1	+5
$\{532\}$ =												1	−2	−1
$\{531^{2}\}$ =														
$\{52^{2}1\}$ =														
$\{521^{3}\}$ =														
$\{51^{5}\}$ =														
$\{4^{2}2\}$ =													1	−2
$\{4^{2}1^{2}\}$ =														
$\{43^{2}\}$ =														1
$\{4321\}$ =														
$\{431^{3}\}$ =														
$\{42^{3}\}$ =														
$\{42^{2}1^{2}\}$ =														
$\{421^{4}\}$ =														
$\{41^{6}\}$ =														
$\{3^{3}1\}$ =														
$\{3^{2}2^{2}\}$ =														
$\{3^{2}21^{2}\}$ =														
$\{3^{2}1^{4}\}$ =														
$\{32^{3}1\}$ =														
$\{32^{2}1^{3}\}$ =														
$\{321^{5}\}$ =														
$\{31^{7}\}$ =														
$\{2^{5}\}$ =														
$\{2^{4}1^{2}\}$ =														
$\{2^{3}1^{4}\}$ =														
$\{2^{2}1^{6}\}$ =														
$\{21^{8}\}$ =														
$\{1^{10}\}$ =														

	$\{1\}^{6}\{1^{4}\}$	$\{1\}^{4}\{1^{2}\}\{1^{4}\}$	$\{1\}^{2}\{1^{2}\}^{2}\{1^{4}\}$	$\{1^{2}\}^{3}\{1^{4}\}$	$\{1\}^{3}\{1^{3}\}\{1^{4}\}$	$\{1\}\{1^{2}\}\{1^{3}\}\{1^{4}\}$	$\{1^{3}\}^{2}\{1^{4}\}$	$\{1\}^{2}\{1^{4}\}^{2}$	$\{1^{2}\}\{1^{4}\}^{2}$	$\{1\}^{5}\{1^{5}\}$	$\{1\}^{3}\{1^{2}\}\{1^{5}\}$	$\{1\}\{1^{2}\}^{2}\{1^{5}\}$	$\{1\}^{2}\{1^{3}\}\{1^{5}\}$	$\{1^{2}\}\{1^{3}\}\{1^{5}\}$
$\{10\}$ =	−10	+50	−60	+10	−40	+60	−10	+15	−10	+10	−40	+30	+30	−20
$\{91\}$ =	+1	−14	+33	−10	+13	−42	+10	−6	+10	−1	+13	−21	−12	+20
$\{82\}$ =	+2	−10	+4	+6	+24	−28	+10	−11	+2	−2	+8	+2	−22	+4
$\{81^{2}\}$ =	−1	+6	−9	+2	−13	+26	−10	+6	−6	+1	−5	+5	+12	−12
$\{73\}$ =	+3	−15	+18	−10	+12	+3	−11	−15	+10	−3	+12	−9	−9	−1
$\{721\}$ =	−3	+17	−23	+4	−16	+21	+1	+17	−12	+3	−14	+12	+13	−3
$\{71^{3}\}$ =	1	−6	+9	−2	+6	−12	+3	−6	+6	−1	+5	−5	−5	+5
$\{64\}$ =	*	+4	−12	+10	−8	+12	−2	+9	−14	−4	+16	−18	−6	+20
$\{631\}$ =	*	−1	+3	*	+5	−15	+13	−3	+4	+4	−19	+18	+15	−19
$\{62^{2}\}$ =	*	−2	+8	−4	*	−8	−4	−1	+10	+2	−8	+4	+10	−4
$\{621^{2}\}$ =		1	−4	+2	−1	+7	−3	+1	−6	−4	+19	−17	−19	+15
$\{61^{4}\}$ =										1	−5	+5	+5	−5
$\{5^{2}\}$ =	*	*	+5	−5	−5	−5	+5	+5	+5	*	−5	+10	+10	−15
$\{541\}$ =	*	*	−1	*	+5	*	−5	−8	+4	*	+1	−1	−12	+10
$\{532\}$ =	*	*	−2	+4	−1	+5	+1	+1	−12	*	+5	−13	−4	+17
$\{531^{2}\}$ =			1	−2	−2	+4	−3	+2	+2	*	−1	+2	+3	−4
$\{52^{2}1\}$ =					1	−3	+3	−1	+2	*	−3	+9	+2	−13
$\{521^{3}\}$ =											1	−3	−1	+5
$\{51^{5}\}$ =														
$\{4^{2}2\}$ =	*	*	*	−2	*	+4	+2	−3	+2	*	*	+2	+2	−12
$\{4^{2}1^{2}\}$ =				1	*	−3	+3	+3	−3	*	*	−1	+2	+1
$\{43^{2}\}$ =	*	*	*	*	*	−3	−1	+3	+2	*	*	+3	−3	+1
$\{4321\}$ =						1	−3	−3	+4	*	*	−3	+4	+5
$\{431^{3}\}$ =												1	−2	−1
$\{42^{3}\}$ =								1	−2	*	*	*	−2	+4
$\{42^{2}1^{2}\}$ =													1	−2
$\{421^{4}\}$ =														
$\{41^{6}\}$ =														
$\{3^{3}1\}$ =							1	*	−2	*	*	*	*	−1
$\{3^{2}2^{2}\}$ =									1	*	*	*	*	−2
$\{3^{2}21^{2}\}$ =														1
$\{3^{2}1^{4}\}$ =														
$\{32^{3}1\}$ =														
$\{32^{2}1^{3}\}$ =														
$\{321^{5}\}$ =														
$\{31^{7}\}$ =														
$\{2^{5}\}$ =														
$\{2^{4}1^{2}\}$ =														
$\{2^{3}1^{4}\}$ =														
$\{2^{2}1^{6}\}$ =														
$\{21^{8}\}$ =														
$\{1^{10}\}$ =														

	$\{1\}\{1^{4}\}\{1^{5}\}$	$\{1^{5}\}^{2}$	$\{1\}^{4}\{1^{6}\}$	$\{1\}^{2}\{1^{2}\}\{1^{6}\}$	$\{1^{2}\}^{2}\{1^{6}\}$	$\{1\}\{1^{3}\}\{1^{6}\}$	$\{1^{4}\}\{1^{6}\}$	$\{1\}^{3}\{1^{7}\}$	$\{1\}\{1^{2}\}\{1^{7}\}$	$\{1^{3}\}\{1^{7}\}$	$\{1\}^{2}\{1^{8}\}$	$\{1^{2}\}\{1^{8}\}$	$\{1\}\{1^{9}\}$	$\{1^{10}\}$
$\{10\}$ =	−20	+5	−10	+30	−10	−20	+10	+10	−20	+10	−10	+10	+10	−10
$\{91\}$ =	+11	−5	+1	−12	+10	+11	−10	−1	+11	−10	+1	−10	−1	+10
$\{82\}$ =	+20	−5	+2	−6	−6	+20	−10	−2	+4	−10	+2	+6	−10	+10
$\{81^{2}\}$ =	−11	+5	−1	+4	−2	−11	+10	+1	−3	+10	−1	+2	+1	−10
$\{73\}$ =	+20	−5	+3	−9	+10	−1	−10	−3	−1	+11	+10	−10	−10	+10
$\{721\}$ =	−31	+10	−3	+11	−4	−10	+20	+3	−8	−1	−3	+4	+11	−20
$\{71^{3}\}$ =	+11	−5	+1	−4	+2	+4	−10	−1	+3	−3	+1	−2	−1	+10
$\{64\}$ =	−4	−5	+4	−6	−2	−4	+14	−10	+20	−10	+10	−10	−10	+10
$\{631\}$ =	−7	+10	−4	+15	−8	−4	−4	+4	−10	−1	−11	+20	+11	−20
$\{62^{2}\}$ =	−8	+5	−2	+6	*	−8	−2	+2	−4	+10	−2	−6	+10	−10
$\{621^{2}\}$ =	+18	−15	+4	−15	+6	+15	−6	−4	+11	−9	+4	−6	−12	+30
$\{61^{4}\}$ =	−5	+5	−1	+4	−2	−4	+4	+1	−3	+3	−1	+2	+1	−10
$\{5^{2}\}$ =	−15	+10	+5	−15	+5	+10	−5	−5	+10	−5	+5	−5	−5	+5
$\{541\}$ =	+23	−15	−5	+18	−8	−7	−4	+11	−31	+20	−11	+20	+11	−20
$\{532\}$ =	+10	−15	−5	+15	−4	−19	+20	+5	−3	−1	−12	+4	+20	−20
$\{531^{2}\}$ =	−12	+10	+5	−19	+10	+15	−6	−5	+13	−9	+12	−23	−12	+30
$\{52^{2}1\}$ =	−1	+10	+5	−17	+4	+18	−18	−5	+12	−9	+5	+2	−21	+30
$\{521^{3}\}$ =	+1	−5	−5	+19	−8	−19	+16	+5	−14	+12	−5	+8	+13	−40
$\{51^{5}\}$ =			1	−4	+2	+4	−4	−1	+3	−3	+1	−2	−1	+10
$\{4^{2}2\}$ =	+4	+5	*	−6	+10	+4	−14	+6	−12	+10	−6	+2	+10	−10
$\{4^{2}1^{2}\}$ =	−8	+5	*	+1	−1	−3	+9	−6	+17	−15	+6	−11	−6	+15
$\{43^{2}\}$ =	−8	+5	*	−3	−4	+13	−2	+3	+1	−11	−10	+10	+10	−10
$\{4321\}$ =	*	−5	*	+7	−8	−15	+12	−12	+21	+3	+26	−28	−42	+60
$\{431^{3}\}$ =	+5	−5	*	−1	*	+5	−8	+6	−16	+12	−13	+24	+13	−40
$\{42^{3}\}$ =	*	−5	*	+2	−4	*	+10	−2	+4	−10	+2	+6	−10	+10
$\{42^{2}1^{2}\}$ =	−1	+5	*	−4	+8	+3	−12	+9	−23	+18	−9	+4	+33	−60
$\{421^{4}\}$ =				1	−2	−1	+4	−6	+17	−15	+6	−10	−14	+50
$\{41^{6}\}$ =								1	−3	+3	−1	+2	+1	−10
$\{3^{3}1\}$ =	+5	−5	*	*	+4	−7	+2	*	−4	+11	+7	−10	−7	+10
$\{3^{2}2^{2}\}$ =	−1	+5	*	*	+2	+3	−9	*	−7	+6	+7	+1	−15	+15
$\{3^{2}21^{2}\}$ =	−3	+5	*	*	−4	+6	*	*	+9	−24	−21	+28	+33	−60
$\{3^{2}1^{4}\}$ =					1	−2	+2	*	−1	+3	+7	−13	−7	+25
$\{32^{3}1\}$ =	1	−5	*	*	*	−3	+8	*	+5	−2	−7	−8	+31	−40
$\{32^{2}1^{3}\}$ =						1	−4	*	−5	+12	+14	−12	−46	+100
$\{321^{5}\}$ =									1	−3	−7	+12	+15	−60
$\{31^{7}\}$ =											1	−2	−1	+10
$\{2^{5}\}$ =		1	*	*	*	*	−2	*	*	+2	*	−2	+2	−2
$\{2^{4}1^{2}\}$ =							1	*	*	−4	*	+9	−16	+25
$\{2^{3}1^{4}\}$ =										1	*	−6	+20	−50
$\{2^{2}1^{6}\}$ =												1	−8	+35
$\{21^{8}\}$ =													1	−10
$\{1^{10}\}$ =														1

VI. Cherchons maintenant les moyens généraux de faire un fonction des racines, de laquelle il soit vrai en un certain sens qu'elle égale telle de ces racines qu'on voudra.

Je dis d'abord que la fonction

$$\tfrac{1}{n}\Big[a + b + c + \&c. + \sqrt[n]{(a + r'b + r''c + r'''d + \ldots)^n} + \sqrt[n]{(a + r'^2 b + r''^2 c + \ldots)^n} + \ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+ \sqrt[n]{(a + r'^{n-1}b + r''^{n-1}c + \ldots)^n}\Big]$$

égale ou a, ou b, ou c, ou d, &c. indifféremment, en supposant les puissances n développées, & que r', r'', r''' &c. sont les valeurs qui résolvent concurremment avec l'unité l'équation $r^n = 1$.

Les exemples mettront cette proposition dans tout son jour. Ajoutons seulement que lorsque n est un nombre premier $2m + 1$, pour obtenir les valeurs rigoureuses de r en supposant

$r^n - 1 = r^{2m+1} - 1 = 0 = (r - 1)(r^2 + x'r + 1)(r^2 + x''r + 1)(r^2 + x'''r + 1)\ldots$

on a l'équation

$$\left.\begin{array}{l} x^m - x^{m-1} + \overline{m-2}\,x^{m-3} - \frac{\overline{m-3}.\overline{m-4}}{1.2}x^{m-5} + \&c. \\ - \overline{m-1}\,x^{m-2} + \frac{\overline{m-2}.\overline{m-3}}{1.2}x^{m-4} - \frac{\overline{m-3}.\overline{m-4}.\overline{m-5}}{1.2.3}x^{m-6} \end{array}\right\} = 0,$$

dont les racines sont x', x'', x''' &c. & qui est toujours facile à résoudre, comme on le verra ci-après par le calcul du cas où $m = 5$. Si n n'est pas un nombre premier, les simplifications sont encore plus grandes, & s'offrent sans peine.

$$F\binom{a1,\ a2\ldots\ a\nu\ldots\ an}{a1,\ a2\ldots\ a\nu\ldots\ an} = \ldots +$$

$$\frac{\overline{\nu+1}.\overline{N+1}.\overline{N+2}.\overline{N+3}\ldots N}{(1.2.3\ldots\alpha 1)(1.2.3\ldots\alpha 2)\ldots(1.2.3\ldots\alpha\nu)}F\binom{\overline{a1-\alpha 1},\overline{a2-\alpha 2},\ldots\overline{a\nu-\alpha\nu},a\overline{\nu+1},a\overline{\nu+2}\ldots an}{a1,\quad a2,\quad \ldots\overline{a\nu-1},a\overline{\nu+1},a\overline{\nu+2}\ldots an} + \ldots$$

formule d'où l'on tirera n équations en donnant à ν successivement pour valeur les nombres 1, 2, 3.... n; le second membre de chacune de ces équations étant la somme d'autant de termes que le terme quelconque en peut fournir en prenant pour $\alpha 1, \alpha 2 \ldots \alpha\nu$, ou zéro ou des nombres entiers positifs, tels que $N >$ ou au plus $= 0$.

En considérant cette formule comme une équation aux différences finies à plusieurs variables, dans laquelle la différence de chaque variable soit égale à l'unité, je parviens à intégrer & à satisfaire aux conditions, par un procédé particulier dont je me propose de rendre compte dans l'un des volumes suivans.

Les applications au ſecond & au troiſième degré ſe trouvent ci-deſſus : paſſons au quatrième.

VII. Comme $r^4 - 1 = (r^2 - 1)(r^2 + 1)$, les racines de $r^4 = 1$ ſont 1, $-1 = r'$, $\sqrt{-1} = r''$, $-\sqrt{-1} = r'''$; & il faut prouver que

$$\tfrac{1}{4}\Big[a + b + c + d + \sqrt[4]{(a - b + c\sqrt{-1} - d\sqrt{-1})^4} + \sqrt[4]{(a+b-c-d)^4} + \sqrt[4]{(a - b - c\sqrt{-1} + d\sqrt{-1})^4}\Big]$$

égale indifféremment ou a, ou b, ou c, ou d, en ſuppoſant les carrés-carrés développés : mais cela poſé, l'expreſſion indiquée renferme les quatre valeurs ſuivantes :

$$\tfrac{1}{4}[a+b+c+d+\quad(a-b+c\sqrt{-1}-d\sqrt{-1})+(a+b-c-d)+\quad(a-b-c\sqrt{-1}+d\sqrt{-1})] = a;$$
$$\tfrac{1}{4}[a+b+c+d-\quad(a-b+c\sqrt{-1}-d\sqrt{-1})+(a+b-c-d)-\quad(a-b-c\sqrt{-1}+d\sqrt{-1})] = b.$$
$$\tfrac{1}{4}[a+b+c+d+\sqrt{-1}(a-b+c\sqrt{-1}-d\sqrt{-1})-(a+b-c-d)-\sqrt{-1}(a-b-c\sqrt{-1}+d\sqrt{-1})] = d.$$
$$\tfrac{1}{4}[a+b+c+d-\sqrt{-1}(a-b+c\sqrt{-1}-d\sqrt{-1})-(a+b-c-d)+\sqrt{-1}(a-b-c\sqrt{-1}+d\sqrt{-1})] = c.$$

Donc, &c.

VIII. $r^5 - 1 = (r - 1)(r^4 + r^3 + r^2 + r + 1)$.

Or ſi l'on avoit les quatre équations,

$$1 + r' + r'' + r''' + r^{\text{IV}} = 0,$$
$$r'r'' = 1, \qquad r'''r^{\text{IV}} = 1,$$
$$r''r''' = r';$$

d'où l'on déduit

$$r'r''' = r^{\text{IV}}, \quad r''r^{\text{IV}} = r''',$$
$$r'r^{\text{IV}} = r'',$$
$$r'^2 = r''', \quad r''^2 = r^{\text{IV}}, \quad r'''^2 = r'', \quad r^{\text{IV}\,2} = r', \text{ \&c.}$$

on trouveroit pour déterminer ou r', ou r'', ou r''', ou r^{IV}, r étant l'une quelconque de ces quatre quantités, l'équation

$$r^4 + r^3 + r^2 + r + 1 = 0.$$

Donc les valeurs qui réſolvent concurremment avec l'unité l'équation $r^5 = 1$ & qui ſont r', r'', r''', & r^{IV}, ſatisfont aux quatre équations que j'avois d'abord ſuppoſées & à celles qui s'en déduiſent ; donc

$\tfrac{1}{5}[a$

$$\tfrac{1}{5}[a + b + c + d + e + \sqrt[5]{(a + r' b + r'' c + r''' d + r^{\text{IV}} e)^5}$$
$$+ \sqrt[5]{(a + r''' b + r^{\text{IV}} c + r'' d + r' e)^5}$$
$$+ \sqrt[5]{(a + r^{\text{IV}} b + r''' c + r' d + r'' e)^5}$$
$$+ \sqrt[5]{(a + r'' b + r' c + r^{\text{IV}} d + r''' e)^5}]$$

en supposant les cinquièmes puissances développées, renferme les cinq valeurs

$$\tfrac{1}{5}[a+b+c+d+e$$
$$+ (a+r'b+r''c+r'''d+r^{\text{IV}}e) + (a+r'''b+r^{\text{IV}}c+r''d+r'e) + (a+r^{\text{IV}}b+r'''c+r'd+r''e) + (a+r''b+r'c+r^{\text{IV}}d+r'''e)]$$
$$= a.$$

$$\tfrac{1}{5}[a+b+c+d+e$$
$$+ r'(a+r'b+r''c+r'''d+r^{\text{IV}}e) + r'''(a+r'''b+r^{\text{IV}}c+r''d+r'e) + r^{\text{IV}}(a+r^{\text{IV}}b+r'''c+r'd+r''e) + r''(a+r''b+r'c+r^{\text{IV}}d+r'''e)]$$
$$= c.$$

$$\tfrac{1}{5}[a+b+c+d+e$$
$$+ r''(a+r'b+r''c+r'''d+r^{\text{IV}}e) + r^{\text{IV}}(a+r'''b+r^{\text{IV}}c+r''d+r'e) + r'''(a+r^{\text{IV}}b+r'''c+r'd+r''e) + r'(a+r''b+r'c+r^{\text{IV}}d+r'''e)]$$
$$= b.$$

$$\tfrac{1}{5}[a+b+c+d+e$$
$$+ r'''(a+r'b+r''c+r'''d+r^{\text{IV}}e) + r''(a+r'''b+r^{\text{IV}}c+r''d+r'e) + r'(a+r^{\text{IV}}b+r'''c+r'd+r''e) + r^{\text{IV}}(a+r''b+r'c+r^{\text{IV}}d+r'''e)]$$
$$= e.$$

$$\tfrac{1}{5}[a+b+c+d+e$$
$$+ r^{\text{IV}}(a+r'b+r''c+r'''d+r^{\text{IV}}e) + r'(a+r'''b+r^{\text{IV}}c+r''d+r'e) + r''(a+r^{\text{IV}}b+r'''c+r'd+r''e) + r'''(a+r''b+r'c+r^{\text{IV}}d+r'''e)]$$
$$= d.$$

Les cinquièmes puissances indiquées sont faciles à exécuter au moyen du système d'équations entre le produit de deux quelconques des valeurs de r, & une troisième, tel qu'il est ci-dessus ; mais il faut observer que les mêmes lettres continuant d'indiquer les mêmes nombres, & les trois équations

$$1 + r' + r'' + r''' + r^{\text{IV}} = 0, \quad r'r'' = 1, \quad r'''r^{\text{IV}} = 1,$$

ayant lieu, on pourroit, à cause de l'ambiguité de ces nombres, supposer $r'' r''' = r^{\text{IV}}$; d'où l'on déduiroit

$r' r''' = r''$, $r' r^{\text{IV}} = r'''$, $r'' r^{\text{IV}} = r'$, $r'^2 = r^{\text{IV}}$, $r''^2 = r'''$, $r'''^2 = r'$, $r^{\text{IV}\,2} = r''$; second système d'équations qui est vrai, ainsi que le premier, sans l'être en même temps, & duquel on concluroit les mêmes choses que ci-dessus, quoique dans le développement des cinquièmes puissances, il conduise à d'autres valeurs.

IX. Comme $r^6 - 1 = (r^2 - 1)(r^2 + r + 1)(r^2 - r + 1)$, les six valeurs de r dans l'équation $r^6 = 1$ sont

$1, -1, \rho', \rho'', -\rho', -\rho''$; ρ' & ρ'' étant les valeurs qui résolvent concurremment avec l'unité l'équation $\rho^3 = 1$, ce qui *(art. III)* donne $\rho' + \rho'' = -1$, $\rho'\rho'' = 1$, $\rho'^2 = \rho''$, $\rho''^2 = \rho'$, &c. & il faut prouver que

$$\begin{aligned}\tfrac{1}{6}[a+b+c+d+e+f &+ \sqrt[6]{(a-b+\rho'c-\rho'd+\rho''e-\rho''f)^6}\\ &+ \sqrt[6]{(a+b+\rho''c+\rho''d+\rho'e+\rho'f)^6}\\ &+ \sqrt[6]{(a-b+c-d+e-f)^6}\\ &+ \sqrt[6]{(a+b+\rho'c+\rho'd+\rho''e+\rho''f)^6}\\ &+ \sqrt[6]{(a-b+\rho''c-\rho''d+\rho'e-\rho'f)^6}]\end{aligned}$$

égale indifféremment ou a, ou b, ou c, ou d, ou e, ou f, en supposant les sixièmes puissances développées : mais alors la fonction renferme les six valeurs

$$\tfrac{1}{6}[a+b+c+d+e+f \left.\begin{matrix}+\\-\\+\rho'\\-\rho'\\+\rho''\\-\rho''\end{matrix}\right\}(a-b+\rho'c-\rho'd+\rho''e-\rho''f)$$

$$\left.\begin{matrix}+\\+\\+\rho''\\+\rho''\\+\rho'\\+\rho'\end{matrix}\right\}(a+b+\rho''c+\rho''d+\rho'e+\rho'f) \left.\begin{matrix}+\\-\\+\\-\\+\\-\end{matrix}\right\}(a-b+c-d+e-f)$$

$$\left.\begin{matrix}+\\+\\+\rho'\\+\rho'\\+\rho''\\+\rho''\end{matrix}\right\}(a+b+\rho'c+\rho'd+\rho''e+\rho''f) \left.\begin{matrix}+\\-\\+\rho''\\-\rho''\\+\rho'\\-\rho'\end{matrix}\right\}(a-b+\rho''c-\rho''d+\rho'e-\rho'f)] = \left\{\begin{matrix}a\\b\\c\\f\\e\\d\end{matrix}\right.$$

donc, &c.

X. $r^7 - 1 = (r-1)(r^6 + r^5 + r^4 + r^3 + r^2 + r + 1)$; or si l'on avoit les six équations

$$1 + r' + r'' + r''' + r^{\text{IV}} + r^{\text{V}} + r^{\text{VI}} = 0,$$

$$r'r'' = 1, \quad r'''r^{\text{IV}} = 1, \quad r^{\text{V}}r^{\text{VI}} = 1,$$

$$r''r''' = r', \quad r^{\text{IV}}r^{\text{V}} = r';$$

d'où l'on déduit

$$r'r''' = r^{\mathrm{V}},\quad r''r^{\mathrm{IV}} = r^{\mathrm{VI}},\quad r'''r^{\mathrm{V}} = r^{\mathrm{IV}},\quad r^{\mathrm{IV}}r^{\mathrm{VI}} = r''',$$
$$r'r^{\mathrm{IV}} = r'',\quad r''r^{\mathrm{V}} = r''',\quad r'''r^{\mathrm{VI}} = r'',$$
$$r'r^{\mathrm{V}} = r^{\mathrm{VI}},\quad r''r^{\mathrm{VI}} = r^{\mathrm{V}};$$
$$r'r^{\mathrm{VI}} = r^{\mathrm{IV}},$$

$$r'^{2} = r''',\quad r''^{2} = r^{\mathrm{IV}},\quad r'''^{2} = r^{\mathrm{VI}},$$
$$r^{\mathrm{IV}2} = r^{\mathrm{V}},\quad r^{\mathrm{V}2} = r'',\quad r^{\mathrm{VI}2} = r',\ \&c.$$

on trouveroit $r^6 + r^5 + r^4 + r^3 + r^2 + r + 1 = 0$, r étant l'une quelconque des six quantités : donc les valeurs imaginaires de $\sqrt[7]{1}$ satisfont à toutes ces équations; donc

$$\begin{aligned}\tfrac{1}{7}[a+b+c+d+e+f+g &+ \sqrt[7]{(a+r'b+r''c+r'''d+r^{\mathrm{IV}}e+r^{\mathrm{V}}f+r^{\mathrm{VI}}g)^7}\\ &+ \sqrt[7]{(a+r'''b+r^{\mathrm{IV}}c+r^{\mathrm{VI}}d+r^{\mathrm{V}}e+r''f+r'g)^7}\\ &+ \sqrt[7]{(a+r^{\mathrm{V}}b+r^{\mathrm{VI}}c+r''d+r'e+r'''f+r^{\mathrm{IV}}g)^7}\\ &+ \sqrt[7]{(a+r^{\mathrm{VI}}b+r^{\mathrm{V}}c+r'd+r''e+r^{\mathrm{IV}}f+r'''g)^7}\\ &+ \sqrt[7]{(a+r^{\mathrm{IV}}b+r'''c+r^{\mathrm{V}}d+r^{\mathrm{VI}}e+r'f+r''g)^7}\\ &+ \sqrt[7]{(a+r''b+r'c+r^{\mathrm{IV}}d+r'''e+r^{\mathrm{VI}}f+r^{\mathrm{V}}g)^7}]\end{aligned}$$

en supposant les septièmes puissances développées, renferme les sept valeurs

$$\tfrac{1}{7}[a+b+c+d+e+f+g\ \left.\begin{matrix}+\\+r'\\+r''\\+r'''\\+r^{\mathrm{IV}}\\+r^{\mathrm{V}}\\+r^{\mathrm{VI}}\end{matrix}\right\}(a+r'b+r''c+r'''d+r^{\mathrm{IV}}e+r^{\mathrm{V}}f+r^{\mathrm{VI}}g)$$

$$\left.\begin{matrix}+\\+r'''\\+r^{\mathrm{IV}}\\+r^{\mathrm{VI}}\\+r^{\mathrm{V}}\\+r''\\+r'\end{matrix}\right\}(a+r'''b+r^{\mathrm{IV}}c+r^{\mathrm{VI}}d+r^{\mathrm{V}}e+r''f+r'g)\quad \left.\begin{matrix}+\\+r^{\mathrm{V}}\\+r^{\mathrm{VI}}\\+r''\\+r'\\+r'''\\+r^{\mathrm{IV}}\end{matrix}\right\}(a+r^{\mathrm{V}}b+r^{\mathrm{VI}}c+r''d+r'e+r'''f+r^{\mathrm{IV}}g)$$

$$\left.\begin{array}{l} + \\ + r^{VI} \\ + r^{V} \\ + r' \\ + r'' \\ + r^{IV} \\ + r''' \end{array}\right\}(a + r^{VI}b + r^{V}c + r'd + r''e + r^{IV}f + r'''g) \left.\begin{array}{l} + \\ + r^{IV} \\ + r''' \\ + r^{V} \\ + r^{VI} \\ + r' \\ + r'' \end{array}\right\}(a + r^{IV}b + r'''c + r^{V}d + r^{VI}e + r'f + r''g)$$

$$\left.\begin{array}{l} + \\ + r'' \\ + r' \\ + r^{IV} \\ + r''' \\ + r^{VI} \\ + r^{V} \end{array}\right\}(a + r''b + r'c + r^{IV}d + r'''e + r^{VI}f + r^{V}g)] = \left\{\begin{array}{l} a \\ c \\ b \\ e \\ d \\ g \\ f \end{array}\right.$$

XI. Ce procedé eſt uniforme, & pour un nombre premier n quelconque, r', r'', r'''... étant les valeurs imaginaires de $\sqrt[n]{1}$, on aura toujours un ſyſtème d'équations analogue aux précédens, en ſuppoſant les $(n - 1)$ équations

$$1 + r' + r'' + r''' + \ldots = 0,$$

$$r'r'' = 1, \quad r'''r^{IV} = 1, \quad r^{V}r^{VI} = 1, \quad r^{VII}r^{VIII} = 1, \text{ \&c.}$$

$$r''r''' = r', \quad r^{IV}r^{V} = r', \quad r^{VI}r^{VII} = r', \text{ \&c.}$$

qui donneront toutes les autres. Ce ſyſtème ſuffira pour élever ſans embarras les puiſſances indiquées, & ſatisfaire par conſéquent à l'objet qui nous occupe ici, puiſque les valeurs rigoureuſes de toutes les racines de l'unité ſont faciles à obtenir ſucceſſivement, comme on le verra.

XII. Il y a, lorſque n n'eſt pas un nombre premier, des ſimplifications dans la forme générale ci-deſſus, qui ſe préſentent au premier coup-d'œil; par exemple,

$$\begin{array}{l} \frac{1}{4}[a + b + c + d + \sqrt[4]{(a - b + c\sqrt{-1} - d\sqrt{-1})^4} \\ \qquad + \sqrt{(a + b - c - d)^2} \\ \qquad + \sqrt[4]{(a - b - c\sqrt{-1} + d\sqrt{-1})^4}] \end{array}$$

renferme les quatre valeurs de l'*article VII.*

$$\tfrac{1}{6}[a + b + c + d + e + f + \sqrt[6]{(a - b + \rho' c - \rho' d + \rho'' e - \rho'' f)^6}$$
$$+ \sqrt[3]{(a + b + \rho'' c + \rho'' d + \rho' e + \rho' f)^3}$$
$$+ \sqrt{(a - b + c - d + e - f)^2}$$
$$+ \sqrt[3]{(a + b + \rho' c + \rho' d + \rho'' e + \rho'' f)^3}$$
$$+ \sqrt[6]{(a - b + \rho'' c - \rho'' d + \rho' e - \rho' f)^6}]$$

renferme les ſix valeurs de l'*article IX;* &c.

Mais il exiſte encore pour ces cas, des formes particulières plus ſimples.

XIII. On peut, par exemple, faire une quantité qui ait indifféremment l'une de quatre valeurs déterminées, ſans élever d'autres puiſſances que des carrés, & par conſéquent ſans employer d'imaginaires, car

$$\tfrac{1}{4}[a + b + c + d \;+ \sqrt{(a + b - c - d)^2}$$
$$+ \sqrt{(a + c - b - d)^2}$$
$$+ \sqrt{(a + d - b - c)^2}]$$

renferme les quatre valeurs

$$\tfrac{1}{4}[a + b + c + d \left.\begin{matrix}+\\+\\-\\-\end{matrix}\right\}(a + b - c - d) \left.\begin{matrix}+\\-\\+\\-\end{matrix}\right\}(a + c - b - d)$$
$$\left.\begin{matrix}+\\-\\-\\+\end{matrix}\right\}(a + d - b - c)] = \left\{\begin{matrix}a.\\b.\\c.\\d.\end{matrix}\right.$$

XIV. On peut faire une quantité qui ſoit indifféremment l'une de ſix, ſans élever d'autres puiſſances que cinq différens cubes; car ρ' & ρ'' étant les valeurs imaginaires de $\sqrt[3]{1}$.

$$\tfrac{1}{6}[a + b + c + d + e + f + \sqrt[3]{(a + b + \rho'\overline{c + d} + \rho''\overline{e + f})^3}$$
$$+ \sqrt[3]{(a + c + \rho'\overline{b + e} + \rho''\overline{d + f})^3}$$
$$+ \sqrt[3]{(a + d + \rho'\overline{b + f} + \rho''\overline{c + e})^3}$$
$$+ \sqrt[3]{(a + e + \rho'\overline{c + f} + \rho''\overline{b + d})^3}$$
$$+ \sqrt[3]{(a + f + \rho'\overline{d + e} + \rho''\overline{b + c})^3}]$$

renferme les six valeurs

$$\tfrac{1}{6}\Big[a+b+c+d+e+f\ \left.\begin{matrix}+\\+\\+\rho''\\+\rho''\\+\rho'\\+\rho'\end{matrix}\right\}(a+b+\rho'\overline{c+d}+\rho''\overline{e+f})$$

$$\left.\begin{matrix}+\\+\rho''\\+\\+\rho'\\+\rho''\\+\rho'\end{matrix}\right\}(a+c+\rho'\overline{b+e}+\rho''\overline{d+f})\ \left.\begin{matrix}+\\+\rho''\\+\rho'\\+\\+\rho'\\+\rho''\end{matrix}\right\}(a+d+\rho'\overline{b+f}+\rho''\overline{c+e})$$

$$\left.\begin{matrix}+\\+\rho'\\+\rho''\\+\rho'\\+\\+\rho''\end{matrix}\right\}(a+e+\rho'\overline{c+f}+\rho''\overline{b+d})\ \left.\begin{matrix}+\\+\rho'\\+\rho'\\+\rho''\\+\rho''\\+\end{matrix}\right\}(a+f+\rho'\overline{d+e}+\rho''\overline{b+c})\Big]=\left\{\begin{matrix}a.\\b.\\c.\\d.\\e.\\f.\end{matrix}\right.$$

XV. Veut-on savoir si, sans élever d'autres puissances que cinq différens carrés, l'on pourroit faire encore une quantité qui fût indifféremment l'une de six? voici le moyen de s'en assurer.

Il faut que chaque lettre, excepté a, se trouve dans la somme des quantités radicales, deux fois en plus & trois fois en moins, pour satisfaire au cas où tous les radicaux auront le signe $+$ comme ici

$$\tfrac{1}{6}[a+b+c+d+e+f+(a+b+c-d-e-f)$$
$$+(a+b+d-c-e-f)+(a+c+f-b-d-e)$$
$$+(a+d+e-b-c-f)+(a+e+f-b-c-d)]=a;$$

mais quand on disposera les signes $+$ & $-$ au-devant des radicaux, de la manière qu'il faudra pour avoir dans tous, $+1$ pour coëfficient d'une des lettres autre que a, il faudra que les coëfficiens $+1$ & -1 continuent de se mi-partir pour toutes les autres lettres, dont la somme doit être zéro; il faut donc que deux lettres quelconques ne soient pas trois fois de même signe dans les cinq quantités radicales: or ces conditions sont impossibles à remplir.

Au reſte, ce qui eſt impoſſible ſi l'on veut ſe borner à cinq carrés, n'a rien que de facile ſi on en éleve dix, car

$$\tfrac{1}{12}[2(a+b+c+d+e+f) + \sqrt{(a+b+c-d-e-f)^2}$$
$$+ \sqrt{(a+b+d-c-e-f)^2} + \sqrt{(a+b+e-c-d-f)^2}$$
$$+ \sqrt{(a+b+f-c-d-e)^2} + \sqrt{(a+c+d-b-e-f)^2}$$
$$+ \sqrt{(a+c+e-b-d-f)^2} + \sqrt{(a+c+f-b-d-e)^2}$$
$$+ \sqrt{(a+d+e-b-c-f)^2} + \sqrt{(a+d+f-b-c-e)^2}$$
$$+ \sqrt{(a+e+f-b-c-d)^2}]$$

renferme les ſix valeurs a, b, c, d, e, f.

XVI. On peut faire une quantité qui ait indifféremment l'une de huit valeurs déterminées, ſans élever d'autres puiſſances que ſept différens carrés, car

$$\tfrac{1}{8}[a+b+c+d+e+f+g+h + \sqrt{(a+b+c+d-e-f-g-h)^2}$$
$$+ \sqrt{(a+b+e+f-c-d-g-h)^2}$$
$$+ \sqrt{(a+b+g+h-c-d-e-f)^2}$$
$$+ \sqrt{(a+c+e+h-b-d-f-g)^2}$$
$$+ \sqrt{(a+c+f+g-b-d-e-h)^2}$$
$$+ \sqrt{(a+d+e+g-b-c-f-h)^2}$$
$$+ \sqrt{(a+d+f+h-b-c-e-g)^2}]$$

renferme les huit valeurs a, b, c, d, e, f, g, h.

XVII. On peut faire une quantité qui ſoit indifféremment l'une de neuf, ſans élever d'autres puiſſances que huit différens cubes, car ρ' & ρ'' étant les valeurs imaginaires de $\sqrt[3]{1}$

$$\tfrac{1}{9}[a+b+c+d+e+f+g+h+k$$
$$+ \sqrt[3]{(a+b+c+\rho'\overline{d+e+f}+\rho''\overline{g+h+k})^3}$$
$$+ \sqrt[3]{(a+b+c+\rho'\overline{g+h+k}+\rho''\overline{d+e+f})^3}$$
$$+ \sqrt[3]{(a+d+g+\rho'\overline{b+f+k}+\rho''\overline{c+e+h})^3}$$
$$+ \sqrt[3]{(a+d+g+\rho'\overline{c+e+h}+\rho''\overline{b+f+k})^3}$$
$$+ \sqrt[3]{(a+f+h+\rho'\overline{b+e+g}+\rho''\overline{c+d+k})^3}$$
$$+ \sqrt[3]{(a+f+h+\rho'\overline{c+d+k}+\rho''\overline{b+e+g})^3}$$
$$+ \sqrt[3]{(a+e+k+\rho'\overline{c+f+g}+\rho''\overline{b+d+h})^3}$$
$$+ \sqrt[3]{(a+e+k+\rho'\overline{b+d+h}+\rho''\overline{c+f+g})^3}]$$

renferme les neuf valeurs $a, b, c, d, e, f, g, h, k$.

XVIII. En général, on trouvera toujours les formes de cette eſpèce, en prenant dans la première, ſimplifiée comme dans l'*article XII,* les radicaux de même dénomination, en y échangeant les lettres entre elles de toutes les manières, puis faiſant une ſomme de tous ces réſultats; car chaque forme élémentaire ſe compoſe toujours de cette ſomme, & ſouvent, de différentes portions de cette ſomme.

Les modifications qui paroiſſent multiplier le nombre de formes des racines, ne ſont que des complications des formes élémentaires; comme lorſque l'on prend deux ou pluſieurs termes de la racine, & qu'on élève leur ſomme à une certaine puiſſance, pour la mettre enſuite ſous le radical de même expoſant que cette puiſſance; lorſqu'on fait le produit de deux termes, pour le diviſer enſuite par l'un d'eux, &c. &c. & je dis que pour le quatrième degré par exemple, il n'y a de formes eſſentiellement différentes, que les deux des *articles VII* ou *XII* & *XIII;* que pour le ſixième, il n'y a que les trois des *articles IX* ou *XII, XIV* & *XV,* &c. car la différence eſſentielle eſt dans le degré des radicaux néceſſaires.

Sans entrer dans de plus longues diſcuſſions à ce ſujet, parce que l'objet des formes particulières eſt moins de faciliter les ſolutions générales, que d'en ſimplifier les réſultats, nous nous contenterons de remarquer qu'au moyen de tout ce qui précède, notre queſtion principale ſe trouve réduite au ſecond des trois chefs que nous y avions diſtingués *(article IV)*; c'eſt-à-dire à transformer en fonction de *types (article V)* la quantité de laquelle on peut dire qu'elle égale telle des racines que l'on voudra.

Reprenons un inſtant le troiſième degré.

XIX. On a vu *(articles III & V)* que la quantité qui eſt indifféremment ou a, ou b, ou c, ſe préſente immédiatement ſous la forme

$$\tfrac{1}{3}\Big[(A)+\sqrt[3]{\big((A^3)-\tfrac{3}{2}(A^2B)+6(ABC)+\tfrac{3}{2}(a-b)(a-c)(b-c)\sqrt{-3}\big)}$$
$$+\sqrt[3]{\big((A^3)-\tfrac{3}{2}(A^2B)+6(ABC)-\tfrac{3}{2}(a-b)(a-c)(b-c)\sqrt{-3}\big)}\Big],$$

& que pour avoir le tout en fonction de *types*, il ne s'agit que de prendre, au lieu de

$$(a-b)\ (a-c)\ (b-c),$$

la racine

la racine de ſon carré

$$(A^4B^2) - 2(A^4BC) - 2(A^3B^3) + 2(A^3B^2C) - 6(A^2B^2C^2).$$

Les Tables de l'article V donnent le ſurplus, & l'équation propoſée étant

$$Mx^3 + Nx^2 + Px + Q = 0$$

ſi l'on fait

$$\left.\begin{matrix}\Delta' \\ \Delta''\end{matrix}\right\} = \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}\Big[-2N^3 + 3^2 MNP - 3^3 M^2Q}$$

$$\left.\begin{matrix}+ \\ -\end{matrix}\right\} 3M\sqrt{-3(N^2P^2 - 2^2MP^3 - 2^2N^3Q + 2.3^2MNPQ - 3^3M^2Q^2)}\Big],$$

la formule de réſolution ſera

$$x = \frac{1}{3M}\left[-N \quad \begin{matrix}+ \\ \frac{-1+\sqrt{-3}}{2} \\ \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\end{matrix}\right\}\Delta' \quad \left.\begin{matrix}+ \\ \frac{-1-\sqrt{-3}}{2} \\ \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\end{matrix}\right\}\Delta''\right]$$

formule connue & la plus ſimple poſſible, comme le prouvent les obſervations ſuivantes.

XX. On doit toujours pouvoir diſtinguer les différentes racines l'une de l'autre, dans la valeur générale qui les renferme toutes, uniquement en y multipliant chaque radical par les différentes racines de l'unité, de même expoſant que ce radical; d'où il ſuit que la formule générale du troiſième degré ne peut pas ne renfermer que des radicaux ſeconds : l'addition des radicaux dans la ſomme des valeurs qui réſolvent concurremment doit donner zéro, ainſi il y faut des radicaux troiſièmes.

Il faut que dans chaque radical tout ſoit zéro quand $a = b = c$ puiſqu'alors on doit trouver $x = \frac{1}{3}(A) = -\frac{N}{3M}$ ſans aucune ambiguïté.

Il faut que a^3, b^3 & c^3 y aient le même coëfficient, puiſque a^3 par exemple, eſt de la même difficulté que a à obtenir en *types*..... &c.

Comme toutes ces conditions exigent que l'on ait ſous les radicaux, les nombres imaginaires dont le cube eſt 1, on voit qu'il eſt impoſſible d'éviter dans la ſolution du troiſième degré, ce qu'on appelle le *cas irréductible*.

Il ſera facile d'étendre & de généraliſer ces remarques.

XXI. Nous avons prouvé *(article XIII)* que

$$\tfrac{1}{4}[(A) + \sqrt{(a + b - c - d)^2} + \sqrt{(a + c - b - d)^2} + \sqrt{(a + d - b - c)^2}]$$

renferme les quatre valeurs a, b, c, d, ſi l'on y ſuppoſe les carrés développés. Ces carrés ſont, ſavoir,

$$\left.\begin{matrix}(a + b - c - d)^2\\(a + c - b - d)^2\\(a + d - b - c)^2\end{matrix}\right\} = (A^2) - 2(AB) + 4\left\{\begin{matrix}ab + cd\\ac + bd\\ad + bc\end{matrix}\right.$$

$$= (A^2) - \tfrac{2}{3}(AB) + \tfrac{4}{3}\left\{\begin{matrix}2(ab + cd) - (ac + bd) - (ad + bc).\\2(ac + bd) - (ad + bc) - (ab + cd).\\2(ad + bc) - (ab + cd) - (ac + bd).\end{matrix}\right.$$

En échangeant les lettres entre elles, de toutes les manières poſſibles; dans

$$2(ab + cd) - (ac + bd) - (ad + bc)$$

on ne trouve que les trois valeurs

$$2(ab + cd) - (ac + bd) - (ad + bc) = u'$$
$$2(ac + bd) - (ad + bc) - (ab + cd) = u''$$
$$2(ad + bc) - (ab + cd) - (ac + bd) = u''';$$

mais par l'article III

$$\sqrt[3]{}(ab + cd + r'\overline{ac + bd} + r''\overline{ad + bc})^3$$

$$+ \sqrt[3]{}(ab + cd + r''\overline{ac + bd} + r'\overline{ad + bc})^3,$$

en y ſuppoſant les cubes développés, ſera indifféremment ou u', ou u'', ou u'''. Le premier de ces cubes eſt

$$(A^3B^3) - \tfrac{3}{2}(A^3B^2C) + 6(A^3BCD) + 6(A^2B^2C^2) - 3(A^2B^2CD)$$
$$+ \tfrac{3}{2}(a - b)(a - c)(a - d)(b - c)(b - d)(c - d)\sqrt{-3};$$

l'autre n'en diffère que parce que $\sqrt{-3}$ y eſt en moins: or comme le carré du produit des différences entre les racines eſt

une fonction de *types*, la solution ne dépend plus que des propositions de l'article V.

L'équation proposée étant

$$Mx^4 + Nx^3 + Px^2 + Qx + R = 0,$$

& $\left.\begin{array}{l}\Delta'\\ \Delta''\end{array}\right\} = \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}}\Big(2P^3 - 3^2NPQ + 3^3MQ^2 + 3^3N^2R - 2^3 3^2MPR$

$$\left.\begin{array}{l}+\\ -\end{array}\right\} 3\sqrt{-3\left[\begin{array}{lll} N^2P^2Q^2 & -2^2N^2P^3R & -3^3N^4R^2 \\ -2^2MP^3Q^2 & +2^4MP^4R & +2^4 3^2MN^2PR^2 \\ -2^2N^3Q^3 & +2.3^2N^3PQR & -2^7M^2P^2R^2 \\ +2.3^2MNPQ^3 & -2^4 5MNP^2QR & -2^6 3M^2NQR^2 \\ -3^3M^2Q^4 & -2.3MN^2Q^2R & +2^8M^3R^3 \\ & +2^4 3^2M^2PQ^2R & \end{array}\right]}\Big),$$

$$\left.\begin{array}{l}u'\\ u''\\ u'''\end{array}\right\} = \left.\begin{array}{c} + \\ \frac{-1+\sqrt{-3}}{2} \\ \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\end{array}\right\}\Delta' \quad \left.\begin{array}{c} + \\ \frac{-1-\sqrt{-3}}{2} \\ \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\end{array}\right\}\Delta''$$

ou bien u', u'' & u''' étant les trois racines de l'équation

$$u^3 * + 3(-P^2 + 3NQ - 2^2 3MR)u$$
$$+ (-2P^3 + 3^2NPQ - 3^3MQ^2 - 3^3N^2R + 2^3 3^2MPR) = 0,$$

on a

$$x = \frac{1}{2^2M}\Big[-N \left.\begin{array}{c}+\\+\\-\\-\end{array}\right\} \sqrt{\tfrac{1}{3}}(3N^2 - 2^3MP + 2^2Mu')$$

$$\left.\begin{array}{c}+\\-\\+\\-\end{array}\right\} \sqrt{\tfrac{1}{3}}(3N^2 - 2^3MP + 2^2Mu'') \left.\begin{array}{c}+\\-\\-\\+\end{array}\right\} \sqrt{\tfrac{1}{3}}(3N^2 - 2^3MP + 2^2Mu''')\Big],$$

& si au lieu des deux derniers radicaux, on prend la racine du carré de leur somme, le tout ne dépendra que de u'.

XXII. Si nous prenons la forme de l'article XII, savoir,

$$\tfrac{1}{4}[(A) + \sqrt[4]{(a - b + c\sqrt{-1} - d\sqrt{-1})^4}$$
$$+ \sqrt{(a + b - c - d)^2} + \sqrt[4]{(a - b - c\sqrt{-1} + d\sqrt{-1})^4}]$$

nous aurons $(a + b - c - d)^2$ par l'article précédent; & quant aux deux quatrièmes puiſſances, ſi l'on fait

$$\Phi = 3^2(A^4) - 2^2 3(A^3B) - 2.37(A^2B^2)$$
$$+ 2^2 23(A^2BC) - 2^3 3.23(ABCD) - 2^2[3(A^2) - 2(AB)]u' + 2^2 7u'^2,$$

u' ayant la même valeur que dans l'article précédent, on aura

$$\left.\begin{matrix}(a - b + c\sqrt{-1} - d\sqrt{-1})^4 \\ (a - b - c\sqrt{-1} + d\sqrt{-1})^4\end{matrix}\right\} = \frac{1}{3^2}\Phi \left.\begin{matrix}+ \\ -\end{matrix}\right\} 2^2(a - b)(c - d)[(a - b)^2 - (c - d)^2]\sqrt{-1};$$

or faiſant

$$\Psi = 2^2(A^2B^2) - 2^2(A^2BC) + 2^3 3(ABCD) - u'^2;$$

on a

$$[(a - b)(c - d)]^2 = \tfrac{1}{4}\Psi$$
$$[(a - b)^2 - (c - d)^2]^2 = \frac{1}{3^2}(\Phi + 2^2 3\Psi);$$

d'où, au moyen des propoſitions de l'article V, réſulte la formule ſuivante, Φ & Ψ étant, ſavoir,

$$\Phi = 3^2N^4 - 2^4 3MN^2P - 2^5M^2P^2 + 2^5 3^2M^2NQ - 2^7 3^2M^3R$$
$$- 2^2M(3N^2 - 2^3MP)u' + 2^2 7M^2u'^2$$
$$\Psi = 2^2P^2 - 2^2 3NQ + 2^4 3MR - u'^2$$

$$x = \frac{1}{2^2M}\Big[- N \left.\begin{matrix}+ \\ + \\ - \\ -\end{matrix}\right\} \sqrt{\tfrac{1}{3}(3N^2 - 2^3MP + 2^2Mu')}$$

$$\left.\begin{matrix}+ \\ - \\ -\sqrt{-1} \\ +\sqrt{-1}\end{matrix}\right\} \sqrt[4]{\frac{1}{3^2}(\Phi + 2^2M\sqrt{-3\Psi(\Phi + 2^2 3M^2\Psi)})}$$

$$\left.\begin{matrix}+ \\ - \\ +\sqrt{-1} \\ -\sqrt{-1}\end{matrix}\right\} \sqrt[4]{\frac{1}{3^2}(\Phi - 2^2M\sqrt{-3\Psi(\Phi + 2^2 3M^2\Psi)})}\Big];$$

XXIII. Pour l'équation

$$r^4 + r^3 + r^2 + r + 1 = 0,$$

par exemple, qui renferme les valeurs imaginaires de $\sqrt[5]{1}$, on aura, par la première formule,

$$r = \tfrac{1}{4}\Big[-1 \left.\begin{array}{c}+\\+\\-\\-\end{array}\right\}\sqrt{5} \left.\begin{array}{c}+\\-\\+\\-\end{array}\right\}\sqrt{-5+2\sqrt{5}} \left.\begin{array}{c}+\\-\\-\\+\end{array}\right\}\sqrt{-5-2\sqrt{5}}\Big],$$

& par la ſeconde,

$$r = \tfrac{1}{4}\Big[-1 \left.\begin{array}{c}+\\+\\-\\-\end{array}\right\}\sqrt{5} \left.\begin{array}{c}+\\-\\-\sqrt{-1}\\+\sqrt{-1}\end{array}\right\}\sqrt[4]{5(-3+4\sqrt{-1})} \left.\begin{array}{c}+\\-\\+\sqrt{-1}\\-\sqrt{-1}\end{array}\right\}\sqrt[4]{5(-3-4\sqrt{-1})}\Big].$$

XXIV. Avant de paſſer au cinquième degré, il faut expliquer une nouvelle notation abrégée qui rendra nos expreſſions plus conciſes, & nous fournira des procédés de calcul plus expéditifs que ceux de l'algèbre. Cette notation convient à certaines quantités d'une forme ſyſtématique dans leſquelles ſe réſolvent celles que j'appelle *types*, & auxquelles ſe réduit toujours immédiatement la fonction qui eſt indifféremment telle des racines que l'on voudra.

J'appellerai *Types partiels*, les expreſſions abrégées de ces quantités. Ce ſont des ſuites de termes faiſant partie du développement d'un même *type*, dont la propriété fondamentale eſt que ſi, dans un certain échange entre les lettres, il réſulte d'un terme, un autre terme qui ſoit de la ſuite, il ne réſulte des autres, aucun terme qui n'y ſoit pas compris; de manière que cet échange n'y produiſe aucun changement: & qu'au contraire, s'il en réſulte un terme qui n'y ſoit pas compris, aucun des réſultans ne le ſoit.

Je ſuppoſe, par exemple,

$$[\underset{''}{\alpha}\underset{'''}{\beta}\underset{'}{\gamma}] = a^{\alpha} b^{\beta} c^{\gamma} + a^{\gamma} b^{\alpha} c^{\beta} + a^{\beta} b^{\gamma} c^{\alpha},$$

c'eſt-à-dire que $[\underset{''}{\alpha}\underset{'''}{\beta}\underset{'}{\gamma}]$ repréſente la ſomme de tous les termes différens que l'on peut former en conſervant toujours a, b & c, dans l'ordre alphabétique, prenant au premier terme pour expoſans reſpectifs de ces lettres, les nombres α, β & γ dans l'ordre même où ils ſont écrits, & concluant enſuite chaque terme, du précédent, en y empruntant les expoſans ſucceſſifs dans l'ordre qui ſuit, le *dernier*, le *premier*, le *ſecond*; ordre de ſucceſſion

ſuffiſamment indiqué par celui des caractériſtiques I, II, III, dans l'expreſſion $[\underset{\text{II}}{\alpha}\,\underset{\text{III}}{\beta}\,\underset{\text{I}}{\gamma}]$, & d'où l'on ne déduit ici que trois termes, puiſqu'en continuant toujours, on retomberoit dès le quatrième, ſur le premier.

Il ſuit de-là que

$$[\underset{\text{II}}{\alpha}\,\underset{\text{III}}{\gamma}\,\underset{\text{I}}{\beta}] = a^{\alpha} b^{\gamma} c^{\beta} + a^{\beta} b^{\alpha} c^{\gamma} + a^{\gamma} b^{\beta} c^{\alpha},$$

& que par conſéquent, en ne ſuppoſant dans le développement du *type* $(A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma})$ que a, b & c, on a

$$(A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma}) = [\underset{\text{II}}{\alpha}\,\underset{\text{III}}{\beta}\,\underset{\text{I}}{\gamma}] + [\underset{\text{II}}{\alpha}\,\underset{\text{III}}{\gamma}\,\underset{\text{I}}{\beta}].$$

Il eſt facile de conclure ſemblablement

$$[\underset{\text{III}}{\alpha}\,\underset{\text{IV}}{\beta}\,\underset{\text{II}}{\gamma}\,\underset{\text{I}}{\delta}] = a^{\alpha} b^{\beta} c^{\gamma} d^{\delta} + a^{\delta} b^{\gamma} c^{\alpha} d^{\beta} + a^{\beta} b^{\alpha} c^{\delta} d^{\gamma} + a^{\gamma} b^{\delta} c^{\beta} d^{\alpha}$$

$$[\underset{\text{IV}}{\alpha}\,\underset{\text{I}}{\delta}\,\underset{\text{II}}{\beta}\,\underset{\text{III}}{\gamma}] = a^{\alpha} b^{\delta} c^{\beta} d^{\gamma} + a^{\delta} b^{\beta} c^{\gamma} d^{\alpha} + a^{\beta} b^{\gamma} c^{\alpha} d^{\delta} + a^{\gamma} b^{\alpha} c^{\delta} d^{\beta}$$

$$[\underset{\text{II}}{\alpha}\,\underset{\text{IV}}{\gamma}\,\underset{\text{I}}{\delta}\,\underset{\text{III}}{\beta}] = a^{\alpha} b^{\gamma} c^{\delta} d^{\beta} + a^{\delta} b^{\alpha} c^{\beta} d^{\gamma} + a^{\beta} b^{\delta} c^{\gamma} d^{\alpha} + a^{\gamma} b^{\beta} c^{\alpha} d^{\delta}$$

$$[\underset{\text{III}}{\alpha}\,\underset{\text{IV}}{\beta}\,\underset{\text{II}}{\delta}\,\underset{\text{I}}{\gamma}] = a^{\alpha} b^{\beta} c^{\delta} d^{\gamma} + a^{\gamma} b^{\delta} c^{\alpha} d^{\beta} + a^{\beta} b^{\alpha} c^{\gamma} d^{\delta} + a^{\delta} b^{\gamma} c^{\beta} d^{\alpha}$$

$$[\underset{\text{IV}}{\alpha}\,\underset{\text{I}}{\gamma}\,\underset{\text{II}}{\beta}\,\underset{\text{III}}{\delta}] = a^{\alpha} b^{\gamma} c^{\beta} d^{\delta} + a^{\gamma} b^{\beta} c^{\delta} d^{\alpha} + a^{\beta} b^{\delta} c^{\alpha} d^{\gamma} + a^{\delta} b^{\alpha} c^{\gamma} d^{\beta}$$

$$[\underset{\text{II}}{\alpha}\,\underset{\text{IV}}{\delta}\,\underset{\text{I}}{\gamma}\,\underset{\text{III}}{\beta}] = a^{\alpha} b^{\delta} c^{\gamma} d^{\beta} + a^{\gamma} b^{\alpha} c^{\beta} d^{\delta} + a^{\beta} b^{\gamma} c^{\delta} d^{\alpha} + a^{\delta} b^{\beta} c^{\alpha} d^{\gamma}$$

d'où il ſuit qu'en ne ſuppoſant dans le développement du *type* $(A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma} D^{\delta})$ que a, b, c & d, on a

$$(A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma} D^{\delta}) = [\underset{\text{III}}{\alpha}\,\underset{\text{IV}}{\beta}\,\underset{\text{II}}{\gamma}\,\underset{\text{I}}{\delta}] + [\underset{\text{IV}}{\alpha}\,\underset{\text{I}}{\delta}\,\underset{\text{II}}{\beta}\,\underset{\text{III}}{\gamma}] + [\underset{\text{II}}{\alpha}\,\underset{\text{IV}}{\gamma}\,\underset{\text{I}}{\delta}\,\underset{\text{III}}{\beta}]$$
$$+ [\underset{\text{III}}{\alpha}\,\underset{\text{IV}}{\beta}\,\underset{\text{II}}{\delta}\,\underset{\text{I}}{\gamma}] + [\underset{\text{IV}}{\alpha}\,\underset{\text{I}}{\gamma}\,\underset{\text{II}}{\beta}\,\underset{\text{III}}{\delta}] + [\underset{\text{II}}{\alpha}\,\underset{\text{IV}}{\delta}\,\underset{\text{I}}{\gamma}\,\underset{\text{III}}{\beta}].$$

Il faut obſerver, avant d'aller plus loin, que dans les loix que j'ai priſes ici, j'avois une intention particulière. Les deux portions $[\underset{\text{II}}{\alpha}\,\underset{\text{III}}{\beta}\,\underset{\text{I}}{\gamma}]$ & $[\underset{\text{II}}{\alpha}\,\underset{\text{III}}{\gamma}\,\underset{\text{I}}{\beta}]$ du *type* $(A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma})$ ſont telles qu'elles ne ſont que ſe convertir réciproquement l'une en l'autre

par les échanges qu'on peut faire dans la valeur de chacune, entre les lettres *a*, *b* & *c*; j'ai de même assujetti à cette propriété les six portions dans lesquelles j'ai partagé $(A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma} D^{\delta})$: ainsi, il faut, pour obtenir en *types* la quantité $[\underset{II}{\alpha}\,\underset{III}{\beta}\,\underset{I}{\gamma}]$, faire une fonction qui ait indifféremment l'une de ces deux valeurs $[\underset{II}{\alpha}\,\underset{III}{\beta}\,\underset{I}{\gamma}]$ & $[\underset{II}{\alpha}\,\underset{III}{\gamma}\,\underset{I}{\beta}]$, & de même, pour obtenir en *types* la quantité $[\underset{III}{\alpha}\,\underset{IV}{\beta}\,\underset{II}{\gamma}\,\underset{I}{\delta}]$, il faut faire une fonction qui ait indifféremment l'une des six valeurs

$$[\underset{III}{\alpha}\,\underset{IV}{\beta}\,\underset{II}{\gamma}\,\underset{I}{\delta}],\quad [\underset{IV}{\alpha}\,\underset{I}{\delta}\,\underset{II}{\beta}\,\underset{III}{\gamma}],\quad [\underset{II}{\alpha}\,\underset{IV}{\gamma}\,\underset{I}{\delta}\,\underset{III}{\beta}];$$
$$[\underset{III}{\alpha}\,\underset{IV}{\beta}\,\underset{II}{\delta}\,\underset{I}{\gamma}],\quad [\underset{IV}{\alpha}\,\underset{I}{\gamma}\,\underset{II}{\beta}\,\underset{III}{\delta}]\ \&\ [\underset{II}{\alpha}\,\underset{IV}{\delta}\,\underset{I}{\gamma}\,\underset{III}{\beta}].$$

Ce n'est que pour satisfaire à cette vue particulière, qu'il a fallu partager le *type* $(A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma} D^{\delta})$ en portions où les caractéristiques I, II, III & IV se trouvassent dans un ordre différent.

En suivant ce procédé, on aura

$$[\underset{V}{\alpha}\,\underset{III}{\beta}\,\underset{IV}{\gamma}\,\underset{I}{\delta}\,\underset{II}{\varepsilon}] = a^{\alpha} b^{\beta} c^{\gamma} d^{\delta} e^{\varepsilon} + a^{\delta} b^{\varepsilon} c^{\beta} d^{\gamma} e^{\alpha} + a^{\gamma} b^{\alpha} c^{\varepsilon} d^{\beta} e^{\delta}$$
$$+ a^{\beta} b^{\delta} c^{\alpha} d^{\varepsilon} e^{\gamma} + a^{\varepsilon} b^{\gamma} c^{\delta} d^{\alpha} e^{\beta}$$

$$[\underset{V}{\alpha}\,\underset{III}{\varepsilon}\,\underset{IV}{\delta}\,\underset{I}{\beta}\,\underset{II}{\gamma}] = a^{\alpha} b^{\varepsilon} c^{\delta} d^{\beta} e^{\gamma} + a^{\beta} b^{\gamma} c^{\varepsilon} d^{\delta} e^{\alpha} + a^{\delta} b^{\alpha} c^{\gamma} d^{\varepsilon} e^{\beta}$$
$$+ a^{\varepsilon} b^{\beta} c^{\alpha} d^{\gamma} e^{\delta} + a^{\gamma} b^{\delta} c^{\beta} d^{\alpha} e^{\varepsilon}$$

$$[\underset{V}{\alpha}\,\underset{III}{\gamma}\,\underset{IV}{\beta}\,\underset{I}{\varepsilon}\,\underset{II}{\delta}] = a^{\alpha} b^{\gamma} c^{\beta} d^{\varepsilon} e^{\delta} + a^{\varepsilon} b^{\delta} c^{\gamma} d^{\beta} e^{\alpha} + a^{\beta} b^{\alpha} c^{\delta} d^{\gamma} e^{\varepsilon}$$
$$+ a^{\gamma} b^{\varepsilon} c^{\alpha} d^{\delta} e^{\beta} + a^{\delta} b^{\beta} c^{\varepsilon} d^{\alpha} e^{\gamma}$$

$$[\underset{V}{\alpha}\,\underset{III}{\delta}\,\underset{IV}{\varepsilon}\,\underset{I}{\gamma}\,\underset{II}{\beta}] = a^{\alpha} b^{\delta} c^{\varepsilon} d^{\gamma} e^{\beta} + a^{\gamma} b^{\beta} c^{\delta} d^{\varepsilon} e^{\alpha} + a^{\varepsilon} b^{\alpha} c^{\beta} d^{\delta} e^{\gamma}$$
$$+ a^{\delta} b^{\gamma} c^{\alpha} d^{\beta} e^{\varepsilon} + a^{\beta} b^{\varepsilon} c^{\gamma} d^{\alpha} e^{\delta}$$

La somme de ces quatre *types partiels* est encore un *type partiel*, qui, à cause de l'enchaînement entre les exposans $\beta, \gamma, \delta, \varepsilon$, peut être noté ainsi $[\underset{\substack{I\\V}}{\alpha}\,\underset{\substack{IV\\III}}{\beta}\,\underset{\substack{V\\IV}}{\gamma}\,\underset{\substack{III\\I}}{\delta}\,\underset{\substack{II\\II}}{\varepsilon}]$, en concevant que le premier

ordre de caractériſtiques détermine, non une ſuite de ſimples termes, mais une ſuite de *types partiels* de la forme $\underset{\mathrm{V\ III\ IV\ I\ II}}{[a\,b\,c\,d\,e]}$, forme indiquée par le ſecond ordre de caractériſtiques. Cependant à cauſe des difficultés de l'impreſſion, je ſubſtituerai ici, à cette notation qui m'eſt familière, la ſuivante qui peut ſuffire pour ce Mémoire: je ferai

$$\underset{\ast\ \mathrm{III\ IV\ II\ I}}{[\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon]} = \underset{\mathrm{V\ III\ IV\ I\ II}}{[\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon]} + \underset{\mathrm{V\ III\ IV\ I\ II}}{[\alpha\varepsilon\delta\beta\gamma]} + \underset{\mathrm{V\ III\ IV\ I\ II}}{[\alpha\gamma\beta\varepsilon\delta]} + \underset{\mathrm{V\ III\ IV\ I\ II}}{[\alpha\delta\varepsilon\gamma\beta]}$$

& ſemblablement

$$\underset{\ast\ \mathrm{IV\ I\ II\ III}}{[\alpha\beta\varepsilon\gamma\delta]} = \underset{\mathrm{V\ III\ I\ II\ IV}}{[\alpha\beta\varepsilon\gamma\delta]} + \underset{\mathrm{V\ III\ I\ II\ IV}}{[\alpha\varepsilon\gamma\delta\beta]} + \underset{\mathrm{V\ III\ I\ II\ IV}}{[\alpha\gamma\delta\beta\varepsilon]} + \underset{\mathrm{V\ III\ I\ II\ IV}}{[\alpha\delta\beta\varepsilon\gamma]}$$

$$\underset{\ast\ \mathrm{II\ IV\ I\ III}}{[\alpha\beta\delta\varepsilon\gamma]} = \underset{\mathrm{V\ I\ II\ III\ IV}}{[\alpha\beta\delta\varepsilon\gamma]} + \underset{\mathrm{V\ I\ II\ III\ IV}}{[\alpha\varepsilon\beta\gamma\delta]} + \underset{\mathrm{V\ I\ II\ III\ IV}}{[\alpha\gamma\varepsilon\delta\beta]} + \underset{\mathrm{V\ I\ II\ III\ IV}}{[\alpha\delta\gamma\beta\varepsilon]}$$

Si l'on ſuppoſe de plus

$$\underset{\ast\ \mathrm{III\ IV\ II\ I}}{[\alpha\beta\gamma\varepsilon\delta]]} = \underset{\mathrm{V\ IV\ II\ I\ III}}{[\alpha\beta\gamma\varepsilon\delta]} + \underset{\mathrm{V\ IV\ II\ I\ III}}{[\alpha\delta\varepsilon\beta\gamma]} + \underset{\mathrm{V\ IV\ II\ I\ III}}{[\alpha\gamma\beta\delta\varepsilon]} + \underset{\mathrm{V\ IV\ II\ I\ III}}{[\alpha\varepsilon\delta\gamma\beta]}$$

$$\underset{\ast\ \mathrm{IV\ I\ III\ II}}{[\alpha\beta\delta\gamma\varepsilon]]} = \underset{\mathrm{V\ IV\ I\ III\ II}}{[\alpha\beta\delta\gamma\varepsilon]} + \underset{\mathrm{V\ IV\ I\ III\ II}}{[\alpha\delta\gamma\varepsilon\beta]} + \underset{\mathrm{V\ IV\ I\ III\ II}}{[\alpha\gamma\varepsilon\beta\delta]} + \underset{\mathrm{V\ IV\ I\ III\ II}}{[\alpha\varepsilon\beta\delta\gamma]}$$

$$\underset{\ast\ \mathrm{II\ IV\ I\ III}}{[\alpha\beta\varepsilon\delta\gamma]]} = \underset{\mathrm{V\ I\ IV\ II\ III}}{[\alpha\beta\varepsilon\delta\gamma]} + \underset{\mathrm{V\ I\ IV\ II\ III}}{[\alpha\delta\beta\gamma\varepsilon]} + \underset{\mathrm{V\ I\ IV\ II\ III}}{[\alpha\gamma\delta\varepsilon\beta]} + \underset{\mathrm{V\ I\ IV\ II\ III}}{[\alpha\varepsilon\gamma\beta\delta]}$$

on aura

$$(A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma} D^{\delta} E^{\varepsilon}) = \underset{\ast\ \mathrm{III\ IV\ II\ I}}{[\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon]} + \underset{\ast\ \mathrm{IV\ I\ II\ III}}{[\alpha\beta\varepsilon\gamma\delta]} + \underset{\ast\ \mathrm{II\ IV\ I\ III}}{[\alpha\beta\delta\varepsilon\gamma]} + \underset{\ast\ \mathrm{III\ IV\ II\ I}}{[\alpha\beta\gamma\varepsilon\delta]]} + \underset{\ast\ \mathrm{IV\ I\ III\ II}}{[\alpha\beta\delta\gamma\varepsilon]]} + \underset{\ast\ \mathrm{II\ IV\ I\ III}}{[\alpha\beta\varepsilon\delta\gamma]]}$$

& les ſix *types partiels* qui compoſent cette ſomme, ſeront tels qu'ils ne feront que ſe convertir réciproquement l'un en l'autre, ſi l'on échange dans la valeur de chacun, les lettres *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, entre elles: de manière que pour obtenir en *types* l'un de ces *types partiels*, il faudra faire une fonction qui ſoit indifféremment l'un des ſix.

Ces exemples ſuffiſent pour entendre l'algorithme en queſtion.

XXV. Lorſque α, β, γ, &c. ſont des nombres déterminés, s'il y en a d'égaux entre eux, il pourra arriver que ſubſtituant dans ces formules d'abréviation & dans leurs valeurs, on trouve dans la valeur, des termes qui ne diffèrent point: par exemple, on

on trouve, en substituant dans l'une des formules précédentes,

$$\underset{\text{III IV II I}}{[2\,2\,1\,1]} = a^2 b^2 c^1 d^1 + a^1 b^1 c^2 d^2 + a^2 b^1 c^1 d^2 + a^1 b^2 c^2 d^1;$$

cependant, en suivant immédiatement la loi indiquée par l'ordre des caractéristiques I, II, III, IV, on auroit dû s'arrêter, après les deux premiers termes.

Pour éviter toute équivoque à cet égard, je supposerai que dans le développement des *types partiels*, comme dans celui des *types* mêmes, il ne se trouve jamais que des termes divers entre eux, & jamais d'autre coëfficient que l'unité.

Ainsi, par exemple, $\underset{\text{III IV II I}}{[2\,2\,1\,1]}$ ne représentera que les deux termes $a^2 b^2 c d + a b c^2 d^2$, & le résultat de la substitution dans la formule $+ \underset{\text{III IV II I}}{[\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta]}$ quand $\alpha = \beta = 2$, $\gamma = \delta = 1$, sera $+ 2\underset{\text{III IV II I}}{[2\,2\,1\,1]}$; &c.

Le cas où quelques-uns des exposans α, β, γ, &c. sont zéro, ne produit rien de particulier; ainsi

$$\underset{\text{III IV II I}}{[2\,1\,0\,0]} = a^2 b^1 c^0 d^0 + a^0 b^0 c^2 d^1 + a^1 b^2 c^0 d^0 + a^0 b^0 c^1 d^2 = a^2 b + c^2 d + a b^2 + c d^2$$

$$\underset{\text{III IV II I}}{[2\,0\,0\,2]} = a^2 d^2 + a^2 c^2 + b^2 c^2 + b^2 d^2.$$

XXVI. On peut, par le moyen des opérations suivantes; trouver le produit de deux *types partiels* dans lesquels l'ordre entre les caractéristiques est, ou doit être conforme.

Soit demandé, par exemple, le produit de $\underset{\text{III IV II I}}{[2\,1\,0\,0]}$ par $\underset{\text{III IV II I}}{[7\,0\,4\,0]}$; j'écris quatre fois 7040, & au-dessus, les quatre permutations de 2100 indiquées par l'ordre des caractéristiques, comme il suit.

2100	0021	1200	0012
7040	7040	7040	7040

J'ajoute les nombres qui se trouvent immédiatement l'un sur l'autre, & j'ai, pour le produit,

$$\underset{\text{III IV II I}}{[2\,1\,0\,0]}\,\underset{\text{III IV II I}}{[7\,0\,4\,0]} = \underset{\text{III IV II I}}{[9\,1\,4\,0]} + \underset{\text{III IV II I}}{[7\,0\,6\,1]} + \underset{\text{III IV II I}}{[8\,2\,4\,0]} + \underset{\text{III IV II I}}{[7\,0\,5\,2]}.$$

Cet exemple suffiroit pour appliquer le même procédé à tous

les cas, ſi les réductions, lorſqu'il y en a, n'exigeoient une ou deux conſidérations particulières.

Soit propoſé le produit de $[10022]_{\text{V III IV I II}}$ par $[31100]_{\text{V III IV I II}}$; je fais

$$\begin{matrix} 31100 & 00113 & 13010 & 10301 & 01031 \\ 10022 & 10022 & 10022 & 10022 & 10022 \end{matrix}$$

d'où

$$[10022]_{\text{V III IV I II}}\,[31100]_{\text{V III IV I II}} = [41122]_{\text{V III IV I II}} + [10135]_{\text{V III IV I II}}$$
$$+ [23032]_{\text{V III IV I II}} + [20323]_{\text{V III IV I II}} + [11053]_{\text{V III IV I II}};$$

mais, dans ce produit, les deux *types partiels* $[10135]_{\text{V III IV I II}}$ & $[11053]_{\text{V III IV I II}}$ repréſentent chacun cinq termes différens, au lieu que les deux $[23032]_{\text{V III IV I II}}$ & $[20323]_{\text{V III IV I II}}$, repréſentent les cinq mêmes termes.

Pour faire ces ſortes de réductions, en calculant, je ſuppoſe, des *types partiels* de la forme $[\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta\,\varepsilon]_{\text{V III IV I II}}$, j'ai ſous les yeux, ou dans la mémoire, l'ordre de permutation que voici

$$12345,\ 45231,\ 31524,\ 24153,\ 53412,$$

lequel eſt indiqué par $\underset{\text{V III IV I II}}{12345}$.

Cet enchaînement me fait voir que $[2\ 3\ 0\ 3\ 2]_{\text{V III IV I II}}$ eſt la même choſe que $[02233]_{\text{V III IV I II}}$, & que $[20323]_{\text{V III IV I II}}$ n'eſt encore que la même choſe; car, pour trouver un équivalent de $[2\ 3\ 0\ 3\ 2]_{\text{V III IV I II}}$, dans lequel o qui occupe ici la troiſième place, occupe la première, je choiſis 31524, & je m'en ſers pour appeler les nombres dans cet ordre:

o qui eſt le 3.me

2 qui eſt le 1.er

2 qui eſt le 5me

3 qui eſt le 2.me

3 qui eſt le 4.me

Pareillement, pour trouver un équivalent de $[\underset{v}{2}\ \underset{iii}{0}\ \underset{iv}{3}\ \underset{i}{2}\ \underset{ii}{3}]$, dans lequel 0 qui occupe ici la deuxième place, occupe la première, je choiſis 24153, dont je me ſers pour appeler les nombres dans cet ordre :

0 qui eſt le 2.me

2 qui eſt le 4.me

2 qui eſt le 1.er

3 qui eſt le 5.me

3 qui eſt le 3.me

& ainſi des autres.

On a donc, après avoir ordonné & réduit,

$$[\underset{v}{1}\,\underset{iii}{0}\,\underset{iv}{0}\,\underset{i}{2}\,\underset{ii}{2}]\ [\underset{v}{3}\,\underset{iii}{1}\,\underset{iv}{1}\,\underset{i}{0}\,\underset{ii}{0}] = [\underset{v}{4}\,\underset{iii}{1}\,\underset{iv}{1}\,\underset{i}{2}\,\underset{ii}{2}] + [\underset{v}{5}\,\underset{iii}{1}\,\underset{iv}{3}\,\underset{i}{1}\,\underset{ii}{0}] + 2\,[\underset{v}{0}\,\underset{iii}{2}\,\underset{iv}{2}\,\underset{i}{3}\,\underset{ii}{3}] + [\underset{v}{5}\,\underset{iii}{3}\,\underset{iv}{1}\,\underset{i}{0}\,\underset{ii}{1}].$$

Soit encore propoſé le produit de $[\underset{v}{2}\,\underset{iii}{1}\,\underset{iv}{1}\,\underset{i}{1}\,\underset{ii}{0}]$ par $[\underset{v}{2}\,\underset{iii}{1}\,\underset{iv}{1}\,\underset{i}{0}\,\underset{ii}{1}]$; je fais

21101	01112	12110	10211	11021
21110	21110	21110	21110	21110,

& je dois conclure

$$[2\,\underset{iii}{1}\,\underset{iv}{1}\,\underset{i}{1}\,\underset{ii}{0}]\ [\underset{v}{2}\,\underset{iii}{1}\,\underset{iv}{1}\,\underset{i}{0}\,\underset{ii}{1}] = [\underset{v}{4}\,\underset{iii}{2}\,\underset{iv}{2}\,\underset{i}{1}\,\underset{ii}{1}] + 5\ [\underset{v}{2}\,\underset{iii}{2}\,\underset{iv}{2}\,\underset{i}{2}\,\underset{ii}{2}] + [\underset{v}{0}\,\underset{iii}{2}\,\underset{iv}{2}\,\underset{i}{3}\,\underset{ii}{3}] + [\underset{v}{2}\,\underset{iii}{1}\,\underset{iv}{1}\,\underset{i}{3}\,\underset{ii}{3}] + [\underset{v}{2}\,\underset{iii}{3}\,\underset{iv}{3}\,\underset{i}{1}\,\underset{ii}{1}];$$

parce qu'en conſéquence de l'article XXV, $[\underset{v}{2}\,\underset{iii}{2}\,\underset{iv}{2}\,\underset{i}{2}\,\underset{ii}{2}]$ ne repréſente qu'un ſeul terme.

On calculera d'une manière analogue le produit $[\underset{*}{\alpha}\,\underset{iii}{\beta}\,\underset{iv}{\gamma}\,\underset{ii}{\delta}\,\underset{i}{\varepsilon}]$ $\times$ $[a\,\underset{iii}{b}\,\underset{iv}{c}\,\underset{ii}{d}\,\underset{i}{e}]$; &c. & ainſi de tous les autres *types partiels* de

même forme entr'eux: les détails ci-dessus doivent suffire pour tous les cas.

Je n'écrirai communément, dans la suite, les caractéristiques I, II, III, &c. que sous un seul des termes, quand leur ordre sera conforme dans tous.

XXVII. On a vu *(article III)* que dans la forme où se présente immédiatement la fonction qui est indifféremment ou a, ou b, ou c, il reste une quantité dans laquelle il n'est pas indifférent d'échanger les lettres entre elles; cette quantité est $a^2b + b^2c + ac^2 - a^2c - ab^2 - bc^2$ ou $[\underset{\text{II III I}}{210}] - [\underset{\text{II III I}}{201}]$ qui dépend du second degré.

On a vu de même *(article XXI)* que dans la forme où se présente immédiatement la fonction qui est indifféremment ou a, ou b, ou c, ou d, il reste la quantité $2(ab + cd) - (ac + bd + ad + bc) = 2[\underset{\text{III IV II I}}{1100}] - [\underset{\text{III IV II I}}{1010}]$, qui dépend du troisième degré, & non du sixième, quoique de la forme $[\underset{\text{III IV II I}}{\alpha\beta\gamma\delta}]$, parce que dans les valeurs particulières de α, β, γ & δ qui ont lieu, $[\underset{\text{III IV II I}}{\alpha\beta\gamma\delta}]$ & $[\underset{\text{III IV II I}}{\alpha\beta\delta\gamma}]$ ne diffèrent point.

Passons au cinquième degré.

XXVIII. Si l'on fait

$$\begin{aligned}
(a + r'b + r''c + r'''d + r^{\text{IV}}e)^5 &= \Delta'^5\\
(a + r''b + r'c + r^{\text{IV}}d + r'''e)^5 &= \Delta''^5\\
(a + r'''b + r^{\text{IV}}c + r''d + r'e)^5 &= \Delta'''^5\\
(a + r^{\text{IV}}b + r'''c + r'd + r''e)^5 &= \Delta^{\text{IV}5}
\end{aligned}$$

on aura *(article VIII)*, pour la fonction qui égale indifféremment ou a, ou b, ou c, ou d, ou e, ceci

$$\tfrac{1}{5}[(A) + \Delta' + \Delta'' + \Delta''' + \Delta^{\text{IV}}].$$

Élevant les cinquièmes puissances indiquées, en faisant usage du premier système d'équations entre les r *(article VIII)* on a, si l'on suppose

$$2\,\underset{*\,\mathrm{III}\,\mathrm{IV}\,\mathrm{II}\,\mathrm{I}}{[31100]} + 3\,\underset{*\,\mathrm{III}\,\mathrm{IV}\,\mathrm{II}\,\mathrm{I}}{[12200]} = u',$$

$$\underset{\mathrm{V}\,\mathrm{III}\,\mathrm{IV}\,\mathrm{I}\,\mathrm{II}}{[41000]} + 2\,[30002] + 2^2\,[30110]$$
$$+ 2.3\,[12020] + 2^2 3\,[21011] = \varphi',$$

$$\underset{\mathrm{V}\,\mathrm{III}\,\mathrm{IV}\,\mathrm{I}\,\mathrm{II}}{[40100]} + 2\,[30020] + 2^2\,[31001]$$
$$+ 2.3\,[10202] + 2^2 3\,[20111] = \varphi'',$$

$$\underset{\mathrm{V}\,\mathrm{III}\,\mathrm{IV}\,\mathrm{I}\,\mathrm{II}}{[40010]} + 2\,[32000] + 2^2\,[30101]$$
$$+ 2.3\,[10220] + 2^2 3\,[21110] = \varphi''';$$

$$\underset{\mathrm{V}\,\mathrm{III}\,\mathrm{IV}\,\mathrm{I}\,\mathrm{II}}{[40001]} + 2\,[30200] + 2^2\,[31010]$$
$$+ 2.3\,[12002] + 2^2 3\,[21101] = \varphi^{\mathrm{IV}},$$

$$\Delta'\,5 = (A^5) + 2^3 3.5\,(ABCDE) + 2.5\,u' + 5r'\,\varphi' + 5r''\,\varphi'' + 5r'''\varphi''' + 5r^{\mathrm{IV}}\varphi^{\mathrm{IV}}$$
$$\Delta''\,5 = (A^5) + 2^3 3.5\,(ABCDE) + 2.5\,u' + 5r''\,\varphi' + 5r'\,\varphi'' + 5r^{\mathrm{IV}}\varphi''' + 5r'''\,\varphi^{\mathrm{IV}}$$
$$\Delta'''\,5 = (A^5) + 2^3 3.5\,(ABCDE) + 2.5\,u' + 5r'''\varphi' + 5r^{\mathrm{IV}}\varphi'' + 5r''\,\varphi''' + 5r'\,\varphi^{\mathrm{IV}}$$
$$\Delta^{\mathrm{IV}}\,5 = (A^5) + 2^3 3.5\,(ABCDE) + 2.5\,u' + 5r^{\mathrm{IV}}\varphi' + 5r'''\varphi'' + 5r'\,\varphi''' + 5r''\,\varphi^{\mathrm{IV}}$$

ou, en employant les plus ſimples valeurs de r, de l'article XXIII, & faiſant pour ſimplifier

$$(A^5) - \frac{5}{2^2}\,(A^4 B) - \frac{5}{2}\,(A^3 B^2) - 5\,(A^3 B C)$$
$$- \frac{3.5}{2}\,(A^2B^2C) - 3.5\,(A^2BCD) + 2^3 3.5\,(ABCDE) = M$$

$$\left.\begin{matrix}\Delta'\,5\\ \Delta''\,5\\ \Delta'''\,5\\ \Delta^{\mathrm{IV}}\,5\end{matrix}\right\} = M + \frac{5^2}{2}\,u' \left.\begin{matrix}+\\+\\-\\-\end{matrix}\right\} \frac{5}{2^2}\,(\varphi' + \varphi'' - \varphi''' - \varphi^{\mathrm{IV}})\sqrt{5}$$

$$\left.\begin{matrix}+\\-\\+\\-\end{matrix}\right\} \frac{5}{2^2}\,(\varphi' - \varphi'' + \varphi''' - \varphi^{\mathrm{IV}})\sqrt{-5+2\sqrt{5}} \left.\begin{matrix}+\\-\\-\\+\end{matrix}\right\} \frac{5}{2^2}\,(\varphi' - \varphi'' - \varphi''' + \varphi^{\mathrm{IV}})\sqrt{-5-2\sqrt{5}}.$$

Or u' eſt de la forme $\underset{*\,\mathrm{III}\,\mathrm{IV}\,\mathrm{II}\,\mathrm{I}}{[\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon]}$ qui dépend *(article XXIV)*

d'une équation particulière du ſixième degré, & l'on va voir que le carré de $(\varphi' + \varphi'' - \varphi''' - \varphi^{\text{iv}})$, ainſi que la quantité qui eſt indifféremment, ou $(\varphi' - \varphi'' + \varphi''' - \varphi^{\text{iv}})^2$, ou $(\varphi' - \varphi'' - \varphi''' + \varphi^{\text{iv}})^2$, ne renferment que des *types partiels* de cette même forme.

On pourroit le démontrer *à priori ;* car

$$(\varphi' + \varphi'' - \varphi''' - \varphi^{\text{iv}})^2 = \varphi'^2 + \varphi''^2 + \varphi'''^2 + \varphi^{\text{iv}\,2}$$
$$- 2(\varphi'\varphi''' + \varphi''\varphi^{\text{iv}} + \varphi'\varphi^{\text{iv}} + \varphi''\varphi''') + 2(\varphi'\varphi'' + \varphi'''\varphi^{\text{iv}});$$

$$\left.\begin{matrix}(\varphi' - \varphi'' + \varphi''' - \varphi^{\text{iv}})^2 \\ (\varphi' - \varphi'' - \varphi''' + \varphi^{\text{iv}})^2\end{matrix}\right\} = \varphi'^2 + \varphi''^2 + \varphi'''^2 + \varphi^{\text{iv}\,2} - 2(\varphi'\varphi'' + \varphi'''\varphi^{\text{iv}})$$
$$\left.\begin{matrix}+ \\ -\end{matrix}\right\} 2\sqrt{(\varphi'\varphi''' + \varphi''\varphi^{\text{iv}} - \varphi'\varphi^{\text{iv}} - \varphi''\varphi''')^2}$$

& les *types partiels* que renferme φ', étant comparés chacun à $[\underset{\text{v iii iv i ii}}{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}]$, les correſpondans de φ'' ſeront $[\underset{\text{v iii iv i ii}}{\alpha\gamma\beta\varepsilon\delta}]$;

ceux de φ''' ſeront $[\underset{\text{v iii iv i ii}}{\alpha\varepsilon\delta\beta\gamma}]$;

ceux de φ^{iv} ſeront $[\underset{\text{v iii iv i ii}}{\alpha\delta\varepsilon\gamma\beta}]$;

d'où il ſuit que $\varphi'\varphi''$ ſera de la forme $[\underset{\text{v iii iv i ii}}{abcde}] + [\underset{\text{v iii iv i ii}}{acbed}]$ qui eſt un *type partiel*, $\varphi'''\varphi^{\text{iv}}$ étant $[\underset{\text{v iii iv i ii}}{aedbc}] + [\underset{\text{v iii iv i ii}}{adecb}]$; que $\varphi'\varphi''' + \varphi''\varphi^{\text{iv}}$ étant de la forme de $\varphi'\varphi''$, $\varphi'\varphi^{\text{iv}} + \varphi''\varphi'''$ ſera de celle de $\varphi'''\varphi^{\text{iv}}$; &c.

Il ſuffit d'indiquer ici cette manière de démontrer. En faiſant le calcul en entier, on trouvera

$$\varphi'^2 + \varphi''^2 + \varphi'''^2 + \varphi^{\text{iv}\,2} = [\underset{\text{v iii iv ii i}}{82000}]$$

$$+ 2^2\ [72010] \quad + 2^2 3\ [53020] \quad + 2^4 5\ [43201]$$
$$+ 2^3\ [70111] \quad + 2^3 3\ [53002] \quad + 2^4 5\ [43012]$$
$$+ 2^2\ [64000] \quad + 2^3\ [53200] \quad + 2^2 5^2\ [43102]$$

$+ 2^2 3$ [63100]	$+ 2^3 7$ [53110]	$+ 2^3 3 \cdot 5$ [43120]
$+ 2^2$ [63001]	$+ 2^4 3$ [53011]	$+ 2^3 5^2$ [43111]
$+ 2^4$ [62020]	$+ 2^3 3^2$ [51022]	$+ 2^2 3^2 5$ [40222]
$+ 2^3 3$ [62011]	$+ 2^4 3$ [51220]	$+ 2^2 3 \cdot 5^2$ [42121]
$+ 2^2 3$ [62110]	$+ 2^3 3 \cdot 5$ [52111]	$+ 2^5 5$ [10333]
$+ 2^4$ [62101]	$+ 2^3 5$ [24040]	$+ 2^3 5^2$ [03232]
$+ 2^3$ [54001]	$+ 2 \cdot 5^2$ [04141]	$+ 2^4 5^2$ [23131]
$+ 2$ [54100]	$+ 2^2 5$ [43030]	$+ 2^3 3 \cdot 5^2$ [31222]
$+ 2^4$ [54010]	$+ 2^4 5$ [43210]	

$$\varphi'\varphi'' + \varphi'''\varphi^{IV} = [81100]$$
$\ast$ III IV I II

$+ 2 \cdot 3$ [72001]	$+ 2^2 19$ [53101]	$+ 2^3 5^2$ [43021]
$+ 2^4$ [63010]	$+ 2 \cdot 3^2 7$ [51202]	$+ 2^3 3 \cdot 5^2$ [42211]
$+ 2^4$ [62200]	$+ 3^2 5$ [24400]	$+ 2^2 3 \cdot 5 \cdot 7$ [03322]
$+ 2^4 5$ [61111]	$+ 2 \cdot 5 \cdot 11$ [04411]	$+ 2^5 5^2$ [23311]
$+ 5$ [55000]	$+ 2^2 3 \cdot 5$ [43300]	$+ 2^3 3^2 5^2$ [22222]

$$\left.\begin{array}{l} \varphi'\varphi''' + \varphi''\varphi^{IV} \\ + \varphi'\varphi^{IV} + \varphi''\varphi''' \end{array}\right\} = [81010]$$
$\ast$ III IV II I

$+ 2$ [73000]	$+ 2^4$ [54100]	$+ 2 \cdot 5 \cdot 11$ [42013]
$+ 2$ [70021]	$+ 2 \cdot 7$ [52030]	$+ 2^3 3 \cdot 5$ [43210]
$+ 2^2$ [71002]	$+ 2^4$ [50032]	$+ 3 \cdot 5$ [24040]
$+ 2^2$ [71110]	$+ 2^2 7$ [53020]	$+ 3^2 5$ [04114]
$+ 2$ [60040]	$+ 2^3 5$ [53011]	$+ 2 \cdot 3 \cdot 5$ [43003]
$+ 2$ [63100]	$+ 2^2 11$ [51013]	$+ 2^3 5^2$ [43111]
$+ 2^3$ [61030]	$+ 2^4 3$ [52210]	$+ 2 \cdot 3 \cdot 5^2$ [42022]
$+ 2 \cdot 5$ [62002]	$+ 2 \cdot 3 \cdot 11$ [52102]	$+ 2^2 3 \cdot 5^2$ [42121]
$+ 2 \cdot 3^2$ [61021]	$+ 2^3 3 \cdot 5$ [51121]	$+ 2^3 3 \cdot 5$ [13033]
$+ 2 \cdot 11$ [62011]	$+ 2 \cdot 3^2 5$ [43102]	$+ 2^2 5 \cdot 11$ [03232]
$+ 2 \cdot 13$ [62110]	$+ 2^2 5^2$ [41032]	$+ 2^4 5^2$ [23113]
$+ 3^2$ [54001]	$+ 2 \cdot 5 \cdot 11$ [42130]	$+ 2^3 3 \cdot 5^2$ [32221]
$+ 13$ [51004]		

De cette dernière valeur, où tous les termes ſont de la forme $[\underset{*\ III\ IV\ II\ I}{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}]$, on tirera $\varphi'\varphi''' + \varphi''\varphi^{IV}$, en ne prenant que le *type partiel* $[\underset{V\ III\ IV\ I\ II}{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}] + [\underset{V\ III\ IV\ I\ II}{\alpha\gamma\beta\varepsilon\delta}]$, & $\varphi'\varphi^{IV} + \varphi''\varphi'''$, en prenant l'autre $[\underset{V\ III\ IV\ I\ II}{\alpha\delta\varepsilon\gamma\beta}] + [\underset{V\ III\ IV\ I\ II}{\alpha\varepsilon\delta\beta\gamma}]$: ainſi

$$\varphi'\varphi''' + \varphi''\varphi^{IV} = [\underset{V\ III\ IV\ I\ II}{81010}] + [80101] + 2\,[73000] + 2\,[70300] + \&c.$$

$$\varphi'\varphi^{IV} + \varphi''\varphi''' = [\underset{V\ III\ IV\ I\ II}{81001}] + [80110] + 2\,[70003] + 2\,[70030] + \&c.$$

& calculant $(\varphi'\varphi''' + \varphi''\varphi^{IV} - \varphi'\varphi^{IV} - \varphi''\varphi''')^2$, on n'y trouvera que des termes de la forme $[\underset{III\ IV\ II\ I}{abcde}]$.

Il me paroît certain que ces carrés $(\varphi' + \varphi'' - \varphi''' - \varphi^{IV})^2$, $(\varphi' - \varphi'' + \varphi''' - \varphi^{IV})^2$ & $(\varphi' - \varphi'' - \varphi''' + \varphi^{IV})^2$ ne dépendront même, ainſi que u', que de $[\underset{*\ III\ IV\ II\ I}{21100}]$, ou de $[\underset{*\ III\ IV\ II\ I}{12200}]$; car on a $[\underset{*\ III\ IV\ II\ I}{31100}] = (A)\,[\underset{*\ III\ IV\ II\ I}{21100}] + [\underset{*\ III\ IV\ II\ I}{12200}] - (A^2B^2C) - (A^2BCD)$, & il eſt facile de parvenir à l'équation identique,

$$(A^8B^2) + 2^3\,(A^7B^2C) + 2^2 3\,(A^7BCD) + 2^2\,(A^6B^4) + 2^2\,(A^6B^3C) + 2^2 5\,(A^6B^2C^2) + 2^2 5\,(A^6B^2CD) + 2^5\,(A^6BCDE) + 2^3\,(A^5B^4C) + 2^4\,(A^5B^3C^2) + 2.29\,(A^5B^3CD) + 2.3^3\,(A^5B^2C^2D) + 2.61\,(A^5B^2CDE) + 2.13\,(A^4B^4C^2) + 2^4\,(A^4B^4CD) - 2.3\,(A^4B^3C^3) + 2.13\,(A^4B^3C^2D) + 2^2 5^2\,(A^4B^3CDE) + 2.3^2 5\,(A^4B^2C^2D^2) + 2.3.23\,(A^4B^2C^2DE) + 2.3.13\,(A^3B^3C^3D) + 2^2 5\,(A^3B^3C^2D^2) + 2^2.103\,(A^3B^3C^2DE) + 2.3.5.13\,(A^3B^2C^2D^2E)$$

$(A^3 B^2 C^2 D^2 E) - 2^2 5 . 17 (A^2 B^2 C^2 D^2 E^2) - 2$
$\underset{*\,\text{III IV II I}}{[21100]} \{ 2 (A^5 B) - 2^2 (A^4 B^2) + 2 (A^4 B C)$
$+ 3 (A^3 B^3) - 13 (A^3 B^2 C) - 2^3 3 (A^3 B C D)$
$- 2^2 3 . 5 (A^2 B^2 C^2) - 61 (A^2 B^2 C D) + 2^2 7$
$(A^2 BCDE) \} - 2^2 \underset{*\,\text{III IV II I}}{[12200]} \{ (A^5) - 2^2 5 (A^2 B^2 C)$
$- 2^2 5 (A^2 BCD) + 2^3 3 . 5 (ABCDE) \} - 2 \underset{*\,\text{III IV II I}}{[21100]}^2$
$\{ 2 . 3 (A^2) + 17 (AB) \} - 2^4 5 (A) \underset{*\,\text{III IV II I}}{[21100]} \underset{*\,\text{III IV II I}}{[12200]}$
$- 2^2 5^2 \underset{*\,\text{III IV II I}}{[12200]}^2 = \varphi'^2 + \varphi''^2 + \varphi'''^2 + \varphi^{\text{IV}\,2}.$

Ainsi la somme des carrés de φ', φ'' φ''', & φ^{IV}, ne dépend, comme celle de leurs premières puissances, que de $\underset{*\,\text{III IV II I}}{[2\,1\,1\,0\,0]}$ & de $\underset{*\,\text{III IV II I}}{[1\,2\,2\,0\,0]}$; & je crois qu'on trouveroit, pour la somme des cubes & celle des quatrièmes puissances, de pareilles équations; d'où, par les *articles V & XXI*, on auroit $(\varphi'\varphi'' + \varphi'''\varphi^{\text{IV}})$, $(\varphi'\,\varphi''' + \varphi''\,\varphi^{\text{IV}})$ & $(\varphi'\,\varphi^{\text{IV}} + \varphi''\,\varphi''')$ en fonction de $\underset{*\,\text{III IV II I}}{[2\,1\,1\,0\,0]}$ & de $\underset{*\,\text{III IV II I}}{[1\,2\,2\,0\,0]}$: mais je suis convaincu de plus, qu'il existe, entre $\underset{*\,\text{III IV II I}}{[2\,1\,1\,0\,0]}$ & $\underset{*\,\text{III IV II I}}{[1\,2\,2\,0\,0]}$, deux équations qui donneroient, par élimination, s'il étoit nécessaire, celles du sixième degré en $\underset{*\,\text{III IV II I}}{[2\,1\,1\,0\,0]}$ seul, & en $\underset{*\,\text{III IV II I}}{[1\,2\,2\,0\,0]}$ seul; & d'où l'on tireroit l'un de ces deux *types partiels* en fonction de l'autre, soit rationelle, en prenant un avant-dernier résultat de l'élimination, soit irrationelle mais entière, en résolvant immédiatement. *Voyez celles ci-après*, entre *u* & *w* (*article XXXI*). Ces équations étant des fonctions rationelles, égales identiquement à zéro, sont faciles à trouver; mais je n'ai pas fait le calcul. Je transcrirai seulement la valeur suivante

$- (A^7 B^2 C) - (A^7 BCD) + 3 . 5 (A^6 B^3 C) + 2 . 7$
$(A^6 B^2 C^2) + 29 (A^6 B^2 CD) + 2 . 3^2 5 (A^6 BCDE)$
$+ 5 (A^5 B^5) + 3 . 5 (A^5 B^4 C) + 2 . 3 . 5 (A^5 B^3 C^2)$
$+ 3^2 5 (A^5 B^3 CD) + 2^2 13 (A^5 B^2 C^2 D) + 2^3 13$

$$(A^5 B^3 C D E) + 2 \cdot 5 \cdot 7 \; (A^4 B^4 C^2) + 2 \cdot 5 \cdot 11$$
$$(A^4 B^4 C D) + 5 \cdot 19 \; (A^4 B^3 C^3) + 2^3 5 \cdot 7 \; (A^4 B^3 C^2 D)$$
$$+ 3 \cdot 5^2 7 \; (A^4 B^3 C D E) + 2 \cdot 5 \cdot 43 \; (A^4 B^2 C^2 D^2)$$
$$+ 5 \cdot 149 \; (A^4 B^2 C^2 D E) + 3 \cdot 5 \cdot 31 \; (A^3 B^3 C^3 D)$$
$$+ 5 \cdot 137 \; (A^3 B^3 C^2 D^2) + 2 \cdot 3^2 5^2 \; (A^3 B^3 C^2 D E)$$
$$+ 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 37 \; (A^3 B^2 C^2 D^2 E) + 2^2 5^2 41 \; (A^2 B^2 C^2 D^2 E^2)$$
$$+ \underset{*\,\text{III}\,\text{IV}\,\text{II}\,\text{I}}{[21100]} \{ (A^6) + (A^5 B) - 3 \cdot 5 \; (A^4 B^2) - 3 \cdot 5$$
$$(A^4 B C) - 3 \cdot 5 \; (A^3 B^3) - 5 \cdot 13 \; (A^3 B^2 C) - 5^3$$
$$(A^3 B C D) - 2^2 3^2 5 \; (A^2 B^2 C^2) - 5 \cdot 61 \; (A^2 B^2 C D) - 5$$
$$(A^2 B C D E) \} + \underset{*\,\text{III}\,\text{IV}\,\text{II}\,\text{I}}{[12200]} \{ 7 \, (A^5) - 3 \cdot 5 \, (A^4 B) - 3 \cdot 5$$
$$(A^3 B^2) - 3 \cdot 5 \; (A^3 B C) - 2^2 5 \cdot 7 \; (A^2 B^2 C) - 2 \cdot 5 \cdot 23$$
$$(A^2 B C D) + 3 \cdot 5 \cdot 71 \; (A B C D E) \} - 3 \cdot 5 \; \underset{*\,\text{III}\,\text{IV}\,\text{II}\,\text{I}}{[02211]}$$
$$\{ (A^4) - (A^3 B) - 2 \; (A^2 B^2) + (A^2 B C) - 3^2$$
$$(A B C D) \} + 2 \cdot 5 \; \underset{*\,\text{III}\,\text{IV}\,\text{II}\,\text{I}}{[21100]}^2 \{ (A^2) + 5 \; (A B) \}$$
$$+ 2 \cdot 5 \cdot 11 \; (A) \; \underset{*\,\text{III}\,\text{IV}\,\text{II}\,\text{I}}{[21100]} \; \underset{*\,\text{III}\,\text{IV}\,\text{II}\,\text{I}}{[12200]} + 2 \cdot 5 \cdot 13$$
$$\underset{*\,\text{III}\,\text{IV}\,\text{II}\,\text{I}}{[12200]}^2 = \varphi' \varphi'' + \varphi''' \varphi^{\text{IV}},$$

laquelle fait voir que $(\varphi' + \varphi'' - \varphi''' - \varphi^{\text{IV}})^2$ ne dépend que de trois *types partiels*, de la forme $\underset{*\,\text{III}\,\text{IV}\,\text{II}\,\text{I}}{[\alpha\beta\beta\delta\delta]}$. Au reste, les recherches que j'ai faites sur l'équation particulière du sixième degré, dont les racines seroient l'expression générale $\underset{*\,\text{III}\,\text{IV}\,\text{II}\,\text{I}}{[\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon]}$, & les cinq autres quantités qui en résultent, si l'on y échange les lettres a, b, c, d, e, entre elles, ne m'ayant conduit jusqu'à présent à aucune facilité qui dépendît des égalités $\gamma = \beta$, $\varepsilon = \delta$, ni des valeurs particulières de ces exposans, toute cette discussion n'a rien ici d'essentiel.

Je n'exposerai mes résultats sur cette équation particulière, qu'après être entré dans quelques détails sur le sixième degré en général. Il faut auparavant dire un mot de l'équation que les Auteurs ont appelé *résolvante* ou *réduite*.

XXIX. La résolvante du cinquième degré est une équation du quatrième, dont les quatre racines seront Δ'^5, Δ''^5, Δ'''^5 & $\Delta^{\text{IV}5}$. Comme il nous est facile de faire la somme des valeurs de ces lettres, la somme de leurs produits deux à deux, &c. nous connoîtrons les coëfficiens de cette équation.

Celui du premier terme étant l'unité, celui du second sera

$$-2^2 M - 2.5^2 u',$$

valeurs données dans l'article précédent.

Si l'on fait

$$(A^4B) + 2\,(A^3B^2) + 2^2\,(A^3BC) + 2.3\,(A^2B^2C) + 2^2 3\,(A^2BCD) - 2u' = \varphi' + \varphi'' + \varphi''' + \varphi^{\text{IV}} = \Phi,$$

$$(A^5) + 2^3 3.5\,(ABCDE) + 2.5\,u' = \Psi,$$

& $\varphi'\varphi'' + \varphi'''\varphi^{\text{IV}} = V$ dont la valeur en *types partiels* de la forme $[\underset{*}{\alpha}\underset{\text{III}}{\beta}\underset{\text{IV}}{\gamma}\underset{\text{II}}{\delta}\underset{\text{I}}{\varepsilon}]$ se trouve ci-dessus, le coëfficient du troisième terme sera

$$2.3\,\Psi^2 - 3.5\,\Phi\Psi + 5^2\Phi^2 - 5^3 V.$$

Si l'on fait encore

$$\varphi'^2\varphi^{\text{IV}} + \varphi''^2\varphi''' + \varphi'''^2\varphi' + \varphi^{\text{IV}2}\varphi'' = U$$

que l'on trouvera n'être aussi composé que de *types partiels* de la forme $[\underset{*}{\alpha}\underset{\text{III}}{\beta}\underset{\text{IV}}{\gamma}\underset{\text{II}}{\delta}\underset{\text{I}}{\varepsilon}]$, le coëfficient du quatrième terme sera

$$-2^2\Psi^3 + 3.5\,\Phi\Psi^2 - 2.5^2\Phi^2\Psi + 2.5^3 V\Psi + 5^3\Phi^3 - 5^4\Phi V - 5^4 U.$$

Le cinquième & dernier terme est enfin

$$((A^4) - (A^3B) + (A^2B^2) + 2\,(A^2BC) - (ABCD) - 5\,[\underset{*}{2}\underset{\text{III}}{1}\underset{\text{IV}}{1}\underset{\text{II}}{0}\underset{\text{I}}{0}])^5.$$

Il y a cinq autres équations pareilles, qu'on tireroit de celle-ci, en y échangeant de toutes les manières les lettres *a, b, c, d, e* entre elles; d'où il suit que le produit de ces six équations seroit une équation complète du 24.e degré, qui n'auroit pour coëfficiens que des fonctions rationelles de ceux de la proposée.

Pour faire usage de cette équation du 24.e degré, il faudroit savoir en dégager le facteur irrationel qui est la résolvante ci-

deſſus, & l'on voit que cette décompoſition dépend, en dernière analyſe, de la facilité d'obtenir $\underset{*\ \text{III}\ \text{IV}\ \text{II}\ \text{I}}{[\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta\,\varepsilon]}$ en *types.*

XXX. Si l'on fait

$$(a + b + \varrho'\overline{c + d} + \varrho''\overline{e + f})^3 = \Delta'^3$$
$$(a + c + \varrho'\overline{b + e} + \varrho''\overline{d + f})^3 = \Delta''^3$$
$$(a + d + \varrho'\overline{b + f} + \varrho''\overline{c + e})^3 = \Delta'''^3$$
$$(a + e + \varrho'\overline{c + f} + \varrho''\overline{b + d})^3 = \Delta^{\text{IV}3}$$
$$(a + f + \varrho'\overline{d + e} + \varrho''\overline{b + c})^3 = \Delta^{\text{V}3}$$

on aura *(article XIV)*, pour la fonction qui égale indifféremment ou *a*, ou *b*, ou *c*, ou *d*, ou *e*, ou *f*, ceci

$$\tfrac{1}{6}\left[(A) + \Delta' + \Delta'' + \Delta''' + \Delta^{\text{IV}} + \Delta^{\text{V}}\right].$$

Élevant les troiſièmes puiſſances indiquées, ſi l'on ſuppoſe

$$ab(a + b) + cd(c + d) + ef(e + f) + 2\,(a + b)\,(c + d)\,(e + f) = u'$$

$$(a + b)\,(c + d)\,[(a + b) - (c + d)] - (a + b)\,(e + f)\,[(a + b) - (e + f)] + (c + d)\,(e + f)\,[(c + d) - (e + f)] = w'$$

ou bien $u' = \underset{\text{V VI II I III IV}}{[210000]} + 2\,\underset{\text{V VI II I III IV}}{[101010]} + 2\,\underset{\text{V VI II I III IV}}{[101001]}$

$$w' = \underset{\text{V VI II I III IV}}{[201000]} + [200100] + 2\,[111000] - [200010] - [200001] - 2\,[110010],$$

on a

$$\Delta'^3 = (A^3) - \frac{3}{2}(A^2 B) - 3\,(ABC) + \frac{3^2}{2}\,u' + \frac{3}{2}\,w'\sqrt{-3}.$$

u' dépend du quinzième degré, ainſi que w'^2: mais ſi l'on ſuppoſe que u'' & w'' ſont ce que deviennent u' & w', ſi l'on y écrit

$$ac \ \& \ a + c \text{ pour } ab \ \& \ a + b,$$
$$be \ \& \ b + e \text{ pour } cd \ \& \ c + d,$$
$$df \ \& \ d + f \text{ pour } ef \ \& \ e + f,$$

que u''' & w''' ſont ce que deviennent les mêmes u' & w' ſi l'on y écrit

$$ad \ \& \ a + d \text{ pour } ab \ \& \ a + b,$$
$$bf \ \& \ b + f \text{ pour } cd \ \& \ c + d,$$
$$ce \ \& \ c + e \text{ pour } ef \ \& \ e + f,$$

&c. ou bien, en regardant les termes de u' & w'^2 comme déduits du *type partiel*

$$[\underset{\text{v}}{\alpha}\underset{\text{vi}}{\beta}\underset{\text{ii}}{\gamma}\underset{\text{i}}{\delta}\underset{\text{iii}}{\varepsilon}\underset{\text{iv}}{\zeta}] + [\alpha\beta\varepsilon\zeta\delta\gamma] + [\alpha\beta\delta\gamma\zeta\varepsilon] + [\alpha\beta\zeta\varepsilon\gamma\delta]$$
$$+ [\alpha\beta\gamma\delta\zeta\varepsilon] + [\alpha\beta\zeta\varepsilon\delta\gamma] + [\alpha\beta\delta\gamma\varepsilon\zeta] + [\alpha\beta\varepsilon\zeta\gamma\delta]$$

ſi l'on ſuppoſe pour u'' & w''^2 les correſpondans $[\underset{\text{vi}}{\alpha}\underset{\text{i}}{\delta}\underset{\text{iv}}{\beta}\underset{\text{ii}}{\zeta}\underset{\text{iii}}{\gamma}\underset{\text{v}}{\varepsilon}] +$ &c.

pour u''' & w'''^2 . . . . $[\underset{\text{iii}}{\alpha}\underset{\text{iv}}{\gamma}\underset{\text{ii}}{\varepsilon}\underset{\text{v}}{\beta}\underset{\text{vi}}{\zeta}\underset{\text{i}}{\delta}] +$ &c.

pour u^{IV} & $w^{\text{IV}2}$ . . . . $[\underset{\text{iv}}{\alpha}\underset{\text{iii}}{\zeta}\underset{\text{i}}{\delta}\underset{\text{vi}}{\varepsilon}\underset{\text{ii}}{\beta}\underset{\text{v}}{\gamma}] +$ &c.

pour u^{V} & $w^{\text{V}2}$ . . . . $[\underset{\text{ii}}{\alpha}\underset{\text{iv}}{\varepsilon}\underset{\text{v}}{\zeta}\underset{\text{vi}}{\gamma}\underset{\text{i}}{\delta}\underset{\text{iii}}{\beta}] +$ &c.

ce qui donne

$$\Delta''^{3} = (A^3) - \frac{3}{2}(A^2B) - 3(ABC) + \frac{3^2}{2}u'' + \frac{3}{2}w''\sqrt{-3},$$
$$\Delta'''^{3} = (A^3) - \frac{3}{2}(A^2B) - 3(ABC) + \frac{3^2}{2}u''' + \frac{3}{2}w'''\sqrt{-3},$$
$$\Delta^{\text{IV}3} = (A^3) - \frac{3}{2}(A^2B) - 3(ABC) + \frac{3^2}{2}u^{\text{IV}} + \frac{3}{2}w^{\text{IV}}\sqrt{-3},$$
$$\Delta^{\text{V}3} = (A^3) - \frac{3}{2}(A^2B) - 3(ABC) + \frac{3^2}{2}u^{\text{V}} + \frac{3}{2}w^{\text{V}}\sqrt{-3},$$

les coëfficiens des équations du cinquième degré qui auront pour racines u', u'', u''', u^{IV}, u^{V}, & w'^2, w''^2, w'''^2, $w^{\text{IV}2}$, $w^{\text{V}2}$, dépendront d'équations particulières du ſixième degré, puiſqu'il y a en u & w^2 ſix pareilles équations du cinquième degré, qui réſultent des échanges des lettres a, b, c, d, e, f, entre elles; comme le prouvent les Tables ſuivantes,

ab	cd	ef
ae	fc	db
ad	bf	ce
ac	eb	fd
af	de	bc

ab	cf	de
ad	ec	fb
af	be	cd
ac	db	ef
ae	fd	bc

ab	ce	fd
af	dc	eb
ae	bd	cf
ac	fb	de
ad	ef	bc

ab	cd	fe
af	ec	db
ad	be	cf
ac	fb	ed
ae	df	bc

ab	ce	df
ad	fc	eb
ae	bf	cd
ac	db	fe
af	ed	bc

ab	cf	ed
ae	dc	fb
af	bd	ce
ac	eb	df
ad	fe	bc

dont les applications me paroiffent fenfibles.

Les coëfficiens de ces équations du cinquième degré fe déduiront du *type partiel* fuivant,

$$\underset{\mathrm{I\ V\ VI\ III\ IV\ II}}{[\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta]} + \underset{\mathrm{I\ V\ VI\ III\ IV\ II}}{[\alpha\varepsilon\beta\delta\zeta\gamma]} + [\alpha\zeta\varepsilon\delta\gamma\beta] + [\alpha\gamma\zeta\delta\beta\varepsilon]$$
$$+ [\beta\gamma\alpha\zeta\delta\varepsilon] + [\varepsilon\beta\alpha\gamma\delta\zeta] + [\zeta\varepsilon\alpha\beta\delta\gamma] + [\gamma\zeta\alpha\varepsilon\delta\beta]$$
$$+ [\gamma\alpha\beta\varepsilon\zeta\delta] + [\beta\alpha\varepsilon\zeta\gamma\delta] + [\varepsilon\alpha\zeta\gamma\beta\delta] + [\zeta\alpha\gamma\beta\varepsilon\delta]$$
$$+ [\delta\varepsilon\zeta\alpha\beta\gamma] + [\delta\beta\varepsilon\alpha\gamma\zeta] + [\delta\gamma\beta\alpha\zeta\varepsilon] + [\delta\zeta\gamma\alpha\varepsilon\beta]$$
$$+ [\varepsilon\zeta\delta\gamma\alpha\beta] + [\beta\varepsilon\delta\zeta\alpha\gamma] + [\gamma\beta\delta\varepsilon\alpha\zeta] + [\zeta\gamma\delta\beta\alpha\varepsilon]$$
$$+ [\zeta\delta\varepsilon\beta\gamma\alpha] + [\varepsilon\delta\beta\gamma\zeta\alpha] + [\beta\delta\gamma\zeta\varepsilon\alpha] + [\gamma\delta\zeta\varepsilon\beta\alpha]$$

qui devient un *type* complet, lorfqu'on a $\zeta = \varepsilon = \delta$.

Ajoutons que l'on a les équations identiques

$$\underset{\mathrm{V\ VI\ II\ I\ III\ IV}}{[210000]} = (A)\ (ab + cd + ef)$$
$$+ (a + b)\ (c + d)\ (e + f) - (ABC);\ \&$$

$$W'^2 = 4\ [ab + cd + ef - (AB)]^2$$
$$- 4 (a + b)\ (c + d)\ (e + f)\ [27\ (a + b)\ (c + d)\ (e + f) + (A)^3]$$
$$+ [9\ (a + b)\ (c + d)\ (e + f) - (A)\ (ab + cd + ef - (AB))]^2.$$

& qu'il me paroît certain qu'il existe deux équations entre $(ab + cd + ef)$ & $(a + b)(c + d)(e + f)$, analogues à celles entre u & w de l'article qui suit.

XXXI. Si l'on emploie la forme de l'*article XV*, on aura $(a + b + c - d - e - f)^2 = (A^2) - 2(AB) + 4(ab + ac + bc + de + df + ef)$. Soit $ab + ac + bc + de + df + ef = u'$; comme en échangeant entr'elles les lettres a, b, c, d, e, f, de toutes les manières, il s'y fait neuf changemens, soient u', u'', u''', u^{IV}, &c. ces dix valeurs; chacun des dix carrés dépendra de l'une d'elles; & si l'on calcule les coëfficiens de l'équation du dixième degré dont elles sont les racines, on trouvera, cette équation étant

$$u^{10} + a_1 u^9 + a_2 u^8 + a_3 u^7 + \&c. = 0,$$

&

$$x^6 * + px^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t = 0$$

étant la proposée,

$$a_1 = -2^2 p, \qquad a_2 = 2.3\,p^2 - 2.3\,r,$$

$$a_3 = -2^2 p^3 - 3q^2 + 2.13\,pr + 2.3.11\,t,$$

$$a_4 = p^4 - 2.3.7\,p^2 r + 2^2 3^2\,qs$$
$$\quad + 3^2 pq^2 + r^2 - 2^2 3^4\,pt$$

$$a_5 = -3^2 p^2 q^2 - 2.3^2\,pr^2 + 2.3.107\,p^2 t$$
$$\quad + 2.3.5\,p^3 r - 2^3 3.5\,pqs + 2.3.19\,rt$$
$$\quad + 2^2 3\,q^2 r - 3.41\,s^2$$

$$a_6 = 3p^3 q^2 + 2^3 3\,r^3 + 2.3.23\,q^2 t$$
$$\quad + 3q^4 + 2^2 37\,p^2 qs - 2.241\,prt$$
$$\quad - 2^3 p^4 r - 2.3.23\,qrs + 3.43\,t^2$$
$$\quad - 2^3 5\,pq^2 r + 521\,ps^2$$
$$\quad + 7^2\,p^2 r^2 - 2^7 5\,p^3 t$$

$$\begin{array}{llll}
a_7 = & -\,2\cdot3\;p\,q^4 & -\,2^2\,3^2\,q^3 s & +\,2^4\,47\;p^2 r t \\
& +\,2^2\cdot11\;p^2 q^2 r & +\,2\cdot5\cdot47\;p q r s & +\,2^4\,5\;r^2 t \\
& -\,2^4\,3\;p^3 r^2 & -\,2\cdot449\;p^2 s^2 & -\,2\cdot3^2\,19\;q s t \\
& -\,2\;q^2 r^2 & +\,2\cdot47\;r s^2 & -\,2^7\,3\;p t^2 \\
& -\,2^4\,5\;p r^3 & +\,2^6\,5\;p^4 t & \\
& -\,2^4\,5\;p^3 q s & -\,2\cdot3\cdot61\;p q^2 t &
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
a_8 = & 3\;p^2 q^4 & +\,2^2\,3\cdot7\;p q^3 s & -\,2^9\;p^3 r t \\
& -\,2^4\;p^3 q^2 r & -\,2^2\,3\cdot7^2\;p^2 q r s & -\,2\cdot3\;q^2 r t \\
& -\,2\cdot3\;q^4 r & -\,2^3\,3\;q r^2 s & -\,2^4\,3\cdot5\;p r^2 t \\
& +\,2^4\,p^4 r^2 & +\,2^2\,197\;p^3 s^2 & +\,2^2\,3\cdot71\;p q s t \\
& +\,2\cdot3^2\;p q^2 r^2 & +\,3\cdot17\;q^2 s^2 & +\,2\cdot3\cdot11\;s^2 t \\
& +\,2^3\,11\;p^2 r^3 & -\,2\cdot3\cdot41\;p r s^2 & +\,2^7\,3\;p^2 t^2 \\
& +\,2^4\,r^4 & -\,2^6\;p^5 t & +\,2^3\,3\cdot5\;r t^2 \\
& +\,2^4\,p^4 q s & +\,2^2\,3^4\;p^2 q^2 t &
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
a_9 = & -\,q^6 & -\,2^5\,11\;p^4 s^2 & +\,2^5\;r^3 t \\
& +\,2\cdot7\;p q^4 r & -\,2\cdot43\;p q^2 s^2 & -\,2^6\,11\;p^2 q s t \\
& -\,2^5\;p^2 q^2 r^2 & +\,2^3\,3^3\;p^2 r s^2 & +\,2^3\,3\;q r s t \\
& -\,2^5\;p^3 r^3 & -\,2^3\;r^2 s^2 & -\,2^4\,7\;p s^2 t \\
& +\,2^3\,q^2 r^3 & -\,2\cdot7\;q s^3 & -\,2^7\;p^3 t^2 \\
& -\,2^5\;p r^4 & -\,2^5\,3\;p^3 q^2 t & -\,2^4\,3\;q^2 t^2 \\
& -\,2^6\,p^2 q^3 s & +\,2^2\,3\;q^4 t & -\,2^8\;p r t^2 \\
& +\,2^6\,5\;p^3 q r s & +\,2^7\;p^4 r t & +\,2^6\;t^2 \\
& -\,2\cdot3\;q^3 r s & +\,2^3\;p q^2 r t & \\
& +\,2^3\,5\;p q r^2 s & +\,2^5\,7\;p^2 r^2 t &
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
a_{10} = & p\,q^6 & +\,2^6\;p^5 s^2 & -\,2^5\;p r^2 t \\
& -\,2^3\;p^2 q^4 r & +\,2^2\,3^2\;p^2 q^2 s^2 & +\,2^6\,3\;p^3 q s t
\end{array}$$

+

$$\begin{array}{lll}
+\ 2^4\ p^3q^2r^2 & -\ 2^6\ p^3rs^2 & -\ 2^4\ pqrst \\
+\ q^4r^2 & +\ 2\ q^2rs^2 & +\ 2^4 3\ p^2s^2t \\
-\ 2^3\ pq^2r^3 & +\ 2^3\ pr^2s^2 & -\ 2^3\ rs^2t \\
+\ 2^4\ p^2r^4 & +\ 2^2 3\ pqs^3 & +\ 2^4 3\ pq^2t^2 \\
+\ 2^4\ p^3q^3s & +\ s^4 & +\ 2^7\ p^2rt^2 \\
-\ 2^6\ p^4qrs & -\ 2^2 3\ pq^4t & +\ 2^4\ r^2t^2 \\
+\ 2^2\ pq^3rs & -\ 2^6\ p^3r^2t & -\ 2^6\ pt^3 \\
-\ 2^4\ p^2qr^2s & -\ 2^3\ q^2r^2t &
\end{array}$$

& l'on aura

$$x = \tfrac{1}{6}\Big[\left.\begin{array}{c}+\\+\\+\\-\\-\\-\end{array}\right\}\sqrt{(u'-p)}\ \left.\begin{array}{c}+\\+\\-\\+\\-\\-\end{array}\right\}\sqrt{(u''-p)}\ \left.\begin{array}{c}+\\+\\-\\-\\+\\-\end{array}\right\}\sqrt{(u'''-p)}\ \left.\begin{array}{c}+\\+\\-\\-\\-\\+\end{array}\right\}\sqrt{(u^{\text{IV}}-p)}\ \left.\begin{array}{c}+\\-\\+\\+\\-\\-\end{array}\right\}\sqrt{(u^{\text{V}}-p)}$$

$$\left.\begin{array}{c}+\\-\\+\\-\\+\\-\end{array}\right\}\sqrt{(u^{\text{VI}}-p)}\ \left.\begin{array}{c}+\\-\\+\\-\\-\\+\end{array}\right\}\sqrt{(u^{\text{VII}}-p)}\ \left.\begin{array}{c}+\\-\\-\\+\\+\\-\end{array}\right\}\sqrt{(u^{\text{VIII}}-p)}\ \left.\begin{array}{c}+\\-\\-\\+\\-\\+\end{array}\right\}\sqrt{(u^{\text{IX}}-p)}\ \left.\begin{array}{c}+\\-\\-\\-\\+\\+\end{array}\right\}\sqrt{(u^{\text{X}}-p)}\Big].$$

Si l'on veut n'employer qu'une valeur de u, on aura

$$x^3 - x^2\sqrt{(u-p)} + Ax - \tfrac{1}{2}(w + \sqrt{w^2 - 4t}) = 0;$$

en supposant

$$A^2 - uA + r + \sqrt{(u-p)}\,(w^2 - 4t) = 0$$

& les deux équations citées précédemment,

$$(w+q)^3 - (u-p)(u^2-4r)(w+q) + 4(u-p)^2(uw+2s) = 0$$

$$(u^2-4r)(w+q)^2 + 16(u-p)^2(w^2-4t)$$
$$+ 4(u-p)(w+q)(uw+2s) - (u-p)(u^2-4r)^2 = 0$$

où la valeur de w' en fonction des racines est $abc + def$.

XXXII. C'est donc à l'équation du dixième degré ci-dessus que l'on parvient, par la supposition que la proposée du sixième est le produit de deux du troisième. C'est de même à celles du

quinzième degré de l'*article XXX*, qu'on arrive en la ſuppoſant le produit de trois du ſecond : ainſi les motifs d'option entre le procédé de cet *article XXX*, & celui de l'*article XXXI*, dépendent de la nature des racines, dans les cas particuliers ; quoique celui-ci ſe ramène facilement au premier ; car ſi l'on fait

$$ac + ae + ce + bd + bf + df = u'',$$
$$ac + af + cf + bd + be + de = u''',$$
$$ad + ae + de + bc + bf + cf = u^{\text{IV}},$$
$$ad + af + df + bc + be + ce = u^{\text{V}};$$

les coëfficiens de l'équation qui aura ces quatre racines, ſe déduiront du même *type partiel* que u' & w'^2 de l'*article XXX*. Celui du ſecond terme, par exemple, ſera

$$-2(AB) + 2(ab + cd + ef),$$

& ainſi des autres.

Il faut appliquer ces réflexions à l'équation dont les ſix racines ſeroient

$$[\underset{*}{\alpha}\underset{\text{III}}{\beta}\underset{\text{IV}}{\gamma}\underset{\text{II}}{\delta}\underset{\text{I}}{\varepsilon}],\quad [\underset{*}{\alpha}\underset{\text{IV}}{\beta}\underset{\text{I}}{\varepsilon}\underset{\text{II}}{\gamma}\underset{\text{III}}{\delta}],\quad [\underset{*}{\alpha}\underset{\text{II}}{\beta}\underset{\text{IV}}{\delta}\underset{\text{I}}{\varepsilon}\underset{\text{III}}{\gamma}],$$
$$[\underset{*}{\alpha}\underset{\text{III}}{\beta}\underset{\text{IV}}{\gamma}\underset{\text{II}}{\varepsilon}\underset{\text{I}}{\delta}]],\quad [\underset{*}{\alpha}\underset{\text{IV}}{\beta}\underset{\text{I}}{\delta}\underset{\text{II}}{\gamma}\underset{\text{III}}{\varepsilon}]],\quad [\underset{*}{\alpha}\underset{\text{II}}{\beta}\underset{\text{IV}}{\varepsilon}\underset{\text{I}}{\delta}\underset{\text{III}}{\gamma}]].$$

Mais nous dirons un mot auparavant de certaines équations plus ſimples qui ont de l'affinité avec elle.

XXXIII. L'équation qui auroit les ſix racines

$$a^\alpha b^\beta c^\gamma,\quad a^\gamma b^\alpha c^\beta,\quad a^\beta b^\gamma c^\alpha,$$
$$a^\alpha b^\gamma c^\beta,\quad a^\beta b^\alpha c^\gamma,\quad a^\gamma b^\beta c^\alpha,$$

par exemple, conduit par les procédés des *articles XXX & XXXI*, à des équations du premier degré ; & ſi l'on fait $a^\alpha b^\beta c^\gamma = u'$, &c. on aura

$$u^2 - \Phi u + \Psi = 0,$$

$$\Phi^3 - (A^\alpha B^\beta C^\gamma)\Phi^2 + [(A^{\alpha+\beta} B^{\alpha+\beta} C^{2\gamma})$$
$$+ (A^{\alpha+\gamma} B^{\alpha+\gamma} C^{2\beta}) + (A^{\alpha+\beta} B^{\alpha+\gamma} C^{\beta+\gamma})]\Phi$$
$$- [(A^{\alpha+2\beta} B^{\alpha+\beta+\gamma} C^{\alpha+2\gamma})$$

$+ 2 (A^{\alpha+\beta+\gamma} B^{\alpha+\beta+\gamma} C^{\alpha+\beta+\gamma})] = 0;$

$$\Psi^3 - (A^{2\alpha} B^{\beta+\gamma} C^{\beta+\gamma}) \Psi^2$$
$$+ (A^{2\alpha+\beta+\gamma} B^{2\alpha+\beta+\gamma} C^{2\beta+2\gamma}) \Psi$$
$$- (A^{2\alpha+2\beta+2\gamma} B^{2\alpha+2\beta+2\gamma} C^{2\alpha+2\beta+2\gamma}) = 0;$$

ou bien

$$u^3 - \Gamma u^2 + \Lambda u - (A^{\alpha+\beta+\gamma} B^{\alpha+\beta+\gamma} C^{\alpha+\beta+\gamma}) = 0,$$
$$\Gamma^2 - (A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma}) \Gamma + [(A^{2\alpha} B^{\beta+\gamma} C^{\beta+\gamma})$$
$$+ (A^{\alpha+\beta} B^{\alpha+\beta} C^{2\gamma}) + (A^{\alpha+\gamma} B^{\alpha+\gamma} C^{2\beta})] = 0,$$
$$\Lambda^2 - (A^{\alpha+\beta} B^{\alpha+\gamma} C^{\beta+\gamma}) \Lambda$$
$$+ [(A^{2\alpha+2\beta} B^{\alpha+\beta+2\gamma} C^{\alpha+\beta+2\gamma})$$
$$+ (A^{2\alpha+\beta+\gamma} B^{2\alpha+\beta+\gamma} C^{2\beta+2\gamma})$$
$$+ (A^{2\alpha+2\gamma} B^{\alpha+2\beta+\gamma} C^{\alpha+2\beta+\gamma})] = 0.$$

Dans le cas d'une ſubſtitution de valeurs déterminées pour α, β & γ, il ne faut pas oublier nos ſuppoſitions. Si, par exemple, $\alpha = 2$, $\beta = 1$, $\gamma = 0$, on aura

$$\Gamma^2 - (A^2 B) \Gamma + [(A^4 BC) + (A^3 B^3) + 3 (A^2 B^2 C^2)] = 0;$$

parce que $(A^{\alpha+\gamma} B^{\alpha+\gamma} C^{2\beta})$ repréſente trois termes, & que $(A^2 B^2 C^2)$ n'en repréſente qu'un.

L'équation dont les ſix racines ſeroient

$$[\underset{III}{\alpha} \underset{IV}{\beta} \underset{II}{\gamma} \underset{I}{\delta}], \quad [\underset{IV}{\alpha} \underset{I}{\delta} \underset{II}{\beta} \underset{III}{\gamma}], \quad [\underset{II}{\alpha} \underset{IV}{\gamma} \underset{I}{\delta} \underset{III}{\beta}],$$
$$[\underset{III}{\alpha} \underset{IV}{\beta} \underset{II}{\delta} \underset{I}{\gamma}], \quad [\underset{IV}{\alpha} \underset{I}{\gamma} \underset{II}{\beta} \underset{III}{\delta}], \quad [\underset{II}{\alpha} \underset{IV}{\delta} \underset{I}{\gamma} \underset{III}{\beta}],$$

traitée par le procédé de l'*article XXXI*, conduit à une équation du dixième degré, réſoluble en deux facteurs rationels, l'un du quatrième degré, & l'autre du ſixième; mais traitée par celui de l'*article XXX*, elle conduit à une équation du premier: ainſi en y ſuppoſant $[\underset{III}{\alpha} \underset{IV}{\beta} \underset{II}{\gamma} \underset{I}{\delta}] = u'$, &c. &

$$u^2 - \Phi u + \Psi = 0,$$

les coëfficiens des équations du troisième degré en Φ & Ψ sont des *types ;* ce qu'il est facile de prouver *à priori*, puisque $[\alpha_{III}\beta_{IV}\gamma_{II}\delta_{I}] + [\alpha_{III}\beta_{IV}\delta_{II}\gamma_{I}]$ est un *type partiel*, & dépend du troisième degré, & que $[\alpha_{III}\beta_{IV}\gamma_{II}\delta_{I}] \times [\alpha_{III}\beta_{IV}\delta_{II}\gamma_{I}]$ est de la forme $[a_{III}b_{IV}c_{II}d_{I}] + [a_{III}b_{IV}d_{II}c_{I}]$.

XXXIV. Il faut observer au sujet de l'équation dont les six racines seroient $[\alpha_{*}\beta_{III}\gamma_{IV}\delta_{II}\varepsilon_{I}]$, &c. qu'elle devient du troisième degré, comme les deux de l'article précedent, si l'on y fait $a = b$, ou $a = c$, ou $b = c$, &c.

Il faut observer encore que, si au lieu du premier système d'équations entre les valeurs de r *(article VIII)*, on eût employé le second, on eût eu $[\alpha_{*}\beta_{III}\gamma_{IV}\varepsilon_{II}\delta_{I}]]$ au lieu de $[\alpha_{*}\beta_{III}\gamma_{IV}\delta_{II}\varepsilon_{I}]$; & que dans les dispositions des lettres a, b, c, d, e, qui ameneroient par le premier système, $[\alpha_{*}\beta_{IV}\varepsilon_{I}\gamma_{II}\delta_{III}]$ & $[\alpha_{*}\beta_{II}\delta_{IV}\varepsilon_{I}\gamma_{III}]$, on auroit par le second, $[\alpha_{*}\beta_{IV}\delta_{I}\gamma_{II}\varepsilon_{III}]]$ & $[\alpha_{*}\beta_{IV}\varepsilon_{II}\delta_{I}\gamma_{III}]]$.

Les coëfficiens de l'équation qui auroit ces six racines, sont faciles à obtenir en *types* : car au moyen des remarques de l'*article XXVI*, on chercheroit la somme des carrés de ces racines, la somme de leurs cubes, &c. ce qui n'exige que de calculer un seul des carrés, ou un seul des cubes; & on en concluroit par l'*article V*, la somme de leurs produits deux à deux, trois à trois, &c. La solution générale du cinquième degre se trouveroit ramenée par-là, à des recherches sur une équation particulière du sixième, dont les coëfficiens seroient des fonctions rationelles de ceux de la proposée : substituant alors dans les équations du 15.e & du 10.e degré d'où dépend généralement le sixième, lesquelles se calculeroient de la même manière; & si elles ne se réduisoient pas, substituant de nouveau dans celles d'où dépendent généralement le 15.e & le 10.e degré, &c. il faudroit, si le cinquième degré est résoluble généralement, qu'on arrivât en derniere analyse à des équations qui eussent des facteurs

rationels, du quatrième degré au plus ; & que dans l'usage à faire des racines de ces facteurs égalés à zéro, on ne fût obligé de passer que par des équations d'un degré moindre que le cinquième. Mais nous pouvons suivre le fil de ces recherches, sans calculer les équations même, en substituant constamment leurs racines pour *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, &c. dans les différentes formes élémentaires de quantités qui sont indifféremment l'une de six, de dix, de quinze, &c. car le nombre de changemens produits par les différentes substitutions possibles d'une lettre pour l'autre, nous donnera toujours le nouvel état de la difficulté ; & si quelque chose nous empêche d'épuiser successivement par ce moyen toutes les possibilités, ce ne sera que la longueur des calculs.

Il s'agit d'abord de substituer nos six racines dans les *articles XXX & XXXI.*

1.° Si, dans l'*article XXX,* on fait cette substitution dans l'ordre suivant,

$$[\underset{*}{\alpha}\underset{III}{\beta}\underset{IV}{\gamma}\underset{II}{\delta}\underset{I}{\varepsilon}] \quad \text{pour } a$$

$$[\underset{*}{\alpha}\underset{IV}{\beta}\underset{I}{\varepsilon}\underset{II}{\gamma}\underset{III}{\delta}] \quad \text{pour } b$$

$$[\underset{*}{\alpha}\underset{II}{\beta}\underset{IV}{\delta}\underset{I}{\varepsilon}\underset{III}{\gamma}] \quad \text{pour } c$$

$$[\alpha\underset{III}{\beta}\underset{IV}{\gamma}\underset{II}{\varepsilon}\underset{I}{\delta}]] \quad \text{pour } d$$

$$[\underset{*}{\alpha}\underset{II}{\beta}\underset{IV}{\varepsilon}\underset{I}{\delta}\underset{III}{\gamma}]] \quad \text{pour } e$$

$$[\underset{*}{\alpha}\underset{IV}{\beta}\underset{I}{\delta}\underset{II}{\gamma}\underset{III}{\varepsilon}]] \quad \text{pour } f$$

on trouvera que u' & w'^2 de cet *article XXX* ne dépendent plus du quinzième degré, mais dépendent du cinquième : l'équation qui a pour racines, u', u'', u''', u^{IV} & u^{V}, devient entièrement rationelle, & les autres valeurs de u dépendent du 10.e degré.

Ainsi la résolution générale du cinquième degré est ramenée par-là, à la résolution d'une, ou, si l'on veut, de plusieurs équations particulières de ce même cinquième degré : mais les racines de ces équations particulières se déduisent des mêmes *types particls* que les racines de la proposée, c'est-à-dire de $[\underset{\substack{I\\I\\I}}{a}\ \underset{\substack{II\\II\\IV}}{b}\ \underset{\substack{V\\III\\V}}{c}\ \underset{\substack{III\\V\\III}}{d}\ \underset{\substack{IV\\IV\\II}}{e}]$, &c.

2.° Si l'on fait les ſubſtitutions analogues, dans l'*article XXXI*, on trouve dix valeurs de u, leſquelles ſe déduiſent des mêmes *types partiels* que les autres quantités dépendantes du dixième degré, dont je viens de parler; (leur forme eſt $\underset{\substack{\mathrm{I\;III\;II\;IV\;V}\\ \mathrm{II\;III\;I\;V\;IV}}}{[\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon]}$, &c.) & l'équation du 126.e degré où l'on arrive en faiſant une quantité qui ſoit l'une de dix, ſans élever d'autres puiſſances que des carrés, ſe réſout, pour ce cas, en ſix facteurs rationels du ſixième degré dont les racines ſe déduiſent des *types partiels* $\underset{*\;\mathrm{III\;IV\;II\;I}}{[abcde]}$, &c. d'où l'on eſt parti, & en ſix facteurs rationels du quinzième degré dont les racines ſe déduiſent des mêmes *types partiels* que les ſommes ou les produits deux à deux des précédens, c'eſt-à-dire de $\underset{\substack{\mathrm{I\;II\;III\;V\;IV}\\ \mathrm{I\;IV\;V\;III\;II}}}{[\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon]}$, &c. Enfin, l'équation du 945.e degré où l'on arrive en faiſant une quantité qui ſoit l'une de dix, avec des radicaux cinquièmes ſeulement, n'a, pour ce cas, aucun facteur d'un degré inférieur au cinquième, & ſes racines ſe déduiſent toutes de quelqu'une des formes ci-deſſus.

Voilà tout ce que le calcul m'a appris ſur cet objet, & je n'ai pas aſſez de foi aux conjectures dans une matière auſſi épineuſe, pour oſer m'y livrer ici. J'ajouterai ſeulement que je n'ai trouvé aucun *type partiel* composé de cinq lettres, qui dépendît du quatrième degré, ni du troiſième; & que je ſuis convaincu qu'il n'en exiſte pas: mais il y en a un qui dépend du ſecond degré; c'eſt

$$\begin{aligned} &\underset{\mathrm{V\;III\;IV\;I\;II}}{[\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon]} + \underset{\mathrm{V\;III\;IV\;I\;II}}{[\alpha\beta\delta\varepsilon\gamma]} + [\alpha\beta\varepsilon\gamma\delta] \\ &+ [\alpha\gamma\beta\varepsilon\delta] + [\alpha\gamma\varepsilon\delta\beta] + [\alpha\gamma\delta\beta\varepsilon] \\ &+ [\alpha\delta\varepsilon\beta\gamma] + [\alpha\delta\beta\gamma\varepsilon] + [\alpha\delta\gamma\varepsilon\beta] \\ &+ [\alpha\varepsilon\delta\gamma\beta] + [\alpha\varepsilon\gamma\beta\delta] + [\alpha\varepsilon\beta\delta\gamma] \end{aligned}$$

d'où l'on déduit en général, que dans le cas des valeurs particulières de a, b, c, d, e, f, ci-deſſus, le *type partiel*

$$\underset{\mathrm{I\;V\;VI\;III\;IV\;II}}{[\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta]} + [\beta\gamma\alpha\zeta\delta\varepsilon] + [\gamma\alpha\beta\varepsilon\zeta\delta]$$

$$+ [\underset{I}{\alpha}\underset{V}{\zeta}\underset{VI}{\varepsilon}\underset{III}{\delta}\underset{IV}{\gamma}\underset{II}{\beta}] + [\zeta\varepsilon\alpha\beta\delta\gamma] + [\varepsilon\alpha\zeta\gamma\beta\delta]$$

$$+ [\delta\zeta\gamma\alpha\varepsilon\beta] + [\zeta\gamma\delta\beta\alpha\varepsilon] + [\gamma\delta\zeta\varepsilon\beta\alpha]$$

$$+ [\delta\beta\varepsilon\alpha\gamma\zeta] + [\beta\varepsilon\delta\zeta\alpha\gamma] + [\varepsilon\delta\beta\gamma\zeta\alpha]$$

dépend du ſecond degré, comme celui de l'*article XXX*, dont il fait partie, dépend du premier.

Au reſte, il ne ſuffit peut-être pas, pour prononcer ſur la poſſibilité de la réſolution générale, de ſe borner à la ſimple recherche de la forme des réſultats; parce que dans tel cas où l'on ſait *à priori* devoir arriver à la forme $[\underset{*}{a}\underset{III}{b}\underset{IV}{c}\underset{II}{d}\underset{I}{e}]$, il faut ſavoir de plus, par exemple, ſi l'on n'aura pas dans tous les termes, les égalités $e = d = c$, qui font de ce *type partiel*, un *type* complet; il faut ſavoir ſi ceux des termes où l'on n'auroit pas $e = d = c$, ne ſeroient pas compris ſous la forme $[\underset{*}{\alpha}\underset{III}{\beta}\underset{IV}{\gamma}\underset{II}{\delta}\underset{I}{\varepsilon}] + 2[\underset{*}{\alpha}\underset{III}{\beta}\underset{IV}{\delta}\underset{II}{\gamma}\underset{I}{\varepsilon}]$, dont les égalités $\gamma = \beta$, $\varepsilon = \delta$, font encore un *type* complet; &c. car les valeurs particulières des expoſans, leurs rapports déterminés dans la ſuite de *types partiels* conformes d'où l'on ſera parti, peuvent faire que ces égalités aient lieu, à cette période du calcul.

XXXV. Dans les cas particuliers où l'on a des équations entre les racines, la méthode que nous venons d'expoſer peut ſervir à réſoudre, ſans paſſer par les formules générales de réſolution.

L'équation $r^{11} - 1 = 0$ nous en fournira un exemple: elle conduit *(article VI)* à celle-ci,

$$x^5 - x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 3x - 1 = 0,$$

dont les racines étant a, b, c, d, e, on aura par une ſuite très-ſimple de l'*article XI*.

$a^2 = -b + 2$	$b^2 = -d + 2$	$c^2 = -e + 2$	$d^2 = -c + 2$
$ab = -a - c$	$bc = -a - e$	$cd = -a - d$	$de = -a - b$
$ac = -b - d$	$bd = -b - e$	$ce = -b - c$	
$ad = -c - e$	$be = -c - d$		$e^2 = -a + 2$
$ae = -d - e,$			

& tous les *types partiels* de la forme $[\underset{\text{v}}{a}\underset{\text{i}}{b}\underset{\text{iv}}{c}\underset{\text{ii}}{d}\underset{\text{iii}}{e}]$ auront une valeur purement rationelle; ainſi, en prenant par-tout dans l'*article XXVIII* $[\underset{\text{v}}{\alpha}\underset{\text{i}}{\beta}\underset{\text{iv}}{\varepsilon}\underset{\text{ii}}{\delta}\underset{\text{iii}}{\gamma}]$ au lieu de $[\underset{\text{v}}{\alpha}\underset{\text{ii}}{\beta}\underset{\text{iv}}{\gamma}\underset{\text{i}}{\delta}\underset{\text{ii}}{\varepsilon}]$, on trouvera

$$u' = 6;\ \varphi' = 26,\ \varphi'' = -18,\ \varphi''' = -51,\ \varphi^{\text{IV}} = 4.$$

On a auſſi $(A^5) = 16$, $(ABCDE) = 1$, $(A) = 1$; d'où

$$x = \tfrac{1}{5}\,[1 + \Delta' + \Delta'' + \Delta''' + \Delta^{\text{IV}}]$$

en ſubſtituant les valeurs

$$\Delta' = \sqrt[5]{\tfrac{11}{4}}\,(89 + 25\sqrt{5} - 5\sqrt{-5 + 2\sqrt{5}} + 45\sqrt{-5 - 2\sqrt{5}})$$
$$\Delta'' = \sqrt[5]{\tfrac{11}{4}}\,(89 + 25\sqrt{5} + 5\sqrt{-5 + 2\sqrt{5}} - 45\sqrt{-5 - 2\sqrt{5}})$$
$$\Delta''' = \sqrt[5]{\tfrac{11}{4}}\,(89 - 25\sqrt{5} - 5\sqrt{-5 + 2\sqrt{5}} - 45\sqrt{-5 - 2\sqrt{5}})$$
$$\Delta^{\text{IV}} = \sqrt[5]{\tfrac{11}{4}}\,(89 - 25\sqrt{5} + 5\sqrt{-5 + 2\sqrt{5}} + 45\sqrt{-5 - 2\sqrt{5}})$$

XXXVI. Comme pour réſoudre l'équation

$$\left.\begin{matrix} x^m - x^{m-1} \qquad + \&c. \\ -\,\overline{m-1}\,x^{m-2} \end{matrix}\right\} = 0;$$

il n'eſt queſtion au plus que de déterminer *(article VI)* la quantité qui eſt indifféremment l'une de ſes racines, & nullement de faire qu'il ſoit indifférent d'y échanger ces racines entre elles, cette réſolution nous ſera toujours très-facile.

Ainſi, des trois conditions diſtinctes de la réſolution générale des Équations *(article IV)*, la première *(article VI)* & la troiſième *(article V)* ſont toujours rigoureuſement en notre pouvoir; & nous avons pour remplir la ſeconde, une marche directe & uniforme *(article XXXIV)* qui n'a de difficulté que par ſa longueur inévitable.



SUR LA

SUR LA

THÉORIE DE MERCURE.

Quatrième Mémoire.

Par M. DE LA LANDE.

LORSQUE j'ai déterminé astronomiquement, & par des observations exactes, tous les élémens de Mercure, j'ai négligé les perturbations qu'il éprouve par l'action des autres Planètes; je m'étois assuré d'avance qu'elles étoient tout-à-fait insensibles; mais je renvoyois à la fin de mon travail la discussion de cet objet: je terminerai donc actuellement mes recherches sur Mercure par le calcul de ces inégalités. J'ai choisi de préférence l'attraction de Vénus, parce que c'est la planète la plus voisine de Mercure, & que son attraction doit être évidemment la plus forte: la Terre, dont la masse est un peu moindre que celle de Vénus, est à une distance presque double; & Jupiter, dont la masse est de beaucoup supérieure à celle de Vénus, étant à une distance treize fois plus grande, n'a presque plus d'influence sur le mouvement de Mercure. 11 Décemb. 1771.

J'ai donné dans nos Mémoires, *année 1760*, l'expression générale & algébrique des inégalités que produit une Planète fort voisine d'une autre, en tenant compte de l'excentricité de la Planète troublée; car celle de Mercure étant très-grande, il étoit indispensable d'y avoir égard. Ces formules sont disposées de manière que les seules substitutions des nombres suffisent sans aucune connoissance de la théorie pour en avoir les valeurs, quelle que soit la Planète dont on veut connoître les dérangemens; cependant ces substitutions sont fort longues, & j'ai cru qu'il valloit la peine d'en donner ici les résultats; d'ailleurs, les coëfficiens de la série qui donne la distance d'une Planète à l'autre, sont encore l'objet d'un calcul assez long; il faut chercher la quadrature des courbes, en calculant un grand nombre d'ordonnées,

& cela n'avoit point encore été fait pour la distance de Vénus à Mercure, ni pour celle de la Terre. Je rapporterai donc aussi le résultat de ces calculs : les quatre coëfficiens qui sont pour la Terre ont été cherchés chacun séparément par la quadrature d'une courbe particulière.

Soit la distance de Vénus au Soleil $= a = 1,8685$, la distance moyenne de Mercure au Soleil étant prise pour unité, celle de Vénus à Mercure, qui quelquefois est $= a + 1$, quelquefois $= a - 1$, varie suivant les divers degrés de commutation ; je la suppose $= s$; la commutation ou l'angle au Soleil entre Mercure & Vénus $= t$, l'anomalie vraie de Mercure $= u$, on a $\frac{1}{s^3} = (2a)^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{1+a^2}{2a} - \text{cos}.\, t\right)^{-\frac{3}{2}}$ $- 3ea \left[(2a)^{-\frac{5}{2}} \left(\frac{1+a^2}{2a} - \text{cos}.\, t\right)^{-\frac{5}{2}}\right] \left(\frac{1}{a} - \text{cos}.\, t\right)$ $\text{cos}.\, u = A + B\,\text{cos}.\, t + C\,\text{cos}.\, 2t + D\,\text{cos}.\, 3t$, &c. $- 3ea\,(A' + B'\,\text{cos}.\, t + C'\,\text{cos}.\, 2t + D'\,\text{cos}.\, 3t$, &c.$)$ $\left(\frac{1}{a} - \text{cos}.\, t\right) \text{cos}.\, u$.

Voici la valeur des coëfficiens de ces deux suites, déjà multipliés, les premiers par $2a^{-\frac{2}{3}}$, les derniers par $2a^{-\frac{5}{2}}$; ces valeurs sont ce qu'il y a de plus long à faire dans ces calculs.

$A = 0,32296$; $B = 0,46529$; $C = 0,29913$; $D = 0,18322$
$A' = 1,04768$; $B' = 1,87148$; $C' = 1,47961$; $D' = 1,09340$;
s'il s'agissoit de l'attraction de la Terre sur Mercure, on trouveroit les valeurs

$A = 0,08331$; $B = 0,09146$; $C = 0,04338$; $D = 0,01989$;
il seroit facile de les substituer aussi dans les formules suivantes. Elles ne renferment que des fonctions de ces coëfficiens, avec le rapport du moyen mouvement de Mercure à la différence des mouvemens moyens de Mercure & de Vénus ; c'est-à-dire $n = 0,608501$.

Après les substitutions de ces valeurs numériques, il ne s'agit plus que de multiplier tous les termes par la masse de Vénus, celle du Soleil étant prise pour unité, je la supposois de $\frac{1}{303550}$ lorsque

j'ai fait les calculs; cela diffère peu du résultat que le passage de Vénus m'a fait adopter, & qui est de $\frac{1}{302346}$. Le logarithme de la masse s'ajoute avec celui de l'arc égal au rayon qui sert à convertir en secondes toutes ces formules, exprimées naturellement en fractions de la distance moyenne de la Planète troublée; la somme de ces deux logarithmes, qui est 9,8339209, s'ajoute à celui de chaque formule, pour la réduire en secondes.

Cette quantité que je viens d'adopter pour la masse de Vénus, dépend du diamètre de Vénus, que j'ai déterminé par la durée de sa sortie, le 6 Juin 1761, & de la parallaxe du Soleil qui paroît être de $8'' \frac{1}{2}$, sur-tout depuis que nous avons reçu les observations faites à l'île de Taïti dans la mer du sud; la masse de la Terre étoit $\frac{1}{307831}$ en supposant la parallaxe du Soleil de 9 secondes *(Astronomie, article 3405)*, mais elle est comme le cube de la parallaxe; donc en employant $8'' \frac{1}{2}$, on ne trouve plus que $\frac{1}{365412}$ pour la masse de la Terre, par rapport à celle du Soleil. Pour trouver actuellement celle de Vénus par rapport à la Terre, je considère que le diamètre de Vénus vu du Soleil, à la moyenne distance de la Terre, est 16″,7, celui de la Terre étant 17 secondes; le cube du rapport de ces deux quantités, multiplié par la densité de Vénus, que nous estimons 1,2749 *(Astronomie, article 3410)* donne pour la masse de Vénus 1,20859, c'est-à-dire que Vénus pèse un cinquième de plus que la Terre.

Cette masse multipliée par celle de la Terre $\frac{1}{365412}$ donne la masse de Vénus $\frac{1}{302346}$ dont j'ai fait usage dans les calculs précédens: mais comme elle ne diffère pas d'un trois-centième de celle que j'ai employée il y a plus de dix ans, dans mes calculs de l'attraction, il n'y aura rien à changer aux résultats importans que j'en ai tirés, soit pour les nœuds des Planètes, soit pour le changement de l'obliquité de l'écliptique.

En donnant ici des formules générales pour les équations produites par l'action d'une Planète sur une autre, je joindrai à chacune l'évaluation en nombres, relativement à l'attraction de Vénus sur Mercure.

FORMULES des quatre principales inégalités de Mercure, produites par l'attraction de Vénus ou par celle de la Terre, ou en général d'une Planète plus proche du Soleil par celle qui est plus éloignée.

I. $+ \left[\frac{2}{(1 - nn)n} \left(B - aA + \frac{1}{a^3} - \frac{aC}{2} + \frac{aC}{n} + \frac{2}{na^2} - \frac{2aA}{n}\right) + \frac{aA}{n^2} - \frac{1}{n^2a^2} - \frac{aC}{2n^2} \right]$ $\text{ſin.}\, nu = -0'',8\, \text{ſin.}\, t.$ II. $+ \left[\frac{1}{(1 - 4nn)n} \left(C - \frac{aB}{2} - \frac{aD}{2} + \frac{aD}{2n} - \frac{aB}{2n}\right) + \frac{aB}{8nn} - \frac{aD}{8nn} \right]$ $\text{ſin.}\, 2nu = -1'',3\, \text{ſin.}\, 2t.$ III. $\left[\frac{ea}{n - 1} \left(A + \frac{C}{2} - \frac{1}{a^3}\right) + \frac{3ea}{(n-1)(1-nn)} \left(\frac{B}{a} + \frac{1}{a^3} - A - \frac{C}{2}\right) - \frac{6ea}{n(n-1(1-nn)} \left(A - \frac{C}{2} - \frac{1}{a^3}\right) - \frac{ae}{n(n-1)} \left(\frac{C}{2} + \frac{1}{a^3} - A\right) + \frac{2ea}{1-(n-1)^2} \left(-A + \frac{C}{2} + \frac{B}{a} + \frac{1}{a^3}\right) + \frac{4ea}{(n-1)[1-(n-1)^2]} \left(-A + \frac{1}{a^3} - \frac{C}{2}\right) \frac{3ea}{(n-1)[1-(n-1)^2]} \left(2A' - \frac{B'}{a} - \frac{3aB'}{4} + C' - \frac{aD'}{4}\right) + \frac{3ae}{(n-1)^2[1-(n-1)^2]} \left(2A' - \frac{aB'}{2} - C' + \frac{aD'}{2}\right) + \frac{3ae}{2(n-1)^2} \left(\frac{aB'}{4} - A' + \frac{C'}{2} - \frac{aD'}{4}\right) \right]$ $\text{ſin.}\, (t - u) = -2''9\, \text{ſin.}\, (t - u)$

$$\text{IV.} \left\{ \begin{array}{l} + \frac{ea}{4n(2n-1)} (B - D) + \frac{3e}{(1-4nn)(2n-1)} \\ \left(C - \frac{AB}{2} - \frac{AD}{2} - \frac{AB}{2n} + \frac{AD}{2n}\right) + \\ (B + D) \left(\frac{2ea(1-n)}{(2n-1)^2[1-(2n-1)^2]} - \frac{ea(1-n)}{2(2n-1)^2}\right) \\ + \frac{ea(1-n)}{(2n-1)[1-(2n-1)^2]} \left(B - D - \frac{4C}{a}\right) \end{array} \right.$$

$$+ \frac{3ae}{(2n-1)[1-(2n-1)^2]} \left(\frac{aA'}{2} - B' - \frac{C'}{a} - \frac{aC'}{2} + D' - \frac{aE'}{4}\right) + \frac{3ae}{(2n-1)^2[1-(2n-1)^2]} \left(B' - aA' - D' + \frac{aE'}{2}\right) + \frac{3ae}{4(2n-1)^2} \left(aA' - B' + D' - \frac{aE'}{2}\right) \Big\} \text{ fin. } (2t - u) = + 2'' 6 \text{ fin. } (2t - u).$$

La plus confidérable de ces Équations, qui eft 2", 9 fin. $(t - u)$, dépend de la différence entre la commutation t, & l'anomalie de Mercure u; & puifqu'elle ne va pas à 3" fur l'orbite de Mercure vue du Soleil, elle eft encore moindre fur le mouvement vu de la Terre; ainfi, l'on peut fans aucune difficulté négliger ces Équations dans le calcul des obfervations, & dans la conftruction des Tables de Mercure. Auffi mes Tables de Mercure repréfentent toutes les obfervations que j'ai calculées, dans quelque pofition qu'elles aient été faites, avec toute la précifion des obfervations mêmes. le Père Fifxmillner ayant fait, fur mon invitation, diverfes obfervations de Mercure, l'année dernière, & en ayant comparé les réfultats avec mes Tables, n'a trouvé qu'une feule fois 45 fecondes d'erreur, comme je l'ai remarqué dans le dernier recueil d'obfervations que j'ai lû à l'Académie. Inégalités infenfibles.

J'ai dit au commencement de ce Mémoire, que l'action de Jupiter étoit encore plus négligeable dans la théorie de Mercure que l'action de Vénus; il me fuffira, pour en donner une idée, de rappeler ici l'évaluation du terme le plus confidérable qu'il y ait dans ces inégalités, en voici la valeur $\frac{21 + 36n}{16(n^2 - n^4)} (1 - n)^{\frac{8}{3}}$ fin. $n u$; Dans ce cas-ci, $n = 0{,}979686$, & la formule étant multipliée par la maffe de Jupiter $\frac{1}{1067}$, & par le nombre de fecondes que contient le rayon, en ajoutant le logarithme 2,28626, on trouve 0", 54 pour la valeur de cette équation; les autres font encore moindres; ces équations étoient déjà fort petites dans la théorie de Vénus, mais la fraction $1 - n$, qui eft le mouvement de Jupiter, divifé par celui de Mercure, Attraction de Jupiter.

& qui eſt élevée à la puiſſance $\frac{8}{3}$, forme une quantité beaucoup plus petite pour le mouvement de Mercure, qui eſt double de celui de Vénus; c'eſt-là ce qui rend l'équation précédente abſolument inſenſible.

Changement d'inclinaiſon.

J'ai diſcuté ailleurs le mouvement des nœuds de Mercure, produit par l'action de toutes les Planètes, (Aſtronomie, *article 1348;* Mémoires de l'Académie, *années 1758 & 1761).* Il me reſte à dire un mot du changement d'inclinaiſon qui en réſulte: le mouvement annuel du nœud de Mercure ſur l'orbite de Vénus eſt de 2", 904, en vertu de l'attraction de Vénus; cette quantité multipliée par le ſinus de l'inclinaiſon de Vénus ſur l'écliptique $3^d\ 24'$, & par le ſinus de la diſtance $28^d\ 7'$, entre les nœuds de ces deux Planètes *(article 1378),* donne 0",08; ce qui nous apprend que l'inclinaiſon de Mercure ſur l'écliptique doit diminuer de 8" par ſiècle à cauſe de l'attraction de Vénus.

Le changement du nœud de Mercure ſur l'orbite de Jupiter eſt de 1", 576 par année. Cette quantité multipliée par le ſinus de l'inclinaiſon mutuelle de ces deux orbites $6^d\ 18'$, & par le ſinus de la diſtance entre l'interſection commune & le nœud de Mercure $9^d\ 38'$, donne 0",029 pour la diminution annuelle de l'inclinaiſon de Mercure, ce qui fait 2",9 par ſiècle; ainſi cet angle doit diminuer de 11 ſecondes tous les cent ans, en vertu des deux attractions de Vénus & de Jupiter: Celles de Mars & de Saturne ſont inſenſibles; cette quantité même de 11 ſecondes eſt trop petite pour avoir pu juſqu'à préſent être conſtatée par les obſervations.



MÉMOIRE

Contenant les Obſervations de la ſeconde Comète de 1770, qui a paru au mois de Janvier 1771, qui eſt la cinquante-neuvième dont l'orbite ait été calculée.

Obſervée de l'Obſervatoire de la Marine, à Paris, depuis le 10 Janvier 1771 juſqu'au 21 du même mois, qu'elle ceſſa de paroître aux Inſtrumens.

Par M. MESSIER.

APRÈS pluſieurs jours de temps couvert, le ciel s'étant éclairci le 10 Janvier vers les ſix heures du ſoir, j'ai recherché la Comète qui avoit paru l'année dernière, & que j'avois obſervée depuis le 14 Juin juſqu'au 3 Octobre matin, qu'elle ceſſa d'être viſible aux inſtrumens. M. le Monnier m'ayant dit qu'on pourroit bien la revoir, parce que la Terre, par ſon mouvement annuel ſur ſon orbite, s'en étoit rapprochée; j'ai cherché cette Comète dans l'endroit du ciel où elle devoit ſe trouver, ſuivant les élémens de ſon orbite; & j'ai découvert, vers les huit heures du ſoir, par le moyen d'une lunette ordinaire d'un pied, qui eſt fort claire, une Comète entre la tête de l'Hydre & le petit Chien, à pluſieurs degrés du lieu où la Comète de l'année dernière devoit être. La nouvelle Comète ſe faiſoit apercevoir à la vue ſimple; à la lunette, ſon noyau étoit brillant, blanchâtre, ſans être terminé & environné d'un atmoſphère de pluſieurs minutes de diamètre, avec une queue d'une lumière foible & de 5 à 6 degrés de longueur. J'ai comparé le noyau à un des fils du micromètre, & j'ai eſtimé ſon diamètre de 49 ſecondes de degré environ, & l'atmoſphère qui l'environnoit, de 18 minutes. Pour déterminer les poſitions de la Comète, je me ſuis ſervi d'une lunette ordinaire, de 3 pieds $\frac{1}{2}$, garnie d'un micromètre à fils, & montée ſur une machine parallactique, placée à peu-près dans le plan du Méridien. 16 Mars 1771.

Le 10 Janvier, à $8^h\ 44'\ 24''$, temps vrai, la Comète précédoit l'étoile δ de l'Hydre, quatrième grandeur, au fil horaire de $3^d\ 54'\ 30''$, la Comète étoit inférieure à l'étoile de $1^d\ 24'\ 57''$. De ces différences & de la position de l'Étoile, réduite au temps présent à $126^d\ 23'\ 6''$ d'ascension droite, & $6^d\ 29'\ 43''$ de déclinaison boréale; je déduis celle de la Comète de $122^d\ 28'\ 36''$ d'ascension droite, & $5^d\ 4'\ 46''$ de déclinaison boréale. Cette détermination est douteuse: une minute environ avant le passage de l'Étoile au fil horaire, un nuage fit disparoître l'Étoile; la différence en déclinaison a également été estimée. Le ciel étant devenu ensuite serein, j'ai comparé de nouveau la Comète à la même Étoile; à 10 heures $16'\ 45''$, temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire de $4^d\ 35'$; la Comète inférieure à l'Étoile de $1^d\ 8'\ 19''$; ascension droite de la Comète, $121^d\ 48'\ 6''$; sa déclinaison, $5^d\ 21'\ 24''$ boréale. La Comète fut encore comparée à la même Étoile, ainsi qu'à une Étoile de septième grandeur, & à l'étoile Procyon du petit Chien. On trouvera les positions de la Comète déduites de ces Étoiles, dans la première Table qui est à la suite du Mémoire.

La nuit du 11 au 12, le Ciel totalement couvert, ainsi que celles du 12 au 13, du 13 au 14, du 14 au 15; celles du 15 au 16, les Étoiles paroissoient de temps en temps dans quelques éclaircis, ce qui ne fut pas suffisant pour voir la Comète.

Beau temps la nuit du 16 au 17; aussi-tôt que les Étoiles parurent, j'ai recherché la Comète à la vue simple, sans pouvoir l'apercevoir; je l'ai cherchée ensuite avec des instrumens; savoir, dans les constellations du Taureau, des Gémeaux, & sur-tout du Cocher, Persée & Andromède, constellations qui se trouvoient dans la direction du mouvement que j'avois reconnu à la Comète la nuit du 10 au 11. Mes recherches, pendant deux heures, furent inutiles, & j'avois perdu toute espérance de la revoir. Comme elle avoit considérablement diminuée de lumière, puisqu'elle n'étoit plus visible à la simple vue; je soupçonnois que son mouvement avoit dû se ralentir, & qu'au lieu d'être dans Persée, suivant son mouvement du 10 au 11, je devois la chercher, avec beaucoup de soin dans le Taureau, & je vis,

à peu

à peu de distance de la corne méridionale de cette constellation, une nébulosité que je pris d'abord pour la nébuleuse qui est près de cette corne, & que je découvris le 28 Août 1758, en observant la Comète qui parut cette année. Mes recherches se faisant avec une lunette de nuit, je la quittai pour examiner cette nébuleuse avec une excellente lunette achromatique de 3 pieds $\frac{1}{2}$, qui appartient à M. de S***, elle ne grossissoit que vingt-sept fois le diamètre des objets; par ce moyen, j'avois beaucoup de lumière, & je reconnus que c'étoit la Comète elle-même; le noyau étoit brillant, sans être terminé, environné de nébulosité, avec une queue de 4 degrés de longueur environ, mais d'une lumière très-foible: le noyau de la Comète avoit le brillant d'une Étoile de septième grandeur. J'ai comparé la Comète directement à l'étoile ζ de la corne méridionale du Taureau; à $7^h\ 16'\ 4''$, temps vrai, la Comète suivoit l'Étoile au fil horaire de $3^d\ 3'\ 45''$; elle étoit supérieure à la même Étoile, de $1^d\ 40'\ 20''$: de ces différences & de la position de l'Étoile prise de la Connoissance des Temps, & réduite au temps présent; l'ascension droite de la Comète a été conclue de $84^d\ 3'\ 17''$, & sa déclinaison boréale de $22^d\ 39'\ 21''$. A $7^h\ 41'\ 39''$, la Comète a encore été comparée à la même Étoile; sa position est rapportée dans la *I.re Table* qui est à la suite de ce Mémoire.

Ciel serein, pendant la nuit du 17 au 18: ce n'a pas été sans peine que j'ai pu revoir la Comète; sa lumière étoit encore affoiblie depuis la nuit précédente; le noyau étoit moins brillant, la queue moins longue, n'ayant que deux degrés, & d'une lumière très-foible. La Comète étoit près d'une Étoile de sixième grandeur, qui est la 121.e du Taureau, suivant le catalogue de Flamsteed, *seconde édition;* & la 163.e du nouveau catalogue de M. de la Caille, imprimé dans le *VI.e volume* de ses Éphémérides. Pour bien connoître la position de cette Étoile, je l'ai comparée à l'étoile ζ de la corne méridionale du Taureau, & je l'ai observée plusieurs fois au Méridien; j'ai pris un milieu entre mes observations, & réduction faite du lieu de l'Étoile ζ, prise du catalogue de Flamsteed, & de celui de M. de la Caille; l'ascension droite de la petite Étoile étoit, pour le temps présent, de 80^d

21′ 43″, & fa déclinaifon boréale de 23^d 52′ 15″. A 6^h 27′ 35″, temps vrai, la Comète fuivoit l'Étoile au fil horaire, de 20′ 15″: elle étoit inférieure à l'Étoile de 6′ 50″. De ces différences, j'ai déterminé la pofition de la Comète en afcenfion droite de 80^d 41′ 58″, & fa déclinaifon boréale, de 23^d 45′ 25″. J'ai encore comparé la Comète plufieurs fois à cette Étoile: on trouvera les pofitions dans la *Ire Table.*

La nuit du 18 au 19, le ciel entièrement couvert, ainfi que celle du 19 au 20; beau temps pendant la nuit du 20 au 21: j'ai recherché la Comète pendant une heure & demie, avec la lunette achromatique de 3 pieds ½, fans pouvoir la découvrir: comme fon mouvement m'étoit connu, par les obfervations des jours précédens, je la cherchois à peu-près dans l'endroit du ciel où elle devoit paroître: après bien des recherches, je l'aperçus près de la planète de Mars; elle en étoit très-près, & à moins d'une minute de temps, tant en afcenfion droite qu'en déclinaifon, elle étoit placée entre Mars & une petite Étoile de huitième grandeur; fa lumière, fi foible que celle de Mars l'effaçoit prefque; j'en ai cependant déterminé la pofition, en comparant le noyau à Mars, & à la petite Étoile de huitième grandeur: j'obfervai, la même nuit, l'un & l'autre au Méridien, ainfi que β de la corne feptentrionale du Taureau; pour la Comète, il ne fut pas poffible de l'apercevoir au Méridien. L'afcenfion droite de l'Étoile de huitième grandeur, fut conclue de 72^d 56′ 17″, & fa déclinaifon, de 26^d 5′ 39″ boréale. A 8^h 18′ 30″, temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire, de 4′ 15″; la Comète fupérieure à l'Étoile, de 10′ 14″. De ces différences & de la pofition de l'Étoile rapportée ci-deffus, j'ai déduit celle de la Comète en afcenfion droite de 72^d 52′ 2″, & fa déclinaifon boréale, de 25^d 55′ 25″. Les autres obfervations faites la même nuit, avec la même Étoile & avec Mars, font rapportées dans la Table qui eft à la fuite de ce Mémoire. Les nuits fuivantes, le ciel fut couvert, & c'eft au 20 de ce mois (Janvier) que ce font terminées mes Obfervaions de cette Comète.

Je joins à ce Mémoire deux Tables; la première contient les lieux de la Comète en afcenfion droite & déclinaifon, avec les

différences de paſſages de la Comète & des Étoiles au fil horaire: il en eſt de même dans la colonne qui ſuit pour les différences en déclinaiſon: le ſigne + ſignifie qu'il faut ajouter ces différences aux poſitions des Étoiles avec leſquelles la Comète aura été comparée, pour avoir celle de la Comète: il en eſt de même du ſigne — pour ôter.

La ſeconde Table contient les aſcenſions droites & déclinaiſons des Étoiles qui ont ſervi à la détermination du lieu de la Comète, réduite au temps des Obſervations.

Je joins auſſi à ce Mémoire une carte céleſte qui repréſente la route apparente que la Comète a tenue parmi les Étoiles fixes ſuivant mes Obſervations: cette carte eſt diviſée en degrés d'aſcenſion droite & de déclinaiſon, de manière qu'il ſera aiſé de juger à l'inſpection ſeule de la carte de la poſition de la Comète & de celle des Étoiles près deſquelles elle a paſſé; j'ai marqué auſſi la nébuleuſe que la Comète de 1758 me fit découvrir près de la corne méridionale du Taureau.

D'après mes Obſervations, M. Pingré a calculé les élémens de l'orbite de cette Comète qu'il a donnés à l'Académie le 26 Janvier de cette année; les voici.

Nœud aſcendant en....................	$3^s\ 18^d\ 42'\ 10''$
Inclinaiſon de l'orbite................	31. 25. 55
Lieu du périhélie......................	6. 28. 22. 44
Logarithme de la diſtance périhélie.......	9,722833.

Paſſage au périhélie, le 22 Novembre 1770, à $22^h\ 5'\ 48''$, Temps moyen, Mérid. de l'Obſervatoire, ſens du mouvement rétrograde.

La même Comète a été vue à Milan par le Père Boſcowich: dans la lettre qu'il m'a écrite le 12 Janvier, il m'a envoyé les deux Obſervations ſuivantes:

	Temps vrai.	*Aſcenſion droite.*	*Déclin. Bor.*
1771, Janvier 10	$1^h\ 20'\ 0''$	$131^d\ 34'\ 0''$	$0^d\ 45'$
11	0. 36. 12	121. 16. 31	5. 54

Il ajoute que la première de ces obſervations eſt moins exacte que celle du 11; elle fut faite à la hâte & avec un mauvais inſtrument avec lequel on ne peut pas même être ſûr d'une minute.

Cette Comète a été également aperçue en Angleterre ſuivant une lettre d'un de mes amis, datée de Londres du 15 Janvier; il me marque que dans la Gazette de la veille il étoit fait mention de la découverte d'une nouvelle Comète; le 9 de ce mois elle étoit à 20 degrés de Procyon, 11^d 30' du Cœur de l'Hydre, & 18^d 15' de Saturne, près de l'Équateur, ayant une queue & une chevelure, le noyau aſſez diſtinct.

TABLE I. *Des poſitions apparentes de la deuxième Comète de 1770, découverte de l'Obſervatoire de la Marine le 10 Janvier 1771, vers les 8 heures du ſoir, entre la tête de l'Hydre & Procyon; obſervée & comparée avec les étoiles fixes juſqu'au 20 du même mois.*

1771.	TEMPS VRAI.	ASCENS. droite obſervée.	DÉCLIN. obſervée Boréale.	DIFFÉR. en aſcenſion droite avec les Étoiles.	DIFFÉR. en déclinaiſ. avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer & N.os	
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Janvier 10	8.44.24	122.28.36	5. 4.46	3.54.30—	1.24.57—	4	δ	de l'Hydre, poſition de la Comète obſervée
10	10.16.45	121.48.48	5.21.13	3.36.45—	0.10.47—	7	4	une Étoile qui n'étoit pas connue.
10	10.16.45	121.48. 6	5.21.24	4.35. 0—	1. 8.19—	4	δ	de l'Hydre.
10	10.46.31	121.36.21	5.37. 0	4.46.45—	0.52.43—	4	δ	la même.
10	12.48.58	120.50. 6	6. 1.56	5.33. 0—	0.27.47—	4	δ	la même.
10	13.19. 5	120.24.31	6.14.46	8.34.45+	0.26.38+	1	α	Procyon.
16	7.16. 4	84. 3.17	22.39.21	3. 3.45+	1.40.20+	3	ζ	Corne méridionale du Taureau.
16	7.41.39	84. 1.32	22.40.51	3. 2. 0+	1.41.50+	3	ζ	la même.
17	6.27.35	80.41.58	23.45.25	0.20.15+	0. 6.50—	6	121	du Taur. Flamſt. la 163.e de la Caille.
17	6.40.34	80.40.28	....	0.18.45+	....	6	121	la même.
17	7. 2.37	80.37.13	23.46.51	0.15.30+	0. 5.24—	6	121	la même.
17	7.21.23	80.35.28	....	0.13.45+	....	6	121	la même.
20	8.18.30	72.52. 2	25.55.25	0. 4.15—	0.10.14—	8	2	une Étoile qui n'étoit pas connue.
20	8.18.30	72.52.25	25.55.28	0. 9.22—	0.12.35+	...	♂	comparée à Mars.
20	8.56.49	72.47.47	25.56.47	0. 8.30—	0. 8.52—	8	2	avec l'Étoile ci-deſſus.
20	8.56.49	72.48.17	25.56.46	0.13.30—	0.13.52+	...	♂	avec Mars.
20	9.19.24	72.47.17	25.57. 3	0. 9. 0—	0. 8.36—	8	2	avec l'Étoile ci-deſſus.
20	9.19.24	72.47.32	25.57. 4	0.14.15—	0.14.11+	...	♂	avec Mars.

TABLE II. *Des ascensions droites & déclinaisons des Étoiles, pour le temps des Observations de la 2.e Comète de 1770, tant des Étoiles qui n'étoient pas connues, que de celles des Catalogues qui ont servi à déterminer les positions de la Comète.*

Ascension droite.	Déclin. Boréale.	Grandeur des Étoiles.	N.os & Lettres de Bayer.	Étoiles qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
D. M. S.	D. M. S.			
72. 40. 10	26. 21. 55	8	1	Étoile déterminée par de nouvelles Observations.
72. 56. 17	26. 5. 39	8	2	Étoile déterminée, &c. la Comète compar. 20 Janv. soir.
73. 1. 47	25. 42. 53	.....	♂	Mars, la Comète comparée le 20 Janvier soir.
79. 11. 47	22. 17. 55	8	3	Étoile déterminée par de nouvelles Observations.
80. 21. 43	23. 52. 15	6	121	Taureau, Fl. 163 de la Caille, compar. 17 Janv. soir.
80. 59. 32	20. 59. 1	3	ζ	Taureau, la Comète comparée le 16 Janvier soir.
111. 49. 46	5. 48. 8	1	α	Procyon, la Comète comparée le 10 Janvier matin.
125. 25. 33	5. 32. 0	7	4	Étoile déterm. &c. la Comète compar. le 10 Janv. soir.
125. 36. 40	6. 16. 53	8	5	Étoile déterminée, &c.
125. 54. 36	7. 23. 47	7	6	Étoile déterminée, &c.
126. 23. 6	6. 29. 43	4	δ	de l'Hydre, obs. au Mérid. la Comète compar. le 10 Janv.



OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE DE LUNE,

La nuit du 28 au 29 Avril 1771.

Par M. MESSIER.

30 Avril 1771.

LE ciel, au commencement, & pendant une partie de la durée de l'Éclipſe, étoit entièrement & également couvert de nuages rares. La Lune paroiſſoit, mais ſa lumière étoit affoiblie, de manière que l'on ne voyoit les taches que très-imparfaitement, le ciel étant reſté ainſi couvert juſque vers le temps du milieu de l'Éclipſe, enſuite les nuages ſe ſont diſſipés en partie, la Lune a paru ayant preſque toute ſa lumière; l'ombre paroiſſoit aſſez bien terminée. La Lune fut encore obſcurcie par intervalles, j'en ferai mention à la ſuite de mes obſervations.

J'ai employé pour cette obſervation deux inſtrumens; ſavoir un téleſcope Newtonien de 4 pieds $\frac{1}{2}$ de longueur, qui groſſiſſoit ſoixante fois le diamètre des objets, garni d'un micromètre à fil de ſoie qui s'inclinoit dans tous les ſens: cet inſtrument a ſervi à meſurer la partie reſtante éclairée de la Lune, ſon diamètre, & la diſtance des cornes de l'ombre. Le ſecond inſtrument étoit une excellente Lunette achromatique de 3 pieds $\frac{1}{2}$ Anglois, faite à Londres par Dollond, qui appartient à M. B** de S**; je ne l'avois fait groſſir que vingt-ſept fois le diamètre des objets, ayant préféré ce groſſiſſement à un plus grand effet, pour avoir plus de lumière & un plus grand champ, ce qui convenoit à l'objet de mes obſervations: cette lunette a été employée pour obſerver le commencement de l'Éclipſe, ſa fin & les immerſions & émerſions des taches. Voici mes obſervations.

1771.	Temps vrai. H. M. S.	
Avril 28	12. 50. 37	Pénombre très - légère, qui commence à paroître vis-à-vis *Ariſtarchus*.
	13. 3. 35	la pénombre eſt augmentée vis-à-vis *Heraclides*.
	13. 10. 35	commencement de l'Écl. incert. vis-à-vis *Harpalus*.
	13. 13. 3	on commence à ne plus voir le bord de la ☾ éclipſé.
	13. 32. 30	*Ariſtarchus* entre dans l'ombre.
	13. 42. 29	*Keplerus* entre dans l'ombre: bonne obſervation.
	13. 56. 26	le ciel devient plus ſerein: on voit mieux les taches de la Lune.
	14. 1. 26	*Manilius* & *Menelaüs* entrent dans l'ombre.
	14. 2. 56	*Mare criſium* touche l'ombre.
	14. 9. 25	*Mare criſium* à moitié entrée.
	14. 15. 24	*Ariſtarchus* ſort de l'ombre.
	14. 22. 23	*Keplerus* ſort de l'ombre.
	14. 24. 23	*Manilius* ſort de l'ombre.
	14. 25. 52	*Menelaüs* ſort de l'ombre.
	14. 32. 51	*Mare criſium* entièrement dans l'ombre.
	14. 37. 50	*Plinius* ſort de l'ombre.
	14. 38. 50	*Heraclides* ſort de l'ombre.
	14. 42. 20	l'ombre qui étoit reſtée conſtamment au bord de *Mare criſium*, commence à la découvrir.
	14. 45. 19	*Helicon* ſort de l'ombre.
	14. 50. 49	*Mare ſerenitatis*, à moitié ſortie.
	14. 52. 48	*Plato* commence à ſortir de l'ombre.
	14. 56. 17	*Plato* eſt ſorti.
	14. 59. 47	*Mare criſium*, à moitié hors de l'ombre, la Lune commence à ſe découvrir.
	15. 4. 46	*Mare ſerenitatis* ſort de l'ombre; la ☾ ſort brouillée on a de la peine à diſting. l'ombre de la pénomb.
	15. 10. 5	*Mare criſium* quitte l'ombre; la ☾ paſſablem.t belle.
	15. 16. 43	on commence à apercevoir le bord de la Lune éclipſé; la Lune eſt claire.
	15. 19. 43	fin de l'Éclipſe, vis-à-vis *Meſſala*; cette fin eſt plus certaine que le comm.t la ☾ étoit, à ce moment, claire, enſuite elle ſe couvre de nuages rares.
	15. 22. 42	la ☾ devient claire; il exiſte encore une forte pénomb.
	15. 28. 12	Pénombre légère.
	15. 37. 10	il reſte encore une idée de pénomb. la ☾ n'eſt pas cl.

Les obſervations faites depuis 12^h 50′ 37″, juſqu'à celles faites à 14^h 22′ 23″ ſont incertaines, la Lune ne paroiſſoit qu'à travers des nuages rares, & ſa lumière étoit tellement affoiblie que les taches paroiſſoient foiblement, & qu'on avoit de la peine à diſtinguer l'ombre de la pénombre. Les obſervations faites depuis 14^h 22′ 23″, juſqu'à la fin de l'Éclipſe, ſont bonnes; la Lune avoit preſque toute ſa lumière.

OBSERVATIONS de la grandeur de l'Éclipſe; ſavoir, de la partie reſtante éclairée de la Lune & de la partie éclipſée, déduite du diamètre de la Lune, ſuppoſé de 32′ 2″, meſuré vers le milieu de l'Éclipſe, à 14^h 14′ 24″.

1771.	TEMPS VRAI.	PARTIE éclairée en partie du micromèt.	PARTIE éclairée en minutes & ſecondes de degrés.	PARTIE éclipſée en partie du microm.	PARTIE éclipſée en minutes & ſecondes de degrés.	Grandeur de l'Éclipſe en doigts.
	H. M. S.		M. S.		M. S.	Doigts. M.
Avril 28	13. 12. 33.	2109.	30. 32.	104.	1. 30.	0. 35.
28	13. 17. 32.	2051.	29. 41.	162.	2. 21.	0. 53.
28	13. 22. 32.	2005.	29. 1.	208.	3. 1.	1. 8.
28	13. 35. 30.	1781.	25. 47.	432.	6. 15.	2. 23.
28	13. 41. 29.	1721.	24. 55.	492.	7. 7.	2. 40.
28	13. 51. 57.	1570.	22. 44.	643.	9. 18.	3. 29.
28	14. 6. 25.	1477.	21. 22.	736.	10. 39.	3. 59.
28	14. 11. 25.	1395.	20. 12.	818.	11. 50.	4. 26.
28	14. 47. 19.	1537.	22. 15.	676.	9. 47.	3. 40.
28	14. 57. 47.	1735.	25. 7.	478.	6. 55.	2. 35.
28	15. 11. 44.	1881.	27. 14.	332.	4. 48.	1. 48.

Depuis la première de ces obſervations juſqu'à celle faite à 14^h 11′ 25″ ſont douteuſes, la Lune étoit couverte de nuages rares,

rares, l'ombre étoit confondue avec la pénombre; les dernières obſervations ſont bonnes.

OBSERVATIONS de la diſtance des Cornes.

1771.	TEMPS VRAI. H. M. S.	DISTANCE des Cornes en parties du Micromètre.	DISTANCE des Cornes en minutes & ſecondes de Degré. M. S.
Avril 28	13. 20. 32.	1213.	17. 33.
28	13. 25. 32.	1395.	20. 11.
28	13. 33. 30.	1600.	23. 9.
28	13. 42. 29.	1815.	26. 16.
28	13. 50. 28.	1890.	27. 21.
28	14. 4. 26.	2005.	29. 0.
28	14. 12. 54.	2160.	31. 15.
28	14. 20. 24.	2047.	29. 37.
28	14. 31. 51.	1929.	27. 55.
28	14. 40. 20.	1870.	27. 3.
28	14. 48. 49.	1747.	25. 17.
28	14. 57. 17.	1598.	23. 8.
28	15. 13. 14.	1180.	17. 4.

Ces obſervations ſont également incertaines, depuis la première, juſqu'à celle faite à $14^h\ 12'\ 54''$: les ſuivantes ſont meilleures, le ciel étoit devenu plus ſerein.

DIAMÈTRE de la Lune meſuré.

1771.	TEMPS VRAI. H. M. S.	En parties du Microm.	Diamètre de la Lune. M. S.	
Avril 28	13. 15. 33	2217	32. 5	meſuré ſuivant le parallèle de la Lune.
28	14. 14. 24	2213	32. 2	
28	15. 25. 12	2208	31. 57	

Vers 13^h 52′, la Lune qui étoit couverte de nuages rares, deux cônes de lumière ſe ſont formés, un en deſſus, & l'autre en deſſous de la Lune: celui qui étoit en deſſous étoit plus ſenſible à la vue ſimple que celui qui étoit en deſſus: les deux ſommets étoient dans la même ligne, & perpendiculaire à l'horizon, comme on peut le voir dans la figure ci-jointe: ce phénomène a exiſté l'eſpace de pluſieurs minutes.



CATALOGUE DES NÉBULEUSES ET DES AMAS D'ÉTOILES,

Que l'on découvre parmi les Étoiles fixes, sur l'horizon de Paris.

Observées à l'Observatoire de la Marine, avec différens instrumens.

Par M. MESSIER.

PLUSIEURS Astronomes ont travaillé à la recherche des Étoiles nébuleuses, comme Hévélius, Huygens, Derham, Halley, Cheseaux, l'Abbé de la Caille, & en dernier lieu M. le Gentil: d'autres Astronomes en ont découvert par hasard, soit en travaillant à la détermination du lieu des Étoiles pour en former des Catalogues, soit en observant le cours des Comètes : plusieurs de ces Astronomes n'ont fait que les indiquer dans les constellations où elles se trouvoient, sans en donner les positions exactes & une description détaillée. 16 Février 1771.

J'ai entrepris cet ouvrage en 1764, soit en observant celles qui étoient déjà connues, soit en en recherchant d'autres qui avoient échappé aux Astronomes depuis l'invention des lunettes : ce travail qui a été long & pénible me met en état de donner aujourd'hui à l'Académie un catalogue plus complet, plus précis & plus détaillé des Étoiles nébuleuses, ouvrage qui manquoit peut-être à l'Astronomie.

La Comète de 1758, le 28 Août, étoit entre les cornes du *Taureau*, je découvris au-dessus de la Corne méridionale, & à peu de distance de l'Étoile ζ de cette constellation, une lumière

blanchâtre, alongée en forme de la lumière d'une bougie, ne contenant aucune Étoile. Cette lumière étoit à peu-près semblable à celles de la Comète que j'observai alors; cependant elle étoit un peu plus vive, plus blanche & un peu plus alongée que celle de la Comète qui m'avoit toujours paru presque ronde dans sa chevelure, sans apparence ni de queue ni de barbe. Le 12 Septembre de la même année, je déterminai la position de cette nébuleuse, son ascension droite fut conclue de $80^d\ 0'\ 33''$, & sa déclinaison de $21^d\ 45'\ 27''$ boréale. Cette nébuleuse est placée sur la carte de la route apparente de la Comète de 1758 [a].

[a] *Mémoires de l'Académie, année 1759, page 188.*

Le 11 Septembre 1760, je découvris dans la tête du Verseau une belle nébuleuse qui ne contient aucune étoile; je l'examinai avec un bon télescope Grégorien de 30 pouces de foyer, qui grossissoit cent quatre fois; le centre en est brillant, & la nébulosité qui l'environne est ronde; elle ressemble assez à la belle nébuleuse qui se trouve entre la tête & l'arc du Sagittaire: elle peut avoir 4 minutes de diamètre d'un grand cercle; on la voyoit très-bien avec une lunette ordinaire de 2 pieds: je comparai son passage au Méridien avec celui de α du Verseau qui se trouvoit sur le même parallèle; son ascension droite fut conclue de $320^d\ 17'$, & sa déclinaison de $1^d\ 47'$ méridionale. La nuit du 26 au 27 de Juillet 1764, je revis cette nébuleuse pour la seconde fois; elle étoit la même, ayant les mêmes apparences. Cette nébuleuse se trouve placée sur la carte de la célèbre Comète de Halley, que j'observai à son retour en 1759 [b].

[b] Ibid. *année 1760, page 464.*

Depuis la découverte de cette nébuleuse en 1760, ayant été curieux de parcourir tout ce qui avoit été publié sur les Comètes; je trouvai dans les Volumes de l'Académie de l'année 1746, un Mémoire de M. Maraldi, sur la Comète vue cette année à Lausanne par M. de Cheseaux: M. Maraldi rapporte dans ce Mémoire la découverte de cette même nébuleuse, qu'il aperçut pour la première fois le 11 de Septembre, en observant cette Comète. Voici ce qu'il en dit: « le 11 Septembre 1746, j'observai » une nébuleuse dont l'ascension droite est de $320^d\ 7'\ 19''$, & la » déclinaison de $1^d\ 55'\ 38''$ vers le midi, à-peu-près dans le » même parallèle où devoit être la Comète: cette nébuleuse est

ronde, bien terminée & plus claire au milieu, elle occupe environ «
4 ou 5 minutes de degré, & n'eſt environnée d'aucune étoile, «
même à une aſſez grande diſtance; on n'en voyoit aucune dans «
toute l'ouverture de la lunette, ce qui me parut fort ſingulier; «
car la plupart des étoiles qu'on appelle *nébuleuſes* ſont environnées «
d'un grand nombre d'étoiles; ce qui a fait juger que la blancheur «
que l'on y découvre, eſt l'effet de la lumière d'un amas d'étoiles «
trop petites pour être aperçues par les plus grandes lunettes: je «
pris d'abord cette nébuleuſe pour la Comète. »

Le 3 Mai 1764, en travaillant au catalogue des nébuleuſes, j'en ai découvert une entre le *Bouvier* & un des Chiens de chaſſe d'Hévélius, le plus méridional des deux, exactement entre la queue & les pattes de ce Chien, ſuivant les cartes de Flamſteed. J'ai obſervé cette nébuleuſe au Méridien, & l'ai comparée à μ du Bouvier; ſon aſcenſion droite a été trouvée de $202^d\ 51'\ 19''$, & ſa déclinaiſon de $29^d\ 32'\ 57''$ boréale. Cette nébuleuſe que j'ai examinée avec un téleſcope Grégorien de 30 pouces de foyer, qui groſſiſſoit cent quatre fois, ne contient aucune étoile; le centre en eſt brillant, & la lumière ſe perd en diminuant; elle eſt ronde, & peut avoir 3 minutes de degré en diamètre. On peut la voir par un beau ciel avec une lunette ordinaire d'un pied.

Le 8 Mai 1764, j'ai découvert une nébuleuſe près d'*Antares*, & ſur ſon parallèle, c'eſt une lumière qui a peu d'étendue, qui eſt foible, & qu'on voit difficilement: en employant un bon téleſcope pour la voir on y aperçoit de très-petites étoiles. Son aſcenſion droite a été déterminée de $242^d\ 16'\ 56''$, & ſa déclinaiſon de $25^d\ 55'\ 40''$ méridionale.

La nuit du 23 au 24 Mai 1764, j'ai découvert une belle nébuleuſe dans la conſtellation du Serpent, près de l'étoile de ſixième grandeur; la cinquième ſuivant le catalogue de Flamſteed. Cette nébuleuſe ne contient aucune étoile; elle eſt ronde, & peut avoir de diamètre 3 minutes de degré; on la voit très-bien, par un beau ciel, avec une lunette ordinaire d'un pied. J'ai obſervé cette nébuleuſe au Méridien, & l'ai comparée à l'étoile α du Serpent. Sa poſition en aſcenſion droite étoit de $226^d\ 39'\ 4''$, & ſa déclinaiſon de $2^d\ 57'\ 16''$ boréale. Le 11 Mars 1769, vers les quatre heures

du matin, j'ai revu cette nébuleuſe avec un bon téleſcope Grégorien de 30 pouces, qui groſſiſſoit cent quatre fois, & je me ſuis aſſuré qu'elle ne contient aucune étoile.

La même nuit du 23 au 24 Mai, j'ai déterminé la poſition d'un amas de petites étoiles entre l'arc du Sagittaire & la queue du Scorpion: A la vue ſimple, cet amas ſemble former une nébuloſité ſans étoiles, mais le moindre inſtrument que l'on emploie pour l'examiner fait voir que ce n'eſt qu'un amas de petites étoiles, dont le diamètre peut avoir 15 minutes de degré: j'ai déterminé ſa poſition par ſon paſſage au Méridien, à peu de choſe près: ſon aſcenſion droite étoit de 261^d 10′ 39″, & ſa déclinaiſon de 32^d 10′ 34″ méridionale.

J'ai déterminé la même nuit la poſition d'un autre amas d'étoiles qui eſt plus conſidérable & d'une plus grande étendue: ſon diamètre pouvoit occuper 30 minutes de degré. Cet amas d'étoiles paroît auſſi à la vue ſimple comme une nébuloſité conſidérable; mais en l'examinant avec une lunette, la nébuloſité diſparoît, & on n'aperçoit qu'un amas de petites étoiles, parmi leſquelles il y en a quelques-unes qui ont plus de lumière: cet amas eſt peu éloigné du précédent; il eſt entre l'arc du Sagittaire & la queue du Scorpion. J'obſervai au Méridien le paſſage du milieu de cet amas, & le comparai avec l'étoile ε du Sagittaire pour en déterminer la poſition: ſon aſcenſion droite étoit de 264^d 30′ 24″, & ſa déclinaiſon de 34^d 40′ 34″ méridionale.

J'ai pareillement déterminé, la même nuit, la poſition d'un petit amas d'étoiles que l'on voit ſous la forme d'une nébuleuſe, en le regardant avec une lunette ordinaire de 3 pieds; mais en y employant un bon inſtrument on y remarque une grande quantité de petites étoiles: auprès de cet amas eſt une étoile aſſez brillante qui eſt environnée d'une lumière très-foible: c'eſt la neuvième étoile du Sagittaire, de ſeptième grandeur, ſuivant le catalogue de Flamſteed: cet amas paroît ſous une forme alongée qui s'étendroit du Nord-Eſt au Sud-Oueſt. J'obſervai ſa poſition par ſon paſſage au Méridien, comparé avec celui de l'étoile δ du Sagittaire, & je déterminai ſon aſcenſion droite de 267^d 29′ 30″, & ſa déclinaiſon de 24^d 21′ 10″ méridionale. Cet

amas d'étoiles peut avoir d'étendue, du Nord-Eſt au Sud-Oueſt, environ 30 minutes de degré.

La nuit du 28 au 29 Mai 1764, j'ai déterminé la poſition d'une nouvelle nébuleuſe qui ſe trouve dans la jambe droite d'*Ophiucus*, entre les étoiles η & ρ de cette conſtellation; cette nébuleuſe ne contient aucune étoile; je l'ai examinée avec un téleſcope Grégorien qui groſſiſſoit cent quatre fois; elle eſt ronde, ſa lumière foible, & ſon diamètre eſt d'environ 3 minutes de degré: ſon aſcenſion droite eſt de $256^d\ 20'\ 36''$, & ſa déclinaiſon de $18^d\ 13'\ 26''$ méridionale.

La nuit du 29 au 30 Mai 1764, j'ai déterminé la poſition d'une nébuleuſe que j'ai découverte dans la ceinture d'*Ophiucus*, près de la trentième étoile de cette conſtellation, ſixième grandeur, ſuivant le catalogue de Flamſteed. Ayant examiné cette nébuleuſe avec un téleſcope Grégorien de 30 pouces qui groſſiſſoit cent quatre fois, je n'y vis aucune étoile; elle eſt ronde & belle, ſon diamètre eſt d'environ 4 minutes de degré; on la voit difficilement avec une lunette ordinaire d'un pied. Auprès de cette nébuleuſe on aperçoit une petite étoile téleſcopique. J'ai déterminé l'aſcenſion droite de cette nébuleuſe de $251^d\ 12'\ 6''$, & ſa déclinaiſon de $3^d\ 42'\ 18''$ méridionale. J'ai marqué cette nébuleuſe ſur la carte de la route apparente de la Comète que j'ai obſervée l'année dernière.

La nuit du 30 au 31 Mai 1764, j'ai découvert, près de l'étoile κ d'*Antinoüs*, un amas d'un grand nombre de petites étoiles que l'on aperçoit avec de bons inſtrumens; j'y ai employé un téleſcope Grégorien qui groſſiſſoit cent quatre fois. Quand on l'examine avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi, cet amas d'étoiles reſſemble à une Comète; le centre en eſt brillant, c'eſt qu'il y a parmi ces petites étoiles une étoile de huitième grandeur; deux autres, une de la neuvième & de la dixième: cet amas eſt entre-mêlé d'une lumière foible, & ſon diamètre eſt d'environ 4 minutes de degré. J'ai déterminé ſa poſition en aſcenſion droite de $279^d\ 35'\ 43''$, & ſa déclinaiſon de $6^d\ 31'\ 1''$ méridionale.

M. Halley rapporte dans les Tranſactions Philoſophiques,

n.° 347, page 390, que M. Kirch fit la découverte de cette nébuleuse en 1681, qu'elle précède le pied droit d'*Antinoüs*, qu'elle n'est d'elle-même qu'une petite tache obscure, & qu'elle contient une étoile qui brille assez au travers d'elle, ce qui la rend plus lumineuse, sa longitude étant dans le Capricorne à 9 degrés environ; avec $17^d \frac{1}{2}$ de latitude Nord. Cette nébuleuse fut observée ensuite par M. Derham, (Transactions Philosophiques, *n.° 428, page 70)* il rapporte, d'après la traduction de son Mémoire: « De six nébuleuses j'en ai bien exactement observé » cinq avec mon excellent télescope de 8 pieds de réflexion, & » je les trouve toutes semblables à un phénomène, à l'exception de » celle qui précède le pied droit d'*Antinoüs* qui n'est pas une » nébuleuse, mais un assemblage d'étoiles, à peu-près semblable à celui qui est dans la voie lactée. » M. le Gentil en parle aussi dans les Mémoires de l'Académie de 1759, *page 469.* M. de Cheseaux s'étoit servi d'un télescope Grégorien de deux pieds, & d'une lunette de 25 pieds de longueur pour examiner cette nébuleuse d'*Antinoüs*, qu'il avoit reconnue pour être un prodigieux amas de petites étoiles; M. le Gentil fit usage d'un télescope de 3 pieds & d'une lunette ordinaire de 20 pieds de longueur, faisant au moins autant d'effet que le télescope & la lunette de M. de Cheseaux; il reconnut que cette nébuleuse étoit très-mal terminée du côté du couchant, de sorte qu'elle imitoit assez bien de ce côté, la chevelure d'une Comète; il n'aperçut au milieu qu'une seule étoile brillante que l'on n'aperçoit aussi, dit-il, qu'avec une lunette de 8 pieds. M. le Gentil pense que M. de Cheseaux aura vraisemblablement confondu cette nébuleuse avec un nuage voisin qui contient un nombre prodigieux de petites étoiles.

La même nuit du 30 au 31, j'ai découvert une nébuleuse dans le Serpent, entre le bras & le côté gauche d'*Ophiucus*, suivant les cartes de Flamsteed: cette nébuleuse ne contient aucune étoile; elle est ronde, son diamètre peut avoir 3 minutes de degré, sa lumière est foible; on la voit très-bien avec une lunette ordinaire de 3 pieds. J'ai déterminé sa position, en la comparant à l'étoile δ d'*Ophiucus;* son ascension droite a été conclue de $248^d\ 43'\ 10''$,

& sa

& sa déclinaison de $1^d\ 30'\ 28''$ méridionale. Je l'ai marquée sur la carte de la route apparente de la Comète que j'ai observée l'année dernière. Près de cette nébuleuse & au-dessous d'elle, est une étoile de la neuvième grandeur.

La nuit du 1.er au 2 Juin 1764, j'ai découvert une nébuleuse dans la ceinture d'Hercule, je me suis assuré qu'elle ne contient aucune étoile; l'ayant examinée avec un télescope Newtonien de quatre pieds & demi, qui grossissoit soixante fois, elle est ronde, belle & brillante, le centre plus clair que les bords: on l'aperçoit avec une lunette ordinaire d'un pied, elle peut avoir de diamètre trois minutes de degré: elle est accompagnée de deux étoiles, l'une & l'autre de la neuvième grandeur, placées, l'une au-dessus, l'autre au-dessous de la nébuleuse, & peu éloignées. J'ai déterminé sa position par son passage au Méridien, comparé avec celui de l'étoile ε d'Hercule; son ascension droite a été conclue de $248^d\ 18'\ 48''$, & sa déclinaison de $36^d\ 54'\ 44''$ boréale.

Il est rapporté dans les Transactions Philosophiques, *n.° 347, page 390*, que M. Halley découvrit par hasard cette nébuleuse en 1714: elle est, dit-il, presque en ligne droite avec ζ & η de Bayer, un peu plus près de l'étoile ζ que d'η, & en comparant sa situation parmi les étoiles, sa place est assez proche dans ♏ $26^d \frac{1}{2}$ avec 57 degrés latitude Nord, ce n'est qu'une petite tache; mais on la voit bien sans lunette lorsque le temps est beau, & qu'il n'y a pas de clair de Lune.

La même nuit du 1.er au 2 Juin 1764, j'ai découvert une nouvelle nébuleuse dans la draperie qui passe par le bras droit d'*Ophiucus;* sur les cartes de Flamsteed elle se trouvoit sur le parallèle de l'étoile ζ du Serpent: cette nébuleuse n'est pas considérable, sa lumière est foible, on la voit cependant bien avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi; elle est ronde, & son diamètre peut avoir 2 minutes de degré; au-dessus d'elle & très-près est une petite étoile de la neuvième grandeur. Je n'ai employé pour voir cette nébuleuse qu'une lunette ordinaire de 3 pieds & demi avec laquelle je n'y ai remarqué aucune étoile; peut-être qu'avec un plus grand instrument on pourroit en apercevoir. J'ai déterminé la position de cette nébuleuse par son

paſſage au Méridien, comparé à celui de γ d'*Ophiucus*, il en eſt réſulté pour ſon aſcenſion droite 261^d 18′ 29″, & pour ſa déclinaiſon 3^d 5′ 45″ méridionale. J'ai marqué cette nébuleuſe ſur la carte de la route apparente de la Comète que j'ai obſervée l'année dernière.

La nuit du 3 au 4 Juin 1764, j'ai découvert une nébuleuſe entre la tête de Pégaſe & celle du petit Cheval; elle eſt ronde, ſon diamètre eſt d'environ 3 minutes de degré, le centre en eſt brillant, je n'y ai diſtingué aucune étoile; l'ayant examinée avec un téleſcope Grégorien qui groſſiſſoit cent quatre fois, elle étoit peu élevée ſur l'horizon, & peut-être que vue à une plus grande hauteur on y apercevroit des étoiles: je l'ai comparée à l'étoile δ du petit Cheval; ſon aſcenſion droite a été conclue de 319^d 40′ 19″, & ſa declinaiſon de 10^d 40′ 3″ boréale. J'ai marqué auſſi cette nébuleuſe ſur la carte de la route apparente de la Comète de 1764.

Dans les Mémoires de l'Académie de 1746, M. Maraldi parle de cette nébuleuſe. « J'ai aperçu, dit-il, entre l'étoile ε du Pégaſe » & β du petit Cheval, une étoile nébuleuſe aſſez claire qui eſt com- » poſée de pluſieurs étoiles, dont j'ai déterminé l'aſcenſion droite de 319^d 27′ 6″, & la déclinaiſon ſeptentrionale de 11^d 2′ 22″ ».

La même nuit du 3 au 4 Juin, j'ai découvert un amas de petites étoiles, mêlée d'une foible lumière, proche la queue du Serpent, à peu de diſtance du parallèle de l'étoile ξ de cette conſtellation: cet amas peut avoir 8 minutes d'étendue de degré: avec une foible lunette, ces étoiles paroiſſent ſous la forme d'une nébuleuſe; mais en y employant un bon inſtrument on diſtingue ces étoiles, & on remarque de plus une nébuloſité qui tient à trois de ces étoiles. J'ai déterminé la poſition du milieu de cet amas; ſon aſcenſion droite étoit de 271^d 15′ 3″, & ſa déclinaiſon de 13^d 51′ 44″ méridionale.

La même nuit, j'ai découvert à peu de diſtance de l'amas d'étoiles dont je viens de parler, une traînée de lumière de cinq à ſix minutes de degré d'étendue, en forme de fuſeau, & à peu-près comme celle de la ceinture d'Andromède; mais d'une lumière très-foible, ne contenant aucune étoile; on en voit deux auprès qui ſont téleſcopiques & placées parallèlement à l'Équateur: par un

beau ciel on aperçoit très-bien cette nébuleuſe avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi. J'ai déterminé ſa poſition en aſcenſion droite de 271^d 45′ 48″, & ſa déclinaiſon de 16^d 14′ 44″ méridionale.

La même nuit, j'ai découvert un peu au-deſſous de la nébuleuſe rapportée ci-deſſus, un amas de petites étoiles, environnées d'une légère nébuloſité; ſon étendue peut avoir 5 minutes de degré: ſes apparences ſont moins ſenſibles avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi que celles des deux précédentes: avec une telle lunette, cet amas d'étoiles paroît ſous la forme d'une nébuleuſe; mais en y employant un bon inſtrument, comme je l'ai fait, on y voit beaucoup de petites étoiles: d'après mes obſervations j'ai déterminé ſa poſition: ſon aſcenſion droite eſt de 271^d 34′ 3″, & ſa déclinaiſon de 17^d 13′ 14″ méridionale.

La nuit du 5 au 6 Juin 1764, j'ai découvert une nébuleuſe, placée ſur le parallèle d'*Antares*, entre le Scorpion & le pied droit d'*Ophiucus:* cette nébuleuſe eſt ronde & ne contient aucune étoile; je l'ai examinée avec un téleſcope Grégorien qui groſſiſſoit cent quatre fois, elle a environ 3 minutes de degré de diamètre: on la voyoit très-bien avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi. J'ai obſervé ſon paſſage au Méridien, & le comparant avec celui de l'étoile *Antares;* j'ai déterminé l'aſcenſion droite de cette nébuleuſe de 252^d 1′ 45″, & ſa déclinaiſon de 25^d 54′ 46″ méridionale. L'étoile connue la plus voiſine de cette nébuleuſe eſt la vingt-huitième de la conſtellation d'*Ophiucus*, ſuivant le catalogue de Flamſteed, de ſixième grandeur,

La même nuit j'ai déterminé la poſition de deux amas d'étoiles qui ſont près l'un de l'autre, un peu au-deſſus de l'Écliptique, entre l'arc du Sagittaire & le pied droit d'*Ophiucus:* l'étoile connue la plus voiſine de ces deux amas eſt la onzième de la conſtellation du Sagittaire, de ſeptième grandeur, ſuivant le catalogue de Flamſteed: les étoiles de ces deux amas ſont, de la huitième à la neuvième grandeur, environnées de nébuloſités. J'ai déterminé leurs poſitions. Aſcenſion droite du premier amas, 267^d 4′ 5″, ſa déclinaiſon 22^d 59′ 10″ méridionale. Aſcenſion droite du ſecond, 267^d 31′ 35″; ſa déclinaiſon, 22^d 31′ 25″ méridionale.

La même nuit du 5 au 6 Juin, j'ai obſervé une nébuleuſe placée un peu au-deſſous de l'écliptique, entre la tête & l'arc du Sagittaire, près de l'étoile de ſeptième grandeur, vingt-cinquième de cette conſtellation, ſuivant le catalogue de Flamſteed. Cette nébuleuſe ne m'a paru contenir aucune étoile, quoique je l'aie examinée avec un bon téleſcope Grégorien qui groſſiſſoit cent quatre fois: elle eſt ronde, & on la voit très-bien avec une lunette ordinaire de trois pieds & demi; ſon diamètre eſt d'environ 6 minutes de degré. J'ai déterminé ſa poſition en la comparant à l'étoile λ du Sagittaire; ſon aſcenſion droite a été concluе de 275^d 28′ 39″, & ſa déclinaiſon de 24^d 6′ 11″ méridionale. Ce fut Abrabam Ihle, Allemand, qui découvrit cette nébuleuſe en 1665, en obſervant Saturne. M. le Gentil l'a examinée auſſi, & il en a fait graver la configuration dans le volume des Mémoires de l'Académie, de l'année 1759, *page 470.* Il l'obſerva le 29 Août 1747, par un très-beau temps, avec une lunette de 18 pieds de longueur: il l'obſerva encore le 17 Juillet & en d'autres jours. « Elle m'a toujours paru, dit-il, très-irrégu-
» lière dans ſa figure, chevelue & répandant des eſpèces de rayons de lumière tout autour de ſon diamètre. »

La nuit du 20 au 21 Juin 1764, j'ai déterminé la poſition d'un amas de petites étoiles qui eſt placé entre l'extrémité de l'arc ſeptentrional du Sagitaire & le pied droit d'*Ophiucus*, très-près de l'étoile de ſixième grandeur, ſoixante-cinquième de cette dernière conſtellation, ſuivant le catalogue de Flamſteed: ces étoiles ſont très-près les unes des autres; il n'y en a qu'une qu'on puiſſe voir aiſément avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi, & qui tient à ces petites étoiles. Le diamètre de toutes eſt d'environ 15 minutes de degré. J'ai déterminé ſa poſition en comparant le milieu à l'étoile μ du Sagittaire: j'ai trouvé ſon aſcenſion droite de 265^d 42′ 50″, & ſa déclinaiſon de 18^d 45′ 55″, méridionale.

La même nuit, j'ai découvert ſur le même parallèle que l'amas d'étoiles dont je viens de parler & près de l'extrémité de l'arc du Sagittaire, dans la voie lactée, une nébuloſité conſidérable, d'environ un degré & demi d'étendue: dans cette nébuloſité il y

a plusieurs étoiles de différentes grandeurs ; la lumière qui est parmi ces étoiles est divisée en plusieurs parties. J'ai déterminé à-peu-près la position du milieu de ce nuage de lumière ; son ascension droite est de $270^d\ 26'$, & sa déclinaison de $18^d\ 26'$, méridionale.

La même nuit, j'ai déterminé la position d'un autre amas de petites étoiles dans le voisinage des deux précédens, entre la tête & l'extrémité de l'arc du Sagittaire, & à-peu-près sur le même parallèle que les deux autres : l'étoile connue la plus voisine est celle de sixième grandeur, vingt-unième du Sagittaire, dans le catalogue de Flamsteed : cet amas est composé de petites étoiles que l'on voit difficilement avec une lunette ordinaire de 3 pieds ; il ne contient aucune nébulosité, & son étendue peut avoir 10 minutes de degré. J'ai déterminé sa position en le comparant à l'étoile μ du Sagittaire ; son ascension droite a été trouvée de $274^d\ 25'$, & sa déclinaison de $19^d\ 5'$ méridionale.

La même nuit, j'ai découvert un autre amas d'étoiles près de *n* & *o* d'*Antinoüs*, parmi lesquelles il s'en trouve une qui est plus brillante que les autres : avec une lunette de trois pieds, il n'est pas possible de les distinguer, il faut y employer un fort instrument : je les voyois très-bien avec un télescope Grégorien qui grossissoit cent quatre fois ; parmi elles on ne voit aucune nébulosité, mais avec une lunette de 3 pieds & demi ces étoiles paroissent n'en former qu'une seule, sous la forme d'une nébuleuse ; le diamètre de cet amas peut avoir 2 minutes de degré. J'ai déterminé sa position à l'égard de l'étoile *o* d'*Antinoüs*, son ascension droite est de $278^d\ 5'\ 25''$, & sa déclinaison de $9^d\ 38'\ 14''$, méridionale.

Le 12 Juillet 1764, j'ai travaillé à la recherche des nébuleuses, j'en ai découvert une dans la constellation du Renard, entre les deux pattes de devant, & très-près de l'étoile de cinquième grandeur, quatorzième de cette constellation, suivant le catalogue de Flamsteed ; on la voit bien avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi. Je l'ai examinée avec un télescope Grégorien qui grossissoit cent quatre fois : elle paroissoit sous une forme ovale ; elle ne contient aucune étoile ; son diamètre est d'environ

4 minutes de degré. J'ai comparé cette nébuleuſe à l'étoile voiſine que j'ai nommée ci deſſus; ſon aſcenſion droite a été conclue de 297^d 21′ 41″, & ſa déclinaiſon de 22^d 4′ 0″, boréale.

La nuit du 26 au 27 du même mois, j'ai découvert une nébuleuſe dans la partie ſupérieure de l'arc du Sagittaire, à 1 degré environ de l'étoile λ de cette conſtellation, & peu éloignée de la belle nébuleuſe qui eſt entre la tête & l'arc: cette nouvelle peut être le tiers de l'ancienne, & ne contient aucune étoile, autant que j'en ai pu juger en l'examinant avec un bon téleſcope Grégorien qui groſſiſſoit cent quatre fois: elle eſt ronde, ſon diamètre eſt d'environ 2 minutes de degré; on la voit difficilement avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi de longueur. J'ai comparé le milieu à l'étoile λ du Sagittaire, & j'ai conclu ſon aſcenſion droite de 272^d 29′ 30″, & ſa déclinaiſon de 24^d 57′ 11″ méridionale.

La nuit du 29 au 30 Juillet 1764, j'ai déconvert un amas de ſix ou ſept étoiles fort petites qui ſont au-deſſous de l'étoile γ du Cygne, & que l'on voit avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi ſous la forme d'une nébuleuſe. J'ai comparé cet amas à l'étoile γ, & j'ai déterminé ſa poſition en aſcenſion droite de 303^d 54′ 29″, & ſa déclinaiſon de 37^d 11′ 57″ boréale.

La nuit du 3 au 4 Août 1764, j'ai découvert une nébuleuſe au-deſſous de la queue du Capricorne, & très-près de l'étoile de ſixième grandeur, quarante-unième de cette conſtellation, ſuivant le catalogue de Flamſteed: on voit difficilement cette nébuleuſe avec une lunette ordinaire de 3 pieds; elle eſt ronde, & je n'y ai vu aucune étoile: l'ayant examinée avec un bon téleſcope Grégorien qui groſſiſſoit cent quatre fois, elle peut avoir de diamètre 2 minutes de degré. J'ai comparé le centre à l'étoile ζ du Capricorne, cinquième grandeur, & j'ai déterminé ſa poſition en aſcenſion droite de 321^d 46′ 18″, & ſa déclinaiſon de 24^d 19′ 4″ méridionale. Cette nébuleuſe eſt marquée ſur la carte de la célèbre Comète de Halley que j'obſervai à ſon retour en 1759 *.

*Voyez Mém. Acad. 1760, page 464.

Le ciel ayant été très-beau la nuit du 3 au 4 Août 1764, & la conſtellation d'Andromède étant près du Méridien, j'ai

examiné attentivement la belle nébuleuſe de la ceinture d'Andromède, qui fut découverte en 1612 par Simon Marius, & qui a été obſervée depuis avec grand ſoin par différens Aſtronomes, & en dernier lieu par M. le Gentil qui en a donné une deſcription fort ample & détaillée dans le volume des Mémoires de l'Académie de 1759, *page 453*, avec un deſſin de ſes apparences. Je ne rapporterai ici que ce que j'en ai écrit dans mon Journal: j'ai employé différens inſtrumens pour examiner cette nébuleuſe, & ſur-tout un excellent téleſcope Grégorien de 30 pouces de foyer, le grand miroir ayant 6 pouces de diamètre & groſſiſſant cent quatre fois celui des objets: le milieu de cette nébuleuſe paroiſſoit aſſez clair avec cet inſtrument, ſans aucune apparence d'étoiles; la lumière alloit en diminuant juſqu'à s'éteindre; elle reſſembloit à deux cônes ou pyramides de lumière oppoſés par leur baſe, dont l'axe étoit dans la direction du Nord-Oueſt au Sud-Eſt; les deux pointes de lumière ou les deux ſommets étoient à peu-près éloignés l'un de l'autre de 40 minutes de degré; je dis *à peu-près*, à cauſe de la difficulté de ſaiſir ces deux extrémités. La baſe commune des deux pyramides étoit de 15 minutes: ces meſures ont été priſes avec un téleſcope Newtonien de 4 pieds & demi de foyer, garni d'un micromètre à fil de ſoie. Avec le même inſtrument j'ai comparé le milieu ou le ſommet des deux cônes de lumière à l'étoile γ d'Andromède de quatrième grandeur qui en étoit fort près, & à peu de diſtance de ſon parallèle. De ces obſervations, j'ai conclu l'aſcenſion droite du milieu de cette nébuleuſe de $7^d\ 26'\ 32''$, & ſa déclinaiſon de $39^d\ 9'\ 32''$ boréale. Depuis quinze ans que j'ai vu & obſervé cette nébuleuſe, je n'ai remarqué aucun changement dans ſes apparences; l'ayant toujours aperçue ſous la même forme.

J'ai examiné la même nuit, & avec les mêmes inſtrumens, la petite nébuleuſe qui eſt au-deſſous & à quelques minutes de celle de la ceinture d'Andromède. M. le Gentil la découvrit le 29 Octobre 1749. Je la vis pour la première fois en 1757. Lorſque j'examinai l'ancienne, je ne connoiſſois pas alors la découverte qu'en avoit faite M. le Gentil, quoiqu'il l'eût publiée dans le ſecond volume des Mémoires des Sçavans étrangers, *page 137*. Voici

ce que je trouve écrit dans mon journal en 1764. Cette petite nébuleuſe eſt ronde & peut avoir de diamètre 2 minutes de degré: entre cette petite nébuleuſe & celle de la ceinture on voit deux petites étoiles téleſcopiques. En 1757, je fis un deſſin de cette nébuleuſe, ainſi que de l'ancienne, & je n'y ai trouvé aucun changement à chaque fois que je l'ai revue: on voit difficilement cette nébuleuſe avec une lunette ordinaire de trois pieds & demi; ſa lumière eſt plus foible que celle de l'ancienne, & ne contient aucune étoile. Par le paſſage de cette nouvelle nébuleuſe au Méridien, comparé avec celui de l'étoile γ d'Andromède, j'ai déterminé ſa poſition en aſcenſion droite de $7^d\ 27'\ 32''$, & ſa déclinaiſon de $38^d\ 45'\ 34''$ boréale.

La nuit du 25 au 26 Août 1764, j'ai découvert une nébuleuſe entre la tête du Poiſſon boréal & le grand Triangle, à peu de diſtance d'une étoile qui n'étoit pas connue, de ſixième grandeur, dont j'ai déterminé la poſition; l'aſcenſion droite de cette étoile étoit de $22^d\ 7'\ 13''$, & ſa déclinaiſon de $29^d\ 54'\ 10''$ boréale: auprès de cette étoile, il y en avoit une autre qui eſt la première du Triangle, déſignée ſous la lettre *b*. Flamſteed la marque, dans ſon catalogue, de la ſixième grandeur; elle eſt moins belle que celle dont je viens de donner la poſition, & on doit la mettre au rang des étoiles de la huitième claſſe. La nébuleuſe eſt une lumière blanchâtre de 15 minutes de diamètre, d'une denſité preſqu'égale par-tout, cependant un peu plus lumineuſe aux deux tiers de ſon diamètre; elle ne contient aucune étoile: on la voit difficilement avec une lunette ordinaire d'un pied. Je l'ai comparée à l'étoile *a* du Triangle, & à celle dont je viens de rapporter la poſition. J'ai trouvé l'aſcenſion droite de cette nébuleuſe de $20^d\ 9'\ 17''$, & ſa déclinaiſon de $29^d\ 32'\ 25''$ boréale.

La même nuit du 25 au 26, j'ai déterminé la poſition d'un amas de petites étoiles entre la tête de Méduſe & le pied gauche d'Andromède, preſque ſur le parallèle de l'étoile γ de cette dernière conſtellation. Avec une lunette ordinaire de 3 pieds, on diſtingue ces étoiles; l'amas peut avoir 15 minutes d'étendue. J'en ai déterminé la poſition à l'égard de l'étoile β de la tête de

de Méduſe; ſon aſcenſion droite a été conclue de $36^d\ 51'\ 37''$, & ſa déclinaiſon de $41^d\ 39'\ 32''$ boréale.

La nuit du 30 au 31 Août 1764, j'ai obſervé un amas de très-petites étoiles, près du pied gauche de Caſtor, à peu de diſtance des étoiles μ & η de cette conſtellation. En examinant cet amas d'étoiles avec une lunette ordinaire de 3 pieds, il ſemble qu'il renferme de la nébuloſité; mais l'ayant examiné avec un bon téleſcope Grégorien qui groſſiſſoit cent quatre fois, j'ai remarqué que ce n'eſt qu'un amas de petites étoiles, parmi leſquelles il y en a quelques-unes qui ont plus de lumière; ſon étendue peut avoir 20 minutes de degré. J'ai comparé le milieu à l'étoile η de Caſtor; ſon aſcenſion droite a été conclue de $88^d\ 40'\ 9''$, & ſa déclinaiſon de $24^d\ 33'\ 30''$ boréale.

La nuit du 2 au 3 Septembre 1764, j'ai déterminé la poſition d'un amas d'étoiles dans le Cocher, près de l'étoile ϕ de cette conſtellation. Avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi, on a de la peine à diſtinguer ces petites étoiles; mais en y employant un plus fort inſtrument on les voit très-bien; elles ne renferment entr'elles aucune nébuloſité: leur étendue eſt d'environ 9 minutes de degré. J'ai comparé le milieu à l'étoile ϕ du Cocher, & j'ai déterminé ſa poſition; ſon aſcenſion droite étoit de $80^d\ 11'\ 42''$, & ſa déclinaiſon de $34^d\ 8'\ 6''$ boréale.

La même nuit, j'ai obſervé un ſecond amas de petites étoiles qui n'étoit pas bien éloigné du précédent, près de la jambe droite du Cocher & ſur le parallèle de l'étoile χ de cette conſtellation: les étoiles en ſont plus petites que celles de l'amas précédent: elles ſont auſſi plus voiſines les unes des autres, & renferment une nébuloſité. Avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi, on a de la peine à y voir des étoiles; mais on les diſtingue avec un inſtrument d'un plus grand effet. J'ai déterminé la poſition du milieu de cet amas, qui peut avoir d'étendue 8 à 9 minutes de degré: ſon aſcenſion droite étoit de $84^d\ 15'\ 12''$, & ſa déclinaiſon de $32^d\ 11'\ 51''$ boréale.

La nuit du 25 au 26 Septembre 1764, j'ai découvert un amas de petites étoiles dans le Cocher, près de l'étoile σ de cette conſtellation, peu éloigné des deux amas précédens: celui-ci eſt

de figure carrée, & ne contient aucune nébulosité, si on l'examine avec un bon instrument : son étendue peut avoir 15 minutes de degré. J'ai déterminé sa position ; son ascension droite étoit de 78d 10′ 12″, & sa déclinaison 36d 11′ 51″ boréale.

La nuit du 24 au 25 Octobre 1764, j'ai observé un amas d'étoiles près de la queue du Cygne : on les distingue avec une lunette ordinaire de 3 pieds & demi ; elles ne renferment aucune nébulosité ; son étendue peut occuper un degré de grand cercle. Je l'ai comparé à l'étoile α du Cygne, & j'ai trouvé sa position en ascension droite de 320d 57′ 10″, & sa déclinaison de 47d 25′ 0″ boréale.

La même nuit du 24 au 25 Octobre, j'ai recherché la nébuleuse qui est au-dessus du dos de la grande Ourse, indiquée dans le livre de la *Figure des Astres, seconde édition :* elle devoit avoir, en 1660, 183d 32′ 41″ d'ascension droite, & 60d 20′ 33″ de déclinaison boréale. J'ai trouvé par le moyen de cette position deux étoiles très-près l'une de l'autre & d'égale grandeur, environ de la neuvième classe, placées à la naissance de la queue de la grande Ourse : on a de la peine à les distinguer avec une lunette ordinaire de 6 pieds. Voici leurs positions ; ascension droite, 182d 45′ 30″, & 59d 23′ 50″ de déclinaison boréale. Il y a lieu de présumer qu'Hévélius aura pris ces deux étoiles pour une nébuleuse.

La nuit du 16 au 17 Janvier 1765, j'ai observé au-dessous de *Sirius* & près de l'étoile ρ du grand Chien un amas d'étoiles ; en les examinant avec une lunette de nuit, cet amas paroît nébuleux ; ce n'est cependant qu'un amas de petites étoiles. J'ai comparé le milieu à l'étoile connue la plus voisine, & j'ai trouvé son ascension droite de 98d 58′ 12″, & sa déclinaison 20d 33′ 0″ boréale.

J'ai examiné un grand nombre de fois la nébuleuse de l'épée d'Orion, que Huygens découvrit en l'année 1656, & qui en a donné un dessin dans l'Ouvrage qu'il a publié en 1659, sous le titre *Systema Saturnium.* Elle a été observée depuis par différens Astronomes. M. Derham, dans un Mémoire imprimé dans les Transactions Philosophiques, *n.° 428, page 70,* parle de cette nébuleuse qu'il a examinée avec un télescope de 8 pieds de

réflexion. Voici la traduction de ce qu'il en a rapporté dans son Mémoire. « Mais il y a quelques étoiles dans la nébuleuse d'Orion, qu'on ne peut voir qu'avec un télescope, mais qui ne « suffisent pas pour y causer la lumière de la nébuleuse; ce fut par « ces étoiles que j'aperçus d'abord que la distance des nébuleuses « étoit plus grande que celle des étoiles fixes, & c'est ce qui me « porta à la recherche des autres. Je distinguai parfaitement que « chacune étoit à des distances immenses au-delà des étoiles fixes, « près d'elles, & que l'on pouvoit voir sans le secours d'un télescope; « qui plus est, il semble qu'elles soient aussi éloignées des étoiles « fixes, que quelques-unes de ces étoiles le sont de la Terre. » M. le Gentil examina aussi cette nébuleuse avec des lunettes ordinaires de 8, de 15 & de 18 pieds de longueur; ainsi qu'avec un télescope Grégorien de 6 pieds, qui appartient à M. Pingré. Il a publié le résultat de ses observations dans un Mémoire qui se trouve imprimé dans les Volumes de l'Académie, *année 1759, page 453*. Il y a joint les dessins qu'il en fit alors, ainsi que ceux de Huygens & de Picard; ces dessins diffèrent entr'eux, ce qui feroit soupçonner que cette nébuleuse est sujette à quelques variations. Voici ce que j'ai rapporté de cette nébuleuse dans le Journal de mes Observations. Le 4 Mars 1769, le ciel étant parfaitement serein, Orion venoit de passer le méridien, j'ai dirigé à la nébuleuse de cette constellation un telescope Grégorien de 30 pouces de foyer, qui grossissoit cent quatre fois; on la voyoit parfaitement bien, & je dessinai l'étendue de la nébulosité, que je comparai ensuite aux dessins que M. le Gentil en avoit donné, je trouvai quelques différences. Cette nébuleuse contient onze étoiles; il y en a quatre vers le milieu, de différentes grandeurs & fort près les unes des autres; elles étoient d'un brillant extraordinaire: voici la position de la plus brillante de ces quatre étoiles, que Flamsteed, dans son catalogue, désigne sous la lettre grecque θ, quatrième grandeur, 80ᵈ 59′ 40″ d'ascension droite, & 5ᵈ 34′ 6″ de déclinaison méridionale: cette position a été déduite de celle qu'en a donné Flamsteed dans son catalogue. L'étoile qui est au-dessus, & à peu de distance de cette nébuleuse, & dont il est parlé dans le Traité de l'Aurore boréale de M. de Mairan,

eſt environnée, & également d'une lumière très-légère; l'étoile n'a pas le même brillant que les quatre étoiles de la grande nébuleuſe; ſa lumière eſt pâle, & il ſembloit qu'un brouillard la couvroit. J'ai déterminé ſa poſition; ſon aſcenſion droite étoit de 81^d 3′ 0″, & ſa déclinaiſon de 5^d 26′ 37″ méridionale.

A la vue ſimple, on voit dans le Cancer une nébuloſité conſidérable: ce n'eſt qu'un amas de pluſieurs étoiles que l'on diſtingue très-bien par le ſecours des lunettes, & ces étoiles ne ſe confondent à la vue ſimple qu'à cauſe de leur grande proximité. La poſition en aſcenſion droite d'une de ces étoiles, de celle que Flamſteed déſigne par la lettre *c*, réduite au 4 Mars 1769, ſeroit de 126^d 50′ 30″, pour ſon aſcenſion droite, & 20^d 31′ 38″ de déclinaiſon boréale. Cette poſition eſt déduite de celle qu'en a donnée Flamſteed dans ſon catalogue. On pourroit dire de même des Pléïades, en rapportant leur poſition à celle de l'étoile η, que leur aſcenſion droite ſeroit, le 4 Mars 1769, de 53^d 27′ 4″, & leur déclinaiſon de 23^d 22′ 41″ boréale.

Voilà le travail que j'ai fait ſur les étoiles nébuleuſes: j'aurois déſiré qu'un Planiſphère accompagnât ce Mémoire, ſur lequel j'aurois repréſenté ces nébuleuſes avec les amas d'étoiles que j'ai obſervés; ouvrage qui auroit répandu un plus grand jour ſur cette partie de l'Aſtronomie: d'autant plus que je ſuis en état d'en donner les configurations, ayant eu ſoin de les deſſiner à chaque fois que je les ai obſervées, ce qui ſeroit utile pour les obſerver dans la ſuite des temps, & pour reconnoître ſi elles ne ſont pas ſujettes à quelques changemens.

NÉBULEUSES découvertes par différens Aſtronomes, & que j'ai cherché inutilement.

Hévélius, dans ſon *Prodrome d'Aſtronomie*, rapporte la poſition d'une nébuleuſe placée ſur le ſommet de la tête d'Hercule, ayant 252^d 24′ 3″ d'aſcenſion droite, avec 13^d 18′ 37″ de déclinaiſon boréale.

Le 20 Juin 1764, par un beau ciel, j'ai cherché cette nébuleuſe ſans pouvoir la découvrir.

Hévélius, dans le même ouvrage, rapporte les positions de quatre nébuleuses, une dans le front du Capricorne, la seconde précédant l'œil, la troisième suivant la seconde, & la quatrième au-dessus de celle-ci, & attenant l'œil du Capricorne; M. de Maupertuis a rapporté la position de ces quatre nébuleuses, dans son Discours sur la *figure des Astres, seconde édition, page 109.* M. Derham en parle aussi dans un Mémoire imprimé dans les Transactions philosophiques, *n.° 428, page 70.* On trouve également ces nébuleuses sur plusieurs planisphères & globes.

J'ai cherché ces nébuleuses, savoir le 27 Juillet, le 3 Août, les 17 & 18 Octobre 1764; il ne me fut pas possible de les apercevoir, & je doute qu'elles existent.

Dans le même ouvrage, Hévélius rapporte la position de deux autres nébuleuses, une en-deçà de l'étoile au-dessus de la queue du Cygne, & l'autre au-delà de la même étoile.

Les 24 & 28 Octobre 1764, j'ai cherché avec soin ces deux nébuleuses sans pouvoir les découvrir; le ciel étoit serein & la constellation du Cygne au méridien: j'ai bien observé à l'extrémité de la queue du Cygne, près de l'Étoile π, un amas de petites étoiles; mais la détermination que j'en ai faite est différente de celle qu'Hévélius rapporte dans son ouvrage.

Hévélius rapporte aussi dans son ouvrage, la position d'une nébuleuse, placée à l'oreille de Pégase.

J'ai cherché cette nébuleuse par un beau ciel, la nuit du 24 au 25 Octobre 1764, & je n'ai pu la découvrir.

M. de la Caille, dans un Mémoire sur les Étoiles nébuleuses du pôle austral, imprimé dans les Volumes de l'Académie de 1755, *page 194,* rapporte la position d'une nébuleuse, qui ressemble, dit-il, à un petit noyau de Comète, son ascension droite étant, pour le 1.er Janvier 1752, de $18^h\ 13'\ 41''$, & sa déclinaison de $33^d\ 37'\ 5''$, australe.

Le 27 Juillet 1764, par un ciel entièrement serein, j'ai cherché avec soin cette nébuleuse & inutilement.

Dans le même Mémoire, M. de la Caille rapporte la position d'une autre nébuleuse qui ressemble, dit-il, à un noyau obscur d'une grosse Comète; sa position étant au 1.er Janvier 1752,

de 19ᵈ 24′ 20″ d'aſcenſion droite, & 31ᵈ 29′ 0″ de déclinaiſon auſtrale.

Le 29 Juillet 1764, le ciel étoit ſerein; mais il y avoit un peu de vapeurs à l'horizon, j'ai cherché cette nébuleuſe ſans pouvoir la découvrir.

M. Caſſini rapporte dans ſes Élémens d'Aſtronomie, *page 79*, que ſon père découvrit une nébuleuſe dans l'eſpace qui eſt entre le grand Chien & le petit Chien, qui eſt une des plus belles qu'on voie par la lunette.

J'ai cherché pluſieurs fois cette nébuleuſe, par un ciel ſerein, ſans pouvoir la découvrir; il y a lieu de préſumer que c'étoit une Comète qui commençoit ou qui ceſſoit de paroître, puiſque rien ne reſſemble tant à une étoile nébuleuſe, qu'une Comète qui commence à être viſible aux inſtrumens.

TABLE des Nébuleuſes, ainſi que des amas d'Étoiles, que l'on découvre parmi les Étoiles fixes ſur l'horizon de Paris; obſervées à l'Obſervatoire de la Marine.

ANNÉES & JOURS.	ASCENSION droite. D. M. S.	DÉCLINAISON. D. M. S.	DIAM. D. M.	INDICATION DES NÉBULEUSES & amas d'Étoiles.
1758. Sept. 12	80. 0. 33	21. 45. 27. B.	. . . .	nébuleuſe placée au-deſſus de la corne méridionale du Taureau.
1760. Sept. 11	320. 17. 0	1. 47. 0. A.	0. 4	nébuleuſe ſans étoile, dans la tête du Verſeau.
1764. Mai... 3	202. 51. 19	29. 32. 57. B.	0. 3	nébuleuſe ſans étoile, entre la queue & les pattes d'un des Chiens de chaſſe d'Hévélius.
8	242. 16. 56	25. 55. 40. A.	0. 2½	amas de très-petites étoiles, près d'*Antarès* & ſur ſon parallèle.
23	226. 39. 4	2. 57. 16. B.	0. 3	belle nébuleuſe ſans étoile, entre le Serpent & la Balance, près de l'étoile de 6.ᵉ grandeur, cinquième du Serpent, ſuivant le catalogue de Flamſteed.

ANNÉE & JOURS.	ASCENSION droite. D. M. S.	DÉCLINAISON. D. M. S.	DIAM. D. M.	INDICATION DES NÉBULEUSES & amas d'Étoiles.
1764. Mai. 23	261. 10. 39	32. 10. 34. A.	0. 15	amas de petites étoiles entre l'arc du Sagittaire & la queue du Scorpion.
23	264. 30. 24	34. 40. 34. A.	0. 30	amas d'étoiles, peu éloigné du précédent, entre l'arc du Sagittaire & la queue du Scorpion.
23	267. 29. 30	24. 21. 10. A.	0. 30	amas d'étoiles entre l'arc du Sagittaire & le pied droit d'*Ophiucus*; cet amas contient l'étoile de 7.e grandeur, la 9.e du Sagittaire, suivant le catalogue de Flamsteed.
28	256. 20. 36	18. 13. 26. A.	0. 3	nébuleuse sans étoile, dans la jambe droite d'*Ophiucus*, entre les étoiles η & ρ de cette constellation.
29	251. 12. 6	3. 42. 18. A.	0. 4	nébuleuse sans étoile, dans la ceinture d'*Ophiucus*, près de la 30.e étoile de cette constellation, suivant Flamsteed.
30	279. 35. 43	6. 31. 1. A.	0. 4	amas d'un grand nombre de petites étoiles, près de l'étoile *k* d'*Antinoüs*.
30	248. 43. 10	1. 30. 28. A.	0. 3	nébuleuse sans étoile, dans le Serpent, entre le bras & le côté gauche d'*Ophiucus*.
Juin 1	248. 18. 48	36. 54. 44. B.	0. 3	nébuleuse sans étoile, dans la ceinture d'Hercule, à 2 degrés au-dessous de l'étoile η de cette constellation.
1	261. 18. 29	3. 5. 45. A.	0. 2	nébuleuse sans étoile dans la draperie qui passe par le bras droit d'*Ophiucus*, sur le parallèle de l'étoile ζ du Serpent.
3	319. 40. 19	10. 40. 3. B.	0. 3	nébuleuse sans étoile, entre les têtes de Pégase & du petit Cheval.
3	271. 15. 3	13. 51. 44. A.	0. 8	amas de petites étoiles mêlées de nébulosités, proche la queue du Serpent, à peu de distance du parallèle de l'étoile ξ de cette constellation.

ANNÉE & JOURS.	ASCENSION droite.	DÉCLINAISON.	DIAM.	INDICATION DES NÉBULEUSES & des amas d'Étoiles.
	D. M. S.	D. M. S.	D. M.	
1764. Juin. 3	271. 45. 48	16. 14. 44. A.	0. 5	traînée de lumière sans étoile, peu éloignée de l'amas d'étoiles précédent.
3	271. 34. 3	17. 13. 14. A.	0. 5	amas de petites étoiles, qui contient une légère nébulosité, un peu au-dessous de la traînée de lumière dont on vient de parler.
5	252. 1. 45	25. 54. 46. A.	0. 3	nébuleuse sans étoile, sur le parallèle d'*Antarès*, entre le Scorpion & le pied droit d'*Ophiucus*.
5	267. 4. 5	22. 59. 10. A.	....	amas d'étoiles un peu au-dessus de l'Écliptique, entre l'arc du Sagittaire & le pied droit d'*Ophiucus*.
5	267. 31. 35	22. 31. 25. A.	....	amas d'étoiles près du précédent.
5	275. 28. 39	24. 6. 11. A.	0. 6	nébuleuse sans étoile, entre l'arc & la tête du Sagittaire.
20	265. 42. 50	18. 45. 55. A.	0. 15	amas détoiles entre l'extrémité de l'arc du Sagittaire & le pied droit d'*Ophiucus*, très-près de l'étoile 65.e d'*Ophiucus*, suivant le catalogue de Flamsteed.
20	270. 26. 0	18. 26. 0. A.	1. 30	amas d'étoiles qui contient beaucoup de nébulosité près de l'extrémité de l'arc du Sagittaire, sur le parallèle de l'amas précédent.
20	274. 25. 0	19. 5. 0. A.	0. 10	amas de petites étoiles dans le voisinage des deux précédens, entre la tête & l'extrémité de l'arc du Sagittaire : cet amas ne contient aucune nébulosité.
20	278. 5. 25	9. 38. 14. A.	0. 2	amas d'étoiles près des deux étoiles connues *n* & *o* d'*Antinoüs* ; elles ne renferment aucune nébulosité.
Juillet 12	297. 21. 41	22. 4. 0. B.	0. 4	nébuleuse sans étoiles dans le Renard, entre les deux pattes de devant & très-près de la 14.e étoile de cette constellation, suivant Flamsteed.
27	272. 29 30	24. 57. 11. A.	0. 2	nébuleuse sans étoile, placée à un degré

ANNÉE & JOURS.	ASCENSION droite.	DÉCLINAISON.	DIAM.	INDICATION DES NÉBULEUSES & des amas d'Étoiles.
	D. M. S.	D. M. S.	D. M.	
				degré environ de l'étoile λ du Sagittaire, & peu éloignée de la belle nébuleuse qui est entre la tête & l'arc.
1764. Juill. 29	303. 54. 29	37. 11. 57. B.	....	amas de six à sept étoiles fort petites, placées au-dessous de l'étoile γ du Cygne.
Août 3	321. 46. 18	24. 19. 4. A.	0. 2	nébuleuse sans étoile, près de la 41.e étoile qui est au-dessous de la queue du Capricorne, suivant Flamsteed.
3	7. 26. 32	39. 9. 32. B.	0. 40	la belle nébuleuse de la ceinture d'Andromède.
3	7. 27. 32	38. 45. 34. B.	0. 2	petite nébuleuse sans étoile, qui est au-dessus & peu éloignée de celle de la ceinture d'Andromède.
25	20. 9. 17	29. 32. 25. B.	0. 15	nébuleuse sans étoile, entre la tête du Poisson boréal & le grand Triangle, à peu de distance d'une étoile nouvelle de 6.e grandeur & de l'étoile *b* du Triangle, suivant Flamsteed.
25	36. 51. 37	41. 39. 32. B.	0. 15	amas de petites étoiles entre la tête de Méduse & le pied gauche d'Andromède, à peu de distance du parallèle de l'étoile γ de cette dernière constellation.
30	88. 40. 9	24. 33. 30. B.	0. 20	amas de petites étoiles près du pied gauche de Castor, à peu de distance des étoiles μ & η de cette constellation. Cet amas ne contient aucune nébulosité.
Sept. 2	80. 11. 42	34. 8. 6. B.	0. 9	amas d'étoiles dans le Cocher, près de l'étoile φ de cette constellation: elles ne sont mêlées d'aucune nébulosité.
2	84. 15. 12	32. 11. 51. B.	0. 9	amas de petites étoiles, peu éloigné du précédent, & sur le parallèle de l'étoile χ du Cocher.

ANNÉES & JOURS.	ASCENSION droite.	DÉCLINAISON.	DIAM.	INDICATION DES NÉBULEUSES & des amas d'Étoiles.
	D. M. S.	D. M. S.	D. M.	
1764. Sept. 25	78. 10. 12	36. 11. 51. B.	0. 15	amas de petites étoiles, près de l'étoile σ du Cocher, & peu éloigné des deux amas précédens.
Octobre 24	320. 57. 10	47. 25. 0. B.	1. 0	amas d'étoiles près de la queue du Cygne: il ne contient aucune nébulosité.
24	182. 45. 30	59. 23. 50. B.	....	deux étoiles très-près l'une de l'autre, placées à la naissance de la queue de la grande Ourse.
1765. Janv. 16	98. 58. 12	20. 33. 0. A.	....	amas d'étoiles au-dessous de Sirius, & près de l'étoile ρ du grand Chien.
1769. Mars 4	80. 59. 40	5. 34. 6. A.	....	position de l'étoile θ de l'épée d'Orion, qui se trouve au milieu de la nébuleuse de cette constellation.
4	81. 3. 0	5. 26. 37. A.	....	position de la petite étoile qui est au-dessus de la nébuleuse d'Orion, & qui est environnée d'une foible lumière.
4	126. 50. 30	20. 31. 38. B.	....	amas d'étoiles connu sous le nom de la nébuleuse du Cancer: la position rapportée est l'étoile *c*.
4	53. 27. 4	23. 22. 41. B.	....	amas d'étoiles connu sous le nom des Pléïades: la position rapportée est celle de l'étoile *Alcyone*.

ADDITION à ce Mémoire.

Nébuleuse d'Orion.

LE dessin de la nébuleuse d'Orion, que je présente à l'Académie a été tracé avec le plus de soin qu'il m'a été possible. La nébuleuse y est représentée telle que je l'ai vue plusieurs fois avec une excellente lunette achromatique de trois pieds & demi de foyer, à triple objectif, portant 40 lignes d'ouverture, &

qui grossissoit soixante-huit fois. Cette lunette faite à Londres par Dollond, appartient à M. le Président de S * *

J'ai examiné cette nébuleuse avec la plus grande attention, par un ciel entièrement serein; savoir,

Les 25 & 26 Février 1773. Orion au Méridien.

Le 19 Mars, entre 8 & 9 heures du soir.

Le 23, entre 7 & 8 heures.

Les 25 & 26 du même mois, à la même heure.

Ces Observations combinées & les dessins rapprochés les uns des autres, m'ont mis à même de rendre avec soin & précision sa forme & ses apparences.

Ce dessin servira à reconnoître, dans la suite des temps, si cette nébuleuse est sujette à quelques changemens. Il y auroit déjà lieu de le présumer; car, si on compare ce dessin avec ceux donnés par M.rs Huygens, Picard, Mairan & avec le Gentil, on y trouvera un changement tel qu'on auroit peine à se figurer que ce fût la même. Je ferai ces observations dans la suite avec la même lunette & le même grossissement.

Dans la Figure que je donne, le cercle représente le champ de la lunette dans sa véritable ouverture; elle contenoit la Nébuleuse & trente Étoiles de différentes grandeurs. La Figure est renversée, comme la donne l'instrument; on y reconnoîtra aisément l'étendue & les limites de cette nébuleuse, la différence sensible de sa lumière la plus claire, ou la plus apparente d'avec celle qui se confond insensiblement avec le fond du ciel.

Le jet de lumière, dirigé de l'étoile *n.° 8* à l'étoile *n.° 9*, passant à côté d'une petite étoile de la dixième grandeur, étoit extrêmement *rare*, ainsi que la lumière dirigée vers l'étoile *n.° 10*, & celle qui y est opposée, où sont les huit étoiles contenues dans la nébuleuse; parmi ces étoiles, il y en a une de la huitième grandeur, six de la dixième, la huitième de la onzième grandeur.

M. de Mairan, dans ſon Traité de l'Aurore Boréale, parle de l'Étoile *n.° 7*. Je la rapporte dans mon deſſin telle qu'elle eſt à préſent, & que je l'ai vue; c'eſt-à-dire environnée d'une légère nébuloſité.

La nuit du 14 au 15 Octobre 1764, par un ciel ſerein, je déterminai à l'égard de θ de la nébuleuſe, la poſition des étoiles les plus apparentes en aſcenſion droite & déclinaiſon, par le moyen d'un micromètre adapté à un téleſcope newtonien de 4 pieds ½ de longueur. Ces étoiles ſont au nombre de dix; je les ai rapportées ſur le deſſin contenu dans le champ de la lunette; & une onzième laquelle eſt hors du cercle.

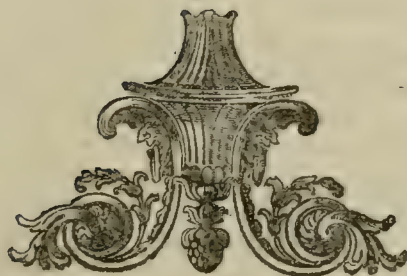
	N.° des Étoiles	DIFFÉR. d'aſcenſion droite à l'égard de θ. M.	S.	DIFFER. de déclinaiſ. à l'égard de θ. M.	S.	
	θ	0.	0.	0.	0.	θ d'Orion.
A la gauche de θ	1.	7.	7½.	11.	23.	ſupérieure à θ.
	2.	5.	22½.	7.	0.	ſupérieure à θ.
	3.	3.	22½.	11.	23.	inférieure à θ.
	4.	1.	37½.	4.	50.	ſupérieure à θ.
	5.	1.	22½.	1.	43.	ſupérieure à θ.
A la droite de θ	6.	2.	22½.	1.	43.	ſupérieure à θ.
	7.	3.	22½.	7.	29.	inférieure à θ nébuleuſe.
	8.	3.	37½.	1.	45.	ſupérieure à θ.
	9.	9.	37½.	13.	46.	ſupérieure à θ.
	10.	9.	52½.	1.	36.	inférieure à θ.
	11.	14.	45.	14.	42.	ſupérieure à θ.

Il ſera aiſé de reconnoître les Étoiles de cette Table ſur la figure, ſoit par les numéros rapportés ſur chacune, ſoit par les

différences d'aſcenſion droite & de déclinaiſon à l'égard de θ, ayant diviſé la figure de 5 minutes en 5 minutes de degrés.

Les poſitions des étoiles qui n'ont point de numéros ont été fixées par des alignemens pris entr'elles à l'eſtime. On ſaiſira facilement auſſi la grandeur des Étoiles par le modèle que je rapporte ſur la figure.

Celles de la dixième & de la onzième grandeur ſont abſolument téleſcopiques & fort difficiles à trouver.



RECUEIL D'OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES.

Par M. DE LA LANDE.

11 Décemb. 1771. JE rassemble ici diverses Observations dont je n'avois pas rendu compte à l'Académie. Des oppositions qui sont nécessaires pour compléter la suite qui se trouve déjà dans nos Mémoires, une éclipse de Soleil, une de Lune, & des observations de Mercure qui constatent l'exactitude des élémens que j'ai déjà publiés dans nos Mémoires pour les tables de cette Planète; quoique ces dernières ne soient pas de moi, elles ont assez de rapport avec ce que j'ai publié sur cette matière pour pouvoir trouver place dans ce Recueil.

ÉCLIPSE du 13 Juillet 1768.

Je commencerai par une observation de l'Éclipse du 13 Juillet 1768, faite au port Praslin de la nouvelle Bretagne, dans les terres Australes, qui m'a été communiquée par M. de Bougainville, au retour de son Voyage autour du monde, pour en déduire la longitude de ce point inconnu de la mer du Sud; je l'ai calculée avec soin, & je l'ai comparée avec les Tables, ne pouvant avoir d'observation correspondante pour une éclipse invisible dans notre hémisphère. La latitude du lieu de l'observation est de $4^d\ 49'\ 27''$ au midi de la Ligne; le commencement de l'Éclipse fut observé à $10^h\ 50'\ 45''$ du matin, & la fin à $0^h\ 28'\ 16''$ du soir. Suivant les nouvelles Tables de Mayer, que j'ai publiées dans mon Astronomie, la conjonction dût arriver le 13 Juillet à $13^h\ 53'\ 44''$, temps vrai au Méridien de Paris.

Je supposerai dans le calcul suivant, la parallaxe du Soleil de $8''\frac{1}{2}$; celle de la Lune, sous cette latitude, $57'\ 52''\frac{1}{2}$; le demi-diamètre du Soleil de $15'\ 43''$ seulement, à cause de la petite diminution qui me paroît avoir lieu dans les éclipses; le demi-diamètre apparent de la Lune de $16'\ 10''$; la différence des mouvemens horaires sur l'écliptique, dans l'espace de $1^h\ 37'\ 31''$,

égale à 50′ 56″, & le mouvement en latitude 4′ 59″ vers le Midi. Voici les élémens du calcul.

Temps des deux Obſervations.....	22^h 50′ 45″	0^h 28′ 16″
Déclinaiſon boréale du Soleil......	21^d 40′ 38″	21^d 40′ 0″
Hauteur du Soleil calculée.........	58. 31. 32	62. 37. 17
Angle du vertical & du cercle de déclinaiſon.....................	34. 37. 7	15. 27. 34
Angle de poſition entre le cercle de latitude & le cercle de déclinaiſon.	9. 15. 16	9. 14. 46
Angle parallactique entre le vertical & le cercle de latitude...........	25. 23. 51	24. 42. 20
Différence de longitude vraie, ſuppoſée entre le Soleil & la Lune......	0. 31. 51	0. 19. 5
Latitude auſtrale de la Lune, ſuppoſée par eſtime.................	0. 49. 49	0. 54. 48
Angle de conjonction, *article 1887* de mon Aſtronomie..........	32. 35. 27	19. 12. 0
Angle d'azimuth, entre le vertical & la ligne des centres............	7. 11. 36	5. 30. 20
Diſtance vraie entre les centres....	0. 59. 7,9	0. 58. 1,6
Différence de hauteur entre le Soleil & la Lune....................	0. 58. 39,9	0. 57. 45,6
Hauteur vraie du centre de la Lune...	59. 30. 12	63. 35. 3
Différence des parallaxes de hauteur...	29. 41,8	26. 2,3
Effet de l'aplatiſſement, *article 1915* de mon Aſtronomie...........	— 1,9	— 2,2
Différence vraie d'azimuth.......	7. 24,2	5. 34,0
Correction de l'azimuth, *article 1891*.	+ 6,5	+ 5,3
Parallaxe d'azimuth, *article 1892*...	— 1,3	+ 0,6
Différence apparente d'azimuth.....	7. 29,4	5. 39,9
Angle de diſtance apparente.......	14. 29. 48	10. 7. 31
Diſtance apparente de la Lune & du Soleil, *article 1917*.........	29. 55,3	32. 13,4
Angle de conjonction apparente....	39. 53. 39	14. 34. 49
Différence de longitude apparente...	19. 11[illegible]	8. 6,7
Parallaxe de longitude, *article 1922*.	12. 39,6	10. 58,3
Latitude apparente de la Lune.....	22. 57,4	31. 11,2
Parallaxe de latitude.............	26. 51,6	23. 36,8

Le mouvement apparent relatif en longitude, eſt donc de 27′ 18″,1; & en latitude 8′ 13″,8, pendant la durée de l'éclipſe; d'où je conclus l'inclinaiſon de l'orbite apparente 16^d 46′ 31″, & le mouvement ſur l'orbite apparente, par rapport au Soleil, 28′ 28″,8 : j'ai augmenté tant ſoit peu ce mouvement, parce qu'il eſt à préſumer que le véritable commencement de l'éclipſe étoit arrivé au moins 4 ou 5 ſecondes plus tôt que le commencement obſervé. Suppoſant enſuite la ſomme des demi-diamètres, diminuée de 4″ par l'inflexion, égale à 31′ 53″, j'ai trouvé les angles des diſtances apparentes avec l'écliptique de 46^d 38′ 15″, & de 80^d 11′ 17″; les diſtances à la conjonction apparente 34′ 33″,1 & 16′ 24″3; & en temps, 1^h 6′ 9″ & 0^h 31′ 26″ *(Aſtronomie, article 1980).* Le premier intervalle étant ajouté à l'inſtant du commencement de l'éclipſe diminué de 4″, & le ſecond intervalle ôté de l'obſervation de la fin, donnent également 23^h 56′ 50″ pour l'heure de la conjonction obſervée; c'étoit le 14 aux environs de midi, quoiqu'on comptât le 13 ſur le Vaiſſeau, parce qu'allant vers l'Occident, & ayant paſſé le méridien des Antipodes, on comptoit un jour de moins: on avoit donc 10^h 3′ 6″ de moins au Port Praſlin qu'à Paris; en ſorte qu'il eſt ſitué à 150^d 46′ 30″ à l'Eſt de Paris, à peu-près autant que la nouvelle iſle de Taïti à l'Oueſt.

Opposition de Saturne, le 18 Janvier 1770.

J'ai comparé Saturne avec Procyon, dont l'aſcenſion droite étoit de 111^d 49′ 34″, avec ξ de l'Hydre, qui étoit à 130^d 48′ 51″; avec β des Gémeaux, qui étoit à 121^d 5′ 20″. Les déclinaiſons de Saturne ont été obſervées avec mon ſextant de ſix pieds; le ſigne négatif ſignifie qu'il faut ôter de la longitude des Tables, pour avoir la longitude obſervée.

Temps

	Le 10 Janvier.	Le 15 Janvier.	Le 17.	Le 21.
Temps moyen...	12h 45′ 42″	12h 23′ 9″	12h 14′ 37″	11h 57′ 29″
Ascens. dr. de ♄...	4s 1d 40′ 26″	4s 1d 15′ 10″	4s 1d 5′ 15″	4s 0d 44′ 32″
Déclinais. boréale.	20. 37. 17	20. 42. 57	20. 45. 4	20. 49. 36
Longitude de ♄...	3. 29. 26. 6	3. 29. 1. 49	3. 28. 52. 19	3. 28. 32. 25
Latitude boréale...	0. 20. 6	0. 20. 42	0. 20. 52	0. 21. 20
Erreur des Tables.	— 1. 46	— 1. 18	— 1. 18	— 1. 29
Erreur en Latit...	— 0. 4	+ 0. 1	+ 0. 3	+ 0. 2

L'erreur des Tables, le 21 Janvier, n'étoit que de 1′ 17″, en employant l'étoile β des Gemeaux; ainsi je la supposerai de 1′ 23″. Celle du 10 Janvier étant beaucoup plus considérable, & s'écartant trois fois plus du milieu arithmétique qu'aucune des autres, je l'ai fait entrer pour une partie trois fois moindre dans le milieu total; c'est-à-dire, que je l'ai supposée de 1′ 29″ seulement (Astronomie, *article 3932);* par-là, j'ai trouvé l'erreur moyenne, 1′ 22″, & 1 seconde seulement en latitude. J'ai donc corrigé les longitudes calculées par les Tables pour le 17 & pour le 21, & j'ai trouvé les distances de Saturne au Soleil, 5s 29d 16′ 25″, & 6s 3d 10′ 56″, avec une différence de 3d 54′ 31″ pour 3j 23h 42′ 52″ d'intervalle moyen; d'où j'ai conclu le temps moyen de l'opposition, 18 Janvier, 6h 2′ 3″; la longitude de Saturne réduite à l'écliptique étant opposée à celle du Soleil ou de 3j 28d 48′ 25″; & sa latitude géocentrique, 0d 20′ 58″ boréale.

L'erreur de mes Tables de Saturne étant de 1′ 22″ seulement, prouve que j'ai assez bien réussi dans les nouveaux élémens que j'ai donnés pour cette planète (Mémoires de l'Académie, 1766, *page 368;* Astronomie, *articles 1167, 1277, 1324).* L'erreur de mes Tables étant nulle en Latitude, prouve aussi que la détermination du nœud de Saturne, que je donnai en 1769, est fort exacte; elle étoit d'autant plus nécessaire, qu'il y avoit 41 minutes de différence pour le nœud de Saturne, entre les Tables de M. Cassini & celles de M. Halley, sans que l'on sut alors de quel côté étoit l'erreur.

L'opposition du 1.er Février 1771, se trouvera dans les Mémoires de 1772, avec celle de la même année.

ÉCLIPSE DE LUNE du 28 Avril 1771.

Cette observation a été faite à Toulouse, par M. Darquier, avec une lunette achromatique de Dollond, de 42 pouces de foyer & de 3 pouces ½ d'ouverture.

Le 26, passage du premier bord de la Lune, temps de la pendule, à	10h 8′ 24″ ½
Temps vrai, à	10. 8. 15
Passage d'α de la Vierge	10. 57. 47
Distance au zénith du bord supérieur de la Lune, affectée de la réfraction de la parallaxe & de l'erreur de l'instrument qui donne les distances trop grandes à cette hauteur de 36 secondes	50d 22′ 46″
Déclinaison australe du centre	6. 17. 48
Ascension droite du bord	185. 55. 24
Demi-diamètre en ascension droite	16. 52
Ascension droite du centre	186. 12. 16
Longitude de la Lune	6f 8d 11′ 23″
Latitude australe	3. 18. 56

Le 28 Avril, 1h 16′ avant l'Éclipse.

Passage de α de la Vierge	10h 49′ 31″ ¼
Bord précédent de la Lune	11. 53. 23 ½
Temps vrai	11. 53. 13 ½
Passage de α de la Balance	12. 14. 22
Distance au zénith, du bord inférieur de la Lune, affectée, de la réfraction de la parallaxe & de l'erreur de l'instrument qui les donne à cette hauteur trop grandes de 40″	59d 29′ 33″
Déclinaison australe du centre	14. 48. 16
Ascension droite du bord précédent	214d 19′ 1″
Demi-diamètre en ascension droite	16. 22
	214. 35. 23

Longitude de la Lune	$7^s\ 7^d\ 14'\ 58''$	
Latitude auſtrale	54. 29	
Diamètre horizontal de la Lune, obſervé au Méridien, avec un téleſcope à réflexion de M. Short, de 18 pouces de foyer, armé d'un héliomètre de 28 pieds de foyer	31. 56	

Les nuages qui ont interrompu l'obſervation de l'Éclipſe, à diverſes repriſes, ont enfin entièrement caché la Lune à $14^h\ 28'$.

La pénombre a été ſenſible à un point du diſque où aboutit la ligne qui paſſeroit par le centre & par Timocharis, à	$13^h\ 0'\ 0''$
Commencement certain de l'Éclipſe	13. 9. 45
Hermès raſe l'ombre	13. 32. 40
Hermès dans l'ombre	13. 34. 30
Ariſtarcus dans l'ombre	13. 42. 0
Poſſidonius raſe l'ombre	13. 43. 50
Cleomedes raſe l'ombre	13. 56. 20
Ariſtarcus hors de l'ombre	14. 2. 0
Mare criſium raſe l'ombre	14. 2. 35
Plinius raſe l'ombre	14. 7. 10
Promontorium Somnii dans l'ombre	14. 18. 25
Manilius hors de l'ombre	14. 28. 0

Le bord de l'ombre, qui étoit aſſez bien tranché, a été juſqu'à *Ariſtarcus;* mais il n'a jamais été aſſez enfoncé dans l'ombre pour qu'on l'ait perdu de vue à la lunette. L'ombre a été auſſi juſqu'à *Eratoſtenes* & *Manilius;* ainſi, malgré les nuages qui ont caché la Lune au temps de la plus grande Eclipſe, on peut l'évaluer aſſez exactement à 4 doigts 40'.

Opposition de Jupiter, le 14 Juillet 1771.

J'ai cherché, ſuivant ma méthode ordinaire, à déterminer l'erreur des Tables de Jupiter par pluſieurs obſervations, mais Jupiter étant trop bas pour être vu de mon obſervatoire du Collége Mazarin, j'ai employé des obſervations de M. Meſſier, faites à l'Obſervatoire de la Marine, pour avoir les déclinaiſons; comme

elles ont été présentées à l'Académie, je ne rapporterai pas ces observations de M. Messier.

Le 17 Juillet 1771, Jupiter passa au Méridien à 11^h 54' 25" ½ de temps moyen, 54' 55" après l'étoile σ du Sagittaire; ainsi son ascension droite étoit de 9^s 24^d 2' 59". Je l'ai calculée par mes Tables, & je l'ai trouvée plus grande de 2' 11".

Le 19 Juillet, à 11^h 45' 31", Jupiter suivoit l'étoile de 53' 50" ½; ainsi son ascension droite étoit de 9^s 23^d 46' 50", & l'erreur des Tables étoit — 1' 54" en ascension droite.

M. Messier ayant comparé Jupiter avec l'étoile θ du Sagittaire, j'en ai conclu l'erreur des Tables en Longitude de la manière ci-jointe:

Jours.	ERREUR en Longit.	ERREUR en Latit.
11	1' 40"	60"
13	1. 55	52
14	2. 6	54
15	2. 1	46

En sorte qu'ayant égard à tout, j'ai cru pouvoir supposer l'erreur en Longitude, — 1' 58"; & l'erreur en Latitude, + 53", par les observations de M. Messier. Celle-ci doit être exacte, malgré les inégalités du demi-cercle qui est à l'instrument des passages dont se sert M. Messier, parce que la planète & l'étoile ont été observées sur le même point de la division, & par la seule différence des parties du micromètre, qui est extrêmement sensible.

En corrigeant ainsi la Longitude & la Latitude, calculées par les Tables, j'ai trouvé, pour le temps vrai de l'opposition, le 14 Juillet, 20^h 39' 55" de temps moyen; la Longitude de Jupiter, réduite à l'écliptique pour ce moment-là, 9^s 22^h 31' 43", & la Latitude géocentrique, 0^d 24' 39" australe; l'erreur des Tables, calculée plus rigoureusement, avec l'équation du centre convenable à 1771, & toutes les petites équations, est de 1' 29", dont la Longitude observée est plus petite.

M. Darquier le fils, Correſpondant de l'Académie, à Toulouſe, m'a envoyé dix obſervations de Jupiter, qu'il a faites depuis le 9 juſqu'au 21, avec les réſultats qu'il a tirés des obſervations du 14 & du 15, pour avoir la même oppoſition. Jupiter s'étant trouvé ſur le parallèle des étoiles dont il vouloit ſe ſervir. M. Darquier a laiſſé ſa lunette immobile pendant toute la durée de ces obſervations.

Le 14, à $8^h 2' 26'' \frac{1}{2}$, paſſage de ♂ du ♏; à $11^h 52' 43''$, paſſage de ♃, le temps vrai eſt $12^h 2' 23''$; diſtance apparente au zénith, $65^d 31' 55''$ à $43^d 35' 56''$ de Latitude. Aſcenſion droite de l'étoile, $294^d 27' 40''$; de ♃, $9^f 22^d 34' 56''$, plus petite de $7' 49''$ que par les Tables de Halley. Latitude de ♃ $24' 27''$ auſtrale.

Le 15 Juillet ♂ ♏ à $7^h 58' 14'' \frac{1}{2}$, ♃ $11^h 47' 57'' \frac{1}{2}$, ou $11^h 57' 47'' \frac{1}{2}$ de temps vrai; diſtance au zénith, $65^d 33' 15''$; aſcenſion droite, $294^d 19' 34''$. Longitude, $9^f 22^d 27' 20''$; erreur des Tables, $7' 35''$. Latitude, $24' 32''$.

De ces deux obſervations, M. Darquier conclut le temps moyen de l'oppoſition, au Méridien de Paris, $20^h 44' 11''$; la Longitude, $9^f 22^d 32' 13''$, avec une Latitude auſtrale de $24' 11''$. Il a trouvé exactement le même réſultat, en employant les dix obſervations, l'erreur moyenne des Tables de Halley, $7' 44''$, étant retranchée du lieu de Jupiter, calculé par les Tables, ſuivant la méthode qui eſt expliquée dans mon ASTRONOMIE. Cet accord ſingulier prouve l'exactitude des obſervations; & la différence entre nos réſultats, qui eſt d'environ 30 ſecondes, fait voir le degré d'incertitude qu'il eſt difficile d'éviter dans ces ſortes de déterminations. A l'égard de la Latitude, il eſt néceſſaire d'obſerver que le quart-de-cercle mural de M. Darquier étant d'un fort petit rayon, ſon réſultat n'eſt probablement pas auſſi rigoureux que le mien. M. Antelmi, Inſpecteur des Études à l'École Royale Militaire, y a de même obſervé cette oppoſition, & il en rendra compte à l'Académie.

OBSERVATIONS de Mercure.

Le Père Filxmillner, Bénédictin de l'abbaye de Cremſmunſter en Bavière, qui a déjà publié beaucoup d'obſervations Aſtronomiques, a voulu vérifier mes Tables de Mercure par de nouvelles obſervations; en voici le réſultat tel qu'il me l'a communiqué. Pour réduire les temps au Méridien de Paris, il faut en ôter 47′ 10″.

	TEMPS moyen.	Longitude géocentrique.	Erreur en Long.	Latitude géocentrique.	Erreur en Latit.
	H. M. S.	Sig. D. M. S.	S.	D. M. S.	Sec.
1770. 27 Mai.....	8. 56. 52	2. 28. 37. 40	− 23	2. 9. 37 B.	+ 12
1 Juin....	8. 36. 28	3. 4. 50. 54	− 3	1. 46. 26 B.	− 30
19 Juillet...	15. 25. 33	3. 7. 44. 20	− 45	2. 42. 47 A.	+ 43
23 Juillet...	15. 25. 49	3. 11. 24. 49	− 6	1. 43. 6 A.	+ 28
25 Juillet....	15. 38. 1	3. 13. 47. 5	+ 28	1. 13. 45 A.	+ 11
30 Juillet...	15. 47. 34	3. 21. 9. 36	− 38	0. 3. 49 A.	+ 47
12 Novembre.	18. 19. 10	7. 2. 11. 55	+ 12	2. 13. 43 B.	− 3

Ces obſervations ont été faites au réticule d'une lunette parallactique. Elles prouvent l'exactitude des élémens employés dans mes Tables, & publiés dans la *Connoiſſance des Mouvemens Céleſtes* de 1767, & dans la nouvelle édition de mon *Aſtronomie*, en 1771. J'ai rendu compte, dans les Mémoires de l'Académie, des obſervations ſur leſquelles ces nouvelles Tables ſont fondées; & j'ai déjà fait voir que l'erreur de ces Tables ne va preſque jamais à 40 ou 45 ſecondes.

SUR la hauteur du pôle de Vilna en Lithuanie.

Le Père Poczobut, Jéſuite, Aſtronome du roi de Pologne, ayant été mis en poſſeſſion de l'Obſervatoire bâti au Collége de Vilna, par la Comteſſe Puzinina, comme je l'ai raconté dans la Préface de mon *Aſtronomie*, a fait un grand nombre d'obſervations

pour déterminer la hauteur du pôle de son Observatoire, avec un sextant de six pieds de rayon, fait à Paris; en voici le résultat, tiré de plus de cent observations des distances au zénith de quatre principales étoiles.

Par les observations de	γ du Dragon il trouve	54ᵈ 41′ 2″
	β	54. 41. 1
	ε de la grande Ourse	54. 41. 3
	ζ	54. 41. 3
en sorte qu'on peut supposer la hauteur du pôle de		54. 41. 2.

L'accord de ces observations prouve combien il y a d'exactitude dans les déclinaisons des étoiles insérées dans le catalogue de M. de la Caille, qui, d'ailleurs, diffèrent peu de celles qu'on vient de publier dans le *Nautical Almanac*, d'après les observations de M. Bradley, quoique celles-ci aient été faites à un mural plus grand & plus parfait, qui a 8 pieds anglois de rayon, & où l'on peut s'assurer de deux ou trois secondes.



MÉMOIRE
SUR LES ENFANS QUI NAISSENT SANS UN VÉRITABLE ANUS.

Par M. BERTIN.

MOINS les enfans nouveaux-nés ſont en état de veiller à leur conſervation, plus l'induſtrie humaine doit ſe pourvoir de reſſources pour éloigner la mort qui environne le berceau de ces innocentes créatures, & en particulier de celles qui ont le malheur de naître avec des vices de conformation. La tendreſſe que l'Auteur de la Nature a gravée dans le cœur des pères, aidée de leur raiſon, eſt ſi peu fertile en ſecours contre ces ſortes de vices, que ſi la Médecine, conſidérée comme l'art de guérir en général, & de conſerver la vie, ne tendoit pas à ces enfans une main maternelle, les premiers jours de leur vie ſeroient auſſi ceux de leur mort.

En effet, outre que les enfans naiſſans ne peuvent vivre à la manière des êtres qui reſpirent, qu'autant que leur cordon ombilical eſt lié, & qu'une nourriture abondante, mais proportionnée à la foibleſſe de leurs organes, & à peu-près ſemblable à celle qu'ils prenoient dans le ſein de leur mère, entretient la vie nouvelle qu'ils viennent de recevoir, s'ils n'évacuent pas, dans les premiers temps de leur naiſſance, une eſpèce d'humeur féculente, verdâtre, griſe & jaune, appelée *méconium*, & qui eſt un composé de la bile, des ſucs de l'eſtomac, des boyaux, & vraiſemblablement de la nourriture qu'ils ont pris par la bouche pendant le temps de leur développement, qui remplit leurs inteſtins, & ſur-tout les gros, leur perte eſt certaine.

Il en eſt à peu-près de même d'une humeur glutineuſe dont l'œſophage, l'eſtomac & les inteſtins grêles des nouveaux-nés ſont farcis: ces humeurs forment obſtacle à l'entrée, à la digeſtion & à l'évacuation de la nouvelle nourriture. Elles gènent par leur abondance;

abondance; elles s'aigrissent ou se pourrissent par leur séjour, l'air s'en sépare, & par toutes ces raisons, elles causent des flatulences, des tranchées, des angoisses, des soulevemens d'estomac, le vomissement, la fièvre, des mouvemens épileptiques ou convulsifs; ces accidens sont accompagnés de cris, qui, à mesure que l'enfant foiblit, sont suivis d'accens plaintifs, de hoquets, & enfin de la mort qui arrive assez souvent vers le sixième ou huitième jour depuis la naissance *(a)*.

C'est pourquoi aussi-tôt après la naissance, le cordon de l'enfant étant lié, le lit de l'enfant, le placenta & autres corps, désormais étrangers à la mère & à l'enfant, évacués; l'enfant lavé & observé dans toutes ses parties extérieures pour s'assurer si elles sont dans l'état naturel, & après avoir donné les soins nécessaires pour les y rétablir; enfin, après avoir bien examiné si les ouvertures destinées à l'entrée de l'air & des alimens, & à leur évacuation sont telles qu'elles doivent être, la première attention doit être de provoquer ou faciliter l'évacuation de ce *méconium* & de cette humeur glutineuse, & c'est à quoi on réussit ordinairement, soit avec un peu d'huile d'amandes douces, ou avec un peu de syrop de chicorée composé, auquel on peut ajouter un peu de savon; soit avec un mélange d'un peu de vin & de miel & d'hydromel *(b)*. Souvent même ces humeurs & excrémens commencent à sortir, ou abondamment dès les premiers jours, ou peu à peu pendant plusieurs jours *(c)*, d'elles-mêmes & par l'action des organes de l'enfant, ou seulement provoquées par le seul lait de la mère ou de la nourrice. Mais cette évacuation qui ne se doit faire que par l'anus, & non pas par la bouche, se fait quelquefois par ces deux voies à la fois. Le *méconium* sort par l'anus, & l'humeur glutineuse par la bouche. Ce dernier cas arrive sur-tout quand la mère

(a) Il y en a qui ont vécu douze jours dans ce triste état.

(b) Remarquez que ces remèdes ne font que commencer l'évacuation. Une fois commencée, elle se soutient long-temps; quand elle s'arrête, les enfans éprouvent de nouveaux accidens, auxquels on doit remédier par les mêmes remèdes, & quand l'évacuation est de nouveau rétablie, & qu'elle s'est soutenue quelque temps sans beaucoup de soulagement, on peut utilement recourir à de doux calmans.

(c) Et même pendant le premier & le second mois.

ou la nourrice donne trop promptement à teter à l'enfant *(d)*, & alors les mouvemens de la respiration de l'enfant n'ont pas été assez multipliés, ni assez forts pour faire descendre de l'estomac & des intestins grêles le *méconium* & l'humeur glutineuse dont ces organes sont remplis. Quand par un vice de l'anus, cette évacuation ne se fait pas par l'anus, les enfans ne tardent pas à éprouver des accidens qui sont à peu-près les mêmes que ceux, qui dans les adultes, accompagnent les hernies avec étranglement. S'ils ont teté, ils commencent par vomir le lait mêlé à la matière glutineuse, ensuite la matière glutineuse, & bientôt après le *méconium* lui-même, & enfin à éprouver les accidens rapportés ci-dessus; accidens qui sont suivis dans peu de jours de la mort de l'enfant, si les secours de la Médecine & de la Chirurgie ne rétablissent pas l'évacuation par la voie naturelle. Ainsi, si l'anus manque tout-à-fait, ou s'il est bouché par une membrane ou par une concrétion charnue, ou s'il est trop petit, ou s'il n'est pas placé dans le lieu ordinaire, l'Art doit, autant qu'il est en lui, suppléer à la Nature, soit en faisant un anus artificiel, soit en ouvrant & en tenant ouvert l'anus bouché, soit en dilatant l'anus trop petit, & cette obligation est d'autant plus indispensable que quand même l'enfant sans anus, ou avec un anus mal constitué, ou mal placé, pourroit sans mourir évacuer par la bouche, la matière glutineuse & le *méconium*, on devroit néanmoins y satisfaire pour l'évacuation des excrémens qui se formeroient dans la suite.

Or quatre vices de conformation observés par les Auteurs, imposent la nécessité d'ouvrir ou de rectifier l'anus des enfans nouveaux-nés. Le premier de ces vices, le plus ordinaire & le moins dangereux, parce qu'on y peut remédier efficacement, est quand un enfant naît avec un anus bouché par une membrane ou par une concrétion charnue, & à ce cas on peut rapporter l'anus trop peu ouvert.

Le second, c'est quand l'intestin *rectum*, ou manque tout-à-fait

(d) C'est pourquoi il est prudent de ne pas donner sur le champ à téter à l'enfant après qu'il est né, il vaut mieux attendre quelques heures.

ou quand il n'a pas de cavité dans une partie de son étendue, ou quand il se termine par un ou deux culs-de-sacs, sans descendre jusqu'aux tégumens, ou quand enfin la cavité de cet intestin est fermée par une membrane placée au-dessus de l'ouverture ordinaire de l'anus.

Le troisième, c'est quand l'intestin *rectum* dans les filles, se termine dans le vagin, sans qu'il y ait ouverture à l'endroit où se trouve ordinairement l'anus, & sur-tout quand cette ouverture ne suffit pas pour l'évacuation du *méconium* & autres excrémens. A ce vice, on pourroit rapporter la terminaison de l'intestin *rectum* par une double ouverture, l'une dans le vagin & l'autre à l'endroit ordinaire, c'est-à-dire à l'anus; & la terminaison de l'intestin, par une autre double ouverture, l'une dans le vagin & l'autre dans la vessie; mais ce dernier cas n'est que possible, & il n'en sera plus parlé.

Le quatrième, c'est quand l'intestin *rectum* se termine dans les enfans mâles dans la vessie, sans qu'il y ait ouverture à l'endroit ordinaire. A ce vice on peut rapporter celui où l'intestin *rectum* auroit deux ouvertures, l'une dans la vessie, & l'autre à l'endroit ordinaire.

Premier vice de conformation.

Moyens d'y remédier.

Ce vice, ainsi qu'il vient d'être dit, est une membrane ou concrétion charnue qui ferme l'extrémité de l'intestin *rectum*, à l'endroit ordinaire, où se trouve l'anus. Il n'est pas bien rare, & je pense qu'il y a peu d'accoucheurs consommés dans la pratique des accouchemens, auxquels il ne se soit pas présenté dans le cours de leurs pratiques; aussi tous les Maîtres de l'Art recommandent-ils expressément, & dans leurs écrits & dans leurs leçons, comme un des premiers soins, d'examiner si le nouveau-né a un anus.

Ce premier vice de conformation n'est pas difficile à découvrir; premièrement, parce que d'un seul coup d'œil, on s'aperçoit qu'il n'y a pas d'ouverture à l'endroit où il doit y en avoir; secondement, parce que quand par négligence, ou par omission, on ne l'a pas

aperçu, il ne tarde pas d'être annoncé par les accidens qui le caractérisent, & qui sont rapportés ci-dessus, c'est-à-dire par le vomissement, &c. Mais après l'avoir aperçu, il faut s'attacher à le bien connoître, c'est-à-dire à distinguer si l'anus est fermé par une membrane ou par une concrétion charnue, & c'est à quoi on réussit, parce que quand c'est une membrane ou une continuation de la peau ou surpeau qui ferme l'ouverture de l'intestin *rectum*, cette membrane ou ce prolongement de la peau ou simplement de la surpeau, a une couleur un peu différente de celle de la peau du voisinage. La couleur en cet endroit est ordinairement violette ou livide *(e)*, parce qu'elle est produite par le *méconium*. Troisièmement, parce que par l'abondance du *méconium*, pressé par les organes de la respiration de l'enfant, il se forme une petite éminence arrondie, qui, pressée avec le bout du doigt, cède comme une pâte molle *(f)*, qui, d'abord qu'on cesse de presser, se rétablit. Ces deux observations sont importantes, parce qu'elles font connoître l'endroit où, comme nous le dirons dans la suite, on doit couper.

Quatrièmement, parce que quand c'est une concrétion charnue qui ferme l'intestin, l'œil aperçoit cette concrétion si elle fait saillie, & le doigt sent plus de dureté & de résistance que dans le cas de la simple membrane, la couleur livide du *méconium* ne s'entrevoit pas *(g)*.

Ces signes seuls (ou quand on a trop tardé à les découvrir) joints aux accidens rapportés ci-dessus, suffisent sans doute pour décider le Médecin & le Chirurgien, sur la nécessité de l'opération; mais ils ne leur découvrent pas encore bien clairement, si l'intestin *rectum* manque tout-à-fait, ou s'il descend aussi bas qu'il le doit, pour former un véritable anus, ou s'il a perdu sa cavité, ou si enfin cet intestin s'ouvre ou dans la vessie ou dans le vagin, ou s'il se termine par deux culs-de-sacs fermés. On

(e) *Hild. oper. omn. centur. I, observat. LXXIII, pag. 54.*

(f) Levret, l'Art d'accoucher. *§. 1277—1280.*

(g) Il est cependant bon d'observer que ce n'est pas toujours le *méconium* qui produit cette couleur ou tache livide, dont parlent la plupart des Auteurs qui ont écrit sur cette matière.

n'acquiert le dernier degré de certitude ſur l'exiſtence ou l'abſence de ces autres vices qui ont été obſervés, & de quelques autres encore que l'idée de la ſtructure repréſente comme poſſibles, quoiqu'ignorés juſqu'à ce jour, qu'après la ſection de la membrane ou de la concrétion charnue qui ferme l'ouverture, ou malheureuſement qu'après la mort de l'enfant; car quoique dans ces différens vices qui peuvent être liés au premier dont il s'agit, on ne découvre peut-être pas de tache à l'endroit où doit être l'anus, & qu'on n'aperçoit pas cette tumeur plus ou moins ſaillante, qui, preſſée avec le doigt, cède comme une pâte molle & ſe rétablit auſſi-tôt qu'on ne preſſe plus, ce qui annonce le *méconium;* il peut très-bien arriver, ſur-tout quand on eſt appelé auſſi-tôt après la naiſſance de l'enfant, que ces deux différens ſignes du *méconium*, & par conſéquent de l'exiſtence de l'inteſtin *rectum*, du prolongement naturel de cet inteſtin juſqu'à l'anus, ne ſe préſentent pas encore, quoique l'inteſtin exiſte, deſcende & conſerve ſa cavité juſqu'à la membrane ou concrétion qui ferme l'anus; ainſi, on ne peut véritablement bien connoître ſi le premier vice exiſte ſeul, ou s'il eſt lié à d'autres, qu'après une première inciſion faite à l'endroit ordinaire de l'anus, & qui, quand les autres vices de conformation que nous venons d'indiquer exiſtent, ne doit être que préliminaire ou préparatoire, pour en venir, comme nous le dirons, à une ſeconde opération.

Pour remédier à ce premier vice de conformation, & aux accidens funeſtes qui en ſont la ſuite, il faut couper la membrane *(h)* ou la concrétion charnue qui ferme l'inteſtin. Hildanus *(i)* coupa, par une ſimple inciſion, une membrane dure qui fermoit l'anus d'un enfant né depuis ſix jours; & cette opération fut, à ce qu'il paroît, ſuivie d'un heureux ſuccès.

(h) Elle a quelquefois été coupée ou déchirée avec l'ongle, tant elle étoit mince; mais elle eſt le plus ſouvent aſſez dure pour n'être détruite que par un inſtrument tranchant.

(i) Oper. omn. cent. obſ. LXXIII, pag. 54. Anus obducta erat membranâ prædurâ, in quâ nullum ferè indicium aut veſtigium, aut præter quam macula nonnihil livida. Illic factâ inciſione parvâ (ne ſphincter læderetur) novaculâ juxta aciem involutâ, deinde emiſſo ſpeculo ani & quod reliquum dilatato ſtatim ejecta eſt excrementorum colluvies.

« L'anus, dit cet Opérateur *(k)*, étoit bouché par une membrane » fort dure, qui ne permettoit de reconnoître l'anus que par une tache » un peu livide : par une ouverture petite, afin de ne pas blesser » le sphincter, faite avec un rasoir garni d'un linge, & à l'aide du *speculum ani*, il sortit aussitôt une grande abondance d'excrémens. » Hildanus apprit depuis du Consul du lieu où cet enfant fut élevé, qu'il jouît d'une bonne santé jusqu'à l'âge de dix-huit ans.

Il faudroit être peu versé dans l'Anatomie, pour douter qu'un succès pareil doit suivre cette opération toutes les fois qu'elle est faite de bonne heure & avec les précautions requises. Ce qui pourroit surprendre dans l'observation d'Hildanus, c'est que l'opération, quoique faite très-tard, ait été suivie de la guérison de l'enfant; ainsi elle autorise les Médecins à conseiller, & les Chirurgiens à pratiquer cette opération, même dans les cas où les parens tarderoient beaucoup à réclamer leur secours; mais, dans ce cas, le succès est incertain. Bien plus, M.rs Roon Huisen *(l)* & Heister *(m)* observent que les secours deviennent souvent inutiles quand faute d'avoir bien examiné après la naissance la conformation de l'enfant, on ne reconnoît le mal que par les accidens. Plusieurs observations moins anciennes que celle d'Hildanus, prouvent que la mort des enfans arrive vers le sixième jour. Si dans celle que je communiquerai plus bas, la mort arriva le cinquième jour, elle n'arriva que le douzième dans une autre observation faite en 1755.

Lamotte n'a pas eu un succès moins heureux qu'Hildanus; cet Accoucheur a sauvé & guéri en peu de jours *(n)* deux enfans, par une simple incision, telle à peu-près que celle d'Hildanus : après l'opération, les enfans vidèrent; la plaie fut lavée avec l'esprit-de-vin, & couverte ensuite de charpie sèche sans tente, de peur d'exciter du tenesme. M. Levret *(o)* préfère une section

---

(k) Hildanus, *Oper. omn. cent. observ.* LXXIII, *pag.* 54.

(l) *Obs.* 5, *part. I.*

(m) Instit. de Chirurgie.

(n) Traité des accouchemens, *liv. I, observ.* LXXXVI, *page* 129.

(o) L'art des accouchemens, *§.* 1278, *page* 235.

circulaire de la membrane, à la ſimple inciſion pratiquée par Hildanus & par Lamotte. M. Vanſwieten *(p)* remarque qu'il eſt à ſa connoiſſance que la ſimple inciſion a réuſſi à d'autres que Lamotte, & certainement je la crois ſuffiſante; j'ajoute même que dans ce cas cette opération me paroît ſi ſimple, qu'elle n'exige pas d'autres préceptes que ceux qu'inſpirent la nature de la maladie & la connoiſſance anatomique de la partie; ce qui ne doit cependant pas empêcher de conſulter les Auteurs, tels que Hildanus, Heiſter & autres qui ſont entrés dans le détail du manuel de l'opération.

Lorſque le paſſage des excrémens eſt fermé par un morceau de chair ou par une concrétion charnue, l'opération eſt plus ou moins difficile, ſuivant que cette chair forme dans l'inteſtin ou avec l'inteſtin, un tampon plus ou moins long, on ſent facilement qu'une ſeule & ſimple inciſion ne ſuffiroit ſouvent pas dans ce cas. Cependant, ſi en touchant bien avec le doigt, on a quelque ſenſation de l'inteſtin *rectum*, on peut opérer comme dans le cas d'une ſimple membrane, obſervant cependant de faire une inciſion plus profonde; mais ſi on ne ſent point du tout l'inteſtin, il eſt plus prudent de faire deux à trois petites inciſions, que de n'en faire qu'une, d'un ſeul coup, très-profonde; car à un tel âge, par la moindre inciſion, on peut couper beaucoup de parties.

Si après la première inciſion les excrémens, ne ſortent pas, on tâchera de nouveau de voir ou ſentir avec le doigt l'inteſtin. Si on le voit ou ſi on le ſent, on peut alors ou d'un coup ou de deux à trois coups, le percer; « car on doit, dit très-bien M. Heiſter *(q)*, ſe conduire avec beaucoup de prudence & ne point « diriger la pointe de l'inſtrument vers la veſſie, mais du côté de « l'os *ſacrum;* autrement on court riſque de bleſſer la veſſie, ſi « c'eſt un garçon, le vagin ou la veſſie ou ces deux parties à la « fois, ſi c'eſt une fille ». C'eſt ſur-tout dans cette circonſtance qu'on doit, après l'opération faite, & après les ſoins requis pour

---

(p) Comment. tom. IV. Interim Lamotte *ſimplici ſectione curavit & novi aliis idem feliciter ceſſiſſe.*

(q) Loco citato.

l'évacuation du *méconium*, introduire dans l'anus nouveau une tente garnie d'un fil, telle qu'Heifter la décrit, ou une canule telle qu'elle eft indiquée par Hildanus, fans quoi l'anus nouveau pourroit bien fe refermer; car plus la concrétion eft épaiffe, plus il y a lieu de préfumer que le gonflement de la plaie bouchera l'ouverture, & peut-être la fermera tout-à-fait.

Si après l'opération, foit qu'elle confifte dans une fimple incifion, foit qu'on en ait fait plufieurs, foit qu'on en ait fait une circulaire, telle que M. Levret la confeille, on ne trouve pas l'inteftin *rectum*, ou fi on remarque qu'il n'a pas de cavité, ou qu'il fe termine par un cul-de-fac éloigné plus ou moins de l'anus qu'on vient de faire, alors le premier vice eft compliqué avec le fecond dont je vais parler, ainfi que des moyens d'y remédier.

Quand un enfant naît avec un anus trop étroit, il arrive quelquefois, fur-tout quand il eft extrêmement étroit, des accidens femblables à ceux qu'éprouve l'enfant né fans anus. Dans ce cas, on appaife les accidens, premièrement par de petits lavemens, qui, en rendant fluide le *méconium*, qui s'eft durci par fon féjour, en facilitent l'évacuation. Secondement, en dilatant avec une petite tente, ou une petite canule l'anus trop étroit, & en le tenant dilaté; enfin, en dilatant ce même anus par une incifion, fi on ne peut réuffir par les moyens propofés, c'eft-à-dire par les lavemens, la tente & la canule.

Roonhuyfen *(r)* raconte qu'une fille de quatre mois avoit l'anus fi refferré que fa mère étoit obligée de lui tirer les excrémens de fes propres mains avec beaucoup de peine. L'anus étant enfin venu à s'enfler, à caufe peut-être de la fréquente compreffion, le paffage des excrémens fe ferma tout-à-fait, de forte que le ventre s'enfla, & l'enfant fut attaqué de douleurs violentes, de la fièvre & d'une infomnie qui firent craindre pour fa vie. Roonhuyfen ne jugea pas à propos de différer. Il perça l'anus avec une lancette, il agrandit l'incifion de tous côtés avec des cifeaux: il fortit beaucoup d'excrémens; l'enflure du ventre diminua auffi-tôt, de même que les autres accidens, & la plaie fut guérie.

(r) Dans le fupplément de fes Obfervations, *part. II, obf. 1.*

SECOND VICE DE CONFORMATION.

Qui consiste ou en ce que l'intestin rectum *manque tout-à-fait, ou en ce que cet intestin n'a pas de cavité, ou en ce qu'il se termine par un ou deux culs-de-sacs, sans descendre jusqu'aux tégumens, ou, ce qui est à peu-près le même, en ce que la cavité de l'intestin est fermée par une membrane placée au-dessus de l'ouverture ordinaire. Moyens d'y remédier.*

Ce vice n'est point au nombre des défauts de conformation purement possibles; il a été observé bien des fois, & quelquefois on y a remédié avec succès. L'Auteur des Essais & Observations de Médecine dit *(s)* qu'un Chirurgien très-adroit n'ayant trouvé aucun vestige d'anus dans un enfant nouveau-né, fit une incision assez profonde, & qu'ayant ensuite introduit le doigt dans la plaie sans trouver l'intestin *rectum*, il poussa fort profondément un *trocar* à travers la première plaie, & qu'il n'en sortit que quelques gouttes de sang. L'enfant étant mort, le Chirurgien trouva à l'ouverture du petit cadavre, que l'intestin *rectum* manquoit tout-à-fait; le colon, plein de *méconium*, flottoit librement dans le ventre, & se terminoit par un cul-de-sac exactement fermé.

Heister a vu *(t)* un cas semblable, on en trouve encore des Observations dans les Mémoires de l'Académie des Sciences *(u)*, & dans ceux de l'Académie de Chirurgie *(x)*. On lit dans les premiers que M. Littre a trouvé, dans un enfant mort le sixième jour de sa naissance, l'intestin *rectum* se terminant par deux culs-de-sacs attachés l'un à l'autre par des filamens à peu-près de la longueur du pouce. La méthode proposée & désapprouvée par M. Vanswieten *(y)* d'ouvrir, dans un cas aussi désespéré, le ventre de l'enfant, & de lui faire un anus artificiel, seroit l'unique

---

(s) Tome IV, art. XXXII, p. 554.

(t) Loco citato.

(u) Année 1710, Hist. p. 47.

(x) Tome I, page 377.

(y) Loco citato. Mentio quidem fit alicujus methodi; verùm quis auderet?

reſſource, mais reſſource bien foible, & à mon avis peu praticable dans un âge où le flambeau de la vie qui ne commence qu'à luire eſt ſi facile à éteindre; car un tel cas n'eſt point du tout ſemblable à ceux dans leſquels le Médecin peut ordonner, & le Chirurgien pratiquer un anus artificiel. Pluſieurs ſuccès juſtifient cette pratique à l'occaſion d'une plaie ou d'une hernie: dans ces cas, l'eſprit & l'œil voient l'endroit où la main doit ouvrir, mais dans le cas dont il s'agit, quoiqu'on puiſſe préſumer que c'eſt dans la région qu'occupe le *rectum;* c'eſt-à-dire dans la partie inférieure du ventre, & un peu à gauche qu'on doit faire l'ouverture; il ſe peut bien que ce ſoit dans celle qu'occupe le colon, ou même quelqu'un des inteſtins grêles; & dans ce cas, on auroit à ſe reprocher d'avoir ouvert le ventre de l'enfant inutilement, & ſans être bien guidé par les règles de l'Art qui défendent d'ouvrir le ventre dans l'endroit où le mal n'eſt pas, & par lequel le principe de ce mal ne peut être ni évacué ni adouci. Cependant ſi le ſiége du mal étoit indiqué par une tumeur circonſcrite, placée dans telle ou telle région du ventre; alors les règles de l'Art ſemblent permettre au Médecin & au Chirurgien de ſe laiſſer conduire par la voie de l'humanité qui crie qu'il vaut mieux faire une opération terrible, & dont le ſuccès eſt incertain, que d'abandonner l'enfant à une mort certaine.

Il arrive quelquefois que l'anus paroiſſant bien ouvert & bien conſtitué, les enfans éprouvent les mêmes accidens que ceux qui n'ont pas d'anus, parce que dans ces ſortes d'enfans, quelquefois l'inteſtin ſe trouve fermé par une cloiſon membraneuſe, placée plus ou moins haut, au-deſſus de l'ouverture de l'anus, & parce que d'autrefois il ſe termine par un cul-de-ſac. Voici ce que M. Motais, un des meilleurs Chirurgiens de mon voiſinage, établi dans la ville d'Antrain, & bon Anatomiſte, m'a communiqué ſur ce ſujet; « il y a environ quinze ans que la femme d'un
» Cloutier de cette Ville mit au jour un enfant qui vécut douze
» jours ſans rendre le *méconium;* trois jours après qu'il fut né, ſa
» mère voyant qu'il ne rendoit rien par l'anus, me fit prier d'exa-
» miner ſon enfant. Je trouvai l'anus dans l'état naturel. Je lui

donnai des lavemens avec l'eau & l'huile. Autant que je pouſſois « le piſton de la ſeringue le liquide ſortoit par l'anus; je crus qu'il « pouvoit y avoir quelques membranes qui fermoient le *rectum:* « j'introduiſis ma ſonde dans l'anus; je ne pus l'avancer que de la « longueur d'environ trois pouces; je trouvai une réſiſtance au bout, « j'introduiſis le doigt, il n'étoit pas aſſez long pour parvenir à la « réſiſtance que je trouvois avec la ſonde. Comme j'étois en doute « que c'étoit une membrane, je fus tenté de forcer afin de la rompre « avec le bout de la ſonde, eſpérant que le *méconium* & les matières « fécales auroient par leur poids, & la contraction des inteſtins & « des muſcles du bas-ventre, dilaté ſuffiſamment dans la ſuite, « l'ouverture faite à cette membrane. Après bien des réflexions, « j'eus peur d'endommager l'inteſtin, je laiſſai le tout à la Nature. « La mère lui donnoit tous les jours à téter. Il commença vers le « neuvième jour à vomir des matières mêlées de blanc & de noir « avec des humeurs muqueuſes qui étoient de même couleur. Après « la mort je l'ouvris, je lui trouvai le *rectum* ſéparé du colon. Les « extrémités des deux inteſtins étoient éloignées de plus d'un demi- « pouce l'une de l'autre; de ſorte que chaque inteſtin ſe terminoit « par un cul-de-ſac, l'un en haut, l'autre en bas. Tous les inteſtins « & l'eſtomac étoient beaucoup plus gonflés qu'ils n'auroient dû « l'être dans l'état naturel, & le *rectum* étoit très-étroit ».

Cette Obſervation, comme on voit, eſt à peu-près la même que celle qui eſt rapportée par M. Littre *(z)*. On ne doit pas, à mon avis, dans une telle circonſtance & autres à peu-près ſemblables, c'eſt-à-dire toutes les fois qu'un enfant dont l'anus eſt ouvert ne rend pas des excrémens deux à trois jours après ſa naiſſance, & ſur-tout quand on voit paroître de grands accidens, tels que le gonflement du ventre & le vomiſſement, différer à recourir aux moyens employés par M. Motais; c'eſt-à-dire aux lavemens & à la ſonde: ces deux moyens, très-innocens & bien imaginés, peuvent faire connoître ſi le *rectum* eſt fermé au-deſſus de l'anus ou s'il ne l'eſt pas. Ils découvrirent à M. Motais qu'il étoit fermé, & cette connoiſſance lui ſuggéra le parti qu'il devoit

(z) Hiſtoire de l'Académie, *loco citato.*

ſuivre, & qui étoit de percer l'inteſtin; mais que la crainte d'offenſer l'inteſtin d'un enfant qui tétoit, & qui n'éprouvoit pas encore de grands accidens, ne lui permit pas de ſuivre.

On doit, à mon avis, dans ce cas & autres ſemblables, porter fort haut & même juſqu'à la partie ſupérieure de l'os *ſacrum*, ou le *trocar*, ou le pharingotome. Ces inſtrumens ouvriront infailliblement l'extrémité bouchée de l'inteſtin *rectum*, ou couperont la cloiſon ſi c'eſt une cloiſon qui ferme l'inteſtin.

L'extrémité du *rectum*, qui forme le premier obſtacle à l'aſcenſion de la ſonde & des liqueurs injectées, étant coupée, ſi le *méconium* ne ſort pas, on peut, & on doit encore pouſſer le pharingotome un peu plus haut; car alors il eſt à préſumer que le colon eſt fermé par un cul-de-ſac, qu'il eſt très-dilaté par le *méconium*, & que l'inſtrument pouſſé plus haut en fera l'ouverture, & c'eſt de quoi on ſeroit certain ſi on voyoit ſortir le *méconium*. La plaie que la pointe de l'inſtrument pourroit faire à la veſſie n'eſt point un inconvénient aſſez grand pour, dans une telle circonſtance, compenſer l'utilité qui peut réſulter de cette pratique. D'ailleurs, la veſſie peut être évitée en dirigeant un peu le bout de l'inſtrument vers l'os *ſacrum*, l'ouverture que l'inſtrument pourroit faire à quelqu'un des inteſtins, autres que le *rectum* & le colon, pourroit devenir un anus ou égoût qui permettroit aux excrémens de tomber juſqu'à l'anus, & enfin celle qu'il feroit au *rectum*, partagé par une cloiſon, ou fermé par un cul-de-ſac, & au colon fermé & rempli d'excrémens, rempliroit l'objet qu'on ſe propoſe.

Si la méthode que je viens de propoſer peut réuſſir quand le *rectum* eſt ſéparé du colon, & quand chacun de ces deux inteſtins ſe termine par un cul-de-ſac, le ſuccès en eſt bien moins douteux quand le *rectum* eſt partagé en deux par une membrane tranſverſale; c'eſt par elle que l'Auteur du Mémoire de l'Académie de Chirurgie *(a)* ſauva un enfant dont l'anus paroiſſoit bien conformé,

(a) Tome I, page 385, cité par M. Vanſwieten, Comment. *Tom. IV. Anus bene conformatus apparebat in infante, ſed integro a nativitate biduo, alvum nondum depoſuerat unde omnia mala quæ retentum mœconium, ſequi*

ainsi que dans l'Observation de M. Motais, & qui, à la fin du second jour depuis sa naissance, ne s'étoit point vidé. On avoit eu inutilement recours aux lavemens, ils ne pouvoient pénétrer dans la cavité de l'intestin *rectum;* après bien des recherches on s'aperçut que la cavité de l'intestin étoit fermée par une membrane. L'Opérateur introduisit le long du petit doigt qu'il avoit glissé dans l'anus, un pharingotome jusqu'à la membrane qui fut coupée sans accidens par un coup de la lancette qui, comme on sait, est cachée dans cet instrument. L'ouverture fut ensuite dilatée avec le bout du doigt. L'enfant se vida aussi-tôt & continua de se vider pendant deux mois; après ce temps il mourut d'une autre maladie.

Ce que je viens de dire ne s'accorde pas avec le sentiment de M. Levret *(b)*, qui dit sur ce sujet, que les vices de conformation des *atretes* ne peuvent être guéris que quand l'intestin se prolonge jusqu'aux tégumens. Cette maxime doit être bannie; elle me paroît contraire à la structure, & elle est détruite par le succès de l'opération rapportée ci-dessus.

En suivant une méthode semblable au fond à celle que j'ai proposée ci-dessus pour les cas où l'anus est bouché, M. Saviard, *(c)* réussit à ouvrir l'intestin & à faire couler le *méconium* dans un enfant où il n'y avoit aucun vestige d'anus. Cet Opérateur poussa jusqu'à la profondeur de deux travers de doigt une lancette à abcès, le *méconium* coula; il dilata l'ouverture & pansa la plaie suivant la méthode ordinaire *(d)*.

Mais il se peut que l'intestin descende jusqu'à l'anus, & qu'il

---

solent aderant; clysmatum injectio incassum tentata fuerat, non poterant penetrare in cavum intestini recti: examine instituto inventa fuit membrana tenuis claudens intestini cavum & immisso per anum digito minimo, secundum ejus ductum introducebatur pharingotomus.

(b) L'Art des Accouchemens, *§. 1275, page 234,* cité par M. Vanswieten. *Videtur* (dit cet illustre Médecin, tome IV de ses Commentaires) *non sine ratione statuisse.* Levret, *talia vitia curari non posse nisi integer sit intestini recti tractus ad integumenta usque.*

(c) Observations de Chirurgie, *n. 3, p. 8,* cité par M.[rs] Heister & Vanswieten, *loco citato.*

(d) Heister dit que M. Saviard sauva l'enfant; M. Vanswieten observe que M. Saviard ne dit rien du succès.

ſoit fermé par une membrane ou cloiſon, placée plus ou moins haut, au-deſſus de l'anus, & qu'en outre l'anus ſoit bouché par une autre membrane, ou par une concrétion des lèvres de cette partie, ce qui fait un double vice, & il ſe peut encore que l'inteſtin ne deſcendant pas juſqu'à l'anus ſoit fermé, tantôt plus, tantôt moins haut, au-deſſus de l'endroit de l'anus, & qu'en même-temps ce faux anus ſoit bouché par une membrane ou par une concrétion des bords de cette ouverture: on ſent facilement que dans ces cas, dont il y a des exemples, on doit toujours faire deux opérations; la première doit conſiſter dans une inciſion de la membrane ou de la peau, ou de la concrétion qui bouche l'ouverture dans l'endroit ordinaire de l'anus: & véritablement, ſans cette première on ne peut apporter de remède à ces ſortes de cas, ni même les bien connoître; mais elle eſt inſuffiſante. La ſeconde, qui eſt dictée par cette inſuffiſance, conſiſte à ouvrir l'inteſtin ou la membrane qui le bouche, en ſe ſervant pour cela de la route qu'on s'eſt frayée par la première inciſion.

Heiſter *(e)* preſcrivant ce qu'on doit faire, ſi après avoir coupé la membrane ou la concrétion charnue qui terminoit l'anus on ne trouve aucune apparence d'ouverture à l'inteſtin, ajoute ce qui ſuit: « ſuppoſé que dans ce cas on ne voie aucune apparence » d'ouverture à l'inteſtin *rectum*, c'eſt une preuve, ou que cette » partie eſt ſolide, ou qu'elle manque tout-à-fait, ainſi que je l'ai vu moi-même. » *(M. Heiſter pouvoit ajouter, ou que l'inteſtin ſe termine par un cul-de-ſac, ou qu'il eſt bouché par une cloiſon.)* « Ce qui rend, ajoute cet Auteur, la cure très-difficile, pour ne » pas dire impoſſible. Dans un pareil cas il ne convient point » cependant d'abandonner l'enfant, & il vaut mieux riſquer une » opération douteuſe que de le livrer à une mort certaine. C'eſt » pourquoi, après avoir choiſi l'endroit qui paroît le plus convenable, » on y enfoncera un inſtrument de figure triangulaire, ou un biſtouri » étroit que l'on plongera dans l'anus juſqu'à ce qu'on ait percé » l'inteſtin; ce que l'on découvrira par la ſortie des excrémens. » Suppoſé que la quantité des vaiſſeaux qu'on a été obligé de couper

(e) Loco citato,

occaſionne une hémorragie, on aura ſoin de l'arrêter par des « remèdes convenables. Il ſemble néceſſaire pour cet effet d'intro- « duire dans la plaie une tente d'une groſſeur aſſez conſidérable, « que l'on chargera de remèdes propres à arrêter le ſang; après quoi « l'on ſuivra les inſtructions que nous avons données ci-deſſus. Au « bout de douze ou vingt-quatre heures on ôtera la tente, ſuppoſé « qu'elle ne ſoit pas ſortie, pour en remettre une autre, après la « ſortie du *méconium*, qu'on trempera pendant quelques jours dans « un digeſtif & enſuite dans un deſſicatif juſqu'à ce que la plaie ſoit « entièrement guérie. Suppoſé (continue le même Auteur) qu'on « ne puiſſe ouvrir l'inteſtin *(f)* au moyen d'une inciſion auſſi « profonde, on ne peut ſauver l'enfant; mais après avoir vomi « pendant long-temps ſes excrémens avec beaucoup de violence il « meurt dans les convulſions. »

TROISIÈME VICE DE CONFORMATION.

Terminaiſon de l'inteſtin rectum *dans le vagin. Moyens d'y remédier.*

Ce vice eſt ordinairement le moins dangereux de tous. Il peut exiſter ſeul, ou être compliqué avec quelques-uns de ceux que nous avons rapportés. Il exiſte ſeul quand l'inteſtin s'ouvre & ſe termine dans deux endroits à la fois; ſavoir à l'endroit ordinaire, formant un véritable anus, & en même-temps ſe termine par une autre ouverture dans le vagin.

Si ces deux ouvertures ſont aſſez grandes pour que les excrémens s'évacuent librement, il n'y a rien à faire dans un âge auſſi tendre; car quoique l'évacuation des excrémens par le vagin ſoit contre Nature, & une incommodité qui ſera des plus triſtes, je ne vois aucun moyen bien efficace de fermer l'ouverture de l'inteſtin dans le vagin, & outre cette incertitude, je ne vois aucun remède qui ne gène beaucoup l'enfant.

Mais ſi les deux ouvertures ſont extrêmement petites, & ſi par cette raiſon les excrémens ne peuvent être évacués à la quantité

(f) Ce cas m'eſt arrivé, ainſi que je le dirai plus bas.

requiſe, & ſi les lavemens ne peuvent procurer une évacuation ſuffiſante, on doit dilater l'ouverture de l'anus par des canules de différente groſſeur, commençant par les plus petites, & augmentant ſucceſſivement, & ſi ce moyen ne réuſſit pas, on doit dilater l'anus par une inciſion, & traiter la plaie comme il a été dit dans le traitement du premier vice.

Il peut arriver à tout âge que les excrémens s'évacuent par l'anus & par le vagin : une telle infirmité peut être produite par des contuſions, des plaies, des abcès, par l'accouchement, par la fiſtule à l'anus, par des maladies vénériennes.

Mais ſoit que la double terminaiſon de l'inteſtin dans le vagin, & dans un anus ouvert ſoit extrêmement rare, ſoit que quand ce cas eſt arrivé les parens voyant leurs enfans vivre ſans accidens n'aient pas jugé à propos de faire connoître cette difformité aux Médecins & aux Chirurgiens, aucun Auteur, que je ſache, ne fait mention de ce cas. Dans toutes les Obſervations ſur la terminaiſon de l'inteſtin dans le vagin, l'anus étoit fermé: dans l'Obſervation de M. de Juſſieu *(g)* une fille de ſept ans, *dont l'anus étoit fermé*, rendoit ſes excrémens par le vagin.

M. Heiſter *(h)* attribue l'évacuation des excrémens par le vagin au premier vice de conformation dont nous avons parlé; c'eſt-à-dire à une membrane ou à toute cauſe, qui empêchant les excrémens de ſortir par l'anus les obligeroit à ſe faire une route par le vagin. Il arrive, dit cet Auteur, dans quelques filles dont l'anus eſt naturellement fermé, que les excrémens ſe font un paſſage par le vagin; ce malheur eſt ordinairement ſans remède; & celles qui en échappent conſervent cette même incommodité toute leur vie.

Je penſe qu'il eſt plus naturel d'attribuer cette incurable infirmité à une ouverture de communication entre l'inteſtin & le vagin, qui exiſteroit avant la naiſſance. Sans cette ouverture préexiſtente, on ne conçoit pas que de telles filles puſſent rendre les excrémens par le vagin, ſans avoir éprouvé les accidens des atretes, & ces

---

(g) Hiſtoire de l'Académie, *année 1719.*

(h) *Loco citato.*

accidens ne produisent ordinairement ni abcès, ni rupture dans l'intestin, mais la mort des enfans, à moins qu'on ne coupe la membrane qui ferme l'intestin. On voit dans l'Observation de Roon Huisen, rapportée ci-dessus, d'un enfant dont l'anus trop étroit s'étoit totalement bouché par l'irritation que les doigts de la mère y avoit causée; que le ventre se gonfla, il survint de la fièvre & autres accidens qui firent craindre pour sa vie, & les excrémens ne se firent pas jour par le vagin. Et M. Vanswieten rapportant l'exemple *(i)* d'une fille nubile, d'ailleurs assez saine, & qui rendoit les excrémens par le vagin, attribue cette triste infirmité à une ouverture de l'intestin dans le vagin, existant dès la naissance, & même avant la naissance. Je ne nie cependant pas qu'il ne puisse arriver que les excrémens retenus par une membrane ou concrétion qui ferme l'intestin, ne puissent pas se faire une route par le vagin, après avoir excité une inflammation & un dépôt qui détruise les tuniques de l'intestin & du vagin; mais je regarderai ce cas, s'il est jamais arrivé, comme le plus rare de tous ceux dont nous avons fait mention. C'est peut-être de ce cas dont M. Heister prétend parler: il semble l'indiquer par ces mots; « celles qui en échappent conservent cette même incommodité toute leur vie. »

Aucun Auteur, que je sache, ne propose de secours pour les enfans dont l'intestin est fermé à l'endroit de l'anus & ouvert dans le vagin, ou, si l'on veut, dont le vagin est un anus unique, & sans qu'il y en ait à l'endroit ordinaire. Quoi qu'il en soit, car j'avoue que je n'ai pas lû tous les Ouvrages des Médecins & des Chirurgiens qui ont traité cette matière, je ne vois pas pourquoi on ne feroit pas, pour secourir ces enfans, une incision à l'anus, comme dans le premier vice. Dans les deux circonstances que je vais rapporter; premièrement, on doit, à mon avis, recourir à la méthode prescrite ci-dessus pour le traitement du premier vice; c'est-à-dire à l'incision de l'anus, quand l'ouverture de

---

(i) Commentaire, tome IV, page 577. *In sesquicri sexu observatum fuit in vulvam quandoque hiare intestini recti finem. Tales superesse possunt & novi virginem cæterum satis sanam quæ fœdam hanc calamitatem patitur.*

communication entre l'inteſtin & entre le vagin eſt ſi petite qu'elle ne permet pas une évacuation d'excrémens aſſez abondante, & ſur-tout quand, en conſéquence de ce défaut d'évacuation, les enfans éprouvent les accidens qui, dans le premier vice, déterminent à l'opération; ces accidens ſont le vomiſſement & autres rapportés au commencement de ce Mémoire *(k)*.

On dira peut-être que le vagin pouvant ſe dilater aſſez, il eſt inutile de faire une autre ouverture; je conviens que le vagin eſt ſuſceptible d'une dilatation ſuffiſante; mais ce n'eſt pas en cela que conſiſte la difficulté dans le paſſage des excrémens, c'eſt dans le diamètre de l'ouverture de communication entre l'inteſtin *rectum* & le vagin, & cette ouverture peut-être, eſt quelquefois très-petite, ainſi qu'elle étoit dans un enfant dont l'inteſtin *rectum* ſe terminoit dans la veſſie *(l)*, & qui mourut le douzième jour de ſa naiſſance, plus à ce qu'il paroît (ſuivant le rapport du Chirurgien qui en fit l'ouverture), par le reſſerrement de l'ouverture de communication entre l'inteſtin & la veſſie, que par celui du canal de l'urètre, qui, comme on ſait, eſt très-petit à tout âge, & ſur-tout dans l'enfance.

Secondement, on doit encore dans ce même vice de conformation, c'eſt-à-dire lorſque l'inteſtin *rectum* s'ouvre dans le vagin, & ne s'ouvre que dans le vagin, recourir à une inciſion à l'anus, ainſi qu'il a été dit dans le traitement du premier vice, même dans le cas où l'ouverture de communication entre l'inteſtin & le vagin eſt aſſez grande pour que les excrémens s'évacuent. Si le Médecin & le Chirurgien ont lieu de juger que l'anus naturel n'eſt bouché que par une membrane, & qui eſt ſouvent une continuation de la peau, & quelquefois même ſimplement de la ſur-peau; c'eſt ce qu'on peut facilement connoître par les ſignes rapportés ci-deſſus; car la route naturelle des excrémens étant ouverte par l'inciſion qui n'eſt nullement dangereuſe, & qui a été faite quelquefois avec ſuccès avec l'ongle *(m)*; premièrement,

---

(k) Ci-devant; *page 473*.

(l) Hiſtoire de l'Académie, *année 1755, p ge 50*.

(m) Par Paul Éginette, cité par l'Auteur du grand Dictionnaire de Médecine, *Tome II*.

il ſortiroit certainement beaucoup moins d'excrémens par le vagin, & par conſéquent l'infirmité ſeroit diminuée. Secondement, il pourroit même arriver que par l'introduction d'une canule dans le nouvel anus, l'ouverture entre le *rectum* & le vagin s'oblitérât, ce qui ſeroit une guériſon entière.

QUATRIÈME VICE DE CONFORMATION.

Terminaiſon de l'inteſtin rectum *dans la veſſie. Moyens d'y remédier*

Ce vice, non-ſeulement eſt très-poſſible, à raiſon du voiſinage de l'inteſtin & de la veſſie urinaire, qui, dans les enfans mâles, ſe touchent. Il n'eſt guère poſſible dans les filles, parce que le vagin & la matrice ſont placés entre l'inteſtin & la veſſie. Il eſt non-ſeulement poſſible dans les enfans mâles, mais même il y exiſte quelquefois, ainſi qu'il ſera prouvé dans la ſuite par pluſieurs Obſervations. Pour ſentir le danger imminent de mort dans lequel ſont les enfans nés avec une telle difformité, il ſuffit de connoître le petit diamètre du canal de l'urètre, qui eſt néanmoins la ſeule iſſue par laquelle les excrémens puiſſent ſortir. Par la comparaiſon de la quantité & de la conſiſtance des matières qui doivent s'évacuer avec le conduit très-étroit, & plus d'une fois recourbé, du canal de l'urètre. Les Médecins & les Chirurgiens ne ſont que trop convaincus que de tels enfans ne peuvent pas long-temps ſurvivre à leur malheur, s'il ne ſe trouve pas quelque moyen d'ouvrir aux excrémens une autre route que celle qui eſt deſtinée à l'évacuation de l'urine.

Ce vice peut être ſeul; c'eſt-à-dire que l'inteſtin peut ſe terminer dans la veſſie tout-à-fait & entièrement, ou bien, il peut avoir deux iſſues; l'une dans la veſſie, & l'autre dans un anus ouvert. Il peut auſſi arriver que par cette ſeconde iſſue l'inteſtin ſe termine dans un anus fermé, & dans ce dernier cas, il eſt compliqué avec le premier ou avec le ſecond vice.

Le Médecin connoît mieux & plus facilement ce quatrième vice que le ſecond, parce qu'il ſuffit, pour qu'il ſoit certain de ſon exiſtence, que l'enfant rende par la verge un peu de *méconium*,

ou du moins une urine verdâtre & épaiſſe, qui ſort preſque continuellement, mais en petite quantité, & c'eſt ce qui s'aperçoit facilement : il a de commun avec les autres vices, que le malade éprouve les mêmes accidens. On eſt même certain de l'exiſtence de ce vice avant que de faire inciſion à la membrane ou à la concrétion charnue qui ferme l'anus ordinaire, au lieu qu'on ne peut s'aſſurer de l'exiſtence du ſecond vice; c'eſt-à-dire, ſi l'inteſtin deſcend ou s'il ne deſcend pas juſqu'à l'endroit de l'anus, qu'après avoir coupé la membrane ou la concrétion charnue; quelquefois même on n'en peut bien connoître la nature qu'après la mort.

Le quatrième vice, dont il s'agit maintenant, a été obſervé par M. Roon Huiſen *(n)*. On trouve, *page 50* de l'Hiſtoire de l'Académie, *année 1755*, l'obſervation ſuivante, faite par M. Boirie, Chirurgien au cap François, & envoyée à M. Morand, avec la pièce anatomique, repréſentant le ſiége de la maladie *(o)*.

« Le 13 Mai 1753, naquit un enfant mâle, mulâtre. La » Sage-femme obſerva que cet enfant n'avoit point d'anus; elle fit » appeler M. Boirie, Chirurgien au cap François, pour en faire » la viſite. Il trouva qu'en effet il ne paroiſſoit point d'ouverture à » l'endroit où auroit dû être l'anus, & que l'enfant rendoit par la » verge une partie de cette matière noirâtre qui ſe trouve dans » l'inteſtin *rectum* des enfans nouveaux-nés, & qu'on nomme » *méconium;* ce qui lui fit juger que l'enfant ne pourroit pas vivre » long-temps; & en effet il mourut le douzième jour.

» A l'ouverture, M. Boirie trouva que l'extrémité du *rectum* » s'ouvroit dans le col de la veſſie, & que l'ouverture en devoit » être fort petite, & n'avoit laiſſé paſſer que le plus liquide des » matières, puiſqu'il s'en étoit amaſſé dans le *rectum* aſſez pour dilater cet inteſtin trois fois au-delà de ſa capacité naturelle. » Cette conformation ſingulière avoit, conformément au pronoſtic de

(n) Suivant Heiſter, *loco citato,* Roon Huiſen (dit M. Heiſter) cite l'exemple d'un enfant dont l'inteſtin *rectum* ſe terminoit dans la veſſie.

(o) M. Morand fit voir à l'Académie cette pièce, en lui communiquant l'obſervation.

M. Boirie, causé la mort de l'enfant, dont le cadavre parut, pour tout le reste, conformé à l'ordinaire.

Après avoir prouvé la possibilité & même la réalité du quatrième vice de conformation des atretes, je vais proposer une méthode d'y remédier, autant que l'art le permet. Personne, que je sache, n'en a proposé. Les Auteurs qui font quelque mention de cette conformation vicieuse, regardent comme d'innocentes victimes livrées à une mort prochaine & inévitable, les enfans qui naissent avec elle.

L'évacuation du *méconium* ou de la partie la plus fluide de cet excrément, prouve suffisamment que l'intestin *rectum* se termine dans la vessie; quand cette évacuation, qui est toujours foible, augmentant néanmoins un peu quand l'enfant tousse ou pleure, est accompagnée de tous les accidens indiqués *; on peut être certain que la cause prochaine & immédiate de la maladie est la partie grossière & épaisse du *méconium*, qui ne pouvant ou entrer de l'intestin *rectum* dans la vessie, ou entrer de la vessie dans le canal de l'urètre, distend outre mesure les boyaux & la vessie urinaire, irrite les nerfs de ces organes & de tout le bas-ventre, remplit, outre mesure la vessie & les gros boyaux, excite un mouvement *antiperistaltique*, & est portée par ce mouvement & par les contractions des muscles vers l'estomac & les intestins grêles, d'où elle est rejetée par le vomissement qu'elle excite.

* *Page 474.*

Quoique dans de telles circonstances, l'œil ne puisse pas voir l'insertion du *rectum* dans la vessie, d'abord qu'on voit ce sac, qu'on sait n'avoir pas d'autre usage dans l'état naturel, que de contenir & d'évacuer l'urine, remplir à la fois cette fonction & celle de l'intestin *rectum*, on n'est que trop convaincu qu'il ne peut remplir cette dernière, que par une communication contre nature avec l'intestin. D'ailleurs, l'ouverture du cadavre du petit mulâtre de M. Boirie, a soumis aux yeux cette communication. Or il est impossible que par un conduit aussi petit que le canal de l'urètre, la grande quantité du *méconium*, dont les gros intestins sont remplis, puisse être évacuée: car, quoique l'urine que les uretères versent dans la vessie, en puisse délayer & entraîner avec elle une partie, il n'est pas possible qu'elle le délaye &

l'entraîne tout; & quand même l'urine pourroit rendre aſſez fluide tout le *méconium*, pour paſſer par le canal de l'urètre, la mort de l'enfant n'en ſeroit que reculée de quelques jours; car, certainement, l'urine ne pourroit jamais donner, dans la ſuite, aux gros excrémens, la fluidité requiſe pour être évacués par le canal de l'urètre. On doit donc, comme je l'ai déjà dit, regarder un enfant nouveau-né qui rend le *méconium* par la verge, comme touchant au moment de ſa mort, ſi l'art n'ôte pas à la veſſie une fonction qu'elle ne doit pas faire, & s'il ne la rend pas à l'inteſtin *rectum*, qui la doit faire.

Ce double objet eſt, je l'avoue, très-difficile à remplir, mais non pas impoſſible, ſoit que ce quatrième vice exiſte ſeul, ſoit que l'enfant ait un anus à l'endroit ordinaire, ſoit qu'il n'en ait pas; ſoit que l'inteſtin ſe prolonge en deſcendant juſqu'à l'anus, ſoit qu'il n'y deſcende pas, on peut & on doit, dans toutes ces circonſtances, donner des ſecours à l'enfant.

Si donc l'enfant a une ouverture à l'endroit ordinaire de l'anus, & ſi le vice conſiſte dans une communication avec la veſſie, on doit introduire le doigt dans l'ouverture de l'anus, & examiner ſoigneuſement ſi l'inteſtin fait une boſſe ou ſaillie; & c'eſt, je crois, ce qu'on auroit pu ſentir dans l'enfant dont parle M. Boirie, dans lequel le gonflement du gros boyau fut conſtaté par l'ouverture du cadavre. Dans un tel cas, il eſt certain qu'en portant ſur le doigt un inſtrument tranchant, on couperoit facilement l'inteſtin, & que les excrémens trouvant, par cette ouverture artificielle, une plus libre iſſue que par la veſſie, pourroient, dans la ſuite, s'évacuer uniquement par l'anus; ce qui ſeroit une guériſon entière, ou du moins qu'il en entreroit beaucoup moins dans la veſſie, ce qui feroit au moins prolonger les jours du malade & le ſoulager beaucoup: l'inteſtin *rectum* acquerroit un uſage nouveau; l'urine paſſeroit de la veſſie dans l'inteſtin, mais le canal de l'urètre pourroit perdre ſa fonction naturelle, au moins en partie; c'eſt-à-dire, ne ſerviroit plus, ou du moins ne ſerviroit que de fois à autre à l'évacuation de l'urine. Ce que j'avance ici n'eſt fondé que ſur la ſtructure & non ſur des faits, mais l'eſprit n'en a pas beſoin pour prédire ces évènemens.

Quand l'enfant qui rend le *méconium* par la verge, n'a point d'anus ni vrai ni faux *(p)*, le premier ſoin doit être de lui faire une ouverture à l'endroit ordinaire, comme dans le premier & le ſecond vice de conſormation, & même comme dans le troiſième.

Cette première ouverture étant faite, on découvrira, ſans beaucoup de peine, ſi l'inteſtin ſe termine uniquement dans la veſſie, ou s'il ſe termine & dans la veſſie & dans l'anus qui vient d'être ouvert, ou enfin s'il ne ſe termine point & dans la veſſie & par un cul-de-ſac qui ne deſcende pas tout-à fait juſqu'à l'anus.

Dans le premier cas, on feroit ce qui vient d'être indiqué; c'eſt-à-dire, on feroit une inciſion dans l'inteſtin, ſoit avec le trocar *(q)*, ſoit avec le pharingotome ou avec une lancette à abcès, garnie d'un linge.

Dans le ſecond cas, c'eſt-à-dire ſi l'inteſtin deſcend juſqu'à l'anus nouvellement ouvert, on doit entretenir ſoigneuſement l'ouverture; car il pourroit arriver que les excrémens trouvant, par cette ouverture, une iſſue plus libre, s'évacueroient abondamment, & que l'ouverture de l'inteſtin dans la veſſie s'oblitérât; mais ſi après quelques obſervations, on s'aperçoit que le nouvel anus ne ſuffit pas, & que les accidens loin de ceſſer aillent en augmentant, il n'y a, ce me ſemble, pas d'autre parti à prendre, que de faire une inciſion à la partie poſtérieure de la veſſie; & cette inciſion, après avoir inutilement recouru aux lavemens ou injections, me paroît l'unique moyen de ſoulager l'enfant, de prolonger ſes jours & peut-être de le faire vivre auſſi long-temps que les enfans qui naiſſent avec un anus bien conformé. Il y auroit d'autant plus d'eſpérance de conſerver cet enfant, qu'il pourroit arriver que les excrémens ſortiroient dans la ſuite par la ſeule iſſue inteſtinale, & que l'ouverture, dans la veſſie, s'oblitèreroit.

(p) J'appelle *anus vrai*, celui auquel ſe termine l'inteſtin *rectum*. J'appelle *anus faux*, une ouverture à l'endroit ordinaire de l'anus vrai, à laquelle l'inteſtin ne s'insère pas.

(q) Le trocar eſt commode; mais on doit dilater l'ouverture qu'il fait, parce qu'elle eſt toujours trop étroite.

Je ſonde ce conſeil ſur ce que dans ce cas il eſt certain que les accidens ſont entretenus & aigris par le ſéjour des excrémens dans la veſſie, & ſur ce qu'il y a lieu de juger que l'ouverture de communication entre l'inteſtin & le *rectum*, eſt trop petite pour que le *méconium* ſorte tout-à-fait de la veſſie.

Si l'inteſtin ne fait pas de courbure ou de ſaillie à l'endroit de ſon inſertion dans la veſſie, que le doigt puiſſe ſentir, il y a lieu de juger que cet inteſtin s'insère dans le fond même de la veſſie; alors, on doit néanmoins eſſayer de le rencontrer & de le couper. L'inſtrument qui me paroît dans ce cas devoir être préféré, c'eſt le pharingotome, qui eſt tout-à-la-fois une ſonde ſuffiſamment longue & un inſtrument tranchant.

Si on ne peut rencontrer l'inteſtin, ni par conſéquent le couper, il ne reſte plus, à mon avis, qu'une reſſource, c'eſt de faire une ouverture, ainſi que je l'ai déjà dit dans une circonſtance moins preſſante, dans la veſſie même, qui ne peut manquer d'être très-gonflée. Cette inciſion peut ſe faire de deux manières, ou ſimplement en faiſant avec un biſtouri introduit ſur le doigt, une ouverture dans la face poſtérieure de la veſſie, ou en introduiſant une petite ſonde crénelée & en faiſant ſur la crénelure de cette ſonde une ouverture au col de la veſſie comme dans l'opération de la taille. Il me paroît certain que par cette inciſion faite, ou ſimplement avec le biſtouri introduit ſur le doigt, ou méthodiquement ſur la crénelure d'une ſonde, on rempliroit au moins l'objet le plus preſſant de tous, c'eſt-à-dire qu'on feroit couler le *méconium*, & que comme cet excrément retenu eſt l'unique cauſe des affreux accidens que l'enfant éprouve ou qu'il ne tarderoit pas d'éprouver, on le délivreroit de ces accidens, il reſteroit encore un ſecond & dernier objet à remplir, ce ſeroit de faire en ſorte que la veſſie ainſi coupée pût être à la fois un égoût durable de l'urine & des excrémens, triſte incommodité ſans doute, mais deſirable cependant puiſque non-ſeulement elle préſerveroit l'enfant d'une mort prochaine & inévitable, mais même elle pourroit rendre ſa vie auſſi longue & auſſi durable que celle des enfans bien conſtitués. Ce dernier objet peut être rempli par la ſortie continuelle de l'urine & des excrémens qui ſeule peut empêcher les lèvres

lèvres de la plaie faite à la vessie, de se réunir; c'est ce qu'on voit fréquemment arriver à la suite des plaies, quand des canaux excréteurs s'ouvrent dans leurs lèvres. Si cependant on s'apercevoit dans la suite que l'évacuation continuelle de l'urine & des excrémens ne fût pas un obstacle suffisant pour empêcher les lèvres de la plaie faite à la vessie, de se réunir, on auroit recours à une tente garnie d'un fil, qu'on introduiroit dans la plaie, & qu'on retireroit deux à trois fois le jour, pour faire sortir les excrémens & panser la plaie.

Au mois d'Avril 1769, on m'apporta un enfant, né depuis cinq jours dans la paroisse de Sens, évêché de Rennes, qui rendoit le *méconium* par la verge, & qui n'avoit pas d'anus; d'où il s'ensuivoit incontestablement que l'intestin s'ouvroit dans la vessie.

Voyant la grandeur du mal, & le pressant danger où étoit cet enfant qui vomissoit depuis trois à quatre jours, & qui avoit le ventre tendu; mon premier soin fut d'avertir les parens de l'enfant d'aller chercher M. Thouin, Chirurgien de la petite ville & paroisse de Gahard, lieu de ma résidence actuelle. M. Thouin étant arrivé, je lui proposai de faire une incision à l'endroit où devoit être l'anus; cet endroit qu'on connoît sans peine étoit de plus désigné par une couleur presque violette *(r)*.

Nous espérions ouvrir par cette incision aux excrémens leur voie naturelle & nous comptions que les excrémens trouvant cette issue plus libre & plus facile que celle qui devoit être entre l'intestin *rectum* & la vessie, il arriveroit de deux choses l'une, ou que la route des excrémens par la vessie se fermeroit, ou que si elle ne se fermoit pas entièrement, l'enfant pourroit rendre avec assez de facilité pour vivre, ses excrémens mêlés avec un peu d'urine.

L'enfant ayant le ventre très-dur & vomissant le lait & même les excrémens, l'incision fut faite sur le champ par M. Thouin, en présence de M. Guiot de la Giraudais, Chirurgien du voisi-

(r) Cette tache violette ou livide, dont parlent les Auteurs, n'est pas toujours un signe qui annonce l'existence du *méconium;* car il n'y en avoit pas à l'anus de cet enfant, comme nous allons voir.

nage, qui nous dit avoir fait cette opération, avec ſuccès, deux fois dans le cours de ſa pratique. Mais ce qui rendoit les deux cas racontés par M. de la Giraudais très-différens de la maladie qui faiſoit le ſujet de notre aſſemblée, c'eſt que dans les enfans opérés par lui, il n'y avoit point de communication entre l'inteſtin & la veſſie; une ſeconde différence entre l'enfant que nous avions à traiter & entre les enfans qui naiſſent ſans anus & qui n'ont que ce premier des quatre vices de conformation, rapportés dans ce Mémoire, fut aperçue dans le temps de l'opération; car l'inciſion étant faite, nous fumes très-ſurpris de ne pas voir couler le *méconium;* nous cherchames l'inteſtin *rectum*, & nous ne le trouvames point, & ce n'étoit pas pour l'avoir cherché dans l'endroit où il ne devoit pas être; le doigt, préférable en ce cas à tout autre inſtrument, fut introduit & même fort avant, & l'inteſtin ne fut ni ſenti ni trouvé.

Nous jugeames néanmoins néceſſaire de pouſſer un trocar par l'ouverture qui venoit d'être pratiquée; il fut pouſſé fort haut, mais auſſi inutilement que dans l'Obſervation rapportée *page 481:* nous en fumes d'autant plus déconcertés que nous étions preſqu'auſſi aſſurés de l'exiſtence de l'inteſtin *rectum*, par l'évacuation du *méconium* par l'urètre, que ſi nous l'avions vu de nos yeux, & que nous nous voyons par-là fruſtrés de l'eſpérance de ſauver la vie à l'enfant. Il ne coula pas de ſang. Une tente fut introduite dans l'anus afin de nous conſerver le moyen d'adminiſtrer d'autres ſecours, en cas que de ſérieuſes réflexions m'en ſuggéraſſent de nouveaux. Comme nous avions fait tout ce qui eſt conſeillé par les Auteurs, dans les cas où l'inteſtin ne deſcend pas juſqu'à l'anus, nous crumes d'autant plus en avoir fait aſſez pour le préſent, que l'état de foibleſſe & de langueur où étoit réduit l'enfant ſembloit l'exiger.

L'enfant fut emporté par ſes parens ſur les ſix heures du ſoir. Me propoſant de faire de nouvelles tentatives le jour ſuivant, en cas que l'enfant fût en état de les ſupporter, je priai M. Thouin d'y aller de grand matin. Il me dit à ſon retour qu'il avoit trouvé l'enfant ſi mal qu'il s'étoit contenté d'examiner s'il étoit deſcendu du *méconium* ſur la tente, mais rien n'étoit

ſorti. Le ventre étoit tendu & livide, & l'enfant mourut quelques heures après.

Touché d'un auſſi triſte évènement, j'examinai ſi je n'avois point à me reprocher d'avoir omis quelqu'un des préceptes indiqués par les Auteurs qui ont écrit ſur cette matière, je lus de nouveau, & je trouvai que je n'avois rien omis; mais je penſai que dans des cas auſſi rares & auſſi preſſans, l'eſprit terraſſé, pour ainſi dire, par la grandeur du mal & la foibleſſe des reſſources, ne voit pas que ces reſſources ne ſont inſuffiſantes que parce qu'il eſt pour ainſi dire hors d'état d'apercevoir les vraies, ou d'en imaginer de nouvelles. Il y a en effet peu d'Artiſtes qui, dans de telles circonſtances, lorſqu'ils ont épuiſé ſans fruit les ſecours qu'ils trouvent preſcrits dans les Auteurs, ſe diſent à eux-mêmes, telle ou telle méthode nouvelle pourroit ſauver l'enfant. On ne va pas ordinairement ſi loin; & ſi on va à ce terme il eſt aſſez naturel qu'on diſe oui; mais dans la méthode que nous voyons, tel organe ſeroit bleſſé, & c'eſt apparemment la crainte de le bleſſer qui a empêché les Maîtres de l'Art, ou d'y recourir dans l'occaſion, ou de la preſcrire par réflexion. Inſenſiblement le temps s'écoule & l'occaſion s'échappe. M'apercevant que quoique j'euſſe fait tout ce qui eſt preſcrit je n'avois point été à la ſource du mal, je cherchai dans la ſtructure & dans l'analogie, & j'y trouvai, premièrement, que la maladie de cet enfant étoit dans la veſſie: ſecondement que la cauſe de ſa maladie étoit un corps étranger renfermé dans la veſſie; c'eſt-à-dire le *méconium*, & conſéquemment qu'il falloit ſuivre la méthode qu'on ſuit ordinairement pour faire ſortir les corps étrangers de la veſſie. Quels inconvéniens y auroit-il eu, diſois-je en moi-même, de faire, dans un cas auſſi déſeſpéré, une inciſion dans la veſſie de cet enfant, & quels avantages en ſeroit-il réſulté? Une inciſion dans la veſſie eût été ſans doute une plaie nouvelle, ajoutée à celle que nous avions faite à l'anus; mais les plaies de la veſſie ne ſont pas mortelles par elles-mêmes; mais cette plaie auroit certainement procuré l'évacuation du *méconium*, & c'eſt le défaut de cette évacuation qui a fait mourir l'enfant. L'inciſion de la veſſie, dans un tel vice de conformation, eſt donc l'unique moyen de

conſerver les jours des enfans qui naiſſent avec cette difformité. Il s'en faut donc beaucoup que j'aie fait tout ce que j'aurois dû faire pour ſauver cet enfant. Ce reproche intérieur & ces réflexions me déterminèrent à travailler ſur les faits de pratique expoſés dans ce Mémoire, afin que ſi, pour m'être arrêté au terme où ſont demeurés ceux qui ont vu & traité des cas ſemblables, j'ai la douleur d'avoir manqué de ſauver la vie d'un enfant, j'aie la ſatisfaction d'enſeigner, en avouant ma faute, les moyens de l'éviter.



OBSERVATION
DU PASSAGE DE VÉNUS AU-DEVANT DU DISQUE DU SOLEIL

Le 3 Juin 1769.

Faite à Paris, de la Guérite du Collége de Louis-le-Grand, qui est de deux secondes de temps à l'orient de la méridienne de l'Observatoire Royal.

Par M. MESSIER.

APRÈS avoir examiné la position de l'Observatoire de la Marine, je reconnus qu'il ne seroit pas possible d'y observer le passage de Vénus, à cause des objets trop élevés qui empêchoient de voir l'horizon du côté du couchant. J'avois de même reconnu que l'Observatoire de M. le Marquis de Courtanvaux, à Colombes, avoit de semblables difficultés; l'horizon n'y étoit pas libre, à cause des arbres de son parc: j'avois, en quelque façon, résolu de m'établir à un moulin fort élevé, qui est à une lieue de son Observatoire, & que l'on nomme le *Moulin d'Orgemont:* j'avois été reconnoître l'endroit; mais la difficulté d'y transporter des instrumens, & les voyages fréquens que j'aurois été obligé d'y faire pour y régler la pendule par des hauteurs correspondantes, me déterminèrent à chercher ailleurs un lieu plus commode; je m'adressai au Collége de Louis-le-Grand, à Paris, où il y a une Guérite, de laquelle on découvre tout l'horizon; je la connoissois déjà pour y avoir fait plusieurs observations. Le 18 Mai, j'y fis transporter un grand nombre d'instrumens, appartenans à M. le Président de S**, avec une très-bonne pendule à secondes, du sieur Ferdinand Berthoud. Je pris les jours suivans des hauteurs correspondantes du Soleil, avec un quart-de-cercle de

18 Décemb. 1771.

18 pouces de rayon, fait à Londres, par Birch, auquel étoit adapté un niveau d'air, qui a servi à caler l'instrument, pour prendre les hauteurs.

Le 3 Juin, hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil, inférieur dans la lunette du quart-de-cercle.

Matin.			DISTANCE au Zénith.		Soir.			Milieu.		
H.	M.	S.	D.	M.	H.	M.	S.	H.	M.	S.
7.	16.	32 ½	60.	50	4.	46.	26 ½	0.	1.	29 ½
7.	17.	33	60.	40	4.	45.	25 ½	0.	1.	29 ½
7.	18.	34 ½	60.	30	4.	44.	25	0.	1.	29 ¾
7.	19.	35 ½	60.	20	4.	43.	24	0.	1.	29 ¾
8.	7.	24	52.	30	3.	55.	34	0.	1.	29
8.	8.	25	52.	20	3.	54.	33	0.	1.	29
8.	9.	27	52.	10	3.	53.	31 ½	0.	1.	29 ¼
8.	10.	29	52.	0	3.	52.	30	0.	1.	29 ½

Milieu entre les huit hauteurs.............. $0^h\ 1'\ 29''\ 24'''$.
Équation soustractive..................... 0. 0. 5. 32
Midi vrai à la pendule.................... 0. 1. 23. 52

Le 4, entre 6 & 7 heures du matin, je pris encore un grand nombre de hauteurs, ainsi qu'après l'Éclipse de Soleil: j'aurois pu prendre, l'après-midi, les correspondantes à ces dernières; mais il ne fut pas possible d'apercevoir le Soleil de la guérite, les croisées étoient trop basses; pour les suivantes, le ciel étoit entièrement couvert: je pris le parti, vers les 6 heures du soir, de faire donner des signaux de l'Observatoire de la Marine, où la marche de la pendule étoit parfaitement connue par plusieurs midis, observés à un instrument des passages, & par des hauteurs correspondantes du Soleil. Je vérifiois cette comparaison par le moyen de ma montre à secondes; & je continuai ces signaux le 5 & le 6. Le 6, je pris des hauteurs correspondantes du Soleil au même quart-de-cercle de 18 pouces de rayon. Les voici.

Matin.			Distance au Zénith.		Soir.			Milieu.		
H.	M.	S.	D.	M.	H.	M.	S.	H.	M.	S.
7.	2.	24 ½	63.	0	5.	1.	32 ½	0.	1.	58 ½
7.	3.	27	62.	50	5.	0.	31 ½	0.	1.	59 ¼
7.	4.	27 ½	62.	40	4.	59.	31	0.	1.	59 ¼
7.	5.	27 ½	62.	30	4.	58.	29 ½	0.	1.	58 ½
7.	22.	45	59.	40	4.	41.	12 ½	0.	1.	58 ¾
7.	23.	45 ½	59.	30	4.	40.	12	0.	1.	58 ¾
7.	24.	46 ½	59.	20	4.	39.	11 ½	0.	1.	59
7.	25.	47	59.	10	4.	38.	10 ½	0.	1.	58 ¾
7.	26.	47 ½	59.	0	4.	37.	10 ½	0.	1.	59

Milieu entre les neuf hauteurs............. $0^h\ 1'\ 58''\ 50'''$
Équation soustractive.................... 0. 0. 5. 8
Midi vrai à la pendule................... 0. 1. 53. 42

Par les hauteurs correspondantes prises le 3 & le 6, & par les signaux donnés de l'Observatoire de la Marine les 4, 5 & 6 Juin, j'ai parfaitement connu la marche de la pendule. Voici les midis conclus & observés à la pendule du Collége de Louis-le-Grand.

Le 3 Juin, par des hauteurs correspondantes du Soleil... $0^h\ 1'\ 23''\ 52'''$
Le 4, par les signaux.......................... 0. 1. 33. 52
Le 5, par les signaux.......................... 0. 1. 43. 53
Le 6 { par les signaux.......................... 0. 1. 54. 0
{ par les hauteurs correspondantes......... 0. 1. 53. 42

Pour l'Observation du passage de Vénus, j'avois emprunté de M. Antheaulme une excellente lunette achromatique de 12 pieds de foyer, à deux verres, pour l'objectif, qu'il avoit construite lui-même, qui portoit 39 lignes d'ouverture, & grossissoit cent quatre-vingt fois le diamètre des objets*. J'avois préféré cet instrument à tout autre, & cela dans le dessein de rendre mon

* Cette lunette a passé ensuite entre les mains de M. Pingré qui en a fait l'acquisition.

Obſervation plus correſpondante à celle que M. l'Abbé Chappe devoit faire dans la Californie avec une lunette de même longueur, d'égale force & de même bonté. Je l'avois rendue ſolide en faiſant porter ſon extrémité ſur le bas d'une fenêtre, à laquelle je l'avois attachée; l'autre extrémité poſoit ſur un cric très-ſolide, qui étoit à ma portée, & ſur lequel je la dirigeois aiſément au Soleil, & j'étois placé dans la ſituation la plus avantageuſe. Je n'avois rien négligé pour cette Obſervation importante, en recommandant auſſi de ne laiſſer entrer dans l'Obſervatoire que le moins de monde qu'il ſeroit poſſible, & j'ai beaucoup d'obligation à M. l'Abbé Girault, tant pour les ſecours qu'il m'a procurés, que pour les Curieux qu'il avoit ſoin de faire entrer à l'étage au-deſſous, où l'on pouvoit voir également Vénus, par le moyen des inſtrumens que j'y avois fait placer à ce deſſein.

Le 3 Juin, l'après-midi, le Ciel fut en grande partie couvert; pluſieurs minutes avant le premier contact des bords du Soleil & de Vénus, le Soleil ſe cacha derrière un nuage fort épais, élevé de quelques degrés au-deſſus de l'horizon, il y ſéjourna long-temps, de manière que j'avois perdu toute eſpérance de faire cette Obſervation importante. Le premier contact ne put être aperçu, il tomboit même de la pluie dans ce moment. J'attendis le ſecond contact, en laiſſant repoſer ma vue juſqu'au moment que je vis le bord inférieur du Soleil ſortir du nuage; le ſecond bord parut enſuite, & je commençai à voir Vénus qui étoit déjà de plus de moitié entrée à 7^h 28′ 9″ à la pendule, ou 7^h 26′ 40″, temps vrai. Le Soleil approchant de l'horizon ſe dégageoit de plus en plus des nuages, & dans le temps du ſecond contact, le lieu du Ciel où ſe trouvoit alors le Soleil étoit aſſez ſerein; mais il y avoit beaucoup de vapeurs, & les ondulations exceſſives empêchoient de voir le diſque du Soleil & celui de Vénus bien terminés. A 7^h 40′ 12″ à la pendule, ou 7^h 38′ 45″, temps vrai, le ſecond contact ſe décida: deux ſecondes après je vis un filet de lumière très-délié entre le bord de Vénus & celui du Soleil, de manière qu'il ne reſte dans mon Obſervation qu'une incertitude de deux ſecondes ſur le véritable moment du contact intérieur.

Après

Après cette Obſervation, je quittai la lunette pour paſſer à un petit téleſcope Grégorien d'un pied de foyer; le grand miroir ayant trois pouces de diamètre, groſſiſſoit quarante fois celui des objets, il étoit monté ſur une machine parallactique; on y avoit adapté un micromètre à fil de ſoie qui s'inclinoit dans tous les ſens: l'inſtrument étoit placé, à peu de choſe près, dans le plan du Méridien, & dirigé vers le Soleil, de manière qu'il étoit aiſé de le ſaiſir promptement. Je vis Vénus & le bord du Soleil parfaitement terminés avec cet inſtrument, qui, par rapport au groſſiſſement, ne produiſoit que la moitié de l'effet qu'il devoit rendre. J'ai remarqué que pour ces ſortes d'Obſervations, faites près de l'horizon, où il y a toujours beaucoup de vapeurs, on doit réduire les lunettes à la moitié de leur effet, pour avoir les objets mieux terminés. Avec ce téleſcope je regardois le Soleil avec différens verres qui me le rendoient alternativement rouge & blanc; je vis Vénus dans cette dernière couleur avec un croiſſant de couleur bleuâtre tourné & un peu incliné vers le bord du Soleil, comme on peut le voir dans la figure que j'ai tracée de l'éclipſe du Soleil du 4 Juin 1769: avec le verre qui me rendoit l'image du Soleil rouge, ce croiſſant diſparoiſſoit, & alors je voyois Vénus aplatie dans le ſens du croiſſant; je meſurai le grand & le petit diamètre; le grand diamètre fut trouvé de 56″ $\frac{1}{2}$, & le petit de 53″ $\frac{1}{2}$. A 7^h 52′ 8″, temps vrai, je meſurai auſſi l'intervalle qu'il y avoit entre le bord de Vénus & celui du Soleil; je le trouvai de 46″ $\frac{1}{2}$, & à 7^h 58′ 4″ le premier bord de Vénus toucha l'horizon.

M. Baudouin, Maître des Requêtes, obſervoit avec moi avec une excellente lunette achromatique de 3 pieds de foyer, à trois verres, appartenante à M. Bertin, Miniſtre; elle portoit 39 lignes d'ouverture, & groſſiſſoit cent dix fois: il a marqué le ſecond contact à 7^h 38′ 51″ de temps vrai.

M. Turgot, Intendant de Limoges, placé à l'étage au-deſſous, a obſervé le ſecond contact avec un petit téleſcope Grégorien de 11 pouces de foyer à 7^h 38′ 50″ par le moyen d'une montre à ſecondes que j'avois miſe d'accord avec la pendule quelque temps avant l'Obſervation, & qui fut vérifiée enſuite,

M. Zannoni, au même endroit, avec un télescope Grégorien de Short, de 3 pieds de foyer, qui grossissoit cent huit fois, a marqué le second contact, par le moyen de la même montre à secondes, à $7^h\ 38'\ 41''$, temps vrai.

MÉMOIRE

Contenant les Observations de la Comète qui a paru en 1764, qui est la cinquante-quatrième dont l'orbite ait été calculée; observée de l'Observatoire de la Marine à Paris, depuis le 3 Janvier, jusqu'au 12 du mois de Février suivant, qu'elle cessa de paroître dans un grand crépuscule.

Par M. MESSIER.

16 Février 1771.

DEPUIS deux mois, le ciel avoit été presque continuellement couvert; le mercure dans le baromètre ayant été très-bas pendant tout ce temps-là; presque toujours au-dessous de 28 pouces. Le 2 & le 3 Janvier le ciel couvert la nuit & le jour avec pluie, & un vent considérable de Ouest-Nord-Ouest, qui ne cessa que dans l'après-midi de la journée du 3. Le même jour à $7^h\ \frac{3}{4}$ du matin le baromètre étoit descendu à 27 pouces 7 lignes: à midi $\frac{3}{4}$ il étoit monté à 27 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$, & à $8^h\ \frac{1}{2}$ du soir il étoit à 28 pouces 2 lignes. En douze heures de temps la variation fut de 7 lignes; aussi le ciel devint parfaitement serein le soir. Vers les 8 heures ayant regardé le ciel du côté du Nord, j'aperçus à la simple vue une Comète très-brillante qui paroissoit dans le Dragon, près de l'étoile θ de cette constellation; elle égaloit en lumière cette étoile que Flamsteed marque dans son catalogue de la troisième grandeur; le noyau mal terminé, n'étoit remarquable que par sa grande lumière; il étoit environné d'une nébulosité qui avoit 13 à 14 minutes

de diamètre, avec une queue de 2 degrés & demi de longueur. Cette Comète ne se coucha point cette nuit-là; je ne pus l'observer au Méridien, n'y étant pas préparé; mais je la comparai avec l'étoile θ du Dragon, en employant un télescope Newtonien de 4 pieds & demi de longueur, auquel est adapté un micromètre à fil de soie. Je reconnus la même nuit du 3 au 4, que le mouvement de la Comète étoit direct, se faisant suivant l'ordre des signes, en s'approchant du pôle du monde, & sur-tout de celui de l'écliptique. Voici mes observations.

Le 3 Janvier à $9^h\ 24'\ 33''$ du soir, temps vrai, la Comète précédoit l'étoile θ du Dragon de $2^d\ 53'\ 15''$, la Comète étoit inférieure à l'étoile de $39'\ 4''$. De ces différences & de la position de l'étoile réduite au temps présent, de $239^d\ 22'\ 31''$ d'ascension droite, & $59^d\ 12'\ 2''$ de déclinaison boréale; je déduis celle de la Comète de $236^d\ 29'\ 16''$ d'ascension droite, & $58^d\ 32'\ 58''$ de déclinaison boréale. A $18^h\ 48'\ 55''$ de la même nuit, la Comète suivoit la même étoile θ de $2^d\ 33'\ 30''$; elle étoit inférieure de $9'\ 8''$; de ces différences il en résulte l'ascension droite de la Comète de $241^d\ 56'\ 1''$, & sa déclinaison de $59^d\ 2'\ 54''$ boréale. L'on voit par ces deux observations, que la Comète a parcouru $5^d\ 26'\ 45''$ d'ascension droite dans l'espace de $9^h\ 24'\ 22''$, & qu'elle s'est avancée vers le pôle boréal de $29'\ 56''$. Les autres observations, faites la même nuit, se trouvent dans une Table des positions de la Comète, qui est à la suite de ce Mémoire.

Il n'a pas été possible de revoir cette Comète depuis la nuit du 3 au 4, que le 9 au matin, à travers des nuages rares, sans en pouvoir prendre la position, & sans pouvoir reconnoître si elle augmentoit ou diminuoit de lumière. Le ciel fut ensuite continuellement couvert jusqu'au 11 vers les 3 heures du matin, avec pluie: vers les 4 heures le ciel étant devenu serein je revis la Comète, qui se trouvoit alors dans la constellation du Cygne, sur le parallèle de α avec laquelle je la comparai. La Comète avoit déjà beaucoup perdu de sa lumière: on la voyoit encore à la vue simple, de la grandeur des étoiles de la quatrième à la cinquième classe, le noyau mal terminé, la lumière foible qui

l'environnoit étoit auſſi diminuée d'étendue; la queue étoit encore apparente, ayant 2 degrés environ de longueur. A 4^h 10′ 39″ du matin (le 11) la Comète précédoit l'étoile α du Cygne de 2^d 23′ 30″; elle étoit inférieure à la même étoile de 3′ 37″: de ces différences il réſulte la poſition de la Comète en aſcenſion droite de 305^d 57′ 17″, & 44^d 23′ 10″ de déclinaiſon boréale: ayant ſuppoſé l'aſcenſion droite de l'étoile α du Cygne de 308^d 20′ 47″, & ſa déclinaiſon boréale de 44^d 26′ 47″. Les autres obſervations faites pendant la même nuit ſont rapportées dans la Table.

Le 11 Janvier au ſoir, par un ciel entièrement ſerein, je revis la Comète & je la comparai à l'étoile cinquante-ſixième du Cygne; ſuivant le catalogue de Flamſteed elle y eſt marquée de la ſixième grandeur; ſon aſcenſion droite, pour le temps préſent, étant de 310^d 24′ 21″, & ſa déclinaiſon de 43^d 10′ 42″ boréale. A 6^h 43′ 27″, temps vrai, la Comète précédoit l'étoile de 2^d 10′ 0″; elle étoit inférieure de 28′ 57″: il réſulte, pour la poſition de la Comète en aſcenſion droite, 308^d 14′ 21″, & pour ſa déclinaiſon boréale 42^d 41′ 45″. Elle fut encore comparée le même ſoir à l'étoile ξ de la même conſtellation, & avec une étoile de la huitième grandeur dont j'ai déterminé la poſition en la comparant avec des étoiles connues; on trouvera cette détermination dans la Table ſeconde, & les poſitions de la Comète dans la Table première.

Le 12 Janvier matin, je revis la Comète par un ciel entièrement ſerein, & je la comparai à une étoile de huitième grandeur, dont j'ai connu la poſition en la comparant à l'étoile cinquante-huitième du Cygne, ſuivant le catalogue de Flamſteed. A 5^h 48′ 13″ la Comète précédoit l'étoile au fil horaire de 1^d 42′; elle étoit ſeptentrionale de 44′ 9″: de ces différences & de la poſition de l'étoile déterminée de 311^d 30′ 57″ en aſcenſion droite, & 40^d 40′ 38″ en déclinaiſon boréale; il a réſulté celle de la Comète, en aſcenſion droite, de 309^d 48′ 57″, & la déclinaiſon de 41^d 24′ 47″ boréale.

Le ciel couvert, n'a permis de revoir la Comète que le 15 Janvier matin, entre 5 & 7 heures; elle étoit proche de l'étoile υ du Cygne, qui eſt la ſoixante-ſixième de cette conſtellation;

ſuivant Flamſteed, avec laquelle je la comparai pluſieurs fois: l'aſcenſion droite de cette étoile étant de $317^d\ 3'\ 18''$, & ſa déclinaiſon de $33^d\ 54'\ 0''$ boréale. A $5^h\ 7'\ 58''$ du matin, temps vrai, la Comète précédoit l'étoile de $3'\ 34''$; elle étoit ſeptentrionale de $43'\ 35''$: de ces différences il réſulte la poſition de la Comète en aſcenſion droite de $316^d\ 59'\ 44''$, & en déclinaiſon, de $34^d\ 37'\ 35''$ boréale. Les autres déterminations ſuivent celle-ci dans la Table. La Comète ſembloit perdre de plus en plus de ſa lumière.

Le même jour 15 au ſoir, le ciel entièrement ſerein, je revis la Comète, le noyau paroiſſoit mieux terminé que les jours précédens: je la comparai à la même étoile υ, ſoixante-ſixième du Cygne, ſuivant Flamſteed, & à l'étoile ε de la même conſtellation, troiſième grandeur. La Comète à $5^h\ 43'\ 14''$ du ſoir, temps vrai, ſuivoit l'étoile υ de $50'\ 11''$; elle étoit inférieure de $14'\ 37''$: de ces différences, & de la poſition de l'étoile rapportée ci-deſſus, celle de la Comète, en aſcenſion droite, ſera de $317^d\ 53'\ 29''$, & ſa déclinaiſon de $33^d\ 39'\ 23''$ boréale.

Le 16 au ſoir, je revis la Comète, & il ſembloit qu'elle augmentoit en lumière, ſur-tout le noyau, qui me parut plus brillant que les jours précédens: elle étoit près d'une étoile de la ſeptième grandeur à laquelle je la comparai pluſieurs fois. Je connus la poſition de cette étoile en la comparant à l'étoile ζ du Cygne; elle avoit d'aſcenſion droite $319^d\ 31'\ 52''$, & de déclinaiſon $31^d\ 15'\ 50''$ boréale. A $6^h\ 35'\ 19''$, temps vrai, la Comète précédoit l'étoile de $3'\ 0''$, elle étoit ſupérieure de $35'\ 44''$: de ces différences, & de la poſition de l'étoile, l'on a l'aſcenſion droite de la Comète de $319^d\ 28'\ 52''$, & ſa déclinaiſon $31^d\ 51'\ 34''$ boréale.

Je ne pus revoir la Comète, à cauſe du ciel couvert, que le 18 au ſoir, entre 6 & 7 heures, le ciel étoit pour lors parfaitement ſerein: il me paroiſſoit que le noyau augmentoit en lumière, & qu'il étoit mieux terminé: on en auroit mieux jugé ſi la Lune n'avoit pas été ſur l'horizon & dans ſon plein. La Comète ſe trouvoit ce ſoir ſur le parallèle de l'étoile ζ du Cygne, à laquelle je l'ai comparée deux fois, & une troiſième à une Étoile de la ſeptième grandeur, qui en étoit fort près; j'ai connu la poſition

de cette Etoile, en la comparant à ζ du Cygne; on trouvera cette position dans la Table n.° 2. La Comète, à 6^h 17′ 10″, temps vrai, suivoit l'étoile ζ du Cygne au fil horaire, de 6^d 10′ 45″; elle étoit inférieure de 31′ 41″: de ces observations & de la position de l'Étoile déterminée par 315^d 43′ 21″ d'ascension droite, & 29^d 16′ 13″ de déclinaison boréale, l'on a pour l'ascension droite de la Comète, 321^d 54′ 6″, & pour sa déclinaison, 28^d 44′ 32″ boréale. Les autres déterminations de la Comète, faites le même soir, se trouveront dans la Table.

Le 19 au soir, le ciel presque totalement couvert; ce ne fut pas sans peine que je revis la Comète à travers des nuages rares; elle étoit près de l'Étoile μ du Cygne, quatrième grandeur, à laquelle je l'ai comparée; l'observation est bonne. A 7^h 42′ 8″, temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire, de 26′45″; elle étoit inférieure de 23′ 49″: de la position de l'Étoile, qui est de 323^d 23′ 53″ en ascension droite, & 27^d 41′ 14″ en déclinaison boréale; il résulte celle de la Comète en ascension droite de 322^d 57′ 8″, & en déclinaison, 27^d 17′ 25″ boréale.

Le 20 au soir, par un ciel entièrement serein, étant tombé beaucoup de pluie un quart-d'heure auparavant, je revis la Comète plus brillante que les jours précédens; la Lune n'étoit pas encore levée. Je comparai la Comète à une Étoile de la huitième grandeur, qui étoit entre la Comète & l'étoile μ du Cygne: ayant comparé cette étoile à μ, j'en ai connu la position; son ascension droite étoit de 323^d 19′ 8″, & sa déclinaison de 26^d 55′ 20″ boréale: à 6^h 50′ 20″, temps vrai, la Comète suivoit cette Étoile au fil horaire de 26′ 30″: elle étoit inférieure à la même Étoile de 49′ 47″. Il en résulte la position de la Comète en ascension droite de 323^d 46′ 38″, & en déclinaison, de 26^d 5′ 33″ boréale.

Le 21, ciel couvert; mais le 22, le ciel passablement serein le soir, je revis la Comète qui étoit près de deux Étoiles, qui sont la dixième & la seizième de la constellation de Pégase, suivant le Catalogue de Flamsteed: je la comparai trois fois avec la dixième, qui est marquée de la lettre grecque κ, quatrième grandeur, & dont la position en ascension droite étoit de 323^d 28′ 37″, & en déclinaison boréale, de 24^d 33′ 32″. A 5^h 49′ 50″, temps vrai, la Comète suivoit l'Étoile au fil horaire de 1^d 41′ 15″; elle

étoit inférieure de 44′ 31″: de ces différences, & de la position de l'Étoile, l'on conclud celle de la Comète en ascension droite de 325^d 9′ 52″, & sa déclinaison sera de 23^d 49′ 1″ boréale: les deux autres déterminations de la Comète suivent celle-ci dans la Table qui est à la suite du Mémoire.

Le ciel continuellement couvert avec pluie, n'a permis de revoir la Comète que le 29 au soir; il étoit tombé beaucoup de pluie depuis 4 heures jusqu'à 5, le ciel étant devenu ensuite parfaitement serein, je revis la Comète, le noyau plus brillant que de coutume, sans être terminé; elle étoit près d'une Étoile de la septième grandeur, à laquelle je la comparai deux fois: cette Étoile ne se trouve sur aucune Carte céleste, ni dans les Catalogues: j'en déterminai le lieu en la comparant à l'étoile *g* de Pégase, cinquième grandeur, & je trouvai 329^d 2′ 59″ pour son ascension droite, & 18^d 15′ 6″ pour sa déclinaison boréale. A 5^h 50′ 59″, temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire de 53′0″; elle étoit inférieure de 46′ 18″: il en résulte, pour la position de la Comète en ascension droite, 328^d 9′ 59″, & pour sa déclinaison boréale, 17^d 28′ 48″.

Le 30 Janvier au soir, je revis la Comète, & je l'ai comparée avec une Étoile de la huitième grandeur, dont j'ai déterminé la position en la comparant avec des Étoiles connues, son ascension droite est de 329^d 2′ 29″, & sa déclinaison, de 16^d 49′ 3″ boréale. A 6^h 2′ 52″, temps vrai, la Comète précédoit l'Étoile au fil horaire, de 38′ 45″; elle étoit inférieure de 6′ 53″: de ces différences & de la position de l'Étoile, il en résulte celle de la Comète en ascension droite, de 328^d 23′ 44″, & sa déclinaison, 16^d 42′ 10″ boréale.

Le ciel, continuellement couvert depuis le 30 Janvier, jusqu'au 4 Février: ce dernier jour, entre 6 & 7 heures du soir, je revis la Comète, le noyau très-brillant, sans être terminé, ce qui donneroit à penser qu'elle approche de son Périhélie: elle se trouvoit sur le parallèle de α de Pégase, à laquelle je la comparai deux fois; la position de l'Étoile, pour le temps présent, étoit de 343^d 15′ 11″ d'ascension droite, & 13^d 56′ 28″ de déclinaison boréale. A 5^h 57′ 53″, temps vrai, la Comète pré-

cédoit l'étoile au fil horaire de $13^d\ 57'\ 30''$; elle étoit inférieure de $44'\ 50''$; j'ai conclu de ces différences, la position de la Comète en ascension droite, de $329^d\ 17'\ 41''$, & sa déclinaison de $13^d\ 11'\ 38''$ boréale.

Le 7, vers les 6 heures du soir, le ciel étant devenu serein, je revis la Comète que je comparai à deux étoiles, qui sont la trente-unième & la quarante-sixième de Pégase, suivant le Catalogue de Flamsteed, la quarante-sixième désignée par la lettre grecque ξ, cinquième grandeur, son ascension droite étant de $338^d\ 42'\ 43''$, & sa déclinaison, $10^d\ 58'\ 7''$ boréale. A $6^h\ 30'\ 23''$ temps vrai, la Comète précédoit l'étoile de $9^d\ 8'\ 52''$; elle étoit supérieure de $8'\ 8''$: de ces différences il résulte la il position de la Comète en ascension droite, de $329^d\ 33'\ 51''$, & sa déclinaison est de $11^d\ 6'\ 15''$ boréale.

Le 8 au soir, le ciel parfaitement serein, j'observai la Comète, en la comparant avec les deux mêmes étoiles de Pégase que ci-dessus. A $6^h\ 16'\ 20''$, temps vrai, la Comète précédoit l'étoile ξ de $9^d\ 3'\ 8''$; elle étoit inférieure à la même étoile de $31'\ 20''$: il en résulte la position de la Comète en ascension droite de $329^d\ 39'\ 35''$, & sa déclinaison de $10^d\ 26'\ 47''$ boréale.

Le 11 Février au soir, le ciel étoit devenu parfaitement serein, vers les cinq heures & demie: pour retrouver la Comète, j'avois examiné, sur une Carte céleste, le lieu où elle devoit être, en conséquence de son mouvement des jours précédens; l'étoile ε de Pégase de la troisième grandeur, devoit se trouver sur son parallèle ou fort approchant: ayant trouvé, par le moyen du télescope, cette étoile dans un grand crépuscule; j'observai son passage au fil horaire, & j'attendis ensuite celui de la Comète; $26'\ 11''$ de temps après le passage de l'étoile, la Comète y passa; je doutai si c'étoit elle, le noyau étoit très-brillant, sans presque aucune nébulosité, de sorte qu'elle ressembloit à une étoile, & ce n'a été que plusieurs jours après cette observation que j'ai reconnu que c'étoit la Comète elle-même; ayant observé la même étoile ε de Pégase, qui ne fut suivie d'aucune étoile, $26'\ 11''$ après son passage. J'aurois pu m'en assurer le 11, sans une masse de cheminées qui se trouvent au couchant de mon Observatoire, qui sont élevées

de

de 9 degrés & qui en ont 16 d'amplitude, la Comète se cachoit exactement derrière, dans un crépuscule assez grand; en sorte qu'il ne fut pas possible de la revoir dans la suite. La position de l'étoile ε de Pégase, pour le 11 Février, étoit de $323^d\ 8'\ 42''$ d'ascension droite, & $8^d\ 48'\ 17''$ de déclinaison boréale. A $6^h\ 14'\ 49''$, temps vrai, la Comète suivoit l'étoile de $6^d\ 32'\ 45''$; elle étoit inférieure de $14'\ 29''$: ces différences & la position de l'étoile, donnent celle de la Comète en ascension droite de $329^d\ 41'\ 27''$, & en déclinaison de $8^d\ 33'\ 48''$ boréale.

C'est au 11 Février que se sont terminées mes observations sur cette Comète; je ne compte plus la revoir ni le soir ni le matin, puisqu'elle va devenir de plus en plus australe, & qu'elle ne se lèvera le matin, que dans le crépuscule, où il ne sera pas possible de l'apercevoir.

Cette Comète m'a donné occasion de déterminer la position de treize étoiles qui n'étoient pas encore connues; on trouvera ces déterminations dans la Table qui est à la suite de ce Mémoire.

Des deux Tables qui suivent ce Mémoire; la première contient les lieux de la Comète; les titres qui se trouvent au haut de chaque colonne en font voir l'usage. La Table seconde contient les ascensions droites & déclinaisons, tant des étoiles déterminées que de celles du Catalogue de Flamsteed, qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.

M. Pingré, qui a calculé les élémens de cette Comète sur mes observations, a trouvé ce qui suit.

Élémens de la Comète de 1764.

Le nœud ascendant...........................	♌ $0^d\ 4'\ 33''$
L'inclinaison...........................	52. 53. 31
Lieu du Périhélie...........................	♈ 15. 14. 52
Logarithme de la distance périhélie	9,744462

Passage par le périhélie, le 12 Février 1764, à $13^h\ 51'\ 36''$, temps moyen au méridien de Paris.

Son mouvement étoit rétrograde, c'est-à-dire, allant contre l'ordre des signes.

Voici une Table de comparaison de mes observations avec la

théorie rapportée ci-dessus, que M. Pingré a calculée & qu'il m'a remise, pour être rapportée à la suite de ce Mémoire, avec la note qui suit cette Table.

JOURS du MOIS.	TEMPS vrai.	LONGITUDE observée.	LONGITUDE calculée.	DIFFÉR.	LATITUDE observée.	LATITUDE calculée.	DIFFÉR.
	H. M. S.	S. D. M. S.	S. D. M. S.	M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.
1764.					Boréale.		
Janv. 3	9. 24. 33	♎ 11. 37. 16	♎ 11. 36. 54	—0. 22	72. 53. 48	72. 53. 37	—0. 11
10	16. 10. 39	♒ 29. 0. 38	♒ 29. 3. 35	+2. 57	60. 41. 41	60. 42. 55	+1. 14
11	6. 43. 27	♓ 0. 18. 22	♓ 0. 20. 33	+2. 11	58. 25. 17	58. 27. 10	+1. 53
	6. 43. 27	0. 18. 59	0. 20. 33	+1. 34	58. 26. 3	58. 27. 10	+1. 7
14	17. 7. 58	♓ 4. 23. 15	♓ 4. 26. 44	+3. 29	48. 8. 16	48. 14. 51	+6. 35
ou mieux	....	4. 26. 47	4. 26. 44	—0. 2	48. 12. 29	48. 14. 51	+2. 22
15	5. 43. 14	4. 45. 10	4. 47. 53	+2. 43	46. 56. 31	47. 0. 26	+3. 55
ou mieux	....	4. 48. 31	4. 47. 53	—0. 38	47. 0. 43	47. 0. 26	—0. 17
16	6. 35. 19	♓ 5. 22. 51	♓ 5. 22. 31	—0. 20	44. 44. 33	44. 44. 23	—0. 10
18	5. 40. 32	6. 9. 39	6. 11. 6	+1. 27	41. 4. 3	41. 4. 23	+0. 20
19	7. 42. 8	6. 29. 47	6. 29. 51	+0. 4	39. 19. 57	39. 19. 28	—0. 29
20	6. 50. 20	6. 43. 22	6. 43. 34	+0. 12	37. 56. 17	39. 54. 10	—2. 7
22	5. 49. 50	♓ 7. 0. 56	♓ 7. 2. 24	+1. 28	35. 20. 54	35. 20. 21	—0. 33
29	5. 50. 59	7. 7. 46	7. 9. 6	+1. 20	28. 25. 8	28. 27. 56	+2. 48
30	6. 2. 52	7. 1. 12	7. 4. 23	+3. 11	27. 36. 59	27. 39. 35	+2. 36
Février 4	5. 57. 53	6. 26. 10	6. 25. 57	—0. 13	24. 2. 24	24. 1. 25	—0. 59
7	6. 30. 23	♓ 5. 50. 20	♓ 5. 53. 4	+2. 44	22. 0. 9	22. 0. 9	0. 0
		5. 50. 9	5. 53. 4	+2. 55	22. 0. 8	22. 0. 9	+0. 1
8	6. 16. 20	5. 41. 16	5. 41. 5	—0. 11	21. 21. 25	21. 21. 15	—0. 10
		5. 41. 1	5. 41. 5	+0. 4	21. 21. 26	21. 21. 15	—0. 11
		5. 41. 1	5. 41. 5	+0. 4	21. 21. 26	21. 21. 15	—0. 11
11	6. 14. 49	♓ 4. 58. 48	♓ 5. 2. 25	+3. 37	19. 35. 38	19. 26. 0	—9. 38

Note de M. Pingré.

« Cette dernière observation est moins certaine que les précédentes.
» Comme les observations du 14 & du 15, donnoient des
» différences trop fortes, & qu'elles étoient l'une & l'autre fondées
» sur la comparaison d'une même étoile avec la Comète, j'ai voulu
» m'assurer de la position de cette étoile. J'avois sous la main
» Doppel Mayer, qui place υ du Cygne à la fin de 1730 en ♓

3[d] 34′ 56″. Latitude B. 47[d] 31′ 57″. Donc, à la mi-Janvier « 1764, elle avoit 317[d] 3′ 36″ d'ascension droite, & 33[d] 58′ 48″ « de déclinaison : M. Messier suppose 317[d] 3′ 18″ & 33[d] 54′ 0″. « En faisant la correction comme je l'ai faite, les observations « s'accordent mieux avec la théorie. »

TABLE I. *Des lieux de la Comète de 1764, découverte de l'Observatoire de la Marine, le 3 Janvier, vers les 8 heures du soir, dans la constellation du Dragon; conclue de sa situation observée à l'égard des Étoiles.*

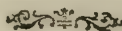
JOURS du Mois.	TEMPS VRAI.	Ascension droite observée.	DÉCLIN. observée boréale.	DIFFÉR. en Ascens. droite avec les Étoiles.	DIFFÉR. en Déclinaison avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer & N.os	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*			
Janv. 3	9. 24. 33	236.29.16	58. 32. 58	2. 53. 15 —	0. 39. 4 —	3	θ	du Dragon.
3	9. 45. 36	236.39. 1	58. 33. 41	2. 43. 30 —	0. 38. 21 —	3	θ	la même.
3	10. 20. 52	237. 2. 1	58. 34. 25	2. 20. 30 —	0. 37. 37 —	3	θ	la même.
3	15. 5. 4	239.45.31	58. 51. 29	0. 23. 0 +	0. 20. 33 —	3	θ	la même.
3	15. 10. 20	239.49.31	58. 51. 38	0. 27. 0 +	0. 20. 24 —	3	θ	la même.
3	15. 49. 25	240.12.46	58. 53. 48	0. 50. 15 +	0. 18. 14 —	3	θ	la même.
3	18. 48. 55	241.56. 1	59. 2. 54	2. 33. 30 +	0. 9. 8 —	3	θ	la même.
10	16. 10. 39	305.57.17	44. 23. 10	2. 23. 30 —	0. 3. 37 —	2	α	du Cygne.
10	16. 28. 34	306. 1.47	44. 20. 3	2. 19. 0 —	0. 6. 44 —	2	α	la même.
10	16. 47. 24	306. 4.32	44. 18. 13	2. 16. 15 —	0. 8. 34 —	2	α	la même.
10	18. 20. 53	306.19.17	44. 7. 30	2. 1. 30 —	0. 19. 17 —	2	α	la même.
10	18. 33. 53	306.22. 2	44. 6. 14	1. 58. 45 —	0. 20. 33 —	2	α	la même.
11	6. 43. 27	308.14.21	42. 41. 45	2. 10. 0 —	0. 28. 57 —	6	56	du Cygne.
11	6. 43. 27	308.14.49	42. 41. 15	5. 50. 0 —	0. 18. 32 —	4	ξ	du Cygne.
11	7. 13. 51	308.18.47	42. 42. 35	0. 4. 30 +	0. 52. 6 —	8	1	déterminée.
11	7. 30. 54	308.20.17	42. 42. 35	0. 6. 0 +	0. 52. 6 —	8	1	la même.
11	17. 48. 13	309.48.57	41. 24. 47	1. 42. 0 —	0. 44. 9 +	8	2	déterminée.
11	18. 2. 11	309.49.27	41. 24. 3	1. 41. 30 —	0. 43. 25 +	8	2	la même.
11	18. 15. 45	309.49.57	41. 23. 29	1. 41. 0 —	0. 42. 51 +	8	2	la même.
11	18. 28. 33	309.50.42	41. 22. 54	1. 40. 15 —	0. 42. 16 +	8	2	la même.
14	17. 7. 58	316.59.44	34. 37. 35	0. 3. 34 —	0. 43. 35 +	5	υ	du Cygne.

JOURS du Mois.	TEMPS VRAI	Ascension droite observée.	DÉCLIN. observée boréale.	DIFFÉR. en Ascens. droite avec les Étoiles.	DIFFÉR. en Déclinaison avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres de Bayer & N.os	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.			
Janv. 14	17. 15. 24	317. 1. 14	34. 36. 58	0. 2. 4 —	0. 42. 58 +	5	υ	du Cygne.
14	17. 21. 31	317. 1. 37	34. 36. 25	0. 1. 41 —	0. 42. 25 +	5	υ	la même.
14	17. 37. 16	317. 2. 14	34. 35. 42	0. 1. 4 —	0. 41. 42 +	5	υ	la même.
14	17. 38. 30	317. 2. 29	34. 34. 58	0. 0. 49 —	0. 40. 58 +	5	υ	la même.
14	17. 40. 26	317. 2. 44	34. 33. 31	0. 0. 34 —	0. 39. 31 +	5	υ	la même.
14	18. 32. 53	317. 5. 44	34. 30. 37	0. 2. 26 +	0. 36. 37 +	5	υ	la même.
15	5. 43. 14	317. 53. 29	33. 39. 23	0. 50. 11 +	0. 14. 37 —	5	υ	la même.
15	5. 47. 25	317. 53. 36	33. 39. 6	0. 50. 18 +	0. 14. 54 —	5	υ	la même.
15	5. 53. 35	317. 53. 59	33. 38. 31	0. 50. 41 +	0. 15. 29 —	5	υ	la même.
15	6. 33. 2	317. 57. 14	33. 34. 46	8. 47. 30 +	0. 28. 58 +	3	ε	du Cygne.
15	7. 13. 15	317. 59. 29	33. 31. 51	8. 49. 45 +	0. 26. 3 +	3	ε	la même.
15	7. 13. 15	317. 59. 44	33. 31. 50	0. 55. 30 +	0. 21. 10 —	5	υ	du Cygne ci-dessus.
19	6. 35. 19	319. 28. 52	31. 51. 34	0. 3. 0 —	0. 35. 44 +	7	5	déterminée.
16	6. 46. 21	319. 30. 7	31. 50. 50	0. 1. 45 —	0. 35. 0 +	7	5	la même.
16	7. 19. 3	319. 31. 52	31. 48. 48	0. 0. 0	0. 32. 58 +	7	5	la même.
16	7. 26. 11	319. 32. 37	31. 48. 41	0. 0. 45 +	0. 32. 51 +	7	5	la même.
18	5. 40. 32	321. 52. 36	28. 45. 54	0. 24. 0 +	0. 14. 29 —	7	6	déterminée.
18	6. 17. 10	321. 54. 6	28. 44. 32	6. 10. 45 +	0. 31. 41 —	3	ζ	du Cygne.
18	7. 4. 45	321. 56. 21	28. 40. 52	6. 13. 0 +	0. 35. 21 —	3	ζ	la même.
19	7. 42. 8	322. 57. 8	27. 17. 25	0. 26. 45 —	0. 23. 49 —	4	μ	du Cygne.
20	6. 50. 20	323. 46. 38	26. 5. 33	0. 26. 30 +	0. 49. 47 —	8	7	déterminée.
22	5. 49. 50	325. 9. 52	23. 49. 1	1. 41. 15 +	0. 44. 31 —	4	κ	de Pégase.
22	6. 1. 6	325. 10. 7	23. 48. 1	1. 41. 30 +	0. 45. 31 —	4	κ	la même.
22	6. 11. 16	325. 10. 22	23. 47. 57	1. 41. 45 +	0. 45. 35 —	4	κ	la même.
29	5. 50. 59	328. 9. 59	17. 28. 48	0. 53. 0 —	0. 46. 18 —	7	9	déterminée.
29	6. 11. 30	328. 9. 29	17. 27. 3	0. 53. 30 —	0. 48. 3 —	7	9	la même.
30	6. 2. 52	328. 23. 44	16. 42. 10	0. 38. 45 —	0. 6. 53 —	8	8	déterminée.
Févr. 4	5. 57. 53	329. 17. 41	13. 11. 38	13. 57. 30 —	0. 44. 50 —	2	α	de Pégase.
7	6. 30. 23	329. 33. 51	11. 6. 15	9. 8. 52 —	0. 8. 8 +	5	ξ	de Pégase.
7	6. 30. 23	329. 33. 58	11. 6. 18	2. 54. 30 —	0. 4. 50 +	5	31	de Pégase.
8	6. 16. 20	329. 39. 35	10. 26. 47	9. 3. 8 —	0. 31. 20 —	5	ξ	de Pégase.
8	6. 16. 20	329. 39. 21	10. 26. 44	2. 49. 7 —	0. 34. 44 —	5	31	de Pégase.
8	6. 16. 20	329. 39. 21	10. 26. 44	0. 7. 7 —	0. 2. 54 —	7	12	déterminée
11	6. 14. 49	329. 41. 27	8. 33. 48	6. 32. 45 +	0. 14. 29 —	3	ε	de Pégase.

Nota. Le signe + qui est aux deux colonnes de cette Table, signifie qu'il faut ajouter ces différences aux positions des Étoiles avec lesquelles la Comète aura été comparée, pour déduire celle de la Comète; il en sera de même du signe — à ôter.

TABLE II. *des Ascensions droites & Déclinaisons des Étoiles, tant de celles que j'ai déterminées, que de celles du catalogue de Flamsteed, qui ont servi à connoître les positions de la Comète, découverte le 3 Janvier 1764, vers les huit heures du soir, réduites au temps des Observations.*

Lettres de Bayer & numéro.	Grandeur des Étoiles.	ASCENSION droite.	Déclinaison boréale.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
		D. M. S.	*D. M. S.*	
θ	4	239. 22. 31	59. 12. 2	Étoile du Dragon; Comète comparée le 3 Janvier au soir, & le 4 au matin.
1	8	308. 14. 17	43. 34. 41	Comète comparée le 11 Janvier au soir.
α	2	308. 20. 47	44. 26. 47	du Cygne; Comète comparée le même jour au matin.
ε	3	309. 9. 44	33. 5. 48	du Cygne; Comète comparée le 15 Janvier au soir.
56	6	310. 24. 21	43. 10. 42	du Cygne; Comète comparée le 11 Janvier au soir.
2	8	311. 30. 57	40. 40. 38	déterminée; Comète comparée le 12 Janvier au matin.
ξ	4	314. 4. 49	42. 59. 47	du Cygne; Comète comparée le 11 Janvier au soir.
ζ	3	315. 43. 21	29. 16. 13	du Cygne; Comète comparée le 18 Janvier au soir.
υ	5	317. 3. 18	33. 54. 0	du Cygne; Comète comparée le 15 Janv. matin & soir.
3	9	318. 39. 33	33. 16. 1	déterminée.
4	9	319. 8. 3	32. 36. 13	déterminée; Comète comparée le 16 Janvier au soir.
5	7	319. 31. 52	31. 15. 50	déterminée; Comète comparée le même jour au soir.
6	7	321. 28. 36	29. 0. 23	déterminée; Comète comparée le 18 Janvier au soir.
ε	3	323. 8. 42	8. 48. 17	de Pégase; Comète comparée le 11 Février au soir.
7	8	323. 19. 8	26. 55. 20	déterminée; Comète comparée le 20 Janvier au soir.
μ	4	323. 23. 53	27. 41. 14	du Cygne; Comète comparée le 19 Janvier au soir.
κ	4	323. 28. 37	24. 33. 32	de Pégase; Comète comparée le 22 Janvier au soir.
8	8	329. 2. 29	16. 49. 3	déterminée, en la comparant à l'Étoile treizième de Pégase; la suivante aussi.
9	7	329. 2. 59	18. 15. 6	déterminée; Comète comparée le 29 & le 30 Janv. au soir.
10	7	329. 43. 41	13. 29. 12	déterminée.
11	9	329. 45. 44	17. 34. 35	déterminée.
12	7	329. 46. 28	10. 29. 38	déterminée; Comète comparée le 8 Février au soir.
13	7	330. 53. 21	11. 3. 44	déterminée.
31	5	332. 28. 28	11. 1. 28	de Pégase; Comète comparée le 7 Février au soir.
ξ	5	338. 42. 43	10. 58. 7	de Pégase; Comète comparée le 7 & le 8 Février au soir.
α	2	343. 15. 11	13. 56. 28	de Pégase; Comète comparée le 4 Février au soir.



SUITE DU

VOYAGE FAIT PAR ORDRE DU ROI, EN 1751, à la Côte d'Espagne.

PREMIÈRE PARTIE.

SECTION SECONDE,

Qui comprend les Obſervations de Latitude, de Longitude, & leurs réſultats.

ARTICLE PREMIER.

Vérification de l'inſtrument à Vigo, & détermination de la Latitude de cette ville & des îles de Bayonne.

Par M. DE BORY.

ON ſait que de la connoiſſance de l'erreur des inſtrumens avec leſquels on obſerve, dépend la préciſion des Obſervations; c'eſt ce qui m'a déterminé à vérifier ſouvent la poſition des deux lunettes de mon ſextant.

J'ai fait faire à Vigo la vérification de la lunette centrale par des Obſervations ſuivantes au zénith.

Le 26 Août 1751.

Hauteur méridienne de la Luiſante de la Lyre (le limbe vers l'orient)	86^d 16′ 0″

Le 28 Août.

Hauteur méridienne de la même (le limbe vers l'occid.)	93. 34. 40
Somme	179. 50. 40
Moitié	89. 55. 20
Diſtance au zénith	0. 4. 40

L'erreur de cette lunette eſt de $0^d\ 4'\ 40''$ additive : il faut donc ajouter $0^d\ 4'\ 40''$ aux hauteurs obſervées, & que je vais rapporter.

AVERTISSEMENT.

La déclinaiſon du Soleil eſt priſe dans le livre de la Connoiſſance des Temps, en ſuppoſant le lieu de l'obſervation plus occidental de 43′ de temps pour Vigo, & 46′ pour Mouros. Les réfractions & les demi-diamètres du Soleil ſont tirés du même livre.

Les déclinaiſons des Étoiles ſont corrigées par toutes les corrections néceſſaires, telles que l'aberration, la nutation, la deviation.

Le 25 & le 26 Août 1751.

Hauteur méridienne de la Luiſante de la Lyre......	86ᵈ 16′ 0″
Déclinaiſon..........................	38. 24. 26
Hauteur du pôle..........................	42. 13. 54
Hauteur méridienne de la Claire de l'Aigle.........	55. 56. 50
Déclinaiſon..........................	8. 14. 14
Hauteur du pôle..........................	42. 13. 13

Le 26 Août.

Hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil....	58. 27. 30
Déclinaiſon..........................	10. 29. 32
Hauteur du Pôle..........................	42. 13. 46

Le 27 Août.

Hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil....	58. 4. 30
Déclinaiſon..........................	10. 8. 23
Hauteur du pôle..........................	42. 15. 38

Le 28 Août.

Hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil....	57. 44. 30
Déclinaiſon..........................	9. 47. 12
Hauteur du pôle..........................	42. 14. 27
Hauteur moyenne de mon Obſervatoire.........	42. 14. 25

Pour déterminer la poſition de Vigo, & celle du milieu des

îles de Bayonne, j'ai eu recours à des plans conſervés au Dépôt de la Marine.

La ville de Vigo étant plus Sud que mon Obſervatoire, j'ai pour ſa latitude 42ᵈ 12′ 20″. Les îles de Bayonne étant auſſi plus Sud, leur milieu ſera par 42ᵈ 10′ 30″.

ARTICLE SECOND.

Vérification de l'inſtrument près de Mouros.

Réſolu de vérifier mon inſtrument, par des obſervations au zénith, je m'attachai à ſurmonter tous les obſtacles. La Queue du Cygne, & la Luiſante de la Lyre étoient fort propres à mon deſſein. Parmi le grand nombre de paſſages que j'ai obſervés de ces étoiles, j'en ai choiſi deux de la première, & autant de la ſeconde: ces derniers ſont d'autant plus exacts qu'ils ſont arrivés pendant le crépuſcule, & qu'il n'étoit pas néceſſaire d'éclairer les fils du réticule de la lunette.

Le 13 Octobre 1751.

Hauteur méridienne de la Queue du Cygne (le limbe vers l'occident)	88ᵈ 15′ 0″
Le 15 Octobre.	
Hauteur méridienne de la même (le limbe vers l'orient).	91. 34. 40
Déclinaiſon de la même	44. 24. 39
Somme	179. 49. 40
Moitié	89. 54. 50
Diſtance au zénith	0. 5. 10

Le 22 Septembre & le 7 Octobre.

Hauteur méridienne de la Luiſante de la Lyre (le limbe vers l'orient)	85. 44. 15
Hauteur méridienne de la même (le limbe vers l'occid.)	94. 5. 30
Déclinaiſon de la même	38. 34. 25
Somme	179. 49. 45
Moitié	89. 54. 52½
Diſtance au zénith	0. 5. 7½

Je

Je n'ignorois pas que la réussite de ces opérations étoit fort incertaine, & pour vérifier la même lunette je pris des hauteurs méridiennes d'étoiles, les unes dans le Nord, les autres dans le Sud, afin que cette seconde méthode pût servir au lieu de l'autre. C'est pour cela que j'ai, dans la même nuit, fait les observations dont voici la combinaison.

RECHERCHE de l'erreur de la lunette centrale, par des hauteurs méridiennes d'étoiles, prises dans le Nord & dans le Sud, & purgées de la réfraction.

Le 3 Octobre 1751.

Hauteur méridienne de la Claire de l'Aigle	55d 24′ 30″
Réfraction	0. 0. 41
Hauteur corrigée	55. 23. 49
Complément	34. 36. 11

Le 3 & le 12 Octobre.

Hauteur méridienne de la Polaire	44. 43. 0
Réfraction	0. 1. 0
Hauteur corrigée	44. 42. 0
Complément	45. 18. 0
Somme des complémens	79. 54. 11
Déclinaison de la Polaire septentrionale	87. 58. 35
Déclinaison de la Claire de l'Aigle	8. 14. 15
Distance vraie des deux Étoiles	79. 44. 20
Distance observée	79. 54. 11
Différence	0. 9. 41
Moitié ou Erreur d'instrument	0. 4. 55 ½

Cette erreur doit être ajoutée aux hauteurs observées, parce que si les complémens sont trop grands, les hauteurs sont trop petites; c'est sur cette erreur qu'ont été corrigées les hauteurs méridiennes qui seront rapportées à l'article de la Latitude.

RECHERCHE de l'Erreur de la lunette perpendiculaire par le renverſement.

Cette opération eſt, comme on ſait, fort difficile, & pour y réuſſir il faut le concours de pluſieurs circonſtances : elle exige non-ſeulement un terrein fort ſolide, mais un air tout-à-fait calme, & un objet à l'horizon, éloigné de 8 à 900 toiſes au moins, ſur lequel on puiſſe pointer la lunette. Si dans les deux ſituations elle n'eſt pas également élevée au-deſſus de terre, il faut encore avoir égard à cette différence de hauteur. Je n'étois pas obligé de faire cette dernière attention ; la lunette tournoit ſur le genou auquel elle étoit adaptée, & qui lui ſert de pivot.

Au large du cap Finiſtère, je voyois un Iſlot fort reconnoiſſable. J'en voyois un pareil en dehors du mont Lauro. Quoique l'un & l'autre m'aient ſervi à l'opération du renverſement, j'ai préféré la vérification ſur l'Iſlot du cap Finiſtère, parce que l'objet étoit plus éloigné, & les circonſtances favorables au dernier point.

Le 8 Octobre, le temps étoit fort beau, on ne ſentoit pas une haleine de vent, je pointai la lunette ſur l'Iſlot du cap Finiſtère, & j'avois,

L'inſtrument droit	90^d	3'	50"
renverſé	89.	58.	10
Somme	180.	2.	0
Moitié	90.	1.	0
Donc il baiſſe de	0.	1.	0

C'eſt ſur cette erreur que j'ai corrigé dix hauteurs méridiennes du Soleil & trois de Fomahaut, priſes avec cette lunette.

ARTICLE TROISIÈME.

Obſervations de Latitude ſur la pointe de l'Ancradoyro.

Si la multitude des hauteurs méridiennes peut ſervir à conſtater la latitude, il me ſemble que dorénavant il ne doit y avoir guère

de doute sur celle de l'Ancradoyro. Vingt-trois hauteurs méridiennes d'étoiles & dix du Soleil, doivent suffire pour la précision qu'exige la Géographie. Je mets ici d'abord les observations faites avec la lunette centrale, puis celles faites avec la lunette perpendiculaire.

1.° *Hauteurs méridiennes prises par la lunette centrale, dont l'erreur est connue de 4' 55".*

Le 22 Septembre 1751.

Hauteur méridienne du Soleil	47^d 49' 30"
Hauteur du pôle	42. 45. 24
Hauteur méridienne de la Lyre	85. 44. 30
Déclinaison	38. 34. 24
Hauteur du pôle	42. 45. 15

Le 23 Septembre.

Hauteur méridienne du Soleil	47. 25. 32
Hauteur du pôle	42. 45. 9
Hauteur méridienne de l'Aigle	55. 25. 15
Déclinaison	8. 14. 14
Hauteur du pôle	42. 44. 59

Le 25 Septembre.

Hauteur méridienne de l'Aigle	55. 24. 55
Déclinaison	8. 14. 14
Hauteur du pôle	42. 44. 10

Le 3 Octobre.

Hauteur méridienne de l'Aigle	55. 24. 30
Hauteur du pôle	42. 45. 34

Les 3 & 7 Octobre.

Hauteur méridienne de γ de Cassiopée	73. 19. 30
Déclinaison	59. 22. 3
Hauteur du pôle	42. 46. 10

Suite des 3 & 7 Octobre 1751.

Hauteur méridienne de β de Cassiopée	74^d 54′ 30″
Déclinaison	57. 46. 50
Hauteur du pôle	42. 45. 59

Les 3 & 12 Octobre.

Hauteur méridienne de la Polaire	44. 43. 0
Déclinaison	87. 58. 35
Hauteur du pôle	42. 45. 25

Le 6 Octobre.

Hauteur méridienne de la Queue du Cygne	88. 16. 8
Déclinaison	44. 24. 39
Hauteur du pôle	42. 45. 40

Le 7 Octobre.

Hauteur méridienne de la Lyre	85. 44. 15
Déclinaison	38. 34. 26
Hauteur du pôle	42. 45. 21
Hauteur méridienne de l'Aigle	55. 24. 55
Déclinaison	8. 14. 15
Hauteur du pôle	42. 44. 56

Les 7 & 12 Octobre.

Hauteur méridienne de Markab Pégase	61. 3. 30
Déclinaison	13. 52. 46
Hauteur du pôle	42. 44. 54

Les 12 & 14 Octobre.

Hauteur méridienne de la Lyre	94. 5. 30
Déclinaison	38. 34. 26
Hauteur du pôle	42. 44. 55

Le 12 Octobre.

Hauteur méridienne de β de Cassiopée	74. 52. 30

Suite du 12 Octobre 1751.

Déclinaison	57^d 46′ 50″
Hauteur du pôle	42. 43. 59
Hauteur méridienne de γ de Cassiopée	73. 18. 30
Déclinaison	59. 22. 3
Hauteur du pôle	42. 45. 10

Le 13 Octobre.

Hauteur méridienne de la Queue du Cygne	88. 15. 0
Déclinaison	44. 24. 39
Hauteur du pôle	42. 44. 32

Le 15 Octobre.

Hauteur méridienne de la Queue du Cygne	91. 34. 40
Déclinaison	44. 24. 39
Hauteur du pôle	42. 45. 2
Hauteur méridienne de la Tète d'Andromède	74. 53. 30
Déclinaison	27. 43. 23
Hauteur du pôle	42. 45. 14

2.° *Hauteurs méridiennes prises avec la lunette perpendiculaire, dont l'erreur est d'une minute.*

Le 30 Septembre.

Hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil	44^d 45′ 10″
Hauteur du pôle	42. 45. 11

Les 23 Septembre, 3 & 5 Octobre.

Hauteur méridienne de Fomahaut		16. 21. 0
Déclinaison	23 Septembre	30. 44. 40
	4 Octobre	30. 44. 42
Hauteur du pôle		42. 45. 39

Le 6 Octobre.

Hauteur méridienne du Soleil	42. 25. 55
Hauteur du pôle	42. 44. 52

Le 12 Octobre 1751.

Hauteur méridienne du Soleil	40d	8′	30″
Hauteur du pôle	42.	45.	16

Le 13 Octobre.

Hauteur méridienne du Soleil	39.	45.	40
Hauteur du pôle	42.	45.	10

Le 14 Octobre.

Hauteur méridienne du Soleil	39.	23.	0
Hauteur du pôle	42.	45.	26

Le 15 Octobre.

Hauteur méridienne du Soleil	39.	1.	0
Hauteur du pôle	42.	45.	18
La plus grande hauteur du pôle, ſelon le Soleil, eſt	42.	45.	30
La plus petite eſt	42.	44.	52
La moyenne	42.	45.	11
La plus grande hauteur du pôle, ſelon les Étoiles, eſt	42.	46.	10
La plus petite eſt	42.	43.	59
La différence eſt	0.	2.	11
La moitié	0.	1.	5 ½
qui ajoutée à la plus petite	42.	43.	59
donne	42.	45.	4 ½
Si à préſent on prend encore un moyen entre le Soleil & les Étoiles, on aura pour hauteur vraie de ma tente.	42.	45.	8

Si on aimoit mieux employer pour la vérification de l'inſtrument l'erreur de 5′ 10″, trouvée par la vérification du zénith, on auroit pour hauteur moyenne, de la tente ſous laquelle j'obſervois, 42d 45′ 16″. Ces deux réſultats, ſi conformes entr'eux, me paroiſſent aſſurer la latitude de la pointe de l'Ancradoyro.

ARTICLE QUATRIÈME.

Obſervations de Latitude proche le cap Ortegal.

Vérification de la lunette perpendiculaire par le renverſement.

La répétition de cette opération étoit néceſſaire pour conſtater l'état de la lunette, qui pouvoit avoir été altérée par le tranſport.

Au large de Stanques de Varres eſt un îlot, éloigné de trois lieues & demie de la pointe où j'étois. Je le diſtinguois parfaitement, j'y pointois la lunette perpendiculaire de la façon ſuivante.

L'inſtrument étant droit, le fil-à-plomb battoit ſur...	90^d 3' 10"
L'inſtrument renverſé, le fil-à-plomb battant ſur le centre...	89. 58. 10
Somme...	180. 1. 20
Moitié...	90. 0. 40
Erreur dont la lunette baiſſe...	0. 0. 40

Cette opération me fit remarquer que l'erreur de cette lunette n'étoit pas conſtante : elle étoit à Paris, au commencement de 1751, en plus de 0^d 1' 35", de-là elle étoit venue à 1' 20"; à préſent elle étoit de 0' 40". C'eſt ſur elle que j'ai corrigé les hauteurs méridiennes ſuivantes, pour déduire la latitude de la pointe de Saint-Carins.

Le 4 Novembre.

Hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil...	31^d 9' 45
Hauteur du pôle...	43. 44. 18
Hauteur méridionale de Sirius...	29. 52. 50
Déclinaiſon...	16. 23. 57
Hauteur du pôle...	43. 44. 36
Hauteur méridionale de δ au dos du grand Chien...	20. 15. 55
Déclinaiſon...	26. 0. 58
Hauteur du pôle...	43. 44. 55
Hauteur méridienne de Procyon...	52. 5. 30
Déclinaiſon...	4. 50. 28
Hauteur du pôle...	43. 45. 51

Le 5 Novembre 1751.

Hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil.....	30^d 50′ 55″
Hauteur du pôle	43. 44. 42
Hauteur moyenne	43. 44. 42

Quoique je n'aie pu répéter les obſervations des étoiles, je ne ſuis pas moins aſſuré de leur exactitude; la conformité du réſultat en eſt la preuve. Il n'eſt pas extraordinaire de trouver une différence de 30 ou 40″ entre des obſervations faites en voyageant.

ARTICLE CINQUIÈME.

Obſervations de Longitude.

Les moyens dont on ſe ſert pour déterminer la latitude d'un lieu ſont d'un uſage très-fréquent & très-facile. Il n'en eſt pas de même des méthodes pour déterminer la longitude; elles ſont plus rares & plus difficiles. J'en ai tenté quelques-unes; mais les ſeules éclipſes des Satellites de Jupiter m'ont réuſſi.

Une obſervation de cette eſpèce près de Vigo, & cinq près de Mouros, ſerviront à déterminer la longitude de ces endroits & du Cap Finiſtère. Ces obſervations ne ſont utiles que quand on a une connoiſſance exacte du temps vrai auquel on les a faites: pour y réuſſir, j'ai pris ſouvent des hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil, j'en ai déduit la marche de l'horloge.

OBSERVATION de Longitude près de Vigo.

Immerſion du ſecond Satellite de Jupiter.

Le 24 Août

Hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil.

Hauteurs.	*Le matin.*	*Le ſoir.*	*Somme.*	*Moitié.*
38^d 40′ 0″	8^h 45′ 48″	3^h 5′ 15″	23^h 51′ 3″	11^h 55′ 31″$\frac{1}{2}$
39. 0. 0	8. 47. 53	3. 3. 10	23. 51. 3	11. 55. 31 $\frac{1}{2}$
39. 30. 0	8. 50. 49	3. 0. 12	23. 51. 1	11. 55. 30 $\frac{1}{2}$
40. 0. 0	8. 53. 52	2. 57. 13	23. 51. 5	11. 55. 32 $\frac{1}{2}$

Midi

Midi moyen	11h 55′ 31″
Équation	0. 0. 11
Midi vrai	11. 55. 42

Le même jour, j'obſervai une immerſion du ſecond Satellite de Jupiter avec une bonne lunette de 15 pieds: elle étoit ſolidement appuyée: le temps étoit clair & ſerein; il ne faiſoit point de vent; j'entendois battre la pendule, dont je comptois les vibrations.

Heure de l'obſervation de la pendule.............. 15h 8′ 45″

Le 25 Août 1751.

Hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil.

Hauteurs.	*Le matin.*	*Le ſoir.*	*Somme.*	*Moitié.*
37d 0′ 0″	8h 36′ 53″	3h 12′ 37″	23h 49′ 30″	11h 54′ 45
37. 20. 0	8. 38. 51	3. 10. 39	23. 49. 30	11. 54. 45
38. 0. 0	8. 42. 46	3. 6. 44	23. 49. 30	11. 54. 45

Midi moyen	11. 54. 45
Équation	0. 0. 11
Midi vrai	11. 54. 56
Midi vrai le 24	11. 55. 42
Différence	0. 0. 46

Je voulois m'aſſurer plus parfaitement de la marche de ma pendule: le 27 je pris les hauteurs qui ſuivent.

Le 27 Août 1751.

Hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil.

Hauteurs.	*Le matin.*	*Le ſoir.*	*Somme.*	*Moitié.*
29d 40′ 0″	7h 56′ 16″	3h 50′ 5″	23h 46′ 21″	11h 53′ 10″½
30. 0. 0	7. 58. 6	3. 48. 15	23. 46. 21	11. 53. 10½
30. 20. 0	8. 0. 7	3. 46. 18	23. 46. 25	11. 53. 12½
30. 40. 0	8. 1. 56	3. 44. 33	23. 46. 29	11. 53. 14½
31. 0. 0	8. 3. 41	3. 42. 43	23. 46. 24	11. 53. 12

Midi moyen	11. 53. 12

Équation	0. 0. 12'
Midi vrai	11h 53' 24"
Midi vrai le 24	11. 55. 42
Différence pour trois jours	0. 2. 18
pour un jour	0. 0. 46

C'est sur ce retardement journalier de 46", dont je ne pouvois douter, que j'ai conclu l'heure vraie de l'immersion du second Satellite de Jupiter.

Heure à la pendule	15h 8' 45"
A midi le 24, la pendule retarde de	0. 4. 18
En quinze heures, elle retarde de	0. 0. 29
L'heure vraie de l'immersion est donc	15. 13. 32

Observations de Longitude près de Mouros.

1.° *Immersion du troisième Satellite de Jupiter, le 7 Octobre.*

2.° *L'émersion du même.*

Le 7 Octobre 1751.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil, pour régler l'Horloge.

Hauteurs.	*Le matin.*	*Le soir.*	*Somme.*	*Moitié.*
30d 40' 0"	9h 14' 45"	2h 24' 7"	23h 38' 52"	11h 49' 26"
30. 50. 0	9. 16. 1	2. 22. 49	23. 38. 50	11. 49. 25
31. 0. 0	9. 17. 18	2. 21. 34	23. 38. 52	11. 49. 26
31. 10. 0	9. 18. 38	2. 20. 16	23. 38. 54	11. 49. 27
31. 20. 0	9. 19. 55	2. 19. 0	23. 38. 54	11. 49. 27

Midi moyen	11. 49. 26
Équation	0. 0. 16
Midi vrai	11. 49. 42

Le même jour, j'observai avec la lunette de 15 pieds une immersion du troisième Satellite dans l'ombre de Jupiter; le ciel étoit beau, & l'air calme.

Heure à la pendule	9h 26′ 40″

Le temps continuoit d'être favorable; avec la même lunette j'observai l'émersion du même Satellite,

Heure à la pendule	11h 12′ 52″
Heure de l'immersion	9. 26. 40
Durée dans l'ombre	1. 46. 12

Le 8 Octobre 1751.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

Hauteurs.	*Le matin.*	*Le soir.*	*Somme.*	*Moitié.*
22d 10′ 0″	8h 18′ 4	3h 20′ 0″	23h 38′ 4″	11h 49′ 2″
22. 20. 0	8. 19. 7	3. 18. 57	23. 38. 4	11. 49. 2
22. 40. 0	8. 21. 13	3. 16. 51	23. 38. 4	11. 49. 2
22. 50. 0	8. 22. 16	3. 15. 47	23. 38. 3	11. 49. 1 ½
23. 0. 0	8. 23. 23	3. 14. 42	23. 38. 5	11. 49. 2 ½

Midi moyen	11. 49. 2
Équation	0. 0. 17
Midi vrai	11. 49. 19
Midi vrai le 7	11. 49. 22
Différence	0. 0. 23
Heure de l'immersion à la pendule	9. 26. 40
Le 7 à midi, la pendule retardoit de	0. 10. 18
En neuf heures elle a retardé de	0. 0. 9
Heure vraie de l'immersion	9. 37. 7
Le même jour, heure de l'émersion, à la pendule	11. 12. 52
Le 7 à midi, la pendule retardoit de	0. 10. 18
En onze heures, elle a retardé de	0. 0. 11
Donc, vraie heure de l'émersion	11. 23. 21

3.° *Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter.*

Le 13 Octobre 1751.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

Hauteurs.	*Le matin.*	*Le soir.*	*Somme.*	*Moitié.*
25ᵈ 20′ 0″	9ʰ 6′ 7″	3ʰ 5′ 31″	24ʰ 11′ 38″	0ʰ 5′ 49″
25. 30. 0	9. 7. 19	3. 4. 21	24. 11. 40	0. 5. 50
25. 40. 0	9. 8. 28	3. 3. 10	24. 11. 38	0. 5. 49
25. 50. 0	9. 9. 40	3. 2. 0	24. 11. 40	0. 5. 50
26. 0. 0	9. 10. 52	3. 0. 48	24. 11. 40	0. 5. 50
26. 10. 0	9. 12. 3	2. 49. 37	24. 11. 38	0. 5. 49

Midi moyen	0. 5. 49½
Équation	0. 0. 17
Midi vrai	0. 6. 6½

Le même jour, le ciel étoit fin, j'observai avec une lunette de 15 pieds, une immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter. Le Satellite s'éclipsa au quart du diamètre de sa Planète.
Heure à la pendule . . . . 17ʰ 43′ 58″.

Le 14 Octobre.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

Hauteurs.	*Le matin.*	*Le soir.*	*Somme.*	*Moitié.*
27ᵈ 20′ 0″	9ʰ 22′ 26″	2ʰ 48′ 16″	24ʰ 10′ 42″	0ʰ 5′ 21″
27. 50. 0	9. 26. 14	2. 44. 28	24. 10. 42	0. 5. 21
28. 0. 0	9. 27. 30	2. 43. 12	24. 10. 42	0. 5. 21
28. 10. 0	9. 28. 46	2. 41. 56	24. 10. 42	0. 5. 21
28. 20. 0	9. 30. 4	2. 40. 38	24. 10. 42	0. 5. 21

Midi moyen	0. 5. 21
Équation	0. 0. 16
Midi vrai	0. 5. 37
Midi vrai le 13	0. 6. 6½
Différence	0. 0. 29½

Réduction en temps vrai de l'immersion du 13 Octobre.

Heure à la pendule, le 13	17h 43′ 58″
A midi la pendule avançoit de	0. 6. 6 ½
Heure corrigée	17. 37. 51 ½
En dix-sept heures, elle a retardé de	0. 0. 22 ½
Donc, heure vraie	17. 38. 14

4.° *Immersion du troisième Satellite dans l'ombre de Jupiter, le 14 Octobre 1751.*

Le ciel étoit beau, mais il faisoit beaucoup de vent: j'employai une lunette de 12 pieds. Le Satellite s'éclipsa au quart du diamètre de sa Planète.

Heure à la pendule . . . . 13h 44′ 25″.

Le 15 Octobre.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur du Soleil.

Hauteurs.	*Le matin.*	*Le soir.*	*Somme*	*Moitié.*
27h 50′ 0″	9h 28′ 8″	2h 41′ 31″	24h 9′ 39″	0h 4′ 49″ ½
28. 0. 0	9. 29. 27	2. 40. 16	24. 9. 43	0. 4. 51 ½
28. 10. 0	9. 30. 44	2. 38. 57	24. 9. 41	0. 4. 50 ½
28. 20. 0	9. 32. 3	2. 37. 38	24. 9. 41	0. 4. 50 ½
28. 30. 0	9. 33. 20	2. 36. 20	24. 9. 40	0. 4. 50

Midi moyen	0. 4. 50 ½
Équation	0. 0. 16
Midi vrai	0. 5. 6 ½
Midi vrai le 14	0. 5. 37
Différence	0. 0. 30 ½

Réduction en temps vrai de l'Observation du 14 Octobre.

Heure à la pendule	13h 44′ 25″
A midi, la pendule avançoit de	0. 05. 37
Première correction	13. 38. 48
En treize heures, elle a retardé de	0. 0. 17
Donc, heure vraie de l'immersion	13. 39. 5

Le ciel étoit fin & ſerein; il ne faiſoit pas un ſouffle de vent: les circonſtances les plus favorables étoient réunies. J'obſervai avec la lunette de 15 pieds l'immerſion du premier Satellite de Jupiter, qui me parut s'éclipſer à un cinquième du diamètre de ſa Planète.

Heure à la pendule . . . . 12h 13′ 32″

Le 16 Octobre 1751.

Hauteurs correſpondantes du bord ſupérieur du Soleil.

Hauteurs.	*Le matin.*	*Le ſoir.*	*Somme.*	*Moitié.*
27h 30′ 0″	9h 30′ 13″	2h 38′ 38″	24h 8′ 51″	0h 4′ 25″ ½
28. 0. 0	9. 31. 30	2. 37. 21	24. 8. 51	0. 4. 25 ½
28. 10. 0	9. 32. 50	2. 35. 59	24. 8. 49	0. 4. 24 ½
28. 20. 0	9. 34. 9	2. 34. 42	24. 8. 51	0. 4. 25 ½
28. 30. 0	9. 35. 29	2. 33. 19	24. 8. 48	0. 4. 24

Midi moyen	0. 4. 25
Équation	0. 0. 16
Midi vrai	0. 4. 41
Midi vrai le 15	0. 5. 6 ½
Différence	0. 0. 25 ½

Réduction en temps vrai de l'Obſervation du 15 Octobre.

Heure à la pendule	12h 13′ 32″
Le 15 à midi, la pendule avançoit de	0. 5. 6 ½
Première correction	12. 8. 25 ½
En douze heures, la pendule a retardé de	0. 0. 12 ½
Donc, heure vraie de l'immerſion	12. 8. 38

ARTICLE SIXIÈME.

Détermination de la Longitude de Vigo, & de celle de Mouros.

Si les obſervations des éclipſes des Satellites de Jupiter, que l'on vient de rapporter, avoient leurs correſpondantes faites dans quelque Obſervatoire connu, on concluroit directement la

différence de longitude entre le Méridien de cet Obſervatoire, & celui ſous lequel j'étois.

A leur défaut, je ferai uſage des obſervations les plus voiſines, que M. Bouguer & M. de l'Iſle ont bien voulu me communiquer. Je les comparerai avec les Tables de M. Wargentin, dont elles me feront connoître l'erreur: de ces Tables ainſi rectifiées, je déduirai la différence des Méridiens.

Je commence par l'immerſion du ſecond Satellite, obſervée près de Vigo le 24 d'Août: elle ne l'a été dans aucun endroit, que je ſache; mais ſept jours auparavant on a obſervé, ſans aucun empêchement, à 2ʰ 22′ 33″ l'immerſion de ce ſecond Satellite à Hernoſand, ville de Suède, ſituée dans l'Ingermanie, par 62ᵈ 40′ de latitude, & à 1ʰ 21′ 20″ à l'orient du Méridien de Paris; ce qui ſuppoſeroit que cette immerſion ſeroit arrivée ce jour-là à Paris à 1ʰ 20′ 13″.

La même Éclipſe a été obſervée à Marſeille, par M. l'Abbé Pézenas (aſſez exactement) à 1ʰ 33′ 8″, dans la maiſon de Sainte-Croix des Jéſuites, ſituée 12′ 12″ à l'orient du Méridien de Paris. Ce ſeroit donc pour cette dernière ville à 1ʰ 20′ 56″. Maintenant, ſi l'on prend un milieu entre l'obſervation d'Hernoſand & celle de Marſeille, l'immerſion de ce ſecond Satellite aura dû ſe faire à Paris le 17 Août à 1ʰ 20′ 35″. Malgré l'attention qu'y portoient, dans cette dernière Ville, M. Maraldi, à l'Obſervatoire royal, & M. de l'Iſle, au collége de Clugny, ils ne furent pas aſſez heureux pour voir ni l'immerſion ni l'émerſion de ce Satellite, qui toutes deux devoient être viſibles ce jour-là. Selon les Tables de M. Wargentin, l'immerſion auroit dû arriver à Paris le 17 d'Août à 13ʰ 20′ 52″; c'eſt-à-dire 17 ſecondes plus tard qu'elle n'a dû y être obſervée. Si je ſuppoſe, pour le 24 Août ſuivant, la même différence entre les Tables & l'obſervation,

L'immerſion de ce même Satellite y ſera arrivée à....	15ʰ 56′ 39″
Près de Vigo, elle eſt arrivée à..................	15. 13. 32
La différence des Méridiens ſera..................	0. 43. 7
En degrés, ce ſera.................................	10. 46. 45

Mais Vigo étoit plus occidental que mon Obſervatoire de $0^h\ 0'\ 4''$. Vigo ſera donc à l'oueſt du Méridien de Paris, de $0^h\ 43'\ 11''$, ou de $10^d\ 47'\ 45''$.

Voilà pour la longitude de Vigo : quant à celle de l'Ancradoyro, nous avons cinq obſervations pour la déterminer.

Les deux premières ſont du 7 Octobre : ce jour-là j'obſervai l'immerſion & l'émerſion du troiſième Satellite. Ces deux phaſes ont leurs correſpondantes obſervées par M. Maraldi avec une lunette de 14 pieds. Cet Aſtronome étoit à Thury, qui eſt de 6 ſecondes de temps à l'occident de Paris.

Il a marqué l'immerſion à $10^h\ 22'\ 3''$; ce qui fait, pour Paris, $10^h\ 22'\ 9''$; & l'émerſion à $12^h\ 8'\ 16''$; ce qui fait, pour Paris, $12^h\ 8'\ 22''$. La durée dans l'ombre a donc été de $1^h\ 46'\ 13''$, & celle que j'ai obſervée a été de $1^h\ 46'\ 14''$; c'eſt-à-dire ſenſiblement la même. M. Caſſini de Thury a obſervé ſeulement l'immerſion de ce troiſième Satellite à Paris avec une lunette de 18 pieds; ç'a été à $10^h\ 22'\ 30''$; ce qui peut ſe réduire à $10^h\ 22'\ 25''$, ſi cet Aſtronome eût eu une lunette de 15 pieds ſeulement.

Immerſion obſervée à Paris, par M. Maraldi, le 7 Octob.	$10^h\ 22'\ 9''$
Immerſion obſervée ſur la pointe de l'Ancradoyro....	9. 37. 7
Différence des Méridiens....................	0. 45 2
Émerſion à Paris le même jour.................	12. 8. 22
Émerſion ſur la pointe de l'Ancradoyro...........	11. 23. 21
Différence des Méridiens....................	0. 45. 1
Immerſion par M. de Thury, à Paris..............	10. 22. 25
Immerſion ſur l'Ancradoyro....................	9. 37. 7
Différence des Méridiens....................	0. 45. 18
Différence moyenne.......................	0. 45. 10

L'immerſion de ce Satellite auroit dû, ſelon les Tables dont je me ſers, arriver à Paris le 7 Octobre à $10^h\ 24'\ 42''$; mais M. Maraldi l'y a vue à $10^h\ 22'\ 9''$ & M. de Thury à $10^h\ 22'\ 25''$.

Selon le premier de ces deux Académiciens, l'obſervation précède les Tables de $2'\ 33''$, & ſelon le ſecond, elle les précède

précède de 2′ 17″. Si j'emploie la même erreur pour l'immersion du même Satellite le 14 Octobre suivant, elle aura dû arriver ce jour-là à Paris à 14^h 23′ 33″ ou 49″; car les Tables donnent 14^h 26′ 6″. Mais près de Mouros elle a été observée à 13^h 39′ 5″. La différence des Méridiens entre ces deux endroits sera donc 0^h 44′ 28″ ou 44″; le milieu 0^h 44′ 36″.

Il reste maintenant deux immersions du premier Satellite, l'une du 13, & l'autre du 15 Octobre: elles n'ont pas de correspondantes: je les comparerai aux mêmes Tables, que je rectifierai par des observations de ce Satellite, faites à Paris les 8 & 24 du même mois.

L'immersion du 8 a été vue à Thury, par M. Maraldi, à 10^h 59′ 2″; ce qui fait pour Paris, 10^h 59′ 8″: à Paris par M. de Thury, à 10^h 59′ 12″, & par M. le Gentil à 10^h 58′ 58″: le milieu est 10^h 59′ 5″.

Celle du 24 a été vue à Paris par M. de Thury, avec une lunette de 18 pieds, à 9^h 18′ 19″; c'est-à-dire à 9^h 18′ 14″ si cet Observateur avoit employé une lunette de 14 pieds.

Selon les Tables déjà citées, l'immersion du 8 Octobre auroit dû y arriver à 10^h 59′ 18″: elle s'y est faite à 10^h 59′ 5″. Le Satellite a donc disparu 13 secondes plus tôt que les Tables ne l'annonçoient.

L'immersion du 24 a dû y arriver à 9^h 18′ 39″: elle y a été observée à 9^h 18′ 14″. L'observation précède le calcul de 25 secondes.

Cette erreur étoit d'une seconde un quart, par révolution du Satellite. Il faut retrancher 16″ de l'heure donnée par les Tables pour le 13 Octobre, & 18″ pour l'heure du 15 de ce mois.

Le 13 Octobre, immersion selon les Tables.......	18^h 25′ 53″
Erreur soustractive..........................	0. 0. 16
Heure vraie à Paris..........................	18. 25. 37
Heure près de Mouros.........................	17. 38. 13
Différence de Méridiens......................	0. 47. 24
Le 15 Octobre, immersion selon les Tables........	12. 54. 51
Erreur soustractive..........................	0. 0. 18

Heure vraie à Paris	12h 54′ 33″
Heure près de Mouros	12. 8. 38
Différence des Méridiens	0. 45. 55

Ces deux immerſions ſe ſuccédant immédiatement, il devroit avoir entre celles que j'ai obſervées, à peu-près le même intervalle que celui que donnent les Tables. Selon celles-ci la révolution eſt de 1j 18h 28′ 58″, & par mes obſervations elle eſt de 1j 18h 30′ 25″; c'eſt-à-dire plus longue de près d'une minute & demie.

Cette différence eſt aſſez forte pour exiger de ma part quelques éclairciſſemens.

En faiſant l'obſervation du 15 Octobre, je m'aperçus parfaitement de la longueur de cet intervalle. J'avois calculé l'heure à laquelle devoit ſe faire l'immerſion. Je ſuivis le Satellite plus d'une minute après le moment auquel je comptois le perdre de vue. Je redoublai d'attention, & je peux aſſurer avoir déterminé l'inſtant de ſon éclipſe avec grande exactitude; rien ne me troubloit dans cette opération, le temps étoit fin, tout étoit tranquille. Le Satellite me parut s'éclipſer à un cinquième de diamètre de ſa Planète.

Je ſais que cette dernière immerſion ne paroîtra acquérir d'exactitude qu'aux dépens de la première. On y ſera confirmé ſi l'on examine l'heure à laquelle s'eſt faite celle du 13 Octobre, on y découvrira une circonſtance peu favorable à ſa préciſion. Le crépuſcule étoit alors commencé depuis long-temps. Le Soleil n'étoit guère à plus de 10d ſous l'horizon: la lumière que cet Aſtre envoie augmentoit à chaque moment; elle devoit faire diſparoître à mes yeux le Satellite, avant qu'il fût réellement entré dans l'ombre, & me faire croire, comme je l'ai marqué plus haut, que le 13 il s'étoit éclipſé plus loin de Jupiter qu'il n'avoit fait le 15.

Après cette diſcuſſion, qui m'a paru néceſſaire, pour aſſigner la valeur à chacune de ces deux obſervations, je me hâte de déterminer la différence de longitude entre Paris & la pointe de l'Ancradoyro. La plus petite, rapportée ci-deſſus, eſt de 0h

44′ 36″; la plus grande est 0^h 47′ 24″; la moyenne sera 0^h 46′ 0″. Ce résultat, sensiblement le même que celui trouvé par l'observation du 15 Octobre, seroit un préjugé en sa faveur. Cette raison ne me détermine pourtant point, & si je me sens porté à lui donner quelque préférence sur les autres, ce n'est que par amour pour la vérité, & par la connoissance parfaite que j'ai de son exactitude.

ARTICLE SEPTIÈME.

Dans lequel on conclud la position du cap Finistère, & la Latitude du cap Ortegal.

Comme je n'étois pas établi directement sur ces Caps, je ne pouvois conclure leur position qu'en connoissant la distance à laquelle j'en serois.

De la pointe de l'Ancradoyro je voyois le cap Finistère, par des relèvemens réitérés: j'étois certain qu'il restoit au Nord 27^d Ouest: la déclinaison de la boussole étoit de 16^d Nord-Ouest; le cap Finistère me restoit donc au Nord 43^d Ouest.

A l'égard de la distance, je n'ai pu la mesurer moi-même; je n'avois point de micromètre, & il ne m'étoit pas possible de faire placer aucun signal sur le Cap. Je suis donc obligé d'employer la distance estimée de 4 lieues. Ces lieues sont des lieues d'Espagne, qui sont de 26 lieues & demie au degré, selon l'Ouvrage de M.rs Dom George Juan & Dom Antonio de Ulloa. Le degré contient 57060 toises: deux lieues contiendront 4306 toises $\frac{2}{5}$.

Cela posé, je n'ai qu'un simple triangle rectiligne rectangle à résoudre: on y connoît l'hypothénuse, c'est la distance; & un angle, c'est la déclinaison du Cap vers l'Ouest: il est aisé de trouver les deux côtés qui renferment l'angle droit. La différence en latitude est de 6299 toises; elles valent 6′ 37″ de degré, dont le Cap est plus Nord que la pointe de l'Ancradoyro.

Latitude de l'Ancradoyro	42^d 45′ 15″
Différence à ajouter	0. 6. 37
Latitude du Cap Finistère	42. 51. 52

La différence en longitude eſt de 5874 toiſes, meſurées ſur un petit cercle. Si on les rapporte à un grand cercle, par une analogie fort connue & fondée ſur le rapport qu'ont entr'eux un grand & un petit cercle de la Sphère, elles donneront 8005 toiſes & demie, ou 8′ 25″, dont le cap Finiſtère ſera plus occidental que la pointe de l'Ancradoyro.

La différence des Méridiens entre cette pointe & Paris eſt	11ᵈ 30′ 0″
Ajoutez-y	0. 8. 25
La Longitude du Cap Finiſtère ſera donc	11. 38. 25
Ou, ſituée à l'ocident de Paris, de	0. 46. 34

Quant au cap Ortegal je ne le voyois point, j'apercevois ſeulement Stanques de Vares qui me reſtoit à l'Eſt 21ᵈ 30′ Nord du monde, à 4 lieues. Je connoiſſois également la poſition reſpective de Stanques de Vares & d'Ortegal, qui ſont à 4 lieues l'un de l'autre Eſt 10ᵈ, Nord & Oueſt 10ᵈ Sud du monde.

Avec ces élémens, il m'a été facile de conclure la latitude de Stanque de Vares, de 43ᵈ 48′ 24″, & celle du cap Ortegal de 43ᵈ 46′ 37″.



OBSERVATIONS SUR LES TUMEURS ET ENGORGEMENS DE L'ÉPIPLOON.

Par M. PORTAL.

LES Anatomistes se sont plus occupés à déterminer les usages & la structure de l'épiploon, qu'à nous en faire connoître les différentes maladies; elles sont cependant très-communes, & ce qu'il y a de plus fâcheux, c'est qu'on ne les connoît que lorsqu'elles ont fait de si grands progrès, que la Médecine n'est plus en état d'y porter remède.

Plusieurs des symptômes qui sont la suite de la lésion de cet organe ont tant de rapports avec ceux qui surviennent lorsque les parties voisines sont affectées, que les Médecins se trompent souvent sur le siége des maladies de l'épiploon; tantôt c'est dans les intestins qu'ils le fixent; tantôt c'est dans l'estomac qu'ils l'établissent, & quelquefois c'est dans le foie ou dans la rate qu'ils le supposent, quoiqu'il soit dans l'épiploon lui-même.

On commet journellement des fautes bien différentes; c'est dans l'épiploon qu'on recherche la cause de la maladie, lorsqu'elle a son siége dans les viscères voisins, & comme l'épiploon change de place suivant la situation du corps, ce qui n'a pas été assez examiné jusqu'ici, les Médecins croient souvent l'épiploon malade lorsqu'il est sain, ou le regardent comme sain lorsqu'il est malade. J'ai d'abord compté leurs méprises par les miennes, mais je puis me flatter de m'être éclairé par mes propres erreurs; je ne craindrai pas d'en rapporter plusieurs dans ce Mémoire, il est utile de les connoître pour pouvoir les éviter.

Sur des Épiploons engorgés de diverſes matières.

PREMIÈRE OBSERVATION.

Un homme aſſez bien conſtitué, âgé de cinquante ans, ſe plaignoit d'une tumeur vers la région iliaque gauche; cette tumeur ſe mouvoit facilement lorſqu'on la pouſſoit de gauche à droite; mais elle revenoit à gauche lorſqu'on la livroit à elle-même & que le ſujet étoit debout.

Cette tumeur étoit ſi molle au tact que quelques Chirurgiens furent d'abord d'avis de l'ouvrir, craignant qu'il n'y eût quelque abcès de caché; cependant comme elle n'étoit point accompagnée de ſymptômes notables & urgens, on l'abandonna à elle-même.

Elle reſta plus de cinq ans dans le même état, elle étoit ſeulement devenue un peu plus dure; après cette époque elle augmenta de volume & continua de croître pendant ſix ans: le bas-ventre étoit devenu monſtrueux, il deſcendoit juſqu'au milieu des cuiſſes & il falloit le ſoutenir avec une ceinture; il n'y avoit pas de fluctuation ſenſible, & le malade n'éprouvoit pas de tiraillement dans l'eſtomac, il urinoit librement, & à l'exception de ſa reſpiration qui étoit un peu gênée, il rempliſſoit bien ſes fonctions.

Cet homme vécut ainſi juſqu'à l'âge de ſoixante-un ans, il ſe vit alors obligé de diminuer la quantité des alimens qu'il prenoit à chaque repas; il diſoit que ſon eſtomac ne pouvoit en contenir davantage. Cependant le bas-ventre ſe tuméfioit de plus en plus, & le malade ſe trouva réduit au point qu'il ne pouvoit manger à chaque fois que deux ou trois bouchées d'alimens; il maigrit, des vomiſſemens ſurvinrent, & il périt dans le maraſme.

Un Chirurgien qui l'avoit vu dans ſa maladie, me pria d'aſſiſter à l'ouverture de ſon corps, ce que je fis avec d'autant plus de plaiſir que le cas me parut intéreſſant: voici ce que nous trouvames.

1.° Le cerveau & les viſcères de la poitrine en bon état.

2.° L'eſtomac ſi rapetiſſé que ſa cavité auroit à peine pu contenir une petite pomme.

3.° L'épiploon étoit ſi volumineux qu'il couvroit entièrement tous les viſcères du bas-ventre, il avoit plus de cinq pouces

d'épaiſſeur, ſa ſurface antérieure étoit boſſelée, & parut fort élevée en divers endroits & enfoncée dans d'autres.

La paroi poſtérieure étoit plus mince, quoique fort inégale; on voyoit vers ſes bords, & ſur-tout à la partie inférieure, des appendices d'inégale groſſeur; j'en preſſai quelques-unes avec mes doigts, & j'obſervai que les unes réſiſtoient moins que les autres.

J'en ouvris quelques-unes avec le ſcalpel, & il en ſortit de la liqueur en plus ou moins grande quantité; cette liqueur étoit limpide dans certains follicules, dans d'autres elle étoit rouſsâtre, on voyoit auſſi qu'elle étoit plus ou moins coulante; quelques follicules contenoient une vraie ſéroſité, d'autres une eſpèce de gelée, quelques-uns enfin une humeur concrète comme du miel, du ſuif ou du plâtre.

Je fis détacher l'épiploon qui contenoit tant de matières différentes, des parties du bas-ventre avec leſquelles il eſt annexé, il peſoit dix-huit livres; ſes tuniques étoient ſi fermes & ſi épaiſſes, qu'elles paroiſſoient cartilagineuſes; ſemblables aux rayons de miel, pluſieurs cellules communiquoient enſemble, d'autres étoient diſtinctes & ſéparées par des cloiſons plus ou moins épaiſſes, plus ou moins compactes. On put en ſéparer pluſieurs de la maſſe de l'épiploon, pleines de l'humeur qu'elles contenoient; ces cellules avoient juſqu'à un pouce & demi de diamètre.

Elles étoient communément de cette grandeur vers le bord inférieur & flottant de l'épiploon; pluſieurs de ces cellules n'étoient attachées à l'épiploon que par quelques filets; cependant j'obſervai dans quelques-unes d'elles des vaiſſeaux ſanguins qui flottoient dans l'humeur qu'elles contenoient, ces vaiſſeaux étoient des branches de ceux de l'épiploon.

C'eſt en vain que je cherchai dans cet épiploon la cavité épiploïque naturelle, les parois antérieure & poſtérieure de cette cavité étoient collées, & comme elles avoient acquis un ſurcroît conſidérable d'épaiſſeur, il ſembloit que l'épiploon étoit diviſé au milieu par un cartilage fort épais, ainſi qu'on voit le muſcle crotaphite diviſé par une aponévroſe.

Cependant la matière qui rempliſſoit les véſicules & les cellules

épiploïques, m'avoit paru ſi différente, que je crus devoir l'examiner de plus près, elle différoit 1.° par la conſiſtance, & quoique la poſition des cellules qui la contenoient fût très-variée, on obſerva néanmoins que les cellules les plus près de l'eſtomac contenoient pour la plupart une ſubſtance fluide, que les cellules du milieu de l'épiploon étoient pleines d'une humeur gélatineuſe, & que celles qui étoient ſituées vers les bords de ce viſcère, contenoient une ſubſtance auſſi dure que le plâtre.

2.° La matière des cellules différoit par la couleur, celle des cellules ſupérieures étoit beaucoup plus claire, celle des cellules moyennes étoit jaunâtre, & la couleur des cellules inférieures étoit blanchâtre.

3.° La liqueur qui rempliſſoit les cellules ſupérieures, ſe mêla ſi intimement avec l'eau froide, qu'à peine elle en troubla la tranſparence; ſoumiſe à l'ébullition, elle s'évapora preſque entièrement.

4.° La matière contenue dans les cellules moyennes de l'épiploon, fut bientôt diſſoute dans l'eau chaude, elle ne ſe précipita point lorſqu'elle fut refroidie, & on ne la vit point ſurnager; expoſée ſans addition d'eau à un feu très-doux, elle ſe fondit facilement. Ne reconnoît-on pas la matière gélatineuſe à toutes ces expériences?

5.° La ſubſtance contenue dans la plupart des cellules du bord inférieur & flottant de l'épiploon, fournit d'autres réſultats, elle ne ſe fondoit pas, mais elle s'épaiſſiſſoit davantage par la chaleur; elle ſe coaguloit dans l'eau bouillante; elle ne s'enflammoit pas expoſée au feu; elle acquéroit un nouveau degré de conſiſtance lorſqu'on la faiſoit infuſer dans l'eſprit-de-vin; propriétés communes à toutes les matières lymphatiques.

Après avoir réfléchi ſur les différens réſultats des expériences que je viens de rapporter, je crus pouvoir préſumer que l'engorgement de l'épiploon avoit été ſéreux, gélatineux & lymphatique, peut-être penſai-je que l'engorgement qui a été d'abord ſéreux, eſt devenu gélatineux & à la fin lymphatique, cette idée me paroiſſoit d'autant mieux fondée que l'engorgement qu'on avoit ſenti, avoit d'abord paru mou & qu'il avoit acquis de la dureté dans

dans la ſuite; je me fondois encore ſur ce que j'avois obſervé dans le tiſſu cellulaire des embryons, des fœtus & des adultes; dans les premiers, le tiſſu cellulaire n'eſt ſenſiblement imbu que d'une liqueur ſéreuſe, elle a acquis de la conſiſtance dans les fœtus de ſix à ſept mois, elle eſt encore plus gluante & épaiſſe dans les fœtus des derniers temps, & elle eſt très-épaiſſe & viſqueuſe dans les adultes.

La Nature change les humeurs par une eſpèce d'animaliſation, en diverſes parties du corps dans l'état naturel; ne pourra-t-elle pas le faire dans l'épiploon par état de maladie? & peut-être qu'en divers cas cette dégénération eſt plus ou moins prompte.

Quoi qu'il en ſoit, la matière épanchée dans les cellules de l'épiploon avoit divers caractères, & ne pourroit-on pas établir que dans certaines cellules elle étoit ſéreuſe, qu'elle étoit gélatineuſe dans d'autres, & enfin lymphatique? & comme l'on ſait que les ſubſtances gélatineuſes reſtent long-temps renfermées dans des kyſtes ſans ſe corrompre, on peut croire que les engorgemens gélatineux de l'épiploon ſubſiſtent long-temps ſans dégénéreſcence, & que les engorgemens lymphatiques ſont très-diſpoſés à dégénérer en ſquirre.

Juſqu'ici les Anatomiſtes s'étoient peu occupés à développer le caractère des matières épanchées dans l'épiploon, ils ont plutôt dirigé leurs recherches ſur les parois des tumeurs formées dans ce viſcère, d'abord ils leur ont donné le nom d'*hydatides*, lorſqu'elles contenoient une humeur ſéreuſe.

La figure globuleuſe que ces hydatides ont quelquefois, avoit fait imaginer à *Warthon* qu'elles étoient formées par des glandes dont les canaux excréteurs étoient oblitérés, mais *Ruiſch* ayant trouvé pluſieurs hydatides dans des parties dépourvues de glandes, prétendit qu'elles étoient produites par les extrémités des vaiſſeaux ſanguins.

Cette opinion qui n'eſt pas plus vraiſemblable que la première, plut d'abord, mais des hydatides ayant été trouvées iſolées & détachées de toutes les parties voiſines, on n'oſa plus en attribuer la cauſe à des dilatations vaſculaires ſanguines, on s'imagina alors qu'elles étoient formées par les vaiſſeaux lymphatiques, les valvules

qu'on avoit obſervées dans ceux-ci, leur parurent ſuffiſantes pour les divers nœuds des hydatides. On trouvera dans les Mémoires de cette Académie, des remarques multipliées que M. Morand a faites pour expliquer la formation des hydatides, par la dilatation des vaiſſeaux lymphatiques ; mais aucune n'eſt plauſible quand il s'agit de rendre raiſon d'une hydatide qui contenoit quelques pintes d'eau & qui peſoit neuf livres, telle qu'elle a été obſervée par Caldeſius. M. Morgagni parle d'une autre hydatide dont le diamètre étoit de deux pouces, & dans l'épiploon dont nous avons donné la deſcription plus haut, il y en avoit une qui avoit la groſſeur du poing.

En effet, comment concevoir qu'un vaiſſeau lymphatique puiſſe ſe diſtendre au point de former de ſi groſſes tumeurs? ne ſe romproit-il pas avant d'avoir acquis un tel diamètre? mais quand bien même il pourroit parvenir à ce degré d'extenſion ſans ſe rompre, ſes parois ſeroient du moins amincies. Or c'eſt tout le contraire de ce qu'on a obſervé & de ce que j'ai vu pluſieurs fois, & notamment dans l'épiploon dont j'ai parlé ci-deſſus, il y avoit des hydatides dont les parois étoient épaiſſes de plus de ſix lignes. J'ai fait macérer dans de l'eau tiède pluſieurs de ces hydatides, & je ſuis parvenu à les diviſer en plus de vingt tuniques ou feuillets membraneux; bien plus, j'ai introduit de l'air dans les parois de l'hydatide qui avoient été ramollies par l'eau, & je les ai réduites en tiſſu cellulaire.

C'eſt donc le tiſſu cellulaire qui forme les parois des hydatides; l'eau ou tout autre liquide épanché dans quelque cellule du tiſſu cellulaire en écarte les parois, celles-ci s'appliquent ſur les cellules voiſines, & plus la première cellule ſe dilate, plus il y a de cellules qui s'effacent, leurs parois s'appliquent ſur la cellule qui s'agrandit & plus celle-ci eſt ample, plus ſes parois ſont épaiſſes.

Mais ce qui prouve encore que les parois des hydatides ſont formées par du tiſſu cellulaire, c'eſt qu'on y trouve quelquefois de la graiſſe qui a ſon ſiége dans le tiſſu cellulaire; il y a quelquefois des vaiſſeaux ſanguins qui flottent dans l'intérieur de l'hydatide, comme Tyſon l'a obſervé & comme nous l'avons vu dans l'épiploon que nous avons décrit. En fixant le ſiége des

hydatides dans le tiſſu cellulaire, on peut expliquér pourquoi certaines hydatides ſont diviſées en pluſieurs cellules.

Suivant M. Morgagni *(Epiſt. XXXVII, art. 36)* les hydatides de l'épiploon ſe déchirent ordinairement tant leurs parois ſont minces, ce qui donne lieu à l'aſcite; cela peut être en divers cas, mais cela n'avoit pas lieu dans l'épiploon dont nous venons de parler, puiſque bien loin d'être fragiles & minces, les parois de quelques hydatides avoient cinq à ſix lignes d'épaiſſeur.

DEUXIÈME OBSERVATION.

En 1764, on porta dans mon amphithéâtre à Montpellier, un cadavre d'homme âgé d'environ quarante-cinq ans & mort d'une pleuréſie; il avoit au bas-ventre une tumeur placée au-deſſous & à gauche de l'ombilic, laquelle paroiſſoit au tact de la groſſeur d'un œuf de poule & très-proche des muſcles du bas-ventre.

Cette tumeur étoit ſi mobile qu'elle paſſoit de droite à gauche avec la plus grande facilité; quand on la comprimoit latéralement, elle étoit aſſez dure au tact, mais incomparablement moins que pluſieurs autres que j'ai touchées depuis, elle paroiſſoit inégale; j'enlevai les muſcles du bas-ventre avec précaution, & je vis que la tumeur avoit ſon ſiége dans le bord inférieur & flottant de l'épiploon, environ à quatre travers de doigt de l'eſtomac; elle n'avoit contracté aucune adhérence avec les parties voiſines; ſon poids étoit d'une livre, on voyoit pluſieurs vaiſſeaux variqueux qui la traverſoient en divers ſens, & la matière qu'elle contenoit avoit l'aſpect d'une vraie gelée.

TROISIÈME OBSERVATION.

Au commencement de cet hiver (1771) j'ai été appelé pour une femme, âgée de plus de quatre-vingts ans, logée dans la rue de la Harpe; elle portoit une tumeur très-groſſe au bas-ventre, cette tumeur avoit joui pendant long-temps d'une ſi grande mobilité, qu'elle paſſoit facilement de droite à gauche, dans les divers mouvemens que faiſoit la malade & lorſqu'elle s'inclinoit à droite.

La malade attribuoit l'origine de cette tumeur à une diarrhée

ſupprimée, dix ans s'étoient écoulés ſans aucun ſymptôme notable; elle reſſentoit ſeulement des cardialgies quand elle avoit reſté quelque temps ſans prendre d'alimens; mais un jour les cardialgies augmentèrent, les vomiſſemens ſurvinrent, ils n'avoient d'abord lieu que de deux ou de trois en trois jours; mais ils ſe rapprochèrent à un tel point que la malade vomiſſoit dix ou douze fois par jour : à peine avoit-elle avalé une bouchée d'alimens, qu'elle commençoit à la vomir.

Cependant la tumeur devint lancinante, elle perdit ſa mobilité & parut plus ſuperficielle & plus groſſe, la fièvre lente ſurvint, les extrémités inférieures s'enflèrent & la malade mourut.

J'ouvris le corps de cette femme, & je trouvai l'épiploon prodigieuſement tuméfié dans toute ſa ſubſtance, mais principalement au côté gauche où il formoit la tumeur; elle étoit collée au péritoine, & celui-ci qui s'étoit beaucoup épaiſſi, adhéroit aux aponévroſes des muſcles du bas-ventre: la tumeur avoit auſſi contracté des adhérences avec les inteſtins grêles, plus cependant avec l'inteſtin *jejunum* qu'avec l'*ileum*, dont elle rétréciſſoit ſingulièrement le canal.

La ſubſtance de l'épiploon dans les lieux où il n'étoit point enflammé ni adhérent, étoit plutôt gélatineuſe que graiſſeuſe, car elle ſe fondoit expoſée à la plus douce chaleur, & elle ne s'enflammoit pas comme la graiſſe, elle ne s'épaiſſit pas non plus, jetée dans de l'eau bouillante, comme fait la lymphe, mais s'y diſſolvit au contraire,

La ſubſtance de la tumeur étoit différente de celle du reſte de l'épiploon, elle étoit plus compacte & plus ferme; des vaiſſeaux ſanguins très-gros la traverſoient en divers ſens, & des veines variqueuſes la recouvroient; expoſée au feu, elle s'y durcit & ne s'enflamma point.

On remarquera dans les deux obſervations précédentes, l'extrême mobilité dont jouiſſoient les deux tumeurs de l'épiploon; ce ſigne joint à l'hiſtoire des ſymptômes qu'éprouva la malade, peut ſervir à faire découvrir le ſiége de l'obſtruction dans la tumeur; mais il ne faut pas oublier que lorſque ces tumeurs prennent

un mauvais caractère, elles contractent des adhérences avec les parties voisines.

QUATRIÈME OBSERVATION.

En ouvrant le corps d'une femme qu'on avoit porté à mon amphithéâtre, je trouvai l'épiploon d'un volume extraordinaire, il étoit beaucoup plus pesant qu'on ne le voit communément, mais moins qu'on auroit pu le croire, si on en eût jugé d'après son volume. Il y avoit une grosse tumeur à la partie inférieure de ce viscère.

Je fis bouillir un morceau de la tumeur dans l'eau & je la vis se dissoudre, excepté quelques membranes qui surnagèrent & que j'enlevai; je laissai refroidir le reste & je ne vis rien ou très-peu de chose se précipiter ni surnager.

Cette expérience, toute simple qu'elle est, me donne lieu de penser que la portion de l'épiploon que j'avois examinée, étoit gélatineuse; si elle eût été lymphatique, la lymphe se seroit coagulée; & si elle eût été graisseuse, j'eusse aperçu la graisse nager sur l'eau.

Pour mieux m'en convaincre, je pris une autre portion du même épiploon & je l'exposai au feu sur une assiette, elle se fondit à un très-petit degré de chaleur, bien loin de se durcir comme eût fait la lymphe.

CINQUIÈME OBSERVATION.

Une femme fit une chute sur le ventre, elle ne s'en plaignit pas d'abord; quinze jours après, elle sentit une tumeur vers l'ombilic : elle la négligea, la tumeur s'accrut, & un mois après l'accident, elle étoit telle qu'elle paroissoit au tact aussi grosse qu'une pomme de renette, quoique la malade fût assez grasse. Les vomissemens étoient fréquens, & la malade se plaignoit de douleurs & de tiraillemens inouïs vers l'estomac; je jugeai que la tumeur avoit son siége dans l'épiploon, & je prescrivis divers remèdes; cependant la tumeur s'accrut dans très-peu de temps, le bas-ventre devint douloureux, les jambes de la malade s'enflèrent, tout le corps se tuméfia, & la malade périt.

J'ouvris le cadavre, & je trouvai l'épiploon plus volumineux qu'il n'a coutume d'être; vers le milieu de ce viſcère, plus près cependant du bord inférieur que du bord ſupérieur, il y avoit une tumeur auſſi groſſe que le poing, dont il tranſudoit une humeur rouſſâtre & très-fétide; le bas-ventre contenoit beaucoup de cette humeur, & la tumeur, qu'on coupa par le milieu, en parut pleine; à côté de cette tumeur on en découvrit deux autres moins groſſes, mais plus dures; je les détachai, & les ayant voulu partager par le milieu avec le ſcalpel, je trouvai au centre de l'une d'elles une concrétion extrêmement dure.

La première obſtruction expoſée au feu s'y durcit; je diviſai l'autre tumeur en pluſieurs parties, j'en mis une dans de l'eſprit-de-vin, & elle s'y durcit conſidérablement; une autre partie fut encore endurcie par le même moyen.

Je fis bouillir pendant quelque temps une partie de cette même tumeur dans de l'eau; elle s'y coagula toute entière, comme auroit fait un blanc d'œuf.

Ces expériences ne prouveroient-elles pas que la tumeur épiploïque dont je viens de parler n'étoit ni ſéreuſe, ni gélatineuſe, ni graiſſeuſe, mais lymphatique; & c'eſt peut-être parce qu'elle étoit de cette nature qu'elle a fait des progrès ſi rapides, la lymphe épanchée hors de ſes couloirs s'épaiſſit d'abord, durcie elle forme le ſquirre; & l'on connoît les fâcheuſes terminaiſons de cette tumeur.

La difficulté de guérir les obſtructions de l'épiploon eſt démontrée par les obſervations précédentes; formées par des matières différentes, il faut les attaquer par des remèdes différens; le diſſolvant d'une eſpèce n'agit pas ſur l'autre, ou, qui pis eſt, coagule au lieu d'atténuer.

Des Tumeurs adipeuſes de l'épiploon.

S'il eſt prouvé que la graiſſe circule avec le ſang dans nos vaiſſeaux, il eſt auſſi conſtant qu'elle ſe dépoſe dans certaines parties en plus grande quantité que dans d'autres; celles qui jouiſſent de beaucoup de ſenſibilité, ſont dépourvues de graiſſe, & celles dont la ſenſation eſt émouſſée en ſont ſurchargées. L'âge apporte auſſi quelques changemens dans la diſtribution de la graiſſe, les enfans,

comme M. Hunauld l'a obſervé, en ont beaucoup plus à l'extérieur & dans leurs extrémités que dans l'intérieur de leur corps, & principalement dans l'épiploon, ce qui eſt le contraire dans les adultes, chez leſquels ce viſcère ſe charge de graiſſe en proportion beaucoup plus grande que les autres parties; cela arrive ſur-tout vers l'âge de trente-trois ou trente-huit ans. Un épiploon eſt dans ſon état ordinaire, quand dans un ſujet de trente ans, il pèſe depuis demi-livre juſqu'à une livre, s'il pèſe moins il eſt maigre: au-deſſous de cet âge, l'épiploon pèſe ordinairement beaucoup moins, & on le trouve en général dans les ſujets de trente-trois à quarante ans d'un poids un peu plus conſidérable. Mais par état de maladie, la graiſſe peut s'accumuler à un tel point dans l'épiploon que Bonnet & Boërhaave l'ont trouvé du poids de trente livres *; & l'on conçoit bien qu'alors ce viſcère tiraille le fond de l'eſtomac auquel il eſt attaché; que celui-ci ne peut ſe relever, & que les alimens trouvent plus de facilité à revenir par l'œſophage, qu'à paſſer par le pylore; ce qui donne lieu à des vomiſſemens qui peuvent devenir mortels.

* Præl. Acad. *t. III, p. 110.*

PREMIÈRE OBSERVATION.

Une femme très-maigre avoit au ventre une tumeur qui faiſoit principalement ſaillie vers l'ombilic, des vomiſſemens ſurvinrent & ils furent ſi opiniâtres que cette femme en périt. A l'ouverture du corps, je trouvai un amas prodigieux de graiſſe dans l'épiploon & autour du pylore.

L'amas de graiſſe dans l'épiploon peut produire d'autres ſymptômes, on voit par deux obſervations, l'une rapportée par Bonnet, & l'autre par Rhodius, qu'il a été trouvé tel dans deux ſujets aſthmatiques; par une autre obſervation détaillée par M. Lieutaud, il eſt prouvé qu'un aſthmatique périt principalement d'iſchurie, par la compreſſion que l'épiploon faiſoit ſur les voies urinaires, & l'on ſait qu'Hippocrate comptoit parmi les cauſes de la ſtérilité, la compreſſion que l'épiploon pouvoit faire ſur l'utérus.

DEUXIÈME OBSERVATION.

Il y a quelque temps qu'on porta dans mon amphithéâtre le

cadavre d'un homme âgé d'environ trente-six à quarante ans, dont l'extérieur du corps paroissoit assez maigre, mais dont l'épiploon fut trouvé si chargé de graisse, qu'il remplissoit presque toute la cavité du bas-ventre, soulevoit considérablement les muscles de cette capacité, & faisoit une plus grande saillie du côté gauche que du côté droit; j'eus la curiosité de le faire peser & je le trouvai du poids de vingt-deux livres; j'examinai ensuite sa structure, & je vis que la grande cavité de ce viscère étoit tellement rétrécie, qu'à peine on pouvoit la distinguer, ses parois s'étoient tellement épaissies, qu'elles avoient plus de trois travers de doigt d'épaisseur, sur-tout suivant le trajet des vaisseaux, où elles étoient plus épaisses qu'ailleurs.

L'épiploon n'avoit pas contracté d'adhérences contre nature, & il n'y avoit dans sa texture aucune collection humorale ni aucun noyau steatomateux.

Troisième Observation.

Un enfant de douze ans qui avoit le ventre très-dur & fort gros, vomissoit fréquemment les alimens qu'il avoit mangés; il fut confié à mes soins, & j'observai, 1.° que la tumeur étoit plus apparente du côté gauche que du côté droit; 2.° que ce jeune malade vomissoit plus facilement les alimens qu'il prenoit pendant le jour que ceux qu'il prenoit le soir. Je crus d'abord que ce vomissement n'étoit suspendu que par le sommeil; mais après un mûr examen, je vis que c'étoit dans la position seule de son corps qu'il falloit en rechercher la cause. En effet, l'ayant tenu dans le lit plusieurs jours, il ne vomit pas, mais dès qu'il fut levé, il eut de fréquentes envies de vomir; je pensai alors que la tumeur du bas-ventre ne dépendoit que de l'épiploon, & que celui-ci tirailloit l'estomac lorsque le sujet étoit debout, ce qui n'arrivoit pas lorsqu'il étoit couché horizontalement. Dans cette persuasion, je fis faire une large ceinture à l'enfant, pour pouvoir soutenir son ventre & en le comprimant légèrement de bas en haut; ce qui réussit assez bien; le vomissement fut suspendu: mais l'enfant s'étant dégoûté de toute espèce de remède, le ventre augmenta en grosseur, les vomissemens revinrent, l'écoulement de l'urine fut gêné, & la respiration

respiration devint si difficile que cet enfant mourut de suffocation.

A l'ouverture du corps qui fut faite en ma présence par M. Leduc mon prevôt, je vis l'épiploon si gros qu'il remplissoit la capacité du ventre, il adhéroit en bas au fond de la vessie, le diaphragme étoit refoulé dans la poitrine par le foie & la rate, l'estomac étoit enflammé & les poumons tuberculeux.

Je pourrois étayer ces deux observations qui me sont propres, de plusieurs autres que les Auteurs rapportent; on peut consulter là-dessus les ouvrages de M.rs Morgagni & Lieutaud, qui laissent peu à desirer sur cette matière.

De l'hydropisie de l'épiploon.

Il est rare que cette hydropisie soit simple, elle est ordinairement compliquée avec l'ascite; cependant des observations fidèles prouvent qu'il se ramasse quelquefois de l'eau dans les cavités de l'épiploon ou entre les lames de ce viscère, sans qu'il y ait d'autre épanchement dans le bas-ventre; mais comme il arrive que l'eau épanchée dans la cavité du bas-ventre reflue dans celle de l'épiploon, il survient aussi que l'eau contenue dans ce viscère tombe dans le bas-ventre: voilà pourquoi il est ordinaire de trouver l'hydropisie de l'épiploon compliquée avec celle du bas-ventre.

Une femme logée dans la rue de la Huchette, au coin de celle de Zacharie, se plaignit, il y a environ quatre ans, d'une tumeur vers la région hypogastrique; d'abord elle paroissoit petite, mais elle s'accrût dans peu; des cardialgies & des vomissemens survinrent: jusqu'ici les extrémités n'étoient point enflées; la partie inférieure du bas-ventre ne l'étoit pas non plus, ou du moins l'étoit fort peu; la tumeur étoit mobile, & la malade se trouvoit mieux étant couchée que lorsqu'elle étoit debout; il vint même un temps où elle ne pouvoit s'y tenir après avoir mangé, parce qu'elle vomissoit & respiroit très-difficilement: les purgatifs & les diurétiques furent mis en usage sans succès. M. de Larrey, qui suivoit alors mes leçons d'Anatomie, me fit appeler pour voir la malade; je lui tâtai la tumeur, que je trouvai mobile, mais, à ce qu'on m'a dit, beaucoup moins qu'elle ne l'avoit été: elle étoit médiocrement dure,

la malade prétendoit qu'elle avoit été plus molle ; j'obſervai que lorſque cette femme s'inclinoit vers le côté droit, la tumeur s'y portoit un peu, mais qu'elle ſe rejetoit vîte du côté gauche lorſque la malade ſe renverſoit de ce côté. Lorſque cette malade étoit couchée horizontalement, on faiſoit facilement courir la tumeur de droite à gauche; ces ſignes, la ſituation & les ſymptômes de la tumeur me firent penſer qu'elle avoit ſon ſiége dans l'épiploon, mais je n'oſai décider qu'il y eût de l'eau dans la cavité de ce viſcère. Cependant les ſymptômes devinrent plus urgens ; la malade ſe plaignit d'une ſoif brûlante, elle céda à l'uſage des boiſſons nitrées ; la langue ſe chargea d'une humeur un peu viſqueuſe. L'émétique fut adminiſtré en mon abſence, la malade fit beaucoup d'efforts & vomit peu ; le ſoir elle ſe félicitoit cependant de ſes bons effets : la tumeur du bas-ventre avoit diminué, la reſpiration étoit plus libre. Deux jours s'écoulèrent, alors les pieds s'enflèrent, le viſage ſe bouffit, la région hypogaſtrique ſe tuméfia, & dans moins de ſix jours, la malade fut atteinte d'une aſcite avec fluctuation manifeſte; elle fit de ſi rapides progrès, que ſon ventre devint énorme : la ponction fut faite, elle fournit beaucoup d'eau ſanguinolente, & la malade mourut le ſurlendemain.

Les particularités que j'avois obſervées dans cette maladie me déterminèrent à faire l'ouverture du ſujet qui venoit d'en être la triſte victime ; je trouvai, comme cela arrive ordinairement, beaucoup d'eau épanchée dans la cavité du bas-ventre ; le foie, la rate & les autres parties du bas-ventre me parurent dans l'état naturel, mais l'épiploon étoit ſi gros & ſi épaiſſi, qu'il peſoit pluſieurs livres ; les parois de la cavité étoient unies, polies & preſque cartilagineuſes, nullement adhérentes entr'elles, mais la paroi antérieure étoit percée par un orifice arrondi inégalement, & dont les bords étoient extraordinairement relevés ; il y avoit encore dans le fond de la grande cavité épiploïque beaucoup de ſéroſités ſanguinolentes, &c. les viſcères de la poitrine & le cerveau parurent en aſſez bon état.

Remarques sur cette Observation.

La tumeur dont la malade s'est plaint d'abord étoit petite & molle, parce qu'il n'y avoit pas encore beaucoup d'eau épanchée dans la cavité de l'épiploon ; mais lorsque la quantité de liquide a augmenté, la fluctuation est devenue plus équivoque, soit parce que les parois de la cavité de l'épiploon ont été plus distendues, soit parce qu'elles se sont épaissies par l'irritation qu'elles ont éprouvée. Dans les corps des animaux, les fluides se portent vers le point d'irritation, & de-là résulte & l'inflammation & l'épaississement de la partie, sur-tout si elle est membraneuse.

Cependant, à proportion que le liquide se ramassoit dans l'épiploon, l'estomac étoit plus tiraillé, & de-là des vomissemens qui devoient être moins violens lorsque la malade étoit couchée : elle eût peut-être vécu plus long-temps avec l'hydropisie, mais l'émétique qui fut administré ayant excité de fortes contractions des muscles du bas-ventre & de l'estomac, l'épiploon s'est rompu, l'eau s'est épanchée dans la cavité du bas-ventre ; alors la malade crut être dans un meilleur état, mais le liquide s'étant ramassé dans la cavité même du bas-ventre, y a produit une irritation sur les intestins, la soif en a peut-être été la suite, & l'enflure des extrémités inférieures, a été produite tant par la compression que le liquide, épanché dans la cavité du bas-ventre, a fait sur les veines iliaques, que par l'infiltration qui s'en est faite par le tissu cellulaire.

Cet exemple prouve, à ce que je crois, 1.° qu'il y a des hydropisies particulières de l'épiploon ; 2.° que ces hydropisies peuvent, par la rupture des parois qui renferment l'eau, dégénérer en vraies ascites, l'observation suivante ne prouveroit-elle pas qu'il y a des ascites qui donnent lieu à l'hydropisie de l'épiploon. Un homme dont parle M. Storck avoit une ascite & une anasarque bien caractérisées, elles cédèrent à l'usage du vin scillitique, la cure paroissoit complète, lorsque le malade se plaignit d'une certaine dureté dans le bas-ventre, elle étoit immobile & vers l'estomac : l'hydropisie survint de nouveau ; après quelques semaines, il survint une strangurie, le bas-ventre s'enfla alors prodigieusement,

on eut recours à la ponction & l'on évacua quatre-vingts pintes d'une eau trouble & épaisse; cependant la tumeur qu'on avoit déjà sentie dans la région épigastrique, s'étoit de beaucoup accrue; un mois de temps s'écoula, on revint de nouveau à la ponction & l'on évacua une quantité d'eau à peu-près pareille à celle qui en avoit déjà sorti par la première opération, sept fois on fut obligé d'y recourir; mais le bas-ventre s'étant enflé encore plus qu'il n'avoit fait dans les intervalles des autres ponctions, il survint des frissons, la fièvre & des sueurs nocturnes; la huitième ponction fut faite, & elle fournit cent livres d'une eau trouble: le malade périt bien-tôt après dans l'épuisement.

A l'ouverture du corps on trouva l'épiploon distendu jusqu'au bassin, il étoit creux comme un sac & les parois étoient fort épaisses, l'antérieure étoit adhérente au pubis & la postérieure aux intestins; il y avoit de l'eau dans la cavité de ce viscère, & une tumeur steatomateuse *.

* *Voy. l'Hist. Anatomique de Lieutaud.*

Cette observation doit nous apprendre que si après la ponction du bas-ventre dans une ascite, il subsistoit une tumeur plus ou moins molle vers la région ombilicale, il faudroit la réitérer sur l'élévation même, sans cela on laisseroit un foyer d'eau; bien plus, il pourroit arriver que l'épiploon n'étant plus soutenu par l'eau épanchée dans le bas-ventre, fût déchiré par celle qu'il renfermeroit : on trouva dans un cadavre qui fut porté dans mon amphithéâtre, beaucoup d'eau dans le bas-ventre; elle s'écoula à la première incision, mais on s'aperçut que l'épiploon, qui étoit rempli d'eau, ne la laissa échapper que lorsque celle du bas-ventre fut vidée: or par l'examen de l'épiploon, je vis que la paroi extérieure étoit déchirée; l'eau qui s'est ramassée dans le bas-ventre pourroit-elle pénétrer l'épiploon par le trou ovale dont M. Winslow nous a donné une si bonne description, mais dont Galien avoit eu connoissance? & si l'épiploon étoit percé, comme Heister le dit, de divers trous, l'eau pourroit-elle s'y amasser & s'y conserver? non sans doute, l'air même s'y ramasse; j'ai trouvé l'épiploon si fort gonflé, qu'il ressembloit à une véritable vessie.

On pourroit joindre aux observations que je viens de rapporter

sur l'hydropisie de l'épiploon, celles qu'on trouve dans les Actes d'Édimbourg & dans les ouvrages de M. de Haen.

Du gonflement de l'Épiploon par de l'air.

Rien n'est moins douteux aujourd'hui que sa formation ou le développement de l'air dans toutes les parties du corps; les Anciens n'ont presque parlé que de l'emphysème qui survient aux plaies de la poitrine, on a décrit aussi la tympanite ou gonflement du bas-ventre par des vents, mais à peine a-t-on déterminé en quels endroits ils se ramassoient *. Nous ne nous occuperons ici que de ce qui concerne l'épiploon, & nous dirons qu'en divers cas les parois de la cavité épiploïque sont tellement écartées l'une de l'autre par de l'air, qu'elle est de beaucoup agrandie, que les muscles du bas-ventre en sont soulevés & qu'il en résulte une tumeur vers la région épigastrique, qui balotte & roule de droite à gauche suivant la situation du corps, & qui descend ou remonte selon que l'estomac est plus ou moins plein; les hommes mélancoliques & les femmes hystériques qui sont si sujets à des vents, en ont souvent dans les cavités de l'épiploon.

PREMIÈRE OBSERVATION.

On porta dans mon amphithéâtre en 1767, un cadavre dont les viscères du bas-ventre étoient fort sains, excepté l'épiploon, qui parut enflammé & dont la cavité étoit tellement pleine d'air, que l'épiploon ressembloit à une espèce de vessie; les parois étoient plus épaisses qu'elles n'ont coutume d'être, le foie étoit fort gros, sur-tout le petit lobe d'Eustache: je fus d'abord frappé de cette collection d'air dans l'épiploon, mais je pensai ensuite qu'il pouvoit être l'effet d'une putréfaction commençante, d'ailleurs je croyois que l'air avoit pu successivement refluer dans le bas-ventre par le trou ovale de l'épiploon, malgré le gonflement du petit lobe du foie.

* Bartholin paroît être le premier qui se soit aperçu que l'emphysème n'étoit pas toujours la suite des blessures de la poitrine. *Morgagni, quest. LIV, n.° 2.*

DEUXIÈME OBSERVATION.

Cependant deux ans après j'eus occasion d'être appelé pour *tâter* un Abbé, d'un tempérament très-sec, mélancolique, lequel avoit une tumeur au bas-ventre, qui se portoit à droite lorsqu'il se couchoit sur ce côté, & qui se portoit du côté opposé s'il s'y inclinoit; cette tumeur remontoit deux ou trois heures après que le malade avoit pris des alimens, elle n'occasionnoit aucun tiraillement d'estomac, & elle paroissoit au tact molle & élastique; les jambes de ce malade n'étoient point enflées & il n'éprouvoit ni rots ni hoquets, qui seroient vraisemblablement survenus si l'air avoit été ramassé dans l'estomac; des bains qui furent pris en grand nombre au 25.e degré du thermomètre de Reaumur, firent disparoître la tumeur & les symptômes de la mélancolie, le malade reprit ses forces & son embonpoint: il y a beaucoup d'apparence que l'air chez les hypocondriaques, se ramasse dans les cavités épiploïques *(a)*, comme il se raréfie dans les voies alimentaires & ailleurs.

Je pourrois étayer cette observation d'une autre qui y a beaucoup de rapport.

TROISIÈME OBSERVATION.

Un Abbé demeurant dans la rue du Cimetière Saint-André-des-Arts (M. l'abbé Sydoux) croyoit avoir de l'eau dans la poitrine parce qu'il entendoit, ainsi que les assistans, au moindre mouvement qu'il faisoit, un bruit semblable à celui qu'on entend lorsqu'on secoue une bouteille à demi-pleine d'eau, cet Abbé étoit très-maigre & sans aucune enflure aux jambes; je lui ordonnai les rafraîchissans, & je lui conseillai l'équitation, ce qui le détermina à faire un voyage d'assez long cours, cet Abbé revint plus gras & n'avoit plus ces bruits, ce qui prouve qu'il n'étoit occasionné que par des vents . . . Il est mort trois ou quatre ans après d'une maladie très-différente.

---

* Fabricius prétendoit que l'épiploon étoit le siége des vents des hypocondriaques *de omento.*

REMARQUES *sur les Obſervations précédentes.*

On lit dans l'Ouvrage de M. Morgagni, *de ſedibus & cauſis morb.* (*Epiſt.* LIV, *art.* 2) qu'un jeune homme de vingt-deux ans, qui avoit été bleſſé à l'aine par la corne d'une vache, eut un gonflement dans tout le corps, qu'on ne pouvoit rapporter à l'œdème, qu'il ſurvint une difficulté prodigieuſe de reſpirer & d'avaler, laquelle n'étoit produite que par des vents. M. Morand vient de nous donner dans ſes Opuſcules, l'hiſtoire d'une tumeur à la cuiſſe, qui ne contenoit que de l'air; mille autres faits prouvent que l'air ſe ramaſſe ou ſe développe quelquefois dans les cavités de notre corps ou dans les interſtices des parties, ainſi il n'eſt pas étonnant qu'ils ſe ſoient accumulés dans la cavité de l'épiploon.

L'air ſéjourne dans les cavités du corps pendant un long eſpace de temps ſans y produire de fâcheux effets, mais il donne lieu à des ſymptômes déplorables lorſqu'il ſe ramaſſe dans les vaiſſeaux ſanguins, ce point de doctrine eſt fondée ſur les obſervations des Médecins les plus certaines; on voit tous les jours des perſonnes atteintes d'un emphyſème, d'une tympanite, vivre très-long-temps avec cette incommodité, on peut même dire que les collections aëriennes ne deviennent mortelles que parce qu'elles donnent lieu à l'hydropiſie; je puis confirmer ce fait par des expériences ſur des animaux vivans; avec un ſoufflet, j'ai fait remplir d'air le ventre d'un chien, & par des précautions que j'avois priſes, l'air a été maintenu dans cette cavité; mais ſoit que l'air ait perdu ſon reſſort, ſoit qu'il ait été abſorbé ou qu'il ſe ſoit frayé une iſſue par l'ouverture même qu'on avoit pratiquée pour l'introduire, le bas-ventre s'eſt affaiſſé & eſt revenu dans ſon état naturel, & les fonctions de l'animal n'ont point été troublées.

Cependant s'il nous eſt permis de raiſonner ſur ce fait, nous dirons que l'affaiſſement du bas-ventre nous parut avoir été plutôt produit par la deſtruction de l'élaſticité de l'air que par les deux autres cauſes: la petite plaie qu'on avoit faite au bas-ventre pour y introduire le bout d'un tuyau, avoit été fermée avec toutes les

précautions poſſibles, il y avoit par-deſſus un emplâtre aglutinatif ſoutenu par un bandage.

2.° L'abſorption de l'air par les vaiſſeaux n'eſt pas démontrée, que dis-je! on ſait que l'air ne pénètre pas les tuyaux capillaires, & qu'il ſuffit même que quelque bulle s'y ſoit inſinuée pour qu'aucun liquide ne puiſſe les pénétrer.

3.° On ſait au contraire, que l'air perd de ſon reſſort lorſqu'il ſe mêle avec les vapeurs animales; on en a un exemple frappant en faiſant reſpirer à un animal le même air qu'on tenoit renfermé dans une veſſie, elle devient flaſque à proportion que l'animal reſpire : nous avons fait cette expérience après Hoocke & elle nous a réuſſi. Voyez l'Extrait des expériences de Phyſiologie que j'ai faites au Collége royal en 1771, publié par M. Collomb.

Quoi qu'il en ſoit, l'air peut reſter long-temps accumulé dans les cavités ſans donner lieu à des ſymptômes dangereux, cependant il y a une diſtinction à faire des cavités où l'air ſe ramaſſe; dans la tête il produit des ſymptômes ſi funeſtes, qu'on fait périr un animal en lui ſoufflant dans le crâne; dans la poitrine, il peut être accumulé en plus grande quantité & y ſéjourner plus long-temps, mais dans le bas-ventre il faudroit qu'il y fût ramaſſé en une quantité prodigieuſe pour éteindre le principe de la vie.

Il n'en eſt pas de même de l'air qui pénètre les vaiſſeaux ſanguins, la plus petite quantité qui s'y introduit, nuit à la circulation; un chat à qui on a ſoufflé dans la veine jugulaire, eſt mort apoplectique preſque dans l'inſtant; un chien dans lequel on a introduit de l'air par la veine crurale, a été atteint de battemens de cœur effroyables & qui n'ont ceſſé qu'à la mort: j'ai fait ces expériences pluſieurs fois, & elles m'ont fourni des réſultats analogues, je n'ignore pas qu'elles ont été faites par des Phyſiologiſtes, mais comme ils ne ſont pas d'accord ſur les effets qui s'enſuivent, j'ai cru devoir les réitérer : ces expériences ne ſont pas de pure ſpéculation, elles nous apprennent comment on peut périr d'apoplexie par de l'air qui ſe ſeroit développé dans la tête, comme Hippocrate l'avoit dit; & comment après des palpitations de cœur mortelles, on n'a trouvé que de l'air renfermé dans les ventricules du cœur *.

* *Henricus Graëtzius de hydrope pericardii.*

Sur le

Sur le racorniſſement de l'Épiploon.

L'épiploon eſt naturellement étendu ſur tous les inteſtins grêles dans les adultes; il n'eſt même pas rare de le voir deſcendre beaucoup plus bas, tant chez ceux qui l'ont ſurchargé de graiſſe, que chez ceux qui ont quelqu'épiplocèle; mais alors on peut dire que l'épiploon pèche par trop d'extenſion: nous examinerons ici l'état contraire, je veux dire celui où l'épiploon ne deſcend pas auſſi bas qu'il convient.

Or, il arrive ſouvent alors que l'épiploon s'épaiſſit en raiſon de ce qu'il eſt froncé, & que formant une tumeur plus ou moins conſidérable, il ſoulève les parties charnues du bas-ventre, & forme une tumeur qu'il eſt ſouvent aiſé de reconnoître par le tact. On peut établir deux cauſes de cette rétraction; l'une eſt externe, & l'autre eſt interne; la première dépend fréquemment d'un obſtacle quelconque qui empêche l'épiploon de s'étendre librement, ou qui le refoule vers la région épigaſtrique: cet effet arrive dans les hydropiſies, dans les groſſeſſes, & à la ſuite de quelques tumeurs qui ont leur ſiége dans la région hypogaſtrique.

Qu'on ouvre les livres de l'Art, & qu'on conſulte l'hiſtoire des léſions obſervées dans le bas-ventre des hydropiques, & l'on verra qu'à la ſuite de cette maladie l'épiploon a été trouvé fréquemment racorni, repouſſé vers l'eſtomac & vers l'hypocondre gauche ſur-tout. On a peut-être porté dans mon amphithéâtre plus de trente cadavres qui ſont morts d'aſcite, & dans la plupart deſquels j'ai trouvé l'épiploon conſidérablement épaiſſi & refoulé: or, ſi l'on joint ces faits à ceux qui ont été rapportés par M.rs Morgagni & Lieutaud, on conviendra qu'une telle altération dans l'épiploon eſt très-commune.

Il y a environ neuf ans que M. Fournier fit faire l'opération de la paracentèſe à un malade de l'hôpital Saint-Éloi de Montpellier; il coula beaucoup d'eau, & quelques jours après le bas-ventre du malade étant prodigieuſement affaiſſé; je le tâtai avec quelques autres Étudians, & je découvris une dureté conſidérable vers la partie latérale gauche & moyenne du bas-ventre; le ſujet

ne s'en plaignoit point, & il ſortit quelque temps après, guéri en apparence; j'ignore s'il l'aura été réellement.

Quelque temps après, ayant aſſiſté à une opération de la paracentèſe, je n'eus rien de plus à cœur, dès que l'eau fut évacuée, que de tâter le bas-ventre pour voir ſi je ne découvrirois point la tumeur que j'avois déjà obſervée; même fait: enfin, pour ne pas inſiſter davantage, je puis aſſurer que ſur le plus grand nombre de ceux qui ont ſouffert cette opération, j'ai vu une tumeur vers la partie latérale gauche de l'ombilic, & je ne doute pas qu'en pareil cas, les Médecins ne faſſent la même obſervation.

Cette tumeur n'occupe cependant pas toujours la même partie du bas-ventre, on l'a vue du côté oppoſé; mais ordinairement comme elle dépend de l'épiploon qui s'eſt racorni, elle eſt plus ou moins mobile, à moins que par une plus grande altération la tumeur n'ait contracté des adhérences avec les parties voiſines.

Un homme, dont il eſt queſtion dans les Éphémérides des Curieux de la Nature, fut atteint de la fièvre-quarte vers l'âge de trente ans; elle dégénéra en aſcite: le malade en mourut. A l'ouverture du corps on trouva l'épiploon extraordinairement retiré vers l'eſtomac.

Un porte-faix fait un effort, il ſe plaint d'une douleur aux lombes, la fièvre ſurvient, ſon ventre ſe tuméfie, & bientôt il eſt reconnu hydropique. A l'ouverture du corps, M. Morgagni * trouva parmi pluſieurs léſions l'épiploon qui étoit rappetiſſé & refoulé dans l'hypocondre gauche.

* *Morgagni epiſt. XXXIV, art. 25.*

Je pourrois confirmer, par beaucoup d'autres obſervations, s'il étoit néceſſaire, que l'épiploon ſe retire lorſqu'il y a de l'eau dans le bas-ventre, & que ſouvent il reſte tel après l'évacuation des eaux; heureuſement cette eſpèce de tumeur n'eſt point dangereuſe, & c'eſt de ce dont il faut être inſtruit pour n'en pas porter un pronoſtic funeſte, ou pour ne pas faire des remèdes inutiles, comme je l'ai vu faire.

C'eſt ſous le même point de vue que nous regarderons ces tumeurs que les femmes qui ont fait beaucoup d'enfans, portent ordinairement vers la région ombilicale. La matrice, à proportion

qu'elle se distend, soulève les intestins, & par conséqurnt l'épiploon; c'est ce que les Accoucheurs & les Anatomistes savent généralement; mais ils ignorent, ou au moins ils n'y font pas assez d'attention, que l'épiploon pressé pendant plusieurs mois se retire, se contracte & s'épaissit, au point que la matrice revenue sur elle-même, & les intestins descendus vers l'hypogastre, il reste une dureté ou une tumeur vers la région de l'ombilic & quelquefois plus haut. Plusieurs femmes que j'ai vues portent cette tumeur sans accident; mais il en est d'autres qui éprouvent des tiraillemens d'estomac prodigieux & des coliques plus ou moins vives. Le meilleur remède qu'on puisse employer alors, c'est de faire porter à la malade une ceinture qui lui serre médiocrement le bas-ventre.

Une femme, mère de plusieurs enfans, se plaignoit d'une pareille incommodité depuis long-temps; elle avoit consulté divers Médecins, elle prenoit, de leur avis, des stomachiques sous diverses formes & sans aucun succès. J'eus occasion de la voir, & m'ayant appris qu'elle éprouvoit des tiraillemens d'estomac depuis sa dernière couche, je tâtai alors son bas-ventre, & je sentis une dureté considérable qui s'étendoit de l'ombilic vers le rein gauche; je ne doutai pas que ce ne fût l'épiploon qui s'étoit retiré, & qui n'étant pas suffisamment soutenu par les intestins, tirailloit l'estomac & produisoit les symptômes dont la malade se plaignoit. Je conseillai l'usage d'une ceinture, & cela réussit sans autre remède.

Ces sortes de rétractions de l'épiploon sont si communes, qu'on peut avancer qu'elles ont lieu dans toutes les femmes qui ont fait des enfans, & qu'elles ne diffèrent que du plus au moins: qu'on ouvre les cadavres & qu'on compare les épiploons des femmes & des filles, & l'on verra que ceux des premières sont d'autant moins développés, épanouis, distendus, qu'elles ont fait plus d'enfans; on pourroit encore ajouter, & qu'elles se sont moins serré le ventre pendant la grossesse; car il y a des mères si malheureuses, que pour conserver une certaine régularité dans la taille, elles ne craignent pas de porter, pendant les derniers temps de la grossesse, les corps les plus serrés; la matrice ne peut alors se porter en devant, comme

elle devroit, le fond remonte plus haut, comprime l'épiploon avec plus de force, & le moindre des inconvéniens qu'il en résulte, c'est que l'épiploon reste très-dur & tuméfié.

La cause de cette maladie n'est donc point équivoque, on peut même dire qu'elle est si évidente qu'il est extraordinaire que les Médecins ne l'aient pas connue, ayant été si souvent consultés pour des tumeurs au bas-ventre, qui sont survenues après l'accouchement. Nous ne comprenons cependant pas dans ce nombre Bauhin *(a)* ni Ruysch *(b)*; ces célèbres Anatomistes ont trouvé, dans des cadavres de femmes qui avoient fait plusieurs enfans, des tumeurs dans l'épiploon, mais ils n'ont pas cru qu'elles fussent aussi fréquentes qu'elles le sont en effet.

Les tumeurs du mésentère, des ovaires, peuvent donner lieu à la rétraction de l'épiploon de la même manière que la matrice le fait lorsqu'elle est trop distendue, & la vessie elle-même violemment distendue par l'urine, a produit le même effet. Voyez-en des observations bien constatées dans l'ouvrage *de Sed. & Causis morbor.* de M. Morgagni, *epist. IV, n.° 19.*

Dans tous les cas dont nous venons de parler, l'épiploon n'a souffert que par la compression que les parties ont faite sur lui, mais il est des causes qui agissant sur lui, sans même agir sur les viscères voisins, le crispent, l'épaississent, le durcissent. On trouve quelquefois ce viscère si compacte & d'un tissu si resserré qu'il est aussi dur que de la corne, si dur qu'on a de la peine à le couper avec le scalpel. (M. Cavalier, mon ancien Prevôt, en trouva un dans mon amphithéâtre dont la solidité égaloit celle d'un cuir à demi-brûlé: nous n'eumes pas de détails sur la maladie qui avoit précédé) J'ai fait plusieurs observations semblables dans mon amphithéâtre, mais comme ces observations sont toujours incomplètes, l'histoire de la maladie étant le point le plus essentiel, je n'en parlerai pas davantage.

(a) Theat. Anat.

(b) Centur. obs. Anat. Chirurg. — Cette observation est aussi rapportée dans l'histoire anatomique de M. Lieutaud, *page 55;* & dans le *livre III, epist. XLVIII, art. 46, de sed. & causis morb.* de M. Morgagni.

Telles ſont les obſervations que j'ai cru devoir communiquer à l'Académie, ſur les tumeurs & les engorgemens de l'épiploon; ces maladies ſont ſi communes, elles ſont ſi obſcures, le traitement en eſt ſi difficile, & leur terminaiſon ſi fâcheuſe, qu'aucune matière n'eſt plus digne de notre attention: c'eſt d'après ces motifs que j'ai cru devoir m'en occuper & publier mon travail. Je ſens mieux qu'un autre combien il eſt éloigné de la perfection dont il eſt ſuſceptible; c'eſt aux Médecins à y ajouter ce qui y manque, & à rectifier ce qu'il y a de défectueux; je me féliciterai s'il peut fixer aſſez leur attention, pour qu'ils s'en occupent à l'avantage de l'humanité!



REMARQUES
SUR LES
PROBLÈMES DE SITUATION.

Par M. VANDERMONDE.

4 Mai 1771.

QUELLES que ſoient les circonvolutions d'un ou de pluſieurs fils dans l'eſpace, on peut toujours en avoir une expreſſion par le calcul des grandeurs; mais cette expreſſion ne ſeroit d'aucun uſage dans les Arts. L'ouvrier qui fait une *treſſe*, un *réſeau*, des *nœuds*, ne les conçoit pas par les rapports de grandeur, mais par ceux de ſituation : ce qu'il y voit, c'eſt l'ordre dans lequel ſont entrelacés les fils. Il ſeroit donc utile d'avoir un ſyſtème de calcul plus conforme à la marche de l'eſprit de l'ouvrier, une notation qui ne repréſentât que l'idée qu'il ſe forme de ſon ouvrage, & qui pût ſuffire pour en refaire un ſemblable dans tous les temps.

Mon objet ici n'eſt que de faire entrevoir la poſſibilité d'une pareille notation, & ſon uſage dans les queſtions ſur des tiſſus de fils. Je me ſervirai, pour expoſer mon idée, d'un Problème qui ſe rapporte à ce genre, & qui eſt très-connu, celui de la *marche du cavalier des échecs*, qui a été réſolu par M. Euler, *Mémoires de Berlin, 1759*. Le procédé de ce grand Géomètre ſuppoſe qu'on a *l'échiquier* ſous les yeux; je le réduis à une ſimple opération d'Arithmétique, faite ſur des nombres qui ne repréſentent point des quantités, mais des rangs dans l'eſpace.

Les nombres nombrans, *un, deux, trois,* &c. ont été les ſeuls ſoumis au calcul, juſqu'au moment où Viète parut : il y ſoumit les nombres généraux, *l'un, un autre, un troiſième,* &c. qu'il déſigna par les lettres de l'alphabet; & ce fut l'époque d'une révolution dans les Mathématiques. Quant aux nombres ordinaux, *le premier, le ſecond, le troiſième,* &c. que Léibnitz introduiſit dans les calculs ordinaires, & que je propoſe ici d'appliquer aux recherches ſur les Situations, ils ne paroiſſent pas avoir encore fixé ſuffiſamment l'attention des Géomètres.

Léibnitz promit un *calcul des Situations*, & mourut ſans rien publier. C'eſt un ſujet où tout reſte à faire, & qui mériteroit bien qu'on s'en occupât.

(1.) Je conçois l'eſpace partagé en élémens finis & arbitraires, diſtingués par leur quantième; c'eſt-à-dire, 1.° que je conçois un eſpace plan, partagé par des parallèles en une ſuite de bandes, puis partagé de nouveau par une autre ſuite de parallèles qui coupent les premières; & que je diſtingue les différentes bandes par la dénomination de première, deuxième, troiſième, quatrième, &c. dans l'une & dans l'autre diviſion. Je puis déſigner alors un point déterminé, comme appartenant à l'un quelconque des parallélogrammes nés de cette double diviſion, en poſant ſimplement l'un au-deſſus de l'autre, deux nombres, dont l'un ſoit le quantième de la première diviſion, & l'autre, celui de la ſeconde. Ainſi $^{3}_{4}$, par exemple, appartient au parallélogramme qui eſt commun à la quatrième bande dans la première diviſion, & à la troiſième dans la ſeconde. *Voyez figure 1.* Je conçois 2.° un eſpace ſolide partagé d'abord par des plans parallèles en une ſuite de tranches, puis partagé de nouveau par une autre ſuite de plans parallèles qui coupent les premiers, & enfin partagé une troiſième fois par une nouvelle ſuite de plans parallèles qui coupent les uns & les autres; & je puis déſigner par 1^{2}_{3}, par exemple, un point déterminé, comme appartenant au parallélipipède commun à la troiſième tranche dans la première diviſion, à la deuxième tranche dans la ſeconde, & à la première dans la troiſième. *Voyez figure 2.*

(2.) En général, trois nombres aſſemblés ainſi, c^{b}_{a}, déſignant un certain lieu dans l'eſpace, comme compris entre des limites données, une ſuite de pareilles expreſſions c^{b}_{a}; $\mathrm{c}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{a}}$, γ^{β}_{α} . . . . . peut ſervir à aſſigner une route dans l'eſpace, ou bien le cours d'un fil; & ſuivant qu'on aura beſoin de plus ou moins de préciſion, on reſſerrera plus ou moins les limites, & l'on ſous-entendra plus ou moins de paſſages à travers les parallélipipèdes contigus.

C'eſt ainſi, par exemple, qu'en ſuppoſant le fil médiocrement

flexible & abandonné en liberté, excepté dans les points désignés ci-après, on aura, ce me semble, une expression suffisante de la *tresse, fig. 3,* au moyen de la suite

$$2^{3}_{2},\ 1^{2}_{3},\ 2^{1}_{3},\ 1^{1}_{1},\ 2^{2}_{1},\ 1^{3}_{2},\qquad 2^{3}_{4},\ 1^{2}_{5},\ 2^{1}_{5},\ 1^{1}_{3},\ 2^{2}_{3},\ 1^{3}_{4}\ldots\ldots$$

On aura de même l'expression d'un système de *mailles* de *bas, fig. 4,* au moyen des suites

$$2^{4}_{1},\ 1^{3}_{1},\ 1^{2}_{1},\ 2^{1}_{1},\ 2^{1}_{2},\ 1^{2}_{2},\ 1^{3}_{2},\ 2^{4}_{2},\quad 2^{4}_{3},\ 1^{3}_{3},\ 1^{2}_{3},\ 2^{1}_{3}\ldots\ldots$$

$$2^{6}_{1},\ 1^{5}_{1},\ 1^{4}_{1},\ 2^{3}_{1},\ 2^{3}_{2},\ 1^{4}_{2}\ldots\ldots$$

$$2^{8}_{1},\ldots\ldots$$

&c.

On doit sentir qu'il ne faudroit pas beaucoup de complication dans des expressions de ce genre, pour qu'il devînt impossible d'y suppléer par un discours ou par un dessin; & je ferai voir ci-dessous, comment, par un procédé mécanique, on pourroit toujours reproduire & se représenter l'espèce de tissu qu'elles indiqueroient.

Voici maintenant un essai de l'usage de cette façon de noter dans les questions auxquelles les circonvolutions de fils peuvent donner lieu.

(3.) Faire parcourir au *cavalier* toutes les cases de l'*échiquier* sans passer deux fois sur la même, se réduit à déterminer une certaine trace du *cavalier* sur l'*échiquier*, ou bien, en supposant une épingle fixée au centre de chaque case, à déterminer le cours d'un fil passé une fois autour de chaque épingle, d'après une loi dont nous allons chercher l'expression. *Voyez fig. 5.*

(4.) $^{b}_{a}$ désignant une case quelconque de l'*échiquier, a* & *b* ne peuvent avoir pour valeur que l'un des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Deux positions immédiatement successives d'une *pièce* du jeu d'*échecs*, étant $^{b}_{a}$, $^{\mathrm{b}}_{\mathrm{a}}$, la *marche* de cette *pièce* est une condition entre *a* & a, *b* & b.

La

La *tour*, par exemple, posée sur la case $\frac{b}{a}$, peut aller de-là sur toute case $\frac{b}{(a + m)}$, ou bien $\frac{(b + m)}{a}$, *m* étant un nombre entier positif ou négatif, tel que $a + m$, ou $b + m$ ne soit ni < 1, ni > 8.

Le *fou* posé aussi sur cette case $\frac{b}{a}$, peut aller sur toute case $\frac{(b + m)}{(a \pm m)}$.

Le *cavalier* peut aller de $\frac{b}{a}$ en $\frac{(b \pm 1)}{(a \pm 2)}$, ou en $\frac{(b \pm 2)}{(a \pm 1)}$: & ainsi des autres *pièces*.

(5.) Faire parcourir au *cavalier* toutes les cases de l'*échiquier* sans passer deux fois sur la même, c'est donc ranger de suite les soixante-quatre termes

$$\frac{1}{1}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\cdots\frac{2}{1}\ \frac{2}{2}\ \frac{2}{3}\cdots\cdots\frac{3}{1}\ \frac{3}{2}\cdots\cdots\cdots\frac{8}{8}.$$

dans un ordre tel qu'il règne par-tout cette loi entre deux termes contigus, que la différence entre les nombres supérieurs étant 1, la différence entre les inférieurs soit 2, ou la différence entre les nombres supérieurs étant 2, celle entre les inférieurs soit 1. *Voyez l'exemple ci-après, article (11).*

(6.) On pourroit prendre une suite de soixante-quatre termes, tous indéterminés, $\frac{b}{a}$, $\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}$, $\frac{\beta}{\alpha}$, ... & en imposant un certain nombre de nouvelles conditions, pour diminuer le nombre d'alternatives entre les valeurs à donner aux lettres a, a, α, . . . b, b, β, . . . on pourroit traiter ce Problème par analyse; je ne m'occuperai point de cette considération, il suffit qu'on remarque qu'en effet ceci ramène la question à l'analyse ordinaire.

(7.) En cherchant à rapprocher de la forme symétrique, la trace cherchée du *cavalier*, on facilite la solution: c'est sous ce point de vue que je vais la présenter.

La trace du *cavalier* seroit une figure symétrique, si, changeant ici dans l'expression de sa *marche* 8 en 1, 7 en 2, 6 en 3,

5 en 4 *& vice verſâ,* ſoit dans les nombres ſupérieurs ſeulement, ſoit dans les inférieurs, ou à la fois dans les deux, il n'en réſultoit aucun changement dans l'expreſſion totale.

(8.) Il s'agiroit donc de trouver ſeize pas conſécutifs du *cavalier,* ou ſeize termes de la ſuite cherchée, qui fuſſent tels *(Voyez l'exemple ci-deſſous,* article 9*),* qu'il ne s'y trouvât aucun terme commun avec les ſeize qui en proviendroient, en y changeant 8 en 1, 7 en 2, 6 en 3, 5 en 4, *& vice verſâ,* dans les nombres inférieurs, ni aucun enfin avec les ſeize qui en proviendroient en y faiſant le même changement dans les nombres ſupérieurs, ni aucun enfin avec les ſeize réſultans de ce même changement, fait dans les ſupérieurs & dans les inférieurs à la fois. On auroit, après la transformation, quatre ſuites de pas du *cavalier,* qui comprendroient les ſoixante-quatre caſes de l'*échiquier* ſans aucune répétition, & dont la trace ſeroit une figure ſymétrique; & pour réſoudre le problème propoſé, il reſteroit à lier les quatre ſuites en une ſeule, où la loi régnât d'un bout à l'autre.

(9.) Pour obtenir les ſeize termes en queſtion, je commence par écrire dans un ordre quelconque, les ſoixante-quatre termes

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & & 2 & 2 & 2 & & 3 & 3 & & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots\cdots & 1 & 2 & 3 & \cdots\cdots & 1 & 2 & \cdots\cdots & 8. \end{array}$$

J'en prends d'abord un arbitrairement, comme $\genfrac{}{}{0pt}{}{5}{5}$, & j'écris au-deſſous les trois termes transformés $\genfrac{}{}{0pt}{}{4}{5}$, $\genfrac{}{}{0pt}{}{5}{4}$ & $\genfrac{}{}{0pt}{}{4}{4}$. Aucun de ces termes ne devant plus me ſervir, je les efface tous, des ſoixante-quatre. Entre les ſoixante reſtans, j'en prends arbitrairement un autre qui ſe lie avec $\genfrac{}{}{0pt}{}{5}{5}$ ſelon la *marche* du *cavalier,* comme $\genfrac{}{}{0pt}{}{4}{3}$; (la différence entre les nombres ſupérieurs de ces deux termes étant 1, tandis que la différence entre les inférieurs eſt 2) j'écris au-deſſous de $\genfrac{}{}{0pt}{}{4}{3}$ ſes trois transformés correſpondans $\genfrac{}{}{0pt}{}{5}{3}$, $\genfrac{}{}{0pt}{}{4}{6}$ & $\genfrac{}{}{0pt}{}{5}{6}$. & les effaçant des ſoixante termes, il m'en reſte cinquante-ſix, ſur leſquels je continue le même procédé.

Par-là j'obtiens, par exemple, les quatre ſuites ſymétriques

5 4 2 1 3 2 1 3 1 2 4 3 1 2 4 3
5, 3, 4, 2, 1, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 6.

4 5 7 8 6 7 8 6 8 7 5 6 8 7 5 6
5, 3, 4, 2, 1, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 6.

5 4 2 1 3 2 1 3 1 2 4 3 1 2 4 3
4, 6, 5, 7, 8, 6, 8, 7, 6, 8, 7, 5, 4, 2, 1, 3.

4 5 7 8 6 7 8 6 8 7 5 6 8 7 5 6
4, 6, 5, 7, 8, 6, 8, 7, 6, 8, 7, 5, 4, 2, 1, 3.

(10.) La facilité de former ces ſuites, dépend de l'obſervation ſuivante : ſi, par exemple, on eut pris cette route-ci

5 4 2 1 3 2 1 3 4 2 1 3 1
5, 3, 4, 2, 1, 3, 5, 4, 2, 1, 3, 2, 1

on eut été arrêté, parce que $\genfrac{}{}{0pt}{}{1}{1}$ ne ſe lie qu'avec $\genfrac{}{}{0pt}{}{3}{2}$ ou $\genfrac{}{}{0pt}{}{2}{3}$ qui ſont déjà dans la ſuite ; mais il étoit facile d'apercevoir que $\genfrac{}{}{0pt}{}{2}{3}$, l'un des termes moyens, & le terme extrême $\genfrac{}{}{0pt}{}{1}{1}$ ſe liant entre eux, l'ordre de la ſuite pouvoit être changé, ſans que la loi ceſſât d'avoir lieu, en écrivant les ſept derniers termes dans l'ordre inverſe, ce qui amenoit comme ci-deſſus

5 4 2 1 3 2 1 3 1 2 4 3 1
5, 3, 4, 2, 1, 5, 1, 2, 3, 1, 2, 4, 5

où rien n'arrête plus.

En général, lorſqu'un terme extrême ſe lie avec un terme moyen, en écrivant dans l'ordre inverſe tous les termes depuis celui-ci excluſivement juſqu'à ce terme extrême, on change la ſuite ſans changer la loi.

Au moyen de cela, il eſt facile d'obtenir des ſuites où les deux termes extrêmes ſe lient, ou, ce qui eſt la même choſe, des routes rentrantes ſur elles-mêmes ; telles ſont celles de l'article précédent.

Il eſt facile auſſi de lier deux ſuites entre elles, puiſqu'il ne s'agit que d'amener pour termes extrêmes dans l'une & dans l'autre, des termes qui ſe lient. *Voyez le Mémoire de* M. Euler, *cité précédemment.*

(11.) Des quatre ſuites de l'*article 9*, la première ſe lie

avec la quatrième, & par conséquent aussi, la seconde avec la troisième. L'union faite, on a les deux suites résultantes,

$$\begin{array}{l} 5\;4\;2\;1\;3\;2\;1\;3\;1\;2\;4\;3\;1\;2\;4\;3\;4\;5\;7\;8\;6\;7\;8\;6\;8\;7\;5\;6\;8\;7\;5\;6 \\ 5,3,4,2,1,3,1,2,3,1,2,4,5,7,8,6,4,6,5,7,8,6,8,7,6,8,7,5,4,2,1,3. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4\;5\;7\;8\;6\;7\;8\;6\;8\;7\;5\;6\;8\;7\;5\;6\;5\;4\;2\;1\;3\;2\;1\;3\;1\;2\;4\;3\;1\;2\;4\;3 \\ 5,3,4,2,1,3,1,2,3,1,2,4,5,7,8,6,4,6,5,7,8,6,8,7,6,8,7,5,4,2,1,3. \end{array}$$

qui sont encore symétriques entr'elles, & rentrantes sur elles-mêmes.

En les réunissant, il faut altérer un peu la symétrie; mais si, par exemple, on intercale la seconde suite entre les termes $\frac{2}{4}$ & $\frac{1}{2}$ de la première, la suite totale demeure rentrante, & satisfait par conséquent, à partir de telle case qu'on voudra. *Voyez* figure 5, *la forme de la trace du* cavalier *sur l'échiquier, déterminée par cette suite.*

(12.) Si l'on proposoit de disposer un fil dans l'espace, suivant une loi analogue à celle qui a lieu ici sur le plan, le procédé seroit de la même facilité.

Je suppose, par exemple, que la question se réduise à ranger de suite les soixante-quatre termes

$${1}_{1}^{1}\quad {2}_{1}^{1}\quad {3}_{1}^{1}\cdots\cdots\quad {1}_{2}^{1}\quad {2}_{2}^{1}\cdots\cdots\quad {1}_{3}^{1}\cdots\cdots\cdots\quad {4}_{4}^{4}$$

$${1}_{1}^{2}\quad {2}_{1}^{2}\cdots\cdots\quad {1}_{2}^{2}\cdots\cdots$$

$${1}_{1}^{3}\cdots\cdots$$

&c.

dans un ordre tel, qu'il règne par-tout cette loi entre les nombres homologues de deux termes contigus, que les uns (les supérieurs, par exemple) diffèrent de deux unités; les autres, (par exemple, les nombres latéraux) diffèrent d'une unité, & que les troisièmes ne diffèrent point. J'emploie la symétrie, de même que ci-dessus.

Son symptôme est ici, qu'en changeant 1 en 4, 2 en 3, *&* *vice versâ*, soit dans les nombres inférieurs, soit dans les supérieurs; soit dans les latéraux, ou bien dans deux quelconques à la fois, ou dans tous, l'expression totale reste la même.

(13.) Je cherche donc huit termes, entre lefquels règne la loi prefcrite, & qui foient tels, qu'en y faifant les différentes transformations de l'article précédent, il n'en réfulte que des termes nouveaux. Comme la manière de procéder eft parfaitement analogue à celle du Problème ci-deffus, je ne ferai qu'expofer mon réfultat.

Je trouve les huit fuites

$$4^3_1,\ 3^3_3,\ 3^1_2,\ 1^1_1,\ 1^2_3,\ 1^4_2,\ 2^4_4,\ 3^2_4.$$

$$4^3_4,\ 3^3_2,\ 3^1_3,\ 1^1_4,\ 1^2_2,\ 1^4_3,\ 2^4_1,\ 3^2_1.$$

$$4^2_1,\ 3^2_3,\ 3^4_2,\ 1^4_1,\ 1^3_3,\ 1^1_2,\ 2^1_4,\ 3^3_4.$$

$$1^3_1,\ 2^3_3,\ 2^1_2,\ 4^1_1,\ 4^2_3,\ 4^4_2,\ 3^4_4,\ 2^2_4.$$

$$4^2_4,\ 3^2_2,\ 3^4_3,\ 1^4_4,\ 1^3_2,\ 1^1_3,\ 2^1_1,\ 3^3_1.$$

$$1^3_4,\ 2^3_2,\ 2^1_3,\ 4^1_4,\ 4^2_2,\ 4^4_3,\ 3^4_1,\ 2^2_1.$$

$$1^2_1,\ 2^2_3,\ 2^4_2,\ 4^4_1,\ 4^3_3,\ 4^1_2,\ 3^1_4,\ 2^3_4.$$

$$1^2_4,\ 2^2_2,\ 2^4_3,\ 4^4_4,\ 4^3_2,\ 4^1_3,\ 3^1_1,\ 2^3_1.$$

Je vois qu'elles fe lient deux à deux, la première avec la fixième, la feconde avec la quatrième, la feptième avec la cinquième, & la huitième avec la troifième.

J'écris les quatre nouvelles fuites réfultantes de cette liaifon,

$$1^3_4,\ 2^3_2,\ 2^1_3,\ 4^1_4,\ 4^2_2,\ 4^4_3,\ 3^4_1,\ 2^2_1,\ 4^3_1,\ 3^3_3,\ 3^1_2,\ 1^1_1,\ 1^2_3,\ 1^4_2,\ 2^4_4,\ 3^2_4.$$

$$1^3_1,\ 2^3_3,\ 2^1_2,\ 4^1_1,\ 4^2_3,\ 4^4_2,\ 3^4_4,\ 2^2_4,\ 4^3_4,\ 3^3_2,\ 3^1_3,\ 1^1_4,\ 1^2_2,\ 1^4_3,\ 2^4_1,\ 3^2_1.$$

$$4^2_4,\ 3^2_2,\ 3^4_3,\ 1^4_4,\ 1^3_2,\ 1^1_3,\ 2^1_1,\ 3^3_1,\ 1^2_1,\ 2^2_3,\ 2^4_2,\ 4^4_1,\ 4^3_3,\ 4^1_2,\ 3^1_4,\ 2^3_4.$$

$$4^2_1,\ 3^2_3,\ 3^4_2,\ 1^4_1,\ 1^3_3,\ 1^1_2,\ 2^1_4,\ 3^3_4,\ 1^2_4,\ 2^2_2,\ 2^4_3,\ 4^4_4,\ 4^3_2,\ 4^1_3,\ 3^1_1,\ 2^3_1.$$

qui font fymétriques & rentrantes fur elles-mêmes. J'obferve que le fecond terme 2^3_2 de la première fe lie avec le fixième 4^4_2 de la feconde, & par conféquent auffi, le fecond de la troifième,

avec le ſixième de la quatrième. Je réunis ces ſuites deux à deux, ce qui me donne

$2^1_3, 4^1_4, 4^2_2, 4^4_3, 3^4_1, 2^2_1, 4^3_1, 3^3_3, 3^1_2, 1^1_1, 1^2_3, 1^4_2, 2^4_4, 3^2_4, 1^3_4, 2^3_2, 4^4_2, 3^4_4, 2^2_4, 4^3_4, 3^3_2, 3^1_3, 1^1_4, 1^2_2, 1^4_3, 2^4_1, 3^2_1, 1^3_1, 2^3_3, 2^1_2, 4^1_1, 4^2_3.$

$3^4_3, 1^4_4, 1^3_2, 1^1_3, 2^1_1, 3^3_1, 1^2_1, 2^2_3, 2^4_2, 4^4_1, 4^3_3, 4^1_2, 3^1_4, 2^3_4, 4^2_4, 3^2_2, 1^1_2, 2^1_4, 3^3_4, 1^2_4, 2^2_2, 2^4_3, 4^4_4, 4^3_2, 4^1_3, 3^1_1, 2^3_1, 4^2_1, 3^2_3, 3^4_2, 1^4_1, 1^3_3.$

Ces deux ſuites ſont encore rentrantes ſur elles-mêmes, & ſymétriques entre elles: & comme le dernier terme 4^2_3 de la première ſe lie avec le premier 3^4_3 de la ſeconde, & le dernier 1^3_3 de celle-ci, avec le premier 2^1_3 de la première; en les réuniſſant, j'ai une ſuite totale, ſymétrique & rentrante, qui ſatisfait à la queſtion propoſée.

(14.) Pour ſe repréſenter la forme décrite par cette ſuite, on pourroit diſpoſer quatre rangées de chacune quatre tiges verticales, percées de quatre trous ſur leur longueur, & il faudroit paſſer le fil dans ces trous: eſpèce de conſtruction qui peut convenir à toutes ſortes de cas.

(15.) Après avoir ſuppoſé un fil plus ou moins tendu entre deux points déſignés, on peut ſuppoſer une toile plus ou moins tendue entre trois ou pluſieurs fils déſignés; on peut conſidérer les fils comme les arêtes d'une ſurface, & les toiles comme ſes différens hèdres, & définir par-là la forme d'un corps. Je n'ajoute ceci que pour mieux faire ſentir l'utilité & l'étendue du travail à faire en cette partie. Je me ſuis livré à ce travail à différentes repriſes; mais avant de communiquer ces recherches à l'Académie, je leur voudrois un enſemble qu'elles n'ont point encore.

OBSERVATIONS SUR LA SITUATION DES VISCÈRES DU BAS-VENTRE CHEZ LES ENFANS,

Et sur le déplacement qu'ils éprouvent dans un âge plus avancé.

Par M. PORTAL.

LA connoiſſance du lieu précis qu'occupe un viſcère du bas-ventre ſuppoſe celle de cette capacité. Pour me faire entendre, je la diviſerai en trois régions, une ſupérieure, une moyenne, une inférieure. La ſupérieure eſt celle qui eſt bornée par le diaphragme & par les côtes; la moyenne s'étend depuis les côtes juſqu'au baſſin; l'inférieure eſt formée par le baſſin lui-même.

Ces trois régions ne forment qu'une ſeule cavité qui renferme tous les viſcères du bas-ventre. La capacité de ces trois régions que nous avons ſuppoſées, varie dans les divers âges de la vie, dans divers ſujets, & par état de maladie. Dans les enfans qui viennent de naître, l'eſpace qu'il y a du ſternum au baſſin eſt environ le tiers de la longueur de tout leur corps; c'eſt un fait dont je me ſuis aſſuré par diverſes meſures. Dans l'adulte, la longueur du bas-ventre n'eſt pas même la cinquième partie de celle du corps. Dans les enfans de trois pieds de haut, le bas-ventre avoit preſque un pied de longueur, tandis que dans les adultes de cinq pieds de haut, je n'y trouvois qu'environ un pied.

Cet excès de capacité ne ſe trouve que dans la région moyenne du bas-ventre, qui eſt beaucoup plus longue dans les enfans que dans les adultes. Mais ſi les enfans ont la région moyenne du bas-ventre plus longue, ils l'ont encore plus grande en tous les ſens; elle eſt plus large de devant en arirère, proportions gardées, car

à cet âge la colonne vertébrale eſt preſque droite, au lieu qu'elle ſe courbe conſidérablement dans la ſuite. Elle eſt plus large en travers, parce que les fœtus ont les côtes plus renverſées en dehors; c'eſt à quoi les Anatomiſtes n'ont pas fait aſſez d'attention; ainſi il réſulte que les enfans ont la région moyenne du bas-ventre beaucoup plus grande que les adultes; le contraire s'obſerve dans les deux autres régions. Les deux voûtes qu'on voit ſous le diaphragme des enfans ne ſont pas proportionnellement auſſi profondes chez eux que dans les adultes. On peut dire que les hypocondres ne ſont preſque point creuſés dans les enfans.

Le baſſin eſt incomparablement plus petit dans les fœtus que dans les adultes; l'os ſacrum eſt alors très-incliné vers les os pubis par ſa partie inférieure; la branche horizontale du pubis eſt très-courte & aplatie, & les tubéroſités de l'os iſchium ſont elles-mêmes renverſées en arrière.

Tout concourt donc à rétrécir la cavité des hypocondres & du baſſin; auſſi dans les enfans du premier âge, tous les viſcères du bas-ventre ſont-ils contenus dans la région moyenne juſqu'à ce que les hypocondres & la région du baſſin venant à s'agrandir, une partie des viſcères s'y inſinue; mais avant que de traiter de ce changement de ſituation des viſcères, donnons une idée de leur ſituation générale dans les enfans.

L'eſtomac des enfans, bien loin d'être ſitué tranſverſalement, comme celui de l'adulte, eſt preſque dans une direction perpendiculaire, & c'eſt à M. de Laſſone que nous devons cette remarque. Il ſe prolonge de la région vulgairement appelée *épigaſtrique*, juſqu'à l'ombilic, & il eſt un peu incliné à gauche, en haut, & à droite en bas. La convexité de ce viſcère, ou la grande courbure eſt tournée à gauche, & la concavité ou la petite courbure eſt tournée à droite.

Le grand épiploon qui eſt attaché à la grande courbure de l'eſtomac, ſe trouve néceſſairement plus à gauche qu'à droite; c'eſt ce qui a induit en erreur pluſieurs Médecins, ils ont pris des obſtructions de ce viſcère pour des embarras dans le colon qu'on a trouvé très-libre à l'ouverture du cadavre de quelques jeunes ſujets. Le foie, dont le volume eſt incomparablement plus gros dans le

fœtus

fœtus que dans l'adulte, proportions gardées avec les autres parties, eſt placé, dans les enfans, preſque tout entier dans la région moyenne du bas-ventre; on ſent auſſi par le tact que ſon bord antérieur eſt beaucoup plus près de la ligne blanche qu'il ne l'eſt dans l'adulte; la forme & la figure de ce viſcère ſont très-différentes à cet âge de celles qu'il a dans la ſuite.

A cet âge, l'inteſtin duodenum eſt preſque entièrement placé derrière l'eſtomac; les contours ſont beaucoup plus marqués, & le paquet inteſtinal eſt plus relevé dans les enfans que dans les gens d'un certain âge. La rate dans les enfans ſe diſtingue par le tact au-deſſous des fauſſes côtes, ce qu'on ne peut faire dans l'adulte, à moins que ſon volume ne ſoit contre nature, on en voit facilement les raiſons par ce qui a été dit. Dans les enfans, une grande partie de ce viſcère eſt placée dans la région moyenne du bas-ventre, au lieu que dans les adultes elle eſt logée dans l'hypocondre gauche.

Dans les jeunes ſujets, la veſſie eſt entièrement placée hors du baſſin, elle ſe prolonge juſqu'à très-peu de diſtance de l'ombilic; ſa capacité eſt très-grande, & elle ſe termine ſupérieurement par une eſpèce de pointe à laquelle l'ouraque eſt implanté. La veſſie pleine d'urine fait une ſaillie très-apparente vers la partie moyenne & inférieure du bas-ventre. Cette poſition de la veſſie au-deſſus des os pubis mérite la plus grande conſidération, car s'il s'agiſſoit de tailler un enfant calculeux, il faudroit préférer l'opération au haut appareil, à toutes les autres méthodes qu'on pratique au périnée. Mais rien n'eſt plus mal vu que cette pratique; une des principales conditions dans l'opération de la taille, eſt d'arriver à la veſſie par le chemin le plus court & ſans danger, ce qu'on feroit en pratiquant le haut appareil dans les enfans, & non le petit appareil, puiſque la veſſie eſt chez eux très-éloignée du périnée. La matrice des jeunes filles & ſes deux ovaires ſont conſidérablement élevés au-deſſus des os pubis, & s'ils ſont engorgés, ce qui eſt très-rare à cet âge, on les ſent avec facilité par le tact. Mais tout change avec l'âge, les côtes s'abaiſſent & le diaphragme ſe voûte, les hypocondres ſe creuſent; alors le foie remonte, & à quinze ans il eſt preſque tout caché ſous les côtes lorſque le ſujet eſt couché.

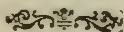
Je me ſuis encore convaincu par l'examen de nombre de ſujets, que le lobe horizontal étoit beaucoup plus gros, proportions gardées, dans les enfans que dans les adultes; que le changement de poſition du foie & le décroiſſement du lobe horizontal de ce viſcère, donnent lieu à un changement manifeſte de l'eſtomac, de perpendiculaire qu'il étoit il devient tranſverſal, alors l'épiploon abandonnant la partie latérale gauche ſe porte vers le milieu du bas-ventre, à proportion que l'eſtomac auquel il eſt attaché change de place.

On ſent facilement, dans la région épigaſtrique des adultes, l'extrémité du lobe horizontal du foie, mais moins que dans les enſans; elle eſt placée ſur l'extrémité inférieure de l'œſophage, & lorſqu'elle devient trop groſſe, elle comprime le canal, & empêche les alimens d'entrer dans l'eſtomac; c'eſt ce que nous avons vu deux fois dans des perſonnes qui ſont mortes après avoir éprouvé des vomiſſemens énormes.

Pendant que les hypocondres ſe creuſent, le baſſin s'agrandit en tout ſens, les os pubis s'élèvent & s'alongent, l'os ſacrum ſe déjette en arrière; les tubéroſités des os *iſchium* ſe renverſent en dehors & s'éloignent réciproquement de l'os *coccix:* ainſi le baſſin augmente en profondeur, en travers & en largeur. Une augmentation ſi conſidérable de la capacité inférieure du bas-ventre donne lieu à un changement bien digne d'attention dans la ſituation des viſcères; ceux qui ſont flottans de leur nature dans la capacité moyenne du bas-ventre ſe précipitent dans le baſſin, la veſſie qui s'étendoit preſque juſqu'à l'ombilic, tombe dans le baſſin, & ſa partie ſupérieure ſe porte en avant; l'ouraque eſt tiraillé & ne s'implante plus, dans les adultes, à la partie ſupérieure de la veſſie, comme dans l'enfant; obſervation qui a été faite par M. Lieutaud, & qui eſt contraire à l'opinion de pluſieurs Anatomiſtes. L'étude de l'Anatomie, dans les divers âges de la vie offre un nouveau champ de découvertes, & il n'eſt pas douteux qu'en la cultivant, on ne parvienne à concilier les opinions des divers Anatomiſtes, parce qu'ils ont regardé comme conſtant ce qu'ils n'ont vu que dans un ſeul âge de la vie. La même cauſe qui change la poſition de la veſſie, change auſſi celle de la matrice; ce viſcère, qui chez les enfans eſt placé au-deſſus des os pubis, s'enfonce peu à peu dans le baſſin,

en ſorte que dans la femme adulte, hors l'état de groſſeſſe & dans l'état naturel, il y eſt entièrement plongé; cependant la deſcente des inteſtins dans le baſſin donne ſouvent lieu à une obliquité de la veſſie & de la matrice; cette obliquité preſque naturelle de la veſſie & de la matrice a été aperçue par *Gunzius* & *Camper.* J'ai depuis comparé les diverſes obſervations que nous avons des hernies de la veſſie, par les anneaux des muſcles abdominaux, & j'ai vu que cette hernie a plus ſouvent lieu à droite qu'à gauche. L'inſpection réitérée des cadavres m'a appris que l'ovaire gauche eſt fréquemment plus élevé que l'ovaire droit.

En effet, le fond de la matrice ne peut s'incliner dans la partie latérale droite du baſſin, que l'ovaire qui lui eſt attaché du côté droit ne deſcende; la poſition reſpective des ovaires change par deux raiſons; la première, parce que l'ovaire droit ſe précipite dans le baſſin; la ſeconde, parce que l'ovaire gauche ſe place un peu plus haut qu'il n'étoit avant le renverſement de la matrice. J'ai ouvert cet hiver les corps de trois femmes, & j'ai trouvé en elles l'ovaire gauche preſque de niveau avec la première pièce de l'os ſacrum. Un autre changement de poſition qu'il ne faut pas ignorer lorſqu'on touche un bas-ventre, c'eſt que dans quelques femmes l'ovaire gauche eſt très-rapproché de la dernière vertèbre lombaire. J'ai vu, avec deux Médecins célèbres, une dame attaquée d'une tumeur ſquirreuſe, placée à quatre travers de doigt au-deſſous & un peu à gauche de l'ombilic, laquelle produiſoit des ſymptômes très-fâcheux: mon opinion fut que cette tumeur étoit ſquirreuſe & adhérente au fond de la matrice, & qu'elle n'étoit point produite par les ovaires que je croyois placés plus à côté; cependant la dame étant morte, à l'ouverture du cadavre, nous vimes la matrice renverſée à droite & entièrement plongée dans le baſſin; l'ovaire droit étoit par-deſſous, tandis que le gauche qui étoit d'un volume prodigieux & d'une dureté extraordinaire étoit placé vers la dernière vertèbre lombaire, & au-deſſus du bord gauche de la matrice il formoit la tumeur que nous avions ſentie, & dont je n'avois pas connu le vrai ſiége.



MÉMOIRE
SUR LES
INÉGALITÉS DE LA LUMIÈRE
DES
SATELLITES DE JUPITER,

Sur la meſure de leurs diamètres; & ſur un moyen, auſſi ſimple que commode, de rendre les Obſervations comparables, en remédiant à la différence des vues & des lunettes.

Par M. BAILLY.

PREMIÈRE PARTIE.

13 Novemb. 1771. §. 1. M. DE FOUCHY fit connoître le premier, en 1732, que le moment des immerſions & des émerſions des Satellites de Jupiter étoit aſſujetti à une inégalité optique, qui eſt dûe aux variations du ſegment éclairé, devenu inſenſible par la diminution de la lumière.

Lorſque le Satellite entre dans l'ombre, ſa lumière diminue par degrés, & il y a un certain terme de cette diminution où la lumière qui reſte ne fait plus d'impreſſion ſur l'œil; c'eſt le moment de la diſparition du Satellite. Il y a donc un ſegment de ſon diſque qui n'eſt pas éclipſé, mais qui ceſſe d'être viſible, parce que la lumière qu'il renvoie eſt trop foible pour être aperçue. Cette quantité de lumière inſenſible eſt à la lumière totale dans le même rapport que le ſegment non éclipſé au diſque entier du Satellite. Il eſt certain que cette quantité eſt conſtante pour le même Obſervateur, tant que l'organe ne s'affoiblit point, mais il n'en eſt pas de même du ſegment inviſible. Si, dans certaines circonſtances, la dixième partie de la lumière du Satellite eſt

insensible, ce segment sera aussi la dixième partie du disque. Mais si la lumière totale vient à augmenter, & qu'elle devienne, par exemple, double de ce qu'elle étoit, quoique la quantité insensible ne change pas, son rapport à la lumière totale ne sera plus le même; au lieu d'en être la dixième partie, elle n'en sera plus que la vingtième, & le segment invisible ne sera également que la vingtième partie du disque. Or, l'intensité de la lumière totale augmente toutes les fois que Jupiter est plus près du Soleil, & la Terre plus près de Jupiter. M. de Fouchy fit voir que l'équation qui avoit lieu pour les éclipses, en vertu de ces variations de la lumière, suivoit la raison inverse du carré de ces deux distances.

Depuis quarante ans on n'a fait aucun usage de cette découverte, parce que M. de Fouchy, en indiquant l'inégalité, n'en avoit point déterminé la quantité. Livré depuis aux fonctions de Secrétaire de l'Académie, il n'a pu suivre cet objet. Dès l'année 1765, je prévoyois que cette équation étoit très-importante, & j'ai dit dans l'Histoire de l'Astronomie des Satellites de Jupiter *, que c'étoit peut-être de cet élément que dépendroit à l'avenir la perfection de leur théorie.

* *Page xxxviij.*

§. 2. M. de Fouchy avoit cependant imaginé un moyen fort ingénieux pour découvrir la quantité ou le *maximum* de cette équation. C'est cette idée qu'il m'a communiquée, à laquelle je dois toutes les différentes expériences que j'ai imaginées pour mesurer la lumière des Satellites. Voici sa méthode. Il faut avoir deux lunettes égales en longueur & en force, & diminuer l'ouverture de l'une de ces lunettes par un diaphragme, de manière que les deux ouvertures soient alors dans le rapport de la plus grande à la plus petite distance de la Terre à Jupiter. Il est sûr que la lumière reçue dans les deux lunettes sera dans le rapport de la lumière que la Terre reçoit de Jupiter dans ces deux positions extrêmes. Elle sera comme le carré des ouvertures; c'est-à-dire comme les carrés de la plus grande à la plus petite distance à Jupiter; & l'on peut croire que la différence entre les temps observés de la même immersion, donnera la quantité de l'équation dont il s'agit ici. Cette méthode a deux inconvéniens; le premier, d'exiger deux Observateurs; le second, de supposer

que leurs vues & leurs lunettes ſont égales en force & en bonté. Cette égalité eſt rare à rencontrer & difficile à reconnoître.

§. 3. J'ai penſé que je pouvois en venir à bout, ſeul, & avec une ſeule lunette. Je me ſuis ſervi d'une lunette achromatique de 5 pieds de foyer, qui porte 24 lignes d'ouverture, & qui groſſit environ ſoixante-quatorze fois. Lorſqu'il devoit y avoir une immerſion d'un Satellite je diminuois l'ouverture de ma lunette dans le rapport de la plus grande diſtance de Jupiter à la Terre, à la diſtance actuelle, au moyen d'un diaphragme de carton que j'appliquois extérieurement à l'objectif, & que j'étois le maître d'enlever à l'aide d'un fil. La lunette étant ainſi préparée, & l'ouverture diminuée par le diaphragme, j'obſervois la diſparition du Satellite; enſuite, en faiſant ſauter le diaphragme, & rendant toute la lumière, j'apercevois de nouveau le Satellite. J'obſervois la ſeconde, ou la véritable immerſion, en comptant exactement les ſecondes qui s'écouloient dans l'intervalle.

§. 4. C'eſt ainſi que j'ai fait les Obſervations ſuivantes. Le 2 Février 1768, à 2^h du matin, il y avoit une immerſion du troiſième Satellite. J'ai rétréci l'ouverture de ma lunette par un diaphragme qui avoit 19 lignes d'ouverture. Après avoir obſervé la première diſparition, j'ai enlevé le diaphragme, & j'ai revu très-diſtinctement le Satellite pendant une minute; après laquelle minute s'eſt faite la ſeconde immerſion.

Le 18 Mars, à 1 heure du matin, immerſion du premier Satellite; avec un diaphragme qui porte 17 lignes d'ouverture, j'ai vu la ſeconde immerſion 48 ſecondes après la première.

Le 25 Mars, à 3 heures du matin, immerſion du premier Satellite; avec le même diaphragme, j'ai vu la ſeconde immerſion 55″ après la première.

Le 11 Mars 1769, à 1 heure du matin, immerſion du ſecond Satellite; avec le diaphragme qui porte 19 lignes d'ouverture, j'ai vu la ſeconde diſparition 32 à 33″ après la première.

Le 21 Mars, à 4 heures du matin, immerſion du premier Satellite; avec le même diaphragme, j'ai vu la ſeconde immerſion 26 à 28″ après la première.

Le 1.er Avril, vers 1 heure du matin, immerſion du troiſième

Satellite; avec le diaphragme qui porte 17 lignes d'ouverture, j'ai obſervé la ſeconde immerſion 2′ 40″ après la première.

Le 5 Avril, vers 1 heure du matin, immerſion du ſecond Satellite; avec le même diaphragme, j'ai obſervé la ſeconde diſparition 1′ 7″ après la première.

Le 6 Avril, à 2 heures & demie du matin, immerſion du premier Satellite; avec le même diaphragme, j'ai vu la ſeconde immerſion 38 à 40″ après la première.

Je n'ai pu obſerver le quatrième ſatellite, parce qu'il ne s'éclipſoit point alors, & que cette année 1771, le temps a été couvert tous les jours où il devoit s'éclipſer.

§. 5. Quand j'ai voulu faire uſage de ces Obſervations pour déterminer le *maximum* & la marche de l'équation, je me ſuis aperçu que la lumière varioit bien, comme on l'avoit penſé, en raiſon compoſée des carrés des diſtances de Jupiter au Soleil, & de la Terre à Jupiter; mais j'ai vu en même-temps que l'équation ne ſuivoit point cette loi.

§. 6. En effet, ſoit $ABED$ le diſque d'un Satellite; ſuppoſons qu'au moment d'une éclipſe la diſtance de la Terre à Jupiter étant x, & celle de Jupiter au Soleil a, le Satellite ait diſparu lorſqu'il étoit entré dans l'ombre juſqu'en f, le ſegment Abd étant encore éclairé au moment de ſa diſparition totale. Il eſt ſûr que, ſi au moment d'une autre éclipſe, Jupiter s'eſt éloigné du Soleil, & que ſa diſtance à cet aſtre ſoit devenue b, la quantité de lumière qu'il en recevra dans les deux cas, ſera dans le rapport de aa à bb. Fig. 1.

Si, en même-temps Jupiter s'eſt éloigné de la Terre, ſa diſtance étant devenue z, l'intenſité de la lumière de Jupiter, qui parviendra juſqu'à la Terre, ſera, dans les deux cas, comme xx eſt à zz. Ainſi le rapport compoſé ſera comme $aaxx$ eſt à $bbzz$.

Si l'on fait $aaxx : bbzz ::$ le ſegment Abd : ſegment ABD, il eſt évident que, lors de la ſeconde éclipſe, le Satellite diſparoîtra lorſqu'il ſera entré dans l'ombre juſqu'en F, parce que, dans les circonſtances de la ſeconde Obſervation, le ſegment ABD ne renvoie pas plus de lumière que le ſegment Abd n'en renvoyoit dans les circonſtances de la première. Si l'on vouloit donc ramener toutes les obſervations à une meſure

commune, à un point fixe, il faudroit tenir compte du temps que la petite partie *fF* du diamètre du Satellite met à entrer dans l'ombre. Cette petite partie *fF* est l'équation de M. de Fouchy. On voit que cette ligne ne varie pas dans la raison des carrés de la distance de Jupiter à la Terre, & de Jupiter au Soleil; mais elle est la différence des flèches de ces segmens, lesquels segmens varient suivant cette raison.

On pourra m'objecter que l'ombre de Jupiter, sur le disque du Satellite, est terminée par une portion de cercle, & non point par une ligne droite. Cela est vrai, rigoureusement parlant; mais j'avoue que j'ai été rebuté par la longueur des calculs que cette considération eût exigés; d'ailleurs, je ne la crois pas nécessaire. 1.° Parce que le diamètre de l'ombre étant près de vingt fois plus grand que celui des disques des Satellites, la courbure n'est pas fort sensible; l'arc *ACB (fig. 4)*, qui est le plus grand de tous, n'est pas de 6 degrés. 2.° Quand on voudra comparer deux observations, l'intervalle *gh*, entre les lignes *AB* & *DF*, ne diffère pas sensiblement de l'intervalle entre les arcs *ACB*, *DEF*.

Cette considération ne pourroit être tout au plus nécessaire que lorsque des observations d'une même immersion ou d'une même émersion, on voudra conclure le moment où le centre s'est trouvé sur le bord de l'ombre. Cette quantité négligée, qui ne fera rien sur les momens comparés, tombera toute entière sur le moment absolu de ce passage. Mais je ne crois pas cette exactitude fort utile, & j'ai craint d'effrayer par la longueur des calculs. On est le maître de les entreprendre si on veut *.

Fig. 2. §. 7. Soit *ADB* l'ombre de Jupiter, *ED* la route d'un Satellite, *MQ* le demi-diamètre du disque de ce Satellite, *Q* le lieu du centre du Satellite, au moment d'une immersion quelconque, on suppose que le Satellite a disparu lorsque le point *G*

* Il suffit de faire une fausse position. Le segment *ABE (figure 5)* étant donné : il faudra trouver une demi-lunule *AFG*, qui lui soit égale; elle est la différence de deux segmens *AFK*, *GFK*, dont le premier appartient au disque du Satellite, & l'autre à l'ombre de Jupiter. *Voyez ci-après.*

est

est entré dans l'ombre, quoique le segment MG fût encore éclairé ; c'est ce segment que j'appellerai toujours le *segment invisible*. Soit, pour le moment d'une autre immersion, F le lieu du centre du Satellite, & mg le segment invisible, il s'agit de déterminer la valeur de QF!

Avant tout, il faut remarquer que le diamètre de l'ombre, que l'on trouve dans les Tables, n'est pas le véritable; il est beaucoup plus petit. Si Aa (*fig. 3*) est le véritable diamètre, celui des Tables est Pp. Supposons que NA ou na fût le segment invisible au temps des observations qui ont servi à déterminer ce diamètre; lors de l'immersion, le Satellite a disparu, lorsque son centre étoit en P, & il a reparu lorsque le même centre étoit en p. Le chemin du centre Pp est donc le diamètre des Tables, trop petit de la quantité $Ap + ap$; c'est-à-dire, de presque le diamètre entier du Satellite.

Cela posé, soit

$CP = R$, le demi-diamètre de l'ombre; tiré des Tables. Fig. 2.

$MG = ar$, flèche du segment MG.

$mg = br$, flèche du segment mg.

$MQ = r$, rayon du disque du Satellite.

$OF = \frac{1}{2}d$, demi-durée des Tables.

Soit tiré du centre C le petit arc QK. KF est égale à $(a - b)r$. QF, est le chemin que le Satellite a fait entre les instans des deux immersions, l'inégalité qui a lieu à raison de la variation du segment éclairé, enfin l'équation de M. de Fouchy.

Il s'agit de déterminer la valeur de QF en temps, QCK est un très-petit angle; ainsi l'on peut regarder l'arc QK comme une perpendiculaire sur CK, & l'on aura

$$oF : CF :: KF : QF = \frac{cF \cdot KF}{oF} = \frac{2Rr(a-b)}{d};$$

qui selon que r sera exprimé en degrés ou en temps, donnera la valeur de QF de même en degrés ou en temps.

§. 8. On voit que cette expression renferme deux indéterminées, les valeurs de a & de b, qui n'en font qu'une, parce

que leur rapport eſt donné; & le diamètre r du diſque du Satellite; mais on peut remarquer encore quelle inégalité il réſulte de cette expreſſion, comme elle eſt multipliée par $\frac{2R}{d}$, il s'enſuit que quand l'entrée eſt fort oblique, quand la durée de l'Éclipſe eſt fort petite, il en naît une différence conſidérable ſur le moment des Éclipſes, & une très-grande incertitude ſur les mouvemens des Satellites qu'on en déduit; cela n'eſt pas de conſéquence quand les deux phaſes peuvent être obſervées, parce que l'inégalité étant à peu-près la même pour les immerſions & pour les émerſions, la conjonction ſe détermine aſſez bien, mais toutes les Éclipſes du troiſième & du quatrième Satellite où les deux phaſes n'ont pas été obſervées, ne ſont point ſuſceptibles d'exactitude à cauſe de la grande différence des durées des Éclipſes au diamètre de l'ombre.

§. 9. Pour réduire toutes les obſervations à un terme fixe, il faut choiſir le moment de l'entrée du centre dans l'ombre, ſi c'eſt une immerſion, ou de ſa ſortie hors de l'ombre ſi c'eſt une émerſion.

Il eſt clair que EQ, exprimée en temps eſt l'intervalle écoulé entre l'entrée du centre dans l'ombre & l'immerſion; or on a

$$EQ \times QD = GQ\,(CQ + CG).$$

$$QD = d + EQ.$$

$$^{*}CG = R + r.$$

$$GQ = r\,(1 - a).$$

$$CQ = R + ar.$$

Soit $EQ = x$.

On a donc

$$2dx + xx = 2Rr\,(1 - a) + rr\,(1 - a^2).$$

* On fait ici CG égale à $R + r$, quoique AP ou Gr ne ſoit pas tout-à-fait égale à r; on néglige la valeur du ſinus verſe NA (*fig. 3*) du ſegment inviſible qui avoit lieu le jour des obſervations qui ont fondé la détermination du diamètre de l'ombre. On néglige ici cette petite quantité, 1.° parce qu'elle eſt aſſez difficile à apprécier, 2.° qu'elle n'influeroit que pour quelques ſecondes ſur la demi-durée. J'en ai fait le calcul.

ou

$$x = -\frac{1}{2}d \pm R\sqrt{\left[\frac{2r}{R}(1-a) + \frac{rr}{RR}(1-a^2) + \frac{dd}{4RR}\right]},$$

De ces deux racines, la plus petite eſt celle qui donne EQ, l'autre donne EL ou QD.

La quantité

$$-\frac{1}{2}d + R\sqrt{\left[\frac{2r}{R}(1-a) + \frac{rr}{RR} + \frac{dd}{4RR}\right]}$$

retranchée du temps de l'immerſion, ou ajoutée au temps de l'émerſion, donne le moment où le centre s'eſt trouvé ſur le bord de l'ordre.

§. 10. Quand ces deux phaſes auront été obſervées, on prendra pour d la durée qui en aura été conclue, ſinon on prendra celle des Tables.

§. 11. On pourra rectifier la théorie, en déterminant, 1.° la véritable grandeur du diamètre de l'ombre; 2.° celle des cercles que le Satellite décrit dans l'ombre, ſuivant ſes différentes latitudes; 3.° enfin l'inclinaiſon de l'orbite qui en réſulte.

§. 12. Quand les Tables contiendront ces données, on ne pourra plus ſe ſervir des formules précédentes, alors $CG = R$. $CQ = R - r(1-a)$. $EQ = x$, & $GQ = r(1-a)$. $QD = d - x$. $EQ = \frac{GQ}{QD}(CG + CQ)$ deviendra donc

$$dx - xx = (r - ar)(2R - r + ar).$$

$$xx - dx = (r - ar)(r - 2R - ar) = r^2 - 2Rr - 2arr + 2aRr + a^2r^2 = r^2(1 - 2a + a^2) - 2Rr(1-a);$$

d'où l'on tire

$$x = -\frac{1}{2}d \pm R\sqrt{\left[\frac{r^2}{R^2}(1 - 2a + a^2) - \frac{2r}{R}(1-a) + \frac{dd}{4RR}\right]},$$

il faut bien faire attention que dans la ſuppoſition préſente les Tables donneront le temps de l'entrée du centre, & qu'il faudra y ajouter la quantité x pour conclure le moment de l'immerſion.

§. 13. À l'égard de la quantité QF, ſi dans la ſuppoſition d'une pareille conſtruction des Tables, on vouloit calculer la différence QF entre deux immerſions quelconques, ou entre les

temps de la même immersion, observée avec des instrumens différens, il faudroit calculer la quantité x, comme dans le paragraphe précédent, en employant pour a la flèche du plus petit des deux segmens, afin d'avoir pour x la quantité EF, laquelle retranchée de la demi-durée des Tables, donnera FO, qui alors sera employée pour d dans l'expression $QF = \frac{2Rr(a-b)}{d}$, tandis qu'on prendra pour R le véritable demi-diamètre de l'ombre, moins r demi-diamètre du Satellite, afin d'avoir toujours $QF = \frac{KF.CF}{FO}$.

§. 14. Comme toutes ces formules supposent que l'on connoisse le diamètre des Satellites & la grandeur du segment éclairé, qui devient insensible, il s'agissoit de chercher les moyens de déterminer ces deux inconnues. J'ai pensé qu'on pouvoit imiter, dans tous les momens, ce qui arrive dans les éclipses où la lumière diminue par degrés, & qu'en diminuant de même l'ouverture de la lunette, on parviendroit peut-être à faire disparoître le Satellite. Ma lunette a 24 lignes d'ouverture; j'ai taillé des diaphragmes dont les ouvertures diminuoient de demi-ligne en demi-ligne; j'ai couvert l'objectif successivement de ces différens diaphragmes, & j'ai réussi à faire disparoître à volonté chacun des Satellites; les uns avec une ouverture plus grande, les autres avec une ouverture plus petite. L'année dernière, au mois d'Août, qui est le temps où j'ai commencé ces expériences, j'ai trouvé assez constamment que les Satellites étant dans leurs plus grandes digressions, le troisième disparoissoit lorsque l'ouverture étoit réduite à 3 lignes, les trois autres disparoissoient par une ouverture de 5 à 6 lignes.

§. 15. Comme la lumière est proportionnée au carré des ouvertures, j'ai conclu que lorsque la lumière du troisième satellite étoit réduite à une soixante-quatrième partie, elle devenoit insensible; à l'égard des trois autres, c'étoit environ la seizième.

§. 16. La seconde conclusion que j'en ai tirée, c'est que le troisième satellite réfléchissant plus de lumière, étoit beaucoup plus gros que les trois autres, parce qu'il est assez naturel de penser qu'ils sont également éclairés. Tous les Astronomes, en effet, ont

regardé jusqu'ici le troisième Satellite comme le plus gros; on verra, dans la troisième partie, qu'il est réellement un peu plus gros que le second & le quatrième, mais il est plus petit que le premier. Voici ce qui produit cette apparence; le premier est presque toujours plus près de Jupiter que le troisième; en conséquence, il perd beaucoup de son éclat, & sa lumière est fort affoiblie. On en peut dire autant du second; d'ailleurs, il est réellement un peu plus petit. A l'égard du quatrième, qui est le plus loin de Jupiter, ses taches contribuent sans doute à le faire paroître plus petit.

§. 17. Je me suis bientôt aperçu que cette mesure de la lumière des Satellites n'étoit constante qu'à la même hauteur sur l'horizon, & lorsque le Satellite étoit dans sa plus grande digression. La partie insensible de la lumière devenoit plus grande à mesure que Jupiter descendoit vers l'horizon, ou que le Satellite s'approchoit du disque de la planète. En effet, par rapport à ce dernier cas, il y a long-temps que l'on a remarqué que vers le temps de l'opposition au Soleil, où les immersions & les émersions arrivent très-près du bord de Jupiter, les observations en sont défectueuses. J'espère qu'au moyen de la théorie & des expériences contenues dans ce Mémoire, ces observations ne seront plus dans le cas d'être rejetées, & seront aussi utiles que les autres. On trouvoit qu'elles s'éloignoient davantage du calcul, & cela devoit être en effet, puisque le segment invisible étant plus grand dans cette circonstance, l'immersion devoit arriver plus tôt & l'émersion plus tard.

§. 18. Voilà donc deux nouvelles équations qu'il faut joindre à celle que M. de Fouchy a remarquée. Il y en a encore une autre qui est dûe à l'effet des Lunettes de différentes forces, mais toutes les quatre ont la même source, c'est-à-dire la variation du segment éclairé & invisible. Je rapporterai, dans la seconde partie, les mesures de ce segment, relativement à la distance du Satellite à Jupiter, & à sa hauteur sur l'horizon. Je donnerai, dans la troisième, les observations que j'ai faites pour la mesure du diamètre des Satellites; la quatrième traitera de l'effet des lunettes; je terminerai celle-ci par l'exposition de quelques tentatives qui ont été faites sur ces différens objets.

§. 19. M. Caſſini, dans ſes Tables aſtronomiques, donne une Table du temps que les Satellites mettent à entrer ſur le diſque de Jupiter; ce qui ſuppoſe la meſure ou du moins l'eſtimation de leurs diamètres. Ces temps ſont:

Pour le premier Satellite...........	6′	58″
le ſecond...................	9.	0
le troiſième.................	10.	56
le quatrième.................	15.	14

D'où l'on peut conclure que les diamètres ſont:

Du premier.................	0^d	59′	4″	en degrés.
Du ſecond..................	0.	38.	1	
Du troiſième................	0.	22.	56	
Du quatrième................	0.	13.	42	

Les temps que nous avons rapportés ici ſont ceux de l'entrée perpendiculaire dans l'ombre; mais M. Caſſini donne auſſi les temps qui ont lieu ſuivant les différentes obliquités de la route du Satellite à l'égard de l'ombre. Ces temps ſont défectueux, parce qu'on ne connoiſſoit alors ni la vraie quantité des inclinaiſons, ni leurs variations; mais ils prouvent que M. Caſſini avoit apprécié les diamètres des Satellites, & qu'il avoit reconnu que le temps de l'entrée de ce diamètre ſur le diſque ou dans l'ombre, croît avec la Latitude du Satellite.

§. 20. M. Maraldi, dans les Mémoires de 1734, a rapporté trois obſervations, d'où il conclud que les diamètres des deux premiers ſont environ $\frac{1}{20}$ de celui de Jupiter, & le diamètre du troiſième $\frac{1}{18}$. Ces meſures reviennent à peu-près à celles que nous venons de donner, d'après M. Caſſini; & en effet elles ſont fondées ſur ſes obſervations; mais M. Maraldi reconnoît qu'il eſt très-difficile de faire ces obſervations avec exactitude: « j'ai voulu, » dit-il, eſſayer d'en faire, mais j'avoue que je n'y ai pas réuſſi. La » lumière de Jupiter les rend très-douteuſes. On héſite pendant » long-temps, ſi le Satellite touche le bord de Jupiter, & s'il eſt » entièrement entré ſur le diſque. J'ai ſouvent perdu de vue un » Satellite qui n'étoit pas à moitié entré ſur le diſque, & je n'ai » pu le voir à ſa ſortie, que lorſqu'il étoit à moitié ſorti. Cependant

on trouve de ces obſervations dans les regiſtres de l'Obſervatoire, « qui paroiſſent avoir été faites avec préciſion. » C'eſt la difficulté de la méthode qui a ôté toute confiance à ces déterminations. Si l'on perd de vue un Satellite qui n'étoit pas à moitié entré, il s'enſuit une incertitude de plus de 3 à 4 minutes ſur la meſure du diamètre; & cette incertitude ſuffit pour que l'on n'oſe ſe ſervir d'un élément qui pourroit produire des erreurs auſſi grandes que celles que l'on veut éviter.

§. 21. Par les obſervations de M. Linn, rapportées dans les Tranſactions Philoſophiques, M. Whiſton trouve que lorſque les Satellites entrent perpendiculairement dans l'ombre; le premier emploie 1′ 10″; le ſecond, 2′ 20″; le troiſième, 3′ 40″; le quatrième, 5′ 30″. En conſéquence, M. Whiſton eſtime que le premier eſt un peu plus gros que Mars; le ſecond de la groſſeur de Mercure; que le troiſième eſt grand comme la Terre; enfin, que le quatrième ne paroît pas plus grand que la Lune.

De-là ces diamètres, vus de Jupiter, paroiſſent devoir être ainſi:

IV	0^d 11′ 19″
III	0. 53. 40
II	0. 28. 25
I	1. 0. 58

M. Whiſton ne donne aucun détail ſur les conjectures qui l'ont conduit à donner ces valeurs des diamètres des Satellites. Il faut néceſſairement qu'il ait fait quelque ſuppoſition, car ſans cela ſi le 1.er Satellite emploie 1′ 10″ à entrer perpendiculairement dans l'ombre, il s'enſuit que ſon diamètre eſt d'environ 10 minutes de degrés, ce qui eſt bien loin de la vérité & de ce que M. Whiſton eſtime qu'il eſt à peu-près de la groſſeur de Mars. M. Whiſton ne peut pas s'être trompé ainſi; mais ſans doute il aura ſuppoſé que l'on ne pouvoit s'apercevoir de la diminution de la lumière que lorſque le Satellite étoit entré à moitié ou plus d'à moitié dans l'ombre, & il aura calculé le diamètre en conſéquence, ce qui eſt certain, c'eſt qu'il ne s'eſt pas beaucoup éloigné de la vérité ſur les diamètres du premier & du ſecond; ſeulement

le diamètre du troisième est plus que double du véritable; il falloit donc des observations susceptibles d'une certaine exactitude pour être assuré de la grandeur des diamètres, car les Astronomes ne regardoient toutes ces déterminations que comme conjecturales, je donnerai ces observations dans la troisième partie.

§. 22. M. de Barros, Correspondant de cette Académie, a eu les mêmes vues que moi; il a tenté de mesurer la lumière des satellites de Jupiter, & il en a rendu compte dans le Recueil des Mémoires de l'Académie de Berlin; je n'avois aucune connoissance de son Mémoire lorsque j'ai entrepris ce travail, & on le comprendra facilement quand on verra combien nos moyens sont différens; il se servoit de différens morceaux de glace dont il couvroit l'objectif, & qui diminuoient la lumière du Satellite; le P. François-Marie avoit proposé en 1700 ce moyen pour mesurer les intensités de la lumière, on peut voir dans le Traité d'Optique de M. Bouguer, *page 47,* les réflexions qu'il fait sur cette méthode, dont les résultats dépendent du plus ou moins de transparence des morceaux de glace; les diaphragmes de carton me paroissent un moyen plus simple, plus commode & plus exact; ils ont d'ailleurs l'avantage de fournir une méthode très-utile pour rendre les observations comparables; en applaudissant au Mémoire de M. de Barros, qui est rempli d'excellentes vues, j'espère qu'on reconnoîtra que ces deux Mémoires n'ont rien de commun que leur objet; aussi M. de Barros convient-il qu'il ne fait qu'indiquer toutes les équations optiques, qui manquent à la théorie des Satellites de Jupiter, en attendant qu'il puisse entreprendre un ouvrage complet sur cette matière. Outre les équations optiques dont j'ai traité dans ce Mémoire, M. de Barros en propose deux qui sont relatives, l'une à la distance des Satellites à la Lune, l'autre à la hauteur du baromètre, dont je n'ai point fait usage. A l'égard de cette dernière, je présume qu'elle doit être fort peu considérable: celle qui est dûe à la lumière de la Lune, peut l'être davantage, sur-tout quand cette Planète est très-près de Jupiter; j'aurai peut-être occasion de faire quelque jour des expériences relatives à ces deux objets.

SECONDE

SECONDE PARTIE.

De la mesure de la lumière des Satellites de Jupiter.

§. 23. TOUTES ces observations pour la mesure de la lumière des Satellites, ont été faites avec les diaphragmes de carton; j'ai remarqué, 1.° comme je l'ai déjà dit, que ces mesures n'étoient constantes que lorsque les Satellites étoient dans leur plus grande digression; 2.° lorsqu'ils étoient à la même hauteur; 3.° que cette mesure devenoit fort difficile lorsque deux Satellites étoient trop voisins, parce que leur lumière étant ainsi réunie, on les apercevoit avec une plus petite ouverture, mais aussi il falloit pour les distinguer l'un de l'autre, une ouverture plus grande que celle qui eût été nécessaire pour les voir chacun en particulier, s'ils avoient été séparés.

§. 24. Pour bien répéter ces observations, il faut se rappeler l'esprit dans lequel elles ont été entreprises & dans lequel elles doivent toujours être faites; c'est de déterminer la quantité de lumière, la portion éclairée du disque qui subsiste encore au moment où le Satellite disparoît. Quand on diminue l'ouverture de la lunette par degrés pour faire disparoître le Satellite, il faut le juger disparu, quand on ne l'aperçoit plus, après avoir considéré avec des yeux bien reposés, pendant une demi-minute environ, la place qu'il occupe; car si on s'attachoit à le considérer plus long-temps, il pourroit arriver qu'on le revît par momens paroître comme par éclair & disparoître aussitôt; je l'ai toujours jugé disparu quand il a été réduit à cet état d'affoiblissement. Il est essentiel de convenir de ceci, afin que les mesures se rapportent. Ces variations sont dûes sans doute au mouvement de l'atmosphère. Il y a toujours dans les momens où le temps est le plus serein, une infinité de vapeurs dont les particules nagent dans l'atmosphère; selon que ces particules s'accumulent sur la route du rayon de lumière, ou qu'elles s'en écartent, elles ôtent ou rendent plus de lumière au Satellite, qui en conséquence se cache ou se laisse voir. C'est ce qui n'arrive point dans les Éclipses, où une grande partie de la lumière est réellement détruite. Ici l'ouverture

de la lunette diminuée en détruit auſſi réellement une grande quantité; mais cette quantité eſt toujours relative à l'état actuel de l'atmoſphère: ſi l'état de l'atmoſphère change, cette quantité devient alternativement ſenſible ou inſenſible, ſelon que les vapeurs lui oppoſent moins ou plus d'obſtacles. C'eſt ce mouvement des vapeurs qui produit la ſcintillation des fixes. Au reſte cette difficulté ne prouve que la délicateſſe de ces obſervations, qui ſont ſuſceptibles d'une aſſez grande exactitude lorſqu'on ſe conformera à la règle établie dans ce paragraphe.

§. 25. On doit avoir attention de placer au centre de la lunette le Satellite qu'on obſerve, par la raiſon, qu'en général, l'image y eſt toujours plus nette, mieux terminée, & par conſéquent plus diſtincte. Quand on répétera ces expériences, il ne faut pas diminuer trop ſubitement l'ouverture; car alors le Satellite ne ſeroit pas aperçu, quoiqu'il pût l'être. Les yeux ne ſont pas faits à la grande obſcurité qui en réſulte. Il faudroit beaucoup de temps pour s'y accoutumer. On doit en diminuant l'ouverture, en choiſir une avec laquelle on voie encore facilement le Satellite: on la diminue enſuite par degrés, en faiſant paſſer ſucceſſivement des diaphragmes toujours moindres d'une demi-ligne, & les yeux s'accoutument à la diminution de la lumière, qui n'a lieu qu'inſenſiblement. Ce que je dis ici eſt arrivé à M. Meſſier; j'avois réduit à 7 à 8 lignes l'ouverture de la lunette de M. de Saron, qui eſt de 40 lignes; il ne voyoit abſolument pas le Satellite; quoiqu'enſuite il le vit avec une ouverture de 3 lignes & demie, lorſqu'il y étoit venu par degrés.

§. 26. Les obſervations ſuivantes ont été faites l'année dernière 1770, lorſque les Satellites étoient dans leur plus grande digreſſion, & à peu-près à la même hauteur.

Quatrième Satellite.

2 Août, il a diſparu par un diaphragme de.........	6l
10..	5.
Milieu.................	5,5.

Troisième Satellite.

22 Juillet, il a disparu par un diaphragme de 3[1]
6 Août.............................. 3.

Milieu........... 3.

Second Satellite.

22 Juillet, il a disparu par un diaphragme de 6,5.
5,5.
23.............................. 6,5.
5,5.
31.............................. 6,5.

Milieu.......... 6,1.

Premier Satellite.

22 Juillet, il a disparu par un diaphragme de 6,5.
5,5.
23.............................. 6,5.
5,5.
31.............................. 6,5.

Milieu.......... 6,1.

§. 27. Comme la lumière est dans le rapport des carrés des ouvertures, il s'ensuit que, pour le quatrième Satellite, la quantité de lumière insensible est à la lumière totale, comme le carré de 5,5 lignes est au carré de 24 lignes. Donc, si l'on prend le double du logarithme de $\frac{5,5}{24}$, on aura le logarithme d'une fraction, qui est l'expression de la lumière insensible; la lumière totale étant prise pour unité.

Ainsi, l'on aura, pour le quatrième Satellite, la portion insensible, égale à 0,0525, ou à la dix-neuvième partie de la lumière totale.

Pour le troisième, 0,0156, ou la soixante-quatrième partie de la lumière totale.

Enfin, pour les deux autres, 0,0646, ou un peu moins de la quinzième partie.

§. 28. Ces déterminations ſont relatives aux circonſtances ſuivantes, que j'ai choiſies pour époques; ſavoir, à la diſtance de Jupiter au Soleil, 5,2207; à la diſtance de la Terre à Jupiter, 4,8456 (le rayon de l'orbite de la Terre étant pris pour unité), à la hauteur de 15^d ſur l'horizon, & à la diſtance des Satellites, chacun dans ſes plus grandes digreſſions. Cependant je dois dire que ces obſervations étant les premières de ce genre que j'aie faites, elles ne ſont pas les plus exactes; mais auſſi ce ne ſont pas celles dont on fait uſage, parce qu'on n'a beſoin de la meſure de la lumière des Satellites que pour leurs éclipſes, qui n'arrivent jamais qu'à peu de diſtance des bords de Jupiter.

§. 29. Quand on voudra réduire ces quantités inſenſibles à d'autres circonſtances, on fera 5,2207 $= a$, 4,8456 $= b$, la quantité 0,4635, qui exprime la force de la lumière, à 15^d de hauteur, égale à m; on nommera x une diſtance quelconque de Jupiter à la Terre; y une diſtance de Jupiter au Soleil; z la force de la lumière à une hauteur quelconque; p la quantité inſenſible de la lumière, établie dans les circonſtances du paragraphe précédent: toutes les autres que nous déterminerons par la ſuite y ſeront également réduites; u, la quantité inſenſible aux diſtances x & y & pour la force z de la lumière, on aura donc

$$p : u :: a^2 b^2 : x^2 y^2$$

$$p : u :: \frac{1}{m} : \frac{1}{z}.$$

Car la quantité inſenſible de la lumière croît en raiſon directe du carré des diſtances de Jupiter au Soleil & à la Terre, & en raiſon inverſe de la quantité de lumière qui a pénétré la maſſe d'air relative à la hauteur de Jupiter ſur l'horizon. Quand je dis ici que la quantité inſenſible de la lumière croît, je ne m'éloigne point du principe que j'ai établi plus haut, que la quantité de lumière inſenſible eſt toujours la même pour le même Obſervateur; je n'entends ici, par la quantité inſenſible que ſon rapport avec la quantité totale & actuelle de la lumière du Satellite, rapport qui eſt variable.

On aura donc $p : u :: \frac{aabb}{m} : \frac{xxyy}{z}$,

& $u = p \, \frac{xxyy}{aabb} \, \frac{m}{z}$.

Comme la quantité $\frac{m}{a^2 b^2}$ eſt conſtante, on peut y ſubſtituer une lettre A, & l'on aura $u = pA \, \frac{xxyy}{z}$. Le logarithme de cette quantité A ſera 6,844453.

§. 30. On trouvera dans l'Optique de M. Bouguer, *page 332* de l'édition de M. l'Abbé de la Caille, une Table des quantités m, z, relatives à chaque degré de hauteur. On y ſuppoſe la force de la lumière, avant d'entrer dans l'atmoſphère, exprimée par 10000. J'ai toujours regardé ces quantités comme des fractions de l'unité, partagée en 10000 parties, & j'avertis que le logarithme conſtant 6,844453 eſt déterminé en conſéquence. Je crois la Table de M. Bouguer très-bonne. On doit beaucoup de confiance à ce qui vient de cet eſtimable Académicien. Je n'ai pas été à portée de la vérifier ſouvent par des obſervations faites à des hauteurs très-différentes ſur l'horizon: on ſera plus à portée de le faire quand Jupiter s'élevera davantage. Cependant on verra, *§. 33,* deux expériences qui donnent lieu de croire qu'elle eſt fort exacte.

§. 31. J'ai voulu éprouver ſi les variations de la quantité inſenſible de la lumière, produites par le changement de diſtance de Jupiter, pouvoient être obſervées à l'aide de mes diaphragmes. Cette quantité inſenſible a été déterminée pour le quatrième Satellite de 0,0525, dans le *§. 27.*

Le ſoir du 22 Juillet 1771, la hauteur de Jupiter étant $13^d\ 9'$, le Satellite a diſparu avec un diaphragme de 4 lignes & demie.

Le même ſoir, Jupiter étant à la hauteur de $18^d\ 19'$, le Satellite a diſparu avec un diaphragme de 4 lignes.

Si l'on fait comme $\overline{24}^2 : \overline{4\frac{1}{2}}^2 :: 1 : u$

$$\overline{24}^2 : \overline{4}^2 :: 1 : u.$$

On aura, dans le premier cas, la quantité inſenſible relative

au 22 Juillet, ou $u = 0{,}0352$; & dans le ſecond, $u = 0{,}0278$.

Maintenant le 22 Juillet,

Diſtance de Jupiter au Soleil....	5,1366...	logarithme	0,710576.
à la Terre....	4,1446..........		0,617486.
			1,328062.
Carré..........			2,656124.
$z = 0{,}4087$....		logarithme	9,611405.
			3,044719.
Logarithme conſtant A...			6,844453.
$p = 0{,}0525$....		logarithme	8,720159.
Logarithme u.......			8,609331.

Donc

$u = 0{,}0407.$
0,0352.
Erreur....... 0,0055.

Pour apprécier quelle peut être cette erreur, il faut réduire $u = 0{,}0407$ à l'ouverture du diaphragme qu'elle ſuppoſe, on verra qu'elle répond à une ouverture de 4,8 lignes, au lieu que l'ouverture a été déterminée, par obſervation, de 4,5 lignes; mais les ouvertures de mes diaphragmes ne varient que d'une demi-ligne; ainſi ils ne comportent que cette préciſion. On voit que l'erreur ici eſt inférieure à ce degré de préciſion, puiſqu'elle ne va qu'à $\frac{3}{10}$ de ligne.

On trouvera de même pour la ſeconde obſervation.

	2,656124.
$z = 0{,}5201$....logarithme....	9,716003.
	2,940121.
Logarithme A................	6,844453.
Logarithme p................	8,720159.
0,0320....	8,504733.
0,0278.	
Erreur....... 0,0042.	

		9,252366.
Logarithme 24l	....	1,380211.
4,3	....	0,632577.

On trouve donc que l'ouverture auroit dû être obſervée de 4,3 lignes, tandis qu'elle l'a été de 4 lignes.

On voit encore que ces deux meſures, qui ont été priſes à 13d & 18d de hauteur, ſont dans le rapport qu'elles doivent ſuivre, conformément à la Table de M. Bouguer; &, conſéquemment, que les nombres de cette Table ſont exacts dans ce cas.

§. 32. Il ne faut pas eſpérer de déterminer des variations relatives à la diſtance de Jupiter par expérience: on voit que d'une année à l'autre il n'y a qu'une ligne ou une ligne & demie de différence; l'erreur de l'obſervation, & l'état différent de l'atmoſphère ſuffiſent pour la produire. Mais cette variation eſt trop bien établie par la théorie, pour avoir beſoin d'être confirmée par l'expérience. Il ſuffit de mettre tous ſes ſoins à en bien déterminer la quantité pour une certaine époque, & le calcul déterminera les quantités qui auront lieu pour les autres.

§. 33. J'ai eu l'occaſion de faire deux obſervations qui conſtateront mieux l'exactitude de la Table de M. Bouguer.

Le 26 Juin 1771, Jupiter étant élevé ſeulement de 4d 36′ ſur l'horizon, & le troiſième Satellite n'étant éloigné du centre de Jupiter que de 1,88 $\frac{1}{2}$ demi-diamètres, je l'ai fait diſparoître avec un diaphragme de 12 lignes.

Le 1.er Août de la même année, la hauteur de Jupiter étant 16d 14′, & la diſtance du troiſième Satellite étant 1,53, je l'ai fait diſparoître avec un diaphragme de 7 lignes.

Pour comparer ces deux obſervations avec exactitude, il faudroit qu'elles euſſent été faites à la même diſtance du Satellite à Jupiter. Mais comme il ne s'agit que d'examiner la marche de cette Table, & que les deux quantités ſont données par l'expérience, on peut ſuppoſer pour un moment que le Satellite étoit à la même diſtance dans les deux cas.

Le diaphragme de 7 lignes, qui répond à 1,53 de diſtance,

donne une quantité insensible de 0,08507; la force de la lumière à 16^d 14′ est à la force de la lumière à 5^d 36′ :: 0,4800 : 0,1450. Pour avoir la quantité insensible à 5^d 36′ de hauteur, il faut donc augmenter 0,08507 dans le rapport de 0,0450 à 0,4800 : cette quantité devient 0,28096, qui répond à un diaphragme de 12,72 lignes, à la hauteur de 5^d 36′, & à la distance du centre de 1,53 ; mais cette distance étoit 1,88, le diaphragme devoit donc être un peu plus petit, parce que la lumière totale étoit plus grande : aussi n'a-t-on trouvé que 12 lignes; ce qui me paroît fort exact, & ce qui suppose que les nombres de la Table de M. Bouguer sont bien dans le rapport de la diminution que la lumière éprouve en traversant les différentes couches de l'atmosphère.

OBSERVATIONS pour déterminer la loi de la diminution de la lumière du premier Satellite, à raison de sa proximité au bord de Jupiter.

§. 34. La diminution de la lumière du Satellite est sensible à la vue ; on le voit s'éteindre par degrés à mesure qu'il s'approche de Jupiter.

§. 35. Les observations relatives à cet objet doivent être faites; 1.° par le même Observateur, on sent que la différence des vues dont nous ne connoissons pas les effets, pourroit rendre les mesures inégales; 2.° le même jour, autant qu'il est possible, & par un beau ciel, car le moindre changement dans l'état de l'atmosphère, s'y rend sensible.

§. 36. Il y auroit une manière de faire ces observations, qui seroit très-commode, & qui je crois doit réussir ; c'est de prendre un micromètre objectif ou un héliomètre, & de faire venir l'image du Satellite à côté, ou à la distance que l'on veut de l'image de Jupiter. On pourra, avec cet instrument & par la méthode de la diminution des ouvertures, mesurer la lumière des Satellites à toutes les distances de Jupiter, & cela dans la même nuit & en très-peu de temps ; on pourra varier, répéter, recommencer, vérifier les expériences à volonté : il faut seulement que l'héliomètre soit

ſoit propre à meſurer de petites diſtances, & qu'il ſoit adapté à un téleſcope afin d'être aiſé à manier. La délicateſſe de ces obſervations ne permettroit pas de ſe ſervir d'une lunette de 15 ou 18 pieds.

§. 37. Quand on a déterminé le diaphragme qui fait perdre de vue le Satellite, on calcule la quantité de lumière inſenſible; en diſant, le quarré de l'ouverture entière de la lunette de 24 lignes, eſt au quarré de l'ouverture diminuée, de 8 lignes par exemple, comme la lumière totale, exprimée par l'unité, eſt à la quantité de lumière inſenſible, exprimée par une fraction, qui dans la ſuppoſition préſente eſt un neuvième.

§. 38. J'ai dit plus haut, que le ſegment inviſible qui eſt encore éclairé quand le Satellite diſparoît, eſt au diſque entier comme la quantité de lumière inſenſible eſt à la lumière totale. En effet, il eſt évident que ſi la lumière inſenſible eſt la neuvième partie de la lumière totale, quand le corps du Satellite ſera entré dans l'ombre juſqu'au $\frac{8}{9}$ de ſon diſque; la neuvième partie de ce diſque, qui ſera hors de l'ombre, ne renverra plus que la neuvième partie de la lumière totale, & ſera par conſéquent inviſible.

§. 39. J'ai ſuppoſé la plus grande diſtance du premier Satellite au centre de Jupiter, de 5,667, demi-diamètre de cette planète.

§. 40. Enſuite, pour calculer la diſtance du Satellite au centre de Jupiter, j'ai cherché le temps vrai de la conjonction géocentrique, & la différence entre le temps de la conjonction & celui de l'obſervation m'a donné un angle dont le ſinus multiplié par la plus grande digreſſion, détermine la diſtance apparente du Satellite au centre de la planète, au moment de l'obſervation.

§. 41. Il y a des cas où cette manière de trouver la diſtance n'eſt pas ſuffiſamment exacte, c'eſt lorſque le Satellite eſt dans ſa plus grande latitude, & qu'il eſt fort près de Jupiter. La diſtance trouvée comme dans le paragraphe précédent, eſt AB, la véritable eſt AC, en ſuppoſant que C ſoit le lieu du Satellite, & BC ſa latitude. La différence ſeroit très-grande ſi ce Satellite étoit en G, car alors ſa diſtance au centre ſeroit AG, tandis que par le paragraphe précédent, on trouveroit l'arc AE pour ſa diſtance.

Si donc le Satellite eſt en G, il faut chercher l'arc AE,

enſuite la Latitude GF étant donnée par les Tables, calculer dans le triangle ſphérique rectangle AEG, AG, qui eſt la véritable diſtance.

§. 42.

	Diſtance du Satellite.	Diaphrag.	Segment.
Le 17 Juillet 1771, à 9h 58′	1,36	10l	0,1736.
10. 17	1,62	8	0,1111.
10. 43	1,96	7	0,0851.
23 Juillet 1771, 11. 5	1,49	8	0,1111.
.... 11. 20	1,32	9	0,1406.
11. 28	1,21	10	0,1736.
11. 35	1,11	10½	0,1914.
11. 39	1,06	11	0,2101.
Le bord de ♃ eſt entamé, 11. 42	1,02	12	0,2500.

§. 43. On ne peut pas faire uſage de la dernière obſervation; parce que le Satellite étant déjà entré ſur le diſque, le diaphragme (12 lignes) donne le rapport de la portion inſenſible à la portion du diſque du Satellite, qui étoit encore dehors, & non au diſque.

§. 44. Il s'agit maintenant de réduire les ſegmens inviſibles, donnés par les obſervations précédentes, à l'époque que nous avons choiſie, *§. 28*,

17 } Juillet } Diſtance de Jupiter à la Terre .... 4,1577.
23 } } .... au Soleil........... 5,1384.

	Hauteur de Jupiter.	Diſtance du Satellite.	Segment réduit.
17 Juillet, 9h 58′	15d 0′	1,36	0,2485.
10. 17	16. 9	1,62	0,1677.
10. 43	17. 36	1,96	0,1361,
23 .... 11. 5	18. 58	1,49	0,1862.
11. 20	19. 4	1,32	0,2357.
11. 28	19. 4	1,21	0,2910.
11. 35	19. 0	1,11	0,3201.
11. 39	18. 56	1,06	0,3521.

§. 45. Pour déterminer la loi que suivent ces variations, loi qui ne paroît pas s'éloigner de la raison inverse du carré des distances au centre de Jupiter, je suppose qu'elle est représentée par l'équation $b \frac{1}{x^2} + c \frac{1}{x} = y$.

Je choisis les deux observations les plus éloignées entr'elles, & faisant successivement y égal à 0,1862 & à 0,3521 ; prenant pour x les distances au centre correspondantes, je détermine les coëfficiens b & c, & j'ai $0,3397 \frac{1}{x^2} + 0,0495 \frac{1}{x} = y$. Voilà donc la loi de la diminution de la lumière, ou plutôt la loi suivant laquelle augmente le segment insensible, à mesure que le Satellite s'approche de Jupiter.

§. 46. Pour éprouver si cette loi représente bien les observations, je calcule, suivant les distances au centre, les segmens qui ont dû être observés.

		Segment calculé.	*Segment observé.*	*Erreur.*
23 Juillet,	1h 32'	0,2363	0,2357	+ 0,0006.
	1. 21	0,2731	0,2910	— 0,0179.
	1. 11	0,3206	0,3201	+ 0,0005.
17 *idem*..	1. 36	0,2201	0,2485	— 0,0284.
	1. 62	0,1602	0,1677	— 0,0075.
	1. 96	0,1138	0,1361	— 0,0223.

§. 47. On voit par la colonne de ces erreurs, que la précision est plus grande qu'on n'auroit osé l'espérer : car, parmi ces erreurs, celle de 0,0179 ne répond qu'à un quart de ligne sur la mesure du diaphragme; 0,0284 à une demi-ligne; 0,0075 à un quart de ligne; & enfin 0,0223, à peu-près à une demi-ligne. Sur quoi je remarquerai, 1.° que ces mesures ont été prises avec des diaphragmes qui différoient d'une demi-ligne; ainsi les observations ne peuvent donner que cette précision. 2.° La transparence de l'air, quoique le temps fût beau, pouvoit n'être pas la même le 17 Juillet, qu'elle a été le 23. Les quantités observées ce jour-là sont toutes plus grandes que celles qui ont été calculées; il ne faut qu'un degré de transparence de moins pour produire

cet effet. Il eſt bon d'obſerver qu'une loi qui donne des quantités plus petites eſt toujours préférable, parce que les quantités ne peuvent être que plus petites, en ſuppoſant plus de tranſparence dans l'atmoſphère. En conſéquence, comme cette loi repréſente fort bien toutes les obſervations faites le 23 Juillet, comme les erreurs dans le calcul des obſervations du 17, n'excèdent pas les erreurs poſſibles & inévitables dans cette eſpèce d'obſervations; que d'ailleurs elles ſont par défaut, & peuvent ſuppoſer moins de tranſparence dans l'atmoſphère le 17 que le 23 : je crois qu'on peut regarder cette loi, fondée ſur les obſervations, comme ſuffiſamment exacte.

§. 48. Par le moyen de cette loi, j'ai dreſſé la Table ſuivante, qui eſt ſuffiſamment étendue, parce que les éclipſes du premier Satellite n'arrivent jamais plus loin du centre de Jupiter, que de deux de ces demi-diamètres.

1,05	0,3553.
1,10	0,3258.
1,15	0,2999.
1,20	0,2771.
1,25	0,2571.
1,30	0,2396.
1,35	0,2231.
1,40	0,2086.
1,45	0,1957.
1,50	0,1840.
1,55	0,1733.
1,60	0,1636.
1,65	0,1548.
1,70	0,1467.
1,75	0,1393.
1,80	0,1324.
1,85	0,1260.
1,90	0,1211.
1,95	0.1148.
2,00	0,1097.

§. 49. Il faut obſerver que cette loi ne peut être exacte au-delà de cette diſtance, & que, par exemple, on ne pourroit pas en conclure la valeur du ſegment inſenſible, qui a lieu vers la plus grande digreſſion du Satellite, que j'ai rapportée §. 26. Il eſt certain que le ſegment inſenſible, qui diminue dans une plus grande raiſon que le carré de la diſtance au centre, à certaines diſtances du bord, doit diminuer dans une bien moindre raiſon, quand il s'éloigne davantage.

§. 50. Si l'on veut avoir une idée de l'équation que peut produire la variation du ſegment inviſible, je vais en donner un exemple. Je ſuppoſe qu'on ait obſervé une éclipſe du premier Satellite, dans le temps où la parallaxe de l'orbe annuel eſt la plus grande, & où, par conſéquent, l'éclipſe arrive le plus loin du diſque de Jupiter; par exemple à 1,95. Je ſuppoſe qu'on ait obſervé, dans le temps de l'oppoſition, une autre éclipſe très-près du diſque, à 1,10 par exemple. Je ſuppoſe que toutes les autres circonſtances ſoient les mêmes; c'eſt-à-dire que les diſtances de Jupiter au Soleil & à la Terre, à la hauteur, ſoient les mêmes.

On aura,

dans le premier cas $Abd = 0,1148$; Fig. 1.
dans le ſecond. . . $ABD = 0,3268$.

On aura encore, Ae étant 1,

$$Af = 0,07282,$$
$$AF = 0,72436,$$
$$fF = 0,65154.$$

Or, comme on verra par la ſuite que le rayon du diſque du Satellite eſt à peu-près de 3′ 30″ de temps, il s'enſuit que la différence Ff produit une équation de 2′ 17″.

Je ſais que la diſtance de Jupiter à la Terre étant plus grande vers les quadratures qu'au temps de l'oppoſition dans le rapport de 5,5 à 4,5 à peu-près; le rapport des ſegmens Abd & ABD doit être diminué comme les carrés de ces nombres. Mais nous avons ſuppoſé que les obſervations avoient été faites à la même hauteur; & la différence de hauteur peut compenſer & excéder de beaucoup la différence produite par celle des

diſtances de Jupiter à la Terre; de ſorte que cette équation pourroit très-bien aller au-delà de 3 minutes; ce qui fait voir qu'on ne doit point rejeter une obſervation, par la raiſon qu'elle ſeroit ſeule à s'éloigner beaucoup du calcul. Une inégalité qu'on n'avoit pas appréciée ſuffit pour la ramener à s'accorder avec les autres. C'eſt ce que j'aurai occaſion d'examiner par la ſuite.

OBSERVATIONS pour déterminer la loi de la diminution de la lumière du ſecond Satellite, à raiſon de ſa proximité au bord de Jupiter.

§. 51. Le 22 Juillet.

	Diſt. du Satell.	*Diaphragme.*	*Segment.*
à 9h 10'.....	1,30.....	11 ½......	0,2296.

Il y avoit quelques vapeurs: on voyoit cependant bien les bandes. Enſuite le temps eſt devenu fort ſerein.

9. 47......	1,70.....	9.......	0,1406.
10. 40......	2,27.....	7 ½.....	0,0977.

Le 27 Juillet, le temps étoit parfaitement beau: il y avoit du clair de Lune.

	Diſtance du Satellite.	*Diaphragme*	*Segment.*
à 9h 59'	2,83	7l	0,0851.
10. 32	2,67	7 ½	0,0977.
10. 50	2,30	8	0,1111.
11. 17	2,00	8 ½	0,1254.
12. 4	1,48	9 ½	0,1563.
12. 33	1,17	10	0,1736.
12. 42	1,07	11 ½	0,2296.
12. 44	le Satellite paroît avoir touché.		

§. 52. Le 22 Juillet.

Diſtance de Jupiter au Soleil................. 5,1366.
à la Terre................ 4,1446.

		Hauteur de Jupiter.	Distance du Satellite.	Segment réduit.
	9h 10′	13d 9′	1,30	0,2962.
	9. 47	15. 45	1,70	0,2086.
	10. 40	18. 19	2,27	0,1662.
le 27 Juillet	9. 59	17. 36	2,83	0,1353.
	10. 32	18. 6	2,67	0,1581.
	10. 50	18. 54	2,30	0,1833.
	11. 17	18. 51	2,00	0,2085.
	12. 4	17. 36	1,48	0,2487.
	12. 33	16. 13	1,17	0,2613.
	12. 42	15. 31	1,07	0,3349.

§. 53. En jetant les yeux ſur la progreſſion de ces ſegmens, on aperçoit d'abord qu'ils ne ſuivent point la loi du carré des diſtances, comme ceux du premier Satellite: cependant je crois ces obſervations très-exactes. J'avoue que j'ai été fort étonné de cette différence; mais je donne ici les obſervations telles que je les ai faites. En ſe fondant ſur l'analogie, il auroit paru naturel de croire que tous les Satellites avoient la même loi dans la diminution de leur lumière, & que leur grandeur ſeule pouvoit introduire quelque différence dans les quantités qui ont lieu pour les différens Satellites, à la même diſtance du bord. Il ne ſemble pas que les taches puiſſent produire un pareil effet: elles peuvent changer l'intenſité, mais non les variations de la lumière, à moins que la rotation du Satellite ne ſoit aſſez rapide pour les faire diſparoître en deux ou trois heures.

§. 54. J'ai ſuppoſé, comme pour le premier Satellite, que la loi de la diminution de la lumière étoit repréſentée par

$$b \frac{1}{x^2} + c \frac{1}{x} = y.$$

J'ai fait ſucceſſivement y égal 0,3349, & a 0,2487; x égale à 1,07, & a 1,48; j'en ai déduit $b = -0,0375$, $c = 0,3933$; & par conſéquent la valeur d'un ſegment quelconque eſt $0,3933 \frac{1}{x} - 0,0375 \frac{1}{x^2} = y$.

§. 55. J'ai enſuite calculé, pour toutes les obſervations du

§. 51, les segmens, afin de les comparer à ceux qui ont été observés. Voici la comparaison.

	Dist. du Satel.	*Segment calculé.*	*Segment observé.*	*Erreur.*
Le 22 Juillet...	1,30	0,2883	0,2962	— 0,0159.
	1,70	0,2184	0,2086	+ 0,0098.
	2,27	0,1661	0,1602	+ 0,0059.
Le 27.......	1,07	0,3349	0,3349	0,0000.
	1,17	0,3054	0,2613	+ 0,0443.
	1,48	0,2488	0,2487	+ 0,0001.
	2,00	0,1872	0,2085	— 0,0213.
	2,30	0,1639	0,1833	— 0,0194.
	2,67	0,1525	0,1581	— 0,0056.
	2,83	0,1342	0,1353	— 0,0011.

dans lesquelles erreurs il n'y en a qu'une assez forte; on doit penser que l'observation a été mal faite, car sept ou huit observations qui s'accordent avec la loi que nous avons établie, prouvent davantage qu'une seule qui lui est contraire.

§. 56. *TABLE de la diminution du segment insensible, à raison des distances du II.e Satellite au centre de Jupiter.*

1,05	0,3405.
1,10	0,3265.
1,15	0,3137.
1,20	0,3018.
1,30	0,2803.
1,40	0,2618.
1,50	0,2456.
1,60	0,2312.
1,70	0,2184.
1,80	0,2069.
1,90	0,1966.
2,00	0,1872.
2,10	0,1788.
2,20	0,1711.
2,30	0,1639.

.....2,40...........	0,1574.
.....2,50...........	0,1513.
.....2,60...........	0.1458.
.....2,70...........	0,1406.
2,80...........	0,1357.

OBSERVATIONS pour déterminer la loi de la variation de la lumière du troisième Satellite, à raison de sa distance au centre de Jupiter.

§. 57. Je n'ai pu parvenir à faire assez d'observations dans une seule nuit pour déterminer cette variation, le troisième Satellite s'éclipse depuis le bord de Jupiter jusqu'à environ 2,65 de distance de ce bord; il est assez long-temps à parcourir cet intervalle, & il est rare de réunir toutes les circonstances nécessaires pour le lui voir parcourir dans une même nuit, j'ai donc été forcé de me servir d'observations faites à différens jours.

§. 58.

		Distance du Satellite.	*Diaphragme.*	*Segment.*
Le 21 Mai à	14^h 9'	3,25	6[l]	0,06250.
26 Juin...	9. 56	1,92	12.	0,25000.
1 Août.	9. 27	1,80	7.	0,08507.
26.....	7. 57	1,12	10.	0,17361.

Le 21 Mai, distance de Jupiter à la Terre.......	4,5403.
au Soleil.......	5,1588.
Hauteur de Jupiter.......	15^d 20'
Segment réduit.......	0,07390.
Le 26 Juin, distance de Jupiter à la Terre.......	4,1930.
au Soleil.......	5,1450.
Hauteur de Jupiter.......	5^d 44'
Segment réduit.......	0,01580.
Le 1.er Août, distance de Jupiter à la Terre.......	4,1756.
au Soleil.......	5,1322.
Hauteur de Jupiter.......	17^d 0'
Segment réduit.......	0,13130.

Le 26 Août, distance de Jupiter à la Terre....... 4,3670.
au Soleil....... 5,1234.
Hauteur de Jupiter....... 17^d 11′
Segment réduit....... 0,2517.

§. 59. J'ai pris les observations du 21 Mai & du 26 Août; & ayant choisi l'équation $a\frac{1}{x^2} + b\frac{1}{x} = y$, j'ai fait successivement x & y égales à 3,25 & 0,0739, à 1,12 & à 0,2517; d'où j'ai tiré $a = 0{,}07563$, $b = 0{,}21570$; d'où l'on aura l'équation $0{,}07563\frac{1}{x^2} + 0{,}21570\frac{1}{x} = y$, pour exprimer les variations du segment éclairé relativement à la distance au centre de Jupiter; j'en ai dressé la Table suivante.

§. 60.

Dist. au centre.	*Segment insensible.*
1,10.	0,25709.
1,20	0,23227.
1,30.	0,21067.
1,40	0,19266.
1,50.	0,17741.
1,60	0,16435.
1,70.	0,15305.
1,80	0,14317.
1,90.	0,13447.
2,00	0,12676.
2,10.	0,11987.
2,20	0,11367.
2,30.	0,10808.
2,40	0,10301.
2,50.	0,09838.
2,60	0,09415.
2,70.	0,09026.
2,80	0,08669.
2,90.	0,08337.
3,00	0,08030.
3,10.	0,07745.

3,20	0,07463.
3,30.	0,07230.
3,40	0,07000.
3,50.	0,06780.
3,60	0,06576.
3,70.	0,06382.

§. *61*. Je n'ai pu, ni cette année, ni la dernière, faire aucune obſervation du 4.[e] ſatellite de Jupiter, tant pour déterminer la grandeur de ſon diamètre, que pour établir la loi de la diminution de la lumière, à raiſon de ſes diſtances au centre de Jupiter; ainſi je ſuis obligé de remettre cette recherche à un autre temps & à un autre Mémoire.

§. *62*. Je vais donner ici la Table où l'on trouvera la valeur des flèches de chaque ſegment; le ſegment étant exprimé par ſon rapport à la ſurface du cercle, priſe pour unité; & la flèche par ſon rapport avec le rayon du diſque du Satellite, pris auſſi pour unité.

§. *63*. La première colonne contient les degrés des arcs *AB*, la ſeconde les demi-ſegmens *ABF;* la troiſième, les flèches du ſinus verſe *AF;* la quatrième les logarithmes des différences des ſinus verſes, diviſées par les différences des ſegmens correſpondans.

DEGRÉS des Arcs.	SEGMENS.	SINUS verses ou FLÈCHES.	LOGARITHMES du rapport des Différences.
2...	...0,00000...	...0,00061....	...1,770852.
4...	...0,00003...	...0,00244....	...1,482874.
6...	...0,00013...	...0,00548....	...1,424261.
8...	...0,00029...	...0,00973....	...1,305829.
10...	...0,00056...	...0,01519....	...1,221414.
12...	...0,00096...	...0,02185....	...1,138095.
14...	...0,00153...	...0,02970....	...1,086936.
16...	...0,00227...	...0,03874....	...1,030876.
18...	...0,00322...	...0,04894....	...0,980213.
20...	...0,00441...	...0,06031....	...0,944969.
22...	...0,00583...	...0,07282....	...0,904047.
24...	...0,00753...	...0,08645....	...0,872421.
26...	...0,00951...	...0,10121....	...0,838027.
28...	...0,01181...	...0,11705....	...0,813427.
30...	...0,01441...	...0,13397....	...0,784968.
32...	...0,01736...	...0,15195....	...0,760468.
34...	...0,02066...	...0,17096....	...0,738083.
36...	...0,02432...	...0,19098....	...0,718200.
38...	...0,02834...	...0,21199....	...0,698377.
40...	...0,03274...	...0,23396....	...0,679499.
42...	...0,03753...	...0,25686....	...0,663927.
44...	...0,04269...	...0,28066....	...0,647270.
46...	...0,04815...	...0,30534....	...0,633305.
48...	...0,05419...	...0,33087....	...0,619212.
50...	...0,06062...	...0,35721....	...0,606727.
52...	...0,06720...	...0,38434....	...0,594489.
54...	...0,07432...	...0,41221....	...0,583627.
56...	...0,08178...	...0,44081	

Degrés des Arcs.	Segmens.	Sinus verses ou flèches.	Logarithmes du rapport des Différences.
56...	...0,08178...	...0,44081....	...0,573328.
58...	...0,08958...	...0,47008....	...0,563740.
60...	...0,09775...	...0,50000....	...0,555308.
62...	...0,10621...	...0,53053....	...0,547784.
64...	...0,11507...	...0,56163....	...0,540104.
66...	...0,12419...	...0,59326....	...0,532995.
68...	...0,13361...	...0,62540....	...0,527176.
70...	...0,14329...	...0,65798....	...0,521565.
72...	...0,15322...	...0,69098....	...0,516165.
74...	...0,16339...	...0,72436....	...0,512528.
76...	...0,17275...	...0,75808....	...0,508355.
78...	...0,18440...	...0,79209....	...0,505403.
80...	...0,19500...	...0,82635....	...0,502137.
82...	...0,20585...	...0,86083....	...0,500567.
84...	...0,21689...	...0,89547....	...0,499023.
86...	...0,22781...	...0,93024....	...0,498055.
88...	...0,23888...	...0,96509....	...0,496845.
90...	...0,25000...	...1,00000	

N. B. Que comme la Table ne contient que les demi-ſegmens *A B F*; quand on aura pour le moment d'une obſervation un ſegment *A B D*, il en faudra prendre la moitié *A B F*, qui ſervira à chercher dans la troiſième colonne le ſinus verſe correſpondant au ſegment *A B D*.

§. 64. L'uſage de cette Table ſera mieux compris par un exemple, que par une explication; ſoit pour un inſtant quelconque un ſegment 0,04470, il eſt plus grand que 0,04269, avec une différence de 201; en ajoutant le logarithme de 201 au loga-

rithme 0,647270, on aura tout de ſuite 0,00892, ou ce qu'il faut ajouter au ſinus verſe 0,28066, correſpondant à 0,04269, pour avoir celui qui répond à 0,04470, c'eſt-à-dire 0,28958.

TROISIÈME PARTIE.

De la détermination des diamètres des Satellites.

§. 65. LA méthode dont je me ſuis ſervi pour meſurer les diamètres des Satellites eſt fort ſimple, & ſur-tout fort exacte. Quelques minutes avant l'immerſion ou après l'émerſion, je détermine le diaphragme qui me fait perdre de vue le Satellite. Cette obſervation n'exige d'autre attention que d'avoir la vue repoſée quelque temps dans l'obſcurité, comme pour l'obſervation même de l'éclipſe, & de choiſir un inſtant qui ſans être trop éloigné du temps de la phaſe obſervée le ſoit aſſez cependant pour être ſûr que le Satellite n'a pas encore touché l'ombre, ſi c'eſt pour une immerſion, ou qu'il en eſt tout-à-fait ſorti ſi c'eſt une émerſion. Il faudra ſe régler à cet égard par le temps que le Satellite met à entrer dans l'ombre, c'eſt-à-dire environ 7 minutes pour les deux premiers, & 11 minutes pour le troiſième, lorſqu'ils entrent perpendiculairement: à l'égard du ſecond, & ſur-tout du troiſième, il faut prendre garde que le temps de l'entrée oblique eſt beaucoup plus long; de manière que s'il s'agiſſoit d'une obſervation du troiſième, & que ce Satellite fût à 90 degrés des nœuds, ce temps, au lieu de 11 minutes, ſeroit augmenté juſqu'à plus de 27 minutes. Il faudroit donc pour déterminer le diaphragme dont il eſt queſtion s'y prendre 30 minutes avant l'immerſion ou après l'émerſion. On en ſera quitte pour faire à cette obſervation une réduction qui ſera indiquée plus bas. D'après le principe que j'ai expoſé *§. 8,* il n'y a qu'à multiplier le diamètre du Satellite en temps par le demi-diamètre de l'ombre, auſſi en temps, & le diviſer par la demi-durée des Tables pour le jour de l'obſervation, on aura un certain nombre de minutes, qui retranché du temps de l'immerſion, ou ajouté au temps de l'émerſion, donnera l'inſtant où l'on ſera ſûr que le Satellite eſt hors de l'ombre, & où on peut faire l'obſervation du diaphragme.

Ayant trouvé par obſervation le diaphragme qui fait diſparoître le Satellite, je connois le rapport du ſegment inviſible au diſque entier, au moment où le Satellite diſparoîtra, je couvre enſuite l'objectif de ma lunette d'un diaphragme un peu plus grand, qui me laiſſe apercevoir le Satellite, mais foible & très-petit, de manière que ce Satellite ceſſe d'être viſible dès que ſa lumière ſera tant ſoit peu diminuée. Je ſuis ainſi averti du moment où il commence à toucher l'ombre, & l'intervalle de temps écoulé entre cet inſtant, & celui de la véritable immerſion, me donne la meſure d'une grande partie du diamètre, d'où il eſt aiſé de conclure le diamètre entier.

Quant au choix de ce ſecond diaphragme; 1.° ſi c'eſt une immerſion on le prendra plus ouvert d'environ 2 lignes que celui qui aura été déterminé comme on vient de le dire; on l'appliquera extérieurement, & l'on marquera le moment où le Satellite diſparoîtra: on enlèvera le diaphragme; on obſervera la véritable immerſion, & l'on marquera l'intervalle de temps écoulé entre les deux obſervations.

2.° Si c'eſt une émerſion, & qu'on veuille meſurer la plus grande partie poſſible du diamètre, on calculera le ſegment inviſible qui doit avoir lieu pour le moment de l'obſervation, de la manière qui a été expliquée dans la première & dans la ſeconde Partie; alors on choiſira un diaphragme plus grand d'environ 2 lignes que celui qui réſultera de ce ſegment, & après avoir obſervé l'émerſion, on garnira l'objectif de ce diaphragme pour obtenir une ſeconde émerſion; & comme on aura marqué les inſtans des deux émerſions, on aura l'intervalle des temps écoulés.

§. 66. Le premier diaphragme déterminé donnera le ſegment *BFG;* mais ce ſegment, qui a lieu pour l'ouverture entière de la lunette, doit être augmenté dans le rapport inverſe du carré de cette ouverture au carré de celle du ſecond diaphragme, afin d'avoir le ſegment *BDE,* qui a lieu pour l'ouverture diminuée: la différence *KH* des flèches de ces ſegmens eſt la partie du diamètre qui eſt entrée dans l'ombre pendant l'intervalle des deux obſervations.

§. 67. Ce ſegment *BFG* a beſoin d'une correction; on a

marqué l'inſtant où le diaphragme a été déterminé & l'inſtant de la véritable éclipſe: on calculera pour ces deux inſtans les diſtances du Satellite au centre: on cherchera dans les Tables des *ſ. 48, 56* & *60*, les ſegmens inviſibles qui répondent à ces diſtances, & l'on fera le plus petit eſt au plus grand, comme le ſegment *BFG* eſt à celui qui aura véritablement lieu pour le moment de l'éclipſe: c'eſt de ce nouveau ſegment qu'on fera uſage pour déterminer le ſegment *BDE*, comme dans le paragraphe précédent, & la différence des flèches *KH*. Ce n'eſt point une ſuppoſition gratuite d'établir que quel que ſoit l'état de l'atmoſphère, la diminution de la lumière relative à la diſtance de Jupiter ſuit toujours la même loi. Seulement à raiſon du plus ou moins d'intenſité de la lumière, les ſegmens inviſibles, toujours dans le même rapport entr'eux, ſeront plus ou moins grands. Or ce rapport eſt donné par les Tables, & l'intenſité actuelle de la lumière eſt donnée par l'obſervation du diaphragme. On verra, *ſ. 72*, un exemple de la néceſſité de cette réduction.

§. *68*. Il faut faire auſſi une réduction à l'intervalle de temps écoulé entre les deux obſervations, à cauſe de l'entrée oblique dans l'ombre *(voyez ſ. 8)*. Cet intervalle de temps doit être diminué dans le rapport du demi-diamètre de l'ombre à la demi-durée des Tables.

Il eſt évident que cette méthode n'eſt ſujette à aucun autre inconvénient que celui des taches qui peuvent ſe rencontrer ſur le diſque du Satellite & faire varier l'intenſité de la lumière autrement que je ne l'ai ſuppoſé. Mais cet inconvénient a lieu également pour toutes les méthodes qu'on peut employer: la mienne a l'avantage d'être plus ſuſceptible de préciſion. L'expérience & l'obſervation apprendront l'incertitude qui peut naître des taches du diſque des Satellites.

Du diamètre du premier Satellite.

§. *69*. Le 30 Juin 1771, il devoit y avoir, vers 11^h 50' du ſoir, une immerſion du premier Satellite; je me ſuis préparé à l'obſerver: 24 minutes avant l'obſervation, j'ai déterminé le diaphragme qui faiſoit perdre de vue, & je l'ai trouvé de 10 lignes & demie; enſuite

enſuite j'ai garni ma lunette d'un diaphragme de 13 lignes; j'ai obſervé l'inſtant de la diſparition du Satellite, & ayant enlevé le diaphragme, la véritable immerſion eſt arrivée 4′ 54″ après la première.

§. 70. Je vais calculer cette obſervation, d'abord ſans avoir égard à la correction du *§. 67,* & enſuite je la calculerai rigoureuſement; on verra la différence qui en réſulte.

§. 71. Un diaphragme de 10 lignes & demie, donne un ſegment de 0,1914; donc $BFG = 0,1914$, la moitié eſt 0,0957, avec laquelle on trouve, dans la Table du *§. 63,* la flèche $BK = 0,49222$, le rayon BC étant pris pour unité. Le ſegment BEG qui a lieu pour une ouverture de 24 lignes, a dû augmenter, *§. 66,* pour une ouverture de 13 lignes dans le rapport du carré de 13 au carré de 24. On a donc $BDE = 0,6534$; d'où réſulte la flèche $BH = 1,23885$; donc $KH = 0,74563$, pour une partie du diamètre qui eſt entrée dans l'ombre en 4′ 54″ de temps; cet intervalle de temps, réduit à celui de l'entrée perpendiculaire, *§. 68,* devient 4′ 51″. Je fais 0,74563 : 2 :: 4′ 51″ eſt au diamètre du premier ſatellite de 13′ 1″ en temps, ou de 1^d 50′ 21″, diamètre viſiblement trop grand. Vu de la Terre, il paroîtroit de près de 4 ſecondes, & ce diamètre dans de forts inſtrumens pourroit être terminé.

§. 72. Pour calculer cette obſervation rigoureuſement, on trouvera que dans l'inſtant de l'immerſion, la diſtance du ſatellite au centre de Jupiter, étoit 1,25; 24 minutes auparavant elle étoit 1,57. Les ſegmens correſpondans à ces diſtances dans la Table du *§. 48* ſont 0,2571 & 0,1695; il faut donc faire comme 0,1695 eſt à 0,2571; ainſi 0,1914 eſt à 0,2903, qui eſt le ſegment inviſible qui doit avoir lieu pour une diſtance 1,25, déduit de celui qui a été obſervé pour une diſtance 1,57.

J'augmente ce ſegment dans la raiſon du carré de 13 au carré de 24, & j'ai 0,9895 pour le ſegment BDE. Ce qui prouve qu'à la première diſparition du Satellite, il étoit à peine entré dans l'ombre, puiſqu'il n'étoit entamé que d'environ la centième partie de ſon diſque.

On a alors

BK.	0,66400.
BH.	1,99852.
KH.	1,33452.
Donc diamètre en temps	7′ 17″
en degrés.	1^d 1′ 45″

§. 73. Le 2 Septembre 1771, à 7^h 22′ du soir, il devoit y avoir une émersion du premier Satellite. Après avoir vu le Satellite sortir de l'ombre, j'ai garni ma lunette d'un diaphragme de 11 lignes, & j'ai vu la seconde émersion 3′ 28″ après la première.

Environ 10 minutes après la première émersion, j'ai mesuré le diaphragme qui faisoit perdre de vue le Satellite, & je l'ai trouvé de 9 lignes.

Au sortir de l'ombre, la distance du Satellite au centre étoit 1,79, 10 minutes après elle étoit 1,92 ; les segmens correspondans de la Table sont 0,1338 & 0,1186; celui qui résulte du diaphragme de 9 lignes est 0,1406; en faisant 0,1186 : 0,1388 :: 0,1406 : un quatrième terme. On trouve que

le segment insensible, au sortir de l'ombre, a dû être. .	0,15860.
Segment augmenté.	0,75522.
BK.	0,43097.
BH.	1,41334.
KH.	0,98237.
Demi-durée.	1^h 7′ 39″
Temps corrigé.	0. 3. 27
Diamètre.	0. 7. 1
en degrés.	0^d 59. 29

§. 74. Le 1.er Août 1771, à 10^h 38′, il y avoit une émersion du premier Satellite.

J'étois persuadé que quand le Satellite commence à paroître, il est plus gros que lorsqu'on cesse de le voir dans une immersion. En conséquence de cette idée, je me proposai de mesurer la lumière du Satellite, dans le moment même que je l'apercevrois,

c'est-à-dire de déterminer le diaphragme qui le feroit disparoître; mais comme il faut essayer & choisir différens diaphragmes, ce qui ne laisse pas que de prendre du temps, je fus obligé de renoncer à cette expérience. J'avois marqué le moment de l'émersion, je garnis l'objectif d'un diaphragme de 13 lignes, & quand je revins à ma lunette il s'étoit écoulé 2′ 11″: je voyois le Satellite, mais très-foiblement, de manière qu'il n'y avoit tout au plus que quelques secondes que la seconde émersion étoit arrivée.

Un petit nuage qui a couvert Jupiter m'a empêché de mesurer le diaphragme; ainsi je vais y suppléer en le calculant par les Tables. Voici les élémens du calcul.

Distance de Jupiter à la Terre	4,1785.
au Soleil	5,1349.
Hauteur de Jupiter	18^d 50′
Distance du Satellite au centre	1,28.
Segment des Tables	0,2501.
Segment réduit	0,1522.
Segment augmenté	0,5190.
BK	0,41888.
BH	1,02982.
KH	0,61094.
Demi-durée	1^h 7′ 32″
Temps corrigé	0. 2. 10
Diamètre en temps	0. 7. 3
en degrés	0^d 59. 46

§. 75. Voilà donc trois déterminations du diamètre du premier Satellite.

30 Juin 1771	0^h 7′ 17″
1.er Août	0. 7. 3
2 Septembre	0. 7. 1
milieu	0. 7. 7 en temps.
	1^d 0′ 20″ en degrés.

Ainsi nous établirons le diamètre du premier Satellite de 7′ 7″ en temps, ou de 1^d 0′ 20″ en degrés.

§. 76. J'aurois desiré pouvoir faire un plus grand nombre

d'obſervations, mais le temps, cette année, n'a point été favorable. D'ailleurs j'avoue que juſqu'à l'année préſente j'avois négligé les émerſions, perſuadé qu'elles étoient plus ſuſceptibles d'erreurs que les immerſions. Si je n'avois pas eu cette prévention, j'aurois fait l'année dernière, quelques obſervations d'émerſions que j'ai laiſſé paſſer.

§. 77. Ce diamètre a été déterminé, par M. Caſſini, de 59′ 4″; il ne diffère de celui que je donne ici, que de 1′ 16″, différence à peine ſenſible dans de pareilles obſervations. Ce grand homme, en employant une méthode très-difficile dans la pratique, ne s'étoit pas éloigné de la vérité; cependant ſa détermination étoit douteuſe, parce qu'en effet on ne conçoit pas, comme l'a remarqué M. Maraldi, que l'on puiſſe parvenir à quelque exactitude par cette méthode. Comme la mienne eſt ſuſceptible de beaucoup de préciſion, & que nos réſultats ſont les mêmes, j'ai l'avantage de confirmer la détermination de ce célèbre Aſtronome.

Détermination du diamètre du ſecond Satellite.

§. 78. Le 11 Juillet 1771, vers 14^h 15′, avec un diaphragme de 17 lignes, la ſeconde immerſion du ſecond Satellite a paru 1′ 23″ après la première.

Diſtance de Jupiter à la Terre	4,1416.
au Soleil	5,1406.
Hauteur de Jupiter	14^d 55′
Diſtance du Satellite au centre	1,05.
Diſtance corrigée	1,08.
Segment des Tables	0,3321.
Segment réduit	0,2318.
Segment augmenté	0,4620.
BD	0,56451.
CD	0,94128.
BC	0,37677.
Demi-durée	1^h 22′ 28″
Temps corrigé	0. 1. 19,6
Diamètre en temps	0. 7. 2.
en degrés	0. 29. 42.

§. 79. Le 30 Août, à 11^h 14′ du soir, il y avoit une émerſion du ſecond Satellite, il eſt ſorti ſi près du premier, que je n'ai pu réuſſir à le faire diſparoître pour avoir une ſeconde émerſion; j'avois garni ma lunette d'un diaphragme de 11 lignes, j'ai attendu le moment où la lumière du ſecond Satellite ſeroit égale à celle du premier; ce moment eſt arrivé 5′ 1″ après l'émerſion. J'ai ſuppoſé qu'il étoit entièrement ſorti de l'ombre, & voici le calcul que j'ai fait.

Diſtance de Jupiter à la Terre	4,4139.
au Soleil	5,1232.
Hauteur de Jupiter	10^d 52′
Diſtance du Satellite au centre	2,22.
Segment des Tables	0,16970.
Segment réduit	0,17692.
Segment augmenté *	1,00000.
BD	0,46575.
CD	2,00000.
BC	1,53425.
Demi-durée	1^h 23′ 8″
Temps corrigé	0. 4. 51
Diamètre en temps	0. 6. 20
en degrés	0. 26. 45

§. 80. Il faut avouer que l'obſervation précédente n'eſt point ſuſceptible d'exactitude, parce que l'eſtimation de la lumière du ſecond Satellite, & ſa comparaiſon à celle du premier ne peut ſe faire avec une certaine préciſion. M. Meſſier, le même jour, a fait une meilleure obſervation. A 11^h 10′ 55″ temps vrai, il a obſervé l'émerſion du ſecond Satellite; il a garni ſa lunette, qui étoit celle de M. de Sarron, d'un diaphragme de 11 lignes, & il a trouvé la ſeconde émerſion à 11^h 13′ 25″, 2′ 30″ après la première.

A 11^h 35′ 22″, M. Meſſier a fait diſparoître le Satellite avec un diaphragme de 6 lignes $\frac{1}{2}$, d'où réſulte un ſegment de 0,02641.

Ce ſegment a beſoin d'une correction, parce qu'il a été déter-

* Dans ce cas, c'étoit le diſque entier.

miné 22 minutes après l'émersion, & que le Satellite s'étoit déjà éloigné de Jupiter de 0,26 demi-diamètres. A 11^h 13', il étoit éloigné de 2,22; à 11^h 35', il devoit être éloigné de 2,48. Les segmens des Tables pour ces distances sont 0,1697 & 0,1525. Le segment doit donc être augmenté dans la raison de 1525 à 1697, pour l'avoir tel qu'on l'auroit obtenu si on l'avoit mesuré au moment de l'émersion totale. Il sera 0,02938, ce segment augmenté encore dans la raison du carré de 11 au carré de 40, ouverture de la lunette de M. de Saron, deviendra 0,38784. Les flèches de ces deux segmens sont 0,13568 & 0,82286, dont la différence 0,68718 détermine un diamètre de 7' 2".

M. Messier ne regarde pas cette observation comme très-exacte, par la raison que j'ai déjà dite dans le paragraphe précédent, que le Satellite étoit sorti trop près du premier; mais il juge que ces observations sont susceptibles d'une précision assez grande.

De la détermination du diamètre du troisième Satellite.

§. 81. Le 26 Juin 1771, à 9^h 56' du soir, il y avoit une immersion du troisième Satellite. . . . .

J'ai déterminé le diaphragme de 12 lignes, qui faisoit disparoître le Satellite 5 à 6 minutes avant l'émersion.

Ensuite j'ai garni ma lunette d'un diaphragme de 17 lignes, & j'ai compté 2' 18" entre les deux immersions.

On n'a pas besoin ni des segmens des Tables ni des réductions, quand le segment a été mesuré immédiatement avant l'observation, il est affecté de toutes les inégalités optiques, qui peuvent changer le temps de l'observation.

Segment mesuré	0,25000.
Segment augmenté	0,49827.
B D	0,59602.
C D	0,99884.
B C	0,40282.
Demi-durée	1^h 40' 55"
Temps corrigé	0. 2. 10
Diamètre en temps	0. 10. 46
en degrés	0. 22. 34

§. 82. Le 1.er Août 1771, à 9^h 15′ du soir, il y avoit une émersion du troisième Satellite.

Après avoir vu l'émersion, j'ai garni ma lunette d'un diaphragme de 8 lignes, & j'ai observé la seconde émersion 6′ 24″ après la première; 3 à 4 minutes après j'ai mesuré le diaphragme qui faisoit perdre de vue le Satellite, je l'ai trouvé de 7 lignes.

Diaphragme mesuré	0,08507.
Diaphragme augmenté	0,76562.
BD	0,27994.
CD	1,43098.
BC	1,15104.
Demi-durée	1^h 42′ 35″
Temps corrigé	0. 6. 8.
Diamètre en Temps	0. 10. 40.
en degrés	0^d 22′ 22″

QUATRIÈME PARTIE.

De l'effet des Lunettes & des Télescopes de différente force.

§. 83. Nous avons établi dans les trois premières Parties de ce Mémoire, les portions du disque des Satellites qui deviennent insensibles, relativement aux distances de Jupiter à la Terre & au Soleil, du Satellite au centre de Jupiter, & relativement à la hauteur de Jupiter. Ces quantités sont déterminées & fixées pour une lunette qui porte 24 lignes d'ouverture, & qui grossit à-peu-près soixante-quatorze fois. Il faut bien faire attention que la quantité de lumière qui est insensible ne change point, elle est relative à l'organe, & constante pour le même individu, tant que l'organe ne s'affoiblit pas; il n'y a de variable que la portion du disque qui renvoie cette quantité de lumière. Cette portion sera d'autant plus petite que l'intensité de la lumière sera grande. *(Voyez §. 1.)*

§. 84. D'où il suit que dans les différentes lunettes les portions insensibles du disque d'un Satellite seront, toutes choses égales d'ailleurs, en raison inverse du carré des ouvertures. En effet,

nous avons établi que ces portions insensibles varioient en raison inverse des carrés des distances de Jupiter; mais quand on observe un Satellite avec deux lunettes, dont la première a quatre fois plus de lumière que la seconde, c'est comme si ce Satellite étoit une fois moins éloigné du Soleil dans la première lunette que dans la seconde.

§. 85. Nous pouvons donc regarder comme certain ce principe déduit de la théorie, que les portions insensibles doivent varier en raison du carré des ouvertures des lunettes.

§. 86. Mais quoique ce principe fût évident, il étoit cependant important de le soumettre à l'expérience, qui doit décider seule dans la Physique. M. Messier, de cette Académie, a entre les mains une excellente lunette de Dollond, de trois pieds & demi de longueur, qui appartient à M. le Président de Saron. Cette lunette porte 40 lignes d'ouverture. Le 20 Août de cette année, je me suis transporté chez M. Messier pour comparer cette lunette à la mienne; nous nous sommes servis du second Satellite, qui ce jour-là paroissoit dans la lunette à la droite de Jupiter, & qui en étoit assez éloigné. Pendant que l'un regardoit dans la lunette, l'autre faisoit passer successivement les diaphragmes de différentes ouvertures. Dans la lunette de M. de Saron, M. Messier a perdu de vue le Satellite par un diaphragme de 3 lignes: il a trouvé de même que dans ma lunette il falloit un diaphragme de 3 lignes pour faire disparoître le Satellite.

On a pour la première lunette $(40)^2 : 9 :: 1 : \frac{9}{(40)^2}$

pour la seconde....... $(24)^2 : 9 :: 1 : \frac{9}{(24)^2}$.

D'où l'on voit que conformément au principe, les portions insensibles sont en raison inverse des carrés des ouvertures.

§. 87. Quand on voudra donc calculer la portion insensible qui aura lieu un certain jour, pour une certaine lunette dont l'ouverture sera *m*, on prendra dans les Tables de la première Partie la portion insensible, relative à la distance actuelle du Satellite à Jupiter, on y fera les changemens nécessaires pour avoir égard aux distances de la Terre & du Soleil à Jupiter, & pour

pour avoir égard à sa hauteur sur l'horizon; & l'on multipliera la quantité ainsi trouvée par $\frac{(24)^2}{m^2}$, *m* étant exprimée en lignes.

D'où il suit que l'effet des lunettes de différentes forces est déterminé, puisque cet effet consiste dans la variation du segment invisible, qui diminue en raison inverse du carré des ouvertures.

§. 88. Quant aux télescopes, on présume en général qu'ils perdent par la réflexion environ les trois quarts de leur lumière; c'est-à-dire de la lumière relative à leur ouverture *.

J'ait fait quelques expériences avec M. Messier dans la vue de déterminer leur effet, comparé à celui des lunettes, en faisant usage de la méthode de faire disparoître un Satellite par la diminution de l'ouverture.

Pour cela j'ai remarqué qu'il ne falloit pas se servir de diaphragmes qui laissassent à découvert le centre de l'ouverture, parce que dans la plupart des télescopes le petit miroir est à l'extrémité du tuyau; ce petit miroir fermeroit donc, en tout ou en partie, l'ouverture diminuée, & l'on ne pourroit avoir que des résultats incertains. J'ai imaginé de faire glisser transversalement un carton qui couvrît une grande partie de l'ouverture, en laissant seulement à découvert un segment qu'il est aisé de mesurer en déterminant le rapport de la corde au diamètre. Ce carton étoit carré, & l'un de ses côtés étoit divisé en parties égales, avec lesquelles nous avons mesuré & la corde & le diamètre.

Le 20 Août, M. Messier, dans son télescope Grégorien de 30 pouces, a vu disparoître le second Satellite, lorsque l'ouverture circulaire qui a 74 lignes, a été réduite à un segment dont la corde contenoit $29\frac{1}{2}$ parties, des mêmes parties dont le diamètre en contenoit $87\frac{1}{2}$.

J'ai fait la même observation, & la corde du segment étoit de $28\frac{1}{2}$ parties.

§. 89. Il paroîtra peut-être singulier que les mesures de M. Messier

---

* Voyez le Mémoire de M. de Buffon, *année 1747.*

& les miennes diffèrent ſi peu, mais on ne doit point imaginer qu'aucune prévention, ni aucun deſir de trouver les mêmes réſultats ait pu nous induire en erreur; car cela eût été impoſſible. Pendant que j'avois l'œil dans la lunette, M. Meſſier faiſoit gliſſer le carton ſur l'ouverture du téleſcope, juſqu'à ce que je l'avertiſſe que je ne voyois plus le Satellite, & réciproquement je lui rendois le même ſervice; ainſi nous ne ſavions ni l'un ni l'autre en obſervant, à quel point le carton en étoit, ni ſi nous étions dans le cas de nous accorder ou non.

§. 90. J'obſerve avant de calculer les deux obſervations que je viens de rapporter, que pour évaluer la quantité de lumière que reçoit un téleſcope, il faut 1.° en meſurer l'ouverture, & eſtimer la lumière par la ſurface de cette ouverture, comme nous avons fait pour les lunettes; 2.° en déduire la ſurface du petit miroir, qui étant placé devant l'ouverture, intercepte une partie de la lumière proportionnelle à la ſurface de ce petit miroir.

Fig. 7. §. 91. En calculant dans un cercle $ABCD$, dont le diamètre $AB = 87\frac{1}{2}$, un ſegment DC, dont la corde $CD = 29\frac{1}{2}$, on trouve que le ſegment eſt au cercle entier comme 0,00844 eſt à 1.

En ſuppoſant que la corde CD ſoit égale à $28\frac{1}{2}$, comme dans mon obſervation, on aura, pour le rapport de ce ſegment à la ſurface du cercle entier, celui de 0,00762 à 1.

§. 92. Mais cette unité repréſente l'ouverture entière du téleſcope, dont nous avons dit qu'il falloit déduire la ſurface du petit miroir, l'ouverture entière a 74 lignes de diamètre, le petit miroir a 15 lignes; les ſurfaces ſeront dans le rapport des quarrés des diamètres, & l'on aura $(74)^2 : (15)^2 :: 1 : 0{,}0411$. Donc, la lumière qui entreroit dans le téleſcope, s'il n'y avoit point de petit miroir, eſt à celle qui y eſt reçue réellement comme 1 : 0,9589. Les quantités du paragraphe précédent doivent donc être augmentées dans le rapport de 0,9589 à 1; d'où l'on trouve 0,00880, par l'obſervation de M. Meſſier, & 0,00795 par la mienne. Ces quantités repréſentent, le rapport de la partie de la lumière des Satellites, qui devient inſenſible,

à leur lumière totale, exprimée par l'unité, ou bien le rapport du ſegment éclairé, qui ſeroit inſenſible dans une éclipſe, à la ſurface du diſque, repréſentée auſſi par l'unité.

§. 93. M. Meſſier a trouvé, pour la valeur du ſegment inſenſible, la fraction 0,00880, & j'ai trouvé 0,00795. Il ſemble d'abord que cette différence doive être attribuée à l'effet de la différence des vues; cependant on a vu que ſur ma lunette & ſur celle de M. de Saron, il n'y avoit point de différence ſenſible. Il ſemble, à l'égard du téleſcope Grégorien, que la vue de M. Meſſier demande plus de lumière que la mienne, puiſqu'il lui faut un plus grand ſegment pour diſtinguer le Satellite; mais on verra plus bas qu'à l'égard du téleſcope Newtonien, j'ai trouvé un ſegment plus grand que le ſien; d'où je conclus, juſqu'à ce que ce point ſoit plus éclairci, que cette légère différence peut être regardée comme l'erreur inévitable dans les obſervations, & que pour avoir l'effet du téleſcope Grégorien, il faut prendre un milieu entre les deux déterminations.

Ce milieu ſera à peu-près 0,00847.

§. 94. Maintenant, pour comparer l'effet de ce téleſcope à la lunette de M. de Saron & à la mienne, il faut calculer la valeur du ſegment inſenſible dans ces deux lunettes. On la trouvera par les deux analogies ſuivantes:

$$(24)^2 : (3)^2 :: 1 : x = 0{,}01563.$$
$$(40)^2 : (3)^2 :: 1 : x = 0{,}00562.$$

de ſorte que le rapport du téleſcope Grégorien de M. Meſſier à ma lunette achromatique de 5 pieds, ſera exprimé par $\frac{0{,}00867}{0{,}01563}$; c'eſt-à-dire que ſi l'on veut trouver le ſegment inſenſible qui aura lieu pour un moment quelconque, il faudra calculer ſuivant les méthodes expliquées, le ſegment qui auroit lieu pour ma lunette & le multiplier par la fraction précédente.

Le rapport de ce téleſcope à la lunette de M. de Saron, ſera celui de $\frac{0{,}00847}{0{,}00562}$, c'eſt-à-dire que toutes choſes égales d'ailleurs,

les ſegmens inſenſibles pour ces deux inſtrumens ſeront dans le rapport de 0,00562 à 0,00847.

§. 95. Nous allons chercher à découvrir par l'effet de ce téleſcope, quelle eſt la quantité de lumière qui ſe perd par les deux réflexions, & peut-être par les défauts du miroir.

Il eſt certain que la lumière d'un inſtrument quelconque eſt en raiſon du carré du diamètre de ſon ouverture. Ainſi en comparant ma lunette, qui porte 24 lignes, à une lunette qui en porteroit 74 comme ce téleſcope, la lumière de ces deux inſtrumens ſeroit dans la raiſon du carré de 24 au carré de 74; c'eſt-à-dire, comme 1 à 9,51; mais à cauſe du petit miroir qui oppoſe à la lumière une ſurface de 15 lignes de diamètre, cette quantité doit être diminuée, comme on l'a vu *§. 92,* dans la raiſon de 1 à 0,9589, & réduite par conſéquent à 9,12; donc un téleſcope tel que le téleſcope Grégorien de M. Meſſier, dont les miroirs réfléchiroient toute la lumière qu'il reçoit, devroit donner 9,12 fois plus de lumière que ma lunette; le ſegment inſenſible dans ce téleſcope ſeroit donc 9,12 fois moindre que dans ma lunette. Or nous avons vu, *§. 96,* que le 20 Août, ce ſegment étoit 0,01563 dans ma lunette; il auroit donc dû être pour le téleſcope 0,00270, tandis qu'il étoit le même jour 0,00847. Donc il ſe perd dans ce téleſcope les quatre cinquièmes de la lumière, puiſque la portion inſenſible y eſt cinq fois plus grande qu'elle ne le ſeroit s'il ne s'en perdoit pas.

On eſtimoit que ces téleſcopes perdoient les trois quarts de leur lumière. Cette expérience n'en diffère pas beaucoup, il n'y a qu'un vingtième de différence; encore eſt-il bon d'obſerver que depuis quelques années M. Meſſier s'aperçoit que ce téleſcope a perdu de ſa bonté, les miroirs ſe ſont ſans doute dépolis; c'eſt l'inconvénient de cette eſpèce d'inſtrumens; mais l'expérience que nous venons de rapporter indique un moyen de les éprouver pour reconnoître de temps en temps ce qu'ils peuvent avoir perdu à cet égard.

§. 96. Nous avons enſuite, M. Meſſier & moi, éprouvé un ancien téleſcope Newtonien de 4 pieds & demi, qui a appartenu à M. de l'Iſle, pour le comparer aux deux lunettes. Je crois que

cette obſervation a beſoin d'être répétée; mais en attendant que nous en ayons l'occaſion je vais la rapporter ici.

Le tuyau de ce téleſcope eſt un octogone aſſez régulier, dont le diamètre a $75\frac{1}{2}$ lignes, ou $89\frac{1}{2}$ parties de l'échelle du carton dont nous avons déjà parlé. Le côté de l'octogone étoit par conſéquent de 28,9 lignes. J'en ai calculé la ſurface, qui contient 4030,7 lignes.

Le petit miroir eſt elliptique, & ſes axes ſont de 17 & de 11 lignes. La ſurface de cette ellipſe eſt donc égale à celle d'un cercle qui auroit 13,5 lignes de diamètre, égale par conſéquent à 543,5 lignes. Donc la lumière du téleſcope peut être repréſentée par une ſurface de 3887,1 lignes.

Le 20 Août, M. Meſſier a perdu de vue le Satellite, lorſque l'ouverture a été réduite à un triangle *ABC*, dont le côté *AC* avoit... $28\frac{3}{4}$ parties = 24,2 lignes, Fig. 8.

AB & *BC* $15\frac{1}{4}$ = 12,9.

On trouve la ſurface de ce triangle de 52,55 lignes; ainſi dans ce téleſcope le ſegment inſenſible eſt $\frac{52,55}{3887,1}$, ou 0,01352.

J'ai trouvé, en faiſant la même obſervation, que lorſque j'ai perdu de vue le Satellite, les côtés du triangle *ABC* étoient *AC* de $33\frac{1}{2}$ parties = 28,3 lignes,

AB	$16\frac{2}{3}$	=	14,1,
BC	$19\frac{1}{2}$	=	16,5.

La ſurface de ce triangle eſt de 81,4 lignes, & la portion inſenſible de 0,02094. J'ai fait cette obſervation à la hâte, parce que Jupiter alloit ſe couvrir, cependant je l'ai marquée bonne ſur mon regiſtre.

§. 97. Il y a une grande différence entre l'obſervation de M. Meſſier & la mienne; mais je préférerai cette dernière, par les raiſons que je vais expoſer; 1.° la lunette de 15 pieds dont M. Maraldi s'eſt ſervi juſqu'à préſent pour les éclipſes des Satellites de Jupiter, a été reconnue pour être égale en force au

téleſcope Newtonien de M. Meſſier; or cette lunette de M. Maraldi doit être inférieure à celle dont je me ſers, puiſqu'elle ne porte que 20 lignes d'ouverture, tandis que la mienne en porte 24; ſi l'on augmente le ſegment inſenſible 0,01563 qui appartient à ma lunette, dans le rapport du carré de 20 au carré de 24, on aura pour la lunette de M. Maraldi, & conſéquemment pour le téleſcope reconnu de la même force, un ſegment inſenſible de 0,02251, qui diffère peu de celui que j'ai trouvé par mon obſervation; 2.° M. Meſſier a reconnu qu'il y a une différence très-grande, quant à l'effet, entre ces deux téleſcopes. Le 25 Janvier 1763, il trouva 3′ 30″ de différence ſur l'immerſion du troiſième Satellite, faite à ces deux inſtrumens ſucceſſivement. Ce même jour il n'y eut que 2′ 33″ de différence entre les temps de la même immerſion obſervés par M. Maraldi & par M. Meſſier, avec ſon téleſcope Grégorien. Il ſembleroit donc par cette preuve de fait que l'inſtrument de M. Maraldi auroit l'avantage de près d'une minute. Je n'ai donc rien fait de trop en les ſuppoſant égaux.

J'ajouterai encore pour prouver cette égalité, que la meilleure manière de comparer la lumière de deux inſtrumens, c'eſt de comparer leur groſſiſſement. La lunette de M. Maraldi groſſit, je crois, ſoixante fois, & le téleſcope ſoixante-ſix fois; cela eſt preſque égal.

Il n'eſt pas difficile d'expliquer comment la détermination de M. Meſſier peut s'écarter ainſi de la véritable. Tandis qu'il obſervoit, je faiſois gliſſer le carton le plus inſenſiblement qu'il m'étoit poſſible, tant qu'il apercevoit le Satellite. Le dernier pas que j'aurai fait faire au carton aura été trop fort, & nous avons trouvé une quantité trop foible.

§. 98. Ainſi j'établirai le rapport de ce téleſcope à ma lunette, celui de $\frac{0,02094}{0,01563}$.

§. 99. Il s'agit d'examiner quelle eſt la perte de la lumière dans ce téleſcope. L'ouverture eſt de $75\frac{1}{2}$ lignes; ainſi la lumière de ce téleſcope devroit être à celle de ma lunette dans la raiſon de 9,9 à 1. Cette lumière diminuée dans le rapport de 4030,7

à 3881,1, *(§. 98)* ne ſera plus que comme 9,57 à 1. Diviſant 0,01563 par 9,57, on aura pour le ſegment inſenſible dans ce téleſcope, s'il ne perdoit rien de ſa lumière, 0,00163; mais ce ſegment eſt 0,02094, ou près de treize fois plus grand; il s'enſuit que le téleſcope ne conſerve qu'un peu plus de la treizième partie de ſa lumière.

On concluroit de l'obſervation de M. Meſſier qu'il ne conſerve qu'à peu-près la huitième partie de ſa lumière. D'où il ſuit que les téleſcopes Newtoniens, comme on le ſavoit déjà, ont un grand déſavantage & perdent beaucoup plus de lumière que les téleſcopes Grégoriens.

§. 100. J'ai éprouvé un petit téleſcope Grégorien de 16 pouces environ, qui étoit très-bon; l'ouverture avoit 22 lignes, & le diamètre du petit miroir 5 lignes.

On trouve que la lumière qui entre dans ma lunette eſt à celle qui entre par l'ouverture de ce téleſcope comme 1 eſt à 0,8403. Cette quantité doit être encore diminuée dans le rapport de 1 à 9483, à cauſe de l'obſtacle du petit miroir; ainſi la lumière des deux inſtrumens étoit dans le rapport de 1 à 0,7968. J'ai fait diſparoître un Satellite dans le téleſcope avec un diaphragme de 12 lignes; il ne m'en a fallu qu'un de 5 lignes pour le faire diſparoître dans ma lunette. 5 lignes donnent la quantité de lumière inſenſible dans ma lunette 0,0434; cette quantité augmentée dans le rapport de 0,7968 à 1, donne 0,0545 pour la quantité inſenſible de la lumière dans le téleſcope, s'il n'en perdoit point du tout; mais comme on ne voyoit pas le Satellite dans ce téleſcope avec un diaphragme de 12 lignes, il s'enſuit que le quart de ſa lumière, ou 0,2500, étoit inſenſible; donc ce téleſcope perd un peu moins des quatre cinquièmes de ſa lumière.

§. 101. Nous avons vu que le téleſcope Grégorien de M. Meſſier perd également quatre cinquièmes de ſa lumière; il ſeroit intéreſſant de faire ces expériences ſur des téleſcopes neufs, dont les miroirs euſſent encore tout leur poli, pour connoître ſi dans cet état ils ne perdent que les trois quarts, & ſi ce qu'il y a de perte de plus dans l'effet du téleſcope de M. Meſſier doit être attribué

à ce qu'il a perdu par le temps & par l'uſage. Quoi qu'il en ſoit, on peut prendre un milieu entre les trois quarts & les quatre cinquièmes, & ſuppoſer en général qu'un bon téleſcope ne conſerve que 0,225 de ſa lumière totale, exprimée par l'unité. Ainſi, quand on voudra comparer à ma lunette un téleſcope dont l'ouverture ſera *m*, on multipliera le ſegment inſenſible trouvé pour cette lunette par $\frac{(24)^2}{(m)^2}$ 0,225, & l'on aura le ſegment inſenſible pour le téleſcope; mais il vaudra mieux en déterminer l'effet directement par une bonne ou par pluſieurs obſervations.

§. 102. Il eſt aiſé de calculer, d'après l'effet des deux téleſcopes, que le Grégorien eſt équivalant à une lunette de 27 à 28 pieds, qui porte 34 lignes d'ouverture & qui groſſit environ cent quatre fois, & le Newtonien répond à une lunette de 11 pieds qui porte 22 lignes d'ouverture & qui groſſit environ ſoixante-ſix fois. De manière que quand on voudra calculer l'effet des inſtrumens, ſi leurs ouvertures ſont données, on ſuivra les procédés que je viens d'indiquer; ſi c'eſt le groſſiſſement qui eſt connu, on cherchera dans la Table qui eſt dans les élémens d'Optique de M. l'abbé de la Caille, l'ouverture qui y correſpond, & on fondera ſon calcul ſur cette ouverture; on pourra même réduire les téleſcopes de réflexions à ceux de réfraction par la même Table, parce que cela ſera plus commode. Si ſeulement les longueurs des inſtrumens étoient données, on pourroit encore ſe ſervir des mêmes Tables, mais les réſultats ſeroient incertains, parce qu'il s'en faut bien que les inſtrumens de la même longueur ſoient également bons. M. Wargentin mande à M. Meſſier, que ſa lunette de 10 pieds peut augmenter cent quarante fois les objets ſans rien perdre de la clarté & de la netteté de l'objet. Dans la Table ci-deſſus indiquée, une lunette de 50 pieds qui porte 47 lignes d'ouverture groſſit cent quarante-une fois; j'en conclus que l'objectif de M. Wargentin porte environ 45 à 46 lignes d'ouverture.

De l'effet

De l'effet des Lunettes, déduit de l'observation & comparé au calcul.

§. 103. Le 25 Janvier 1763, M. Maraldi observa

L'immersion du troisième Satellite à	5h 39′ 6″
M. Messier à	5. 41. 39
Différence	0. 2. 33
M. Maraldi a observé l'émersion à	7. 4. 55
M. Messier à	7. 3. 35
Différence	0. 1. 20

on aura pour le jour & l'heure de cette observation

Pour l'immersion, distance de Jupiter à la Terre	4,9485.
au Soleil	4,9900.
Hauteur de Jupiter	52d 28′
Distance du Satellite au centre	2,46.
Segment des Tables	0,10024.
Segment réduit	0,05554.

Ce segment multiplié par $(\frac{24}{20})^2$ donnera le segment pour la lunette de M. Maraldi, & multiplié par $\frac{0,00847}{0,01563}$, il donnera le segment pour le télescope de M. Messier.

Segment selon M. Maraldi	0,08000.	Fig. 1.
selon M. Messier	0,03010.	
Af	0,27044.	
AF	0,13787.	
Ff	0,13257.	
Demi-durée	40′ 58″	

Maintenant, pour trouver le temps que la partie Ff du diamètre a mis à entrer dans l'ombre ou l'intervalle écoulé entre les deux observations de la même immersion; il faut faire 2 : 0,13257 :: 10′ 46″ : KF, & multiplier KF * par la plus grande demi-

* Parce que (*Fig. 2*) $KF : QF :: FO : FC$. FC est la plus grande demi-durée des Tables. FO est la demi-durée actuelle; mais quand il y a

durée, divisée par la demi-durée actuelle; ce qui est dit ici une fois pour toutes les observations pareilles.

On trouve en conséquence

La différence calculée de l'effet des instrumens de...	1′ 52″
Différence observée	2. 33
Erreur.........	0. 41

Je crois que cette erreur doit être attribuée aux observations.

Pour l'émersion, hauteur de Jupiter................	47^d 55′
Distance du Satellite au centre..................	3,17.
Segment des Tables..........................	0,07553.
réduit	0,04262.
M. Maraldi	0,05998.
M. Messier..........................	0,02310.
AF..........................	0,22003.
Af..........................	0,11526.
Ff..........................	0,10477.
Différence calculée de l'effet des instrumens..........	1′ 30″
observée..........................	1. 20.
Erreur..................	0. 10.

§. 104. Le 1.er Février 1763.

Immersion du III.e Satellite,	par M. Maraldi	9^h 40′ 14″
	par M. Messier	0. 42. 11
	Différence........	0. 1. 57
Émersion du même,	par M. Maraldi......	11. 8. 25
	par M. Messier	11. 5. 46
		0. 2. 39

Pour l'immersion, distance de Jupiter à la Terre........	5,0639.
au Soleil........	4,9916.
Hauteur de Jupiter sur l'horizon..................	22^d 6′
Distance du Satellite au centre...................	2,44.

deux demi-durées observées, il faut avoir attention de prendre la plus petite des deux. On a pris ici celle de M. Messier, la plus grande est exprimée par *QO*.

Segment des Tables	0,10115.
réduit	0,08631.
ſuivant M. Maraldi	0,12428.
ſuivant M. Meſſier	0,04776.
A F	0,36329.
A f	0,18858.
F f	0,17471.
Demi-durée	41′ 47″
Différence calculée des inſtrumens	2. 24½
obſervée	11. 57
Erreur	0. 27

Pour l'émerſion, hauteur de Jupiter	8d 3′
Diſtance du Satellite au centre	3. 17
Segment des Tables	0,07553.
réduit	0,13818.
ſuivant M. Maraldi	0,19894.
ſuivant M. Meſſier	0,07486.
A F	0,50619.
A f	0,25646.
F f	0,24973.
Différence calculée des inſtrumens	3′ 26″
obſervée	2. 39
Erreur	0. 47

§. 105. Si l'on veut réduire les temps de ces obſervations au moment du paſſage du centre, il faut déterminer la ligne QE, Fig. 2. le moment de l'immerſion étant ſuppoſé être arrivé, lorſque le centre du Satellite s'eſt trouvé en Q, la ligne EQ, exprimée en temps, eſt l'intervalle écoulé depuis le paſſage du centre juſqu'au moment de l'immerſion. On trouvera par la formule du *§. 10*, EQ ou x égale à

$$-\tfrac{1}{2}d \pm R\sqrt{\left(\frac{2r}{R}[1-a]+\frac{rr}{RR}+\frac{dd}{4RR}\right)}.$$

De ces deux valeurs la plus petite eſt celle qui donne EQ, l'autre donne EL ou QD.

§. 106. M. Maraldi a trouvé pour le 25 Janvier 1763; $d = 1^h\ 25'\ 49''$. $1 - b = 0{,}72956$, $r = 5'\ 20''$ & $R = 1^h\ 47'\ 0''$.

On trouve

$$x = -42'\ 54''\tfrac{1}{2} + 51'\ 57'' = 9'\ 2''\tfrac{1}{2}.$$

Donc l'immersion ayant été observée à $5^h\ 39'\ 6''$, l'entrée du centre est arrivée à $5^h\ 30'\ 3''\tfrac{1}{2}$.

Pour l'émersion on a $(1 - b) = 0{,}77997$, & l'on trouve

$$x = -42'\ 54''\tfrac{1}{2} + 52'\ 31''\tfrac{1}{2} = 9'\ 37''.$$

L'émersion ayant été observée à $7^h\ 4'\ 55''$, la sortie du centre est arrivée à $7^h\ 14'\ 32''$; d'où l'on conclut la véritable durée de $1^h\ 44'\ 28''\tfrac{1}{2}$, c'est-à-dire le temps que le centre du Satellite a employé à traverser l'ombre.

M. Messier, le même jour, a observé la demi-durée de $1^h\ 21'\ 56''$. $(1 - b) = 0{,}86213$, l'immersion à $5^h\ 41'\ 39''$, on trouve

$$x = -40'\ 58'' + 51'\ 52'' = 10'\ 54''.$$

Donc l'entrée du centre à $5^h\ 30'\ 45''$, plus tard de $43''\tfrac{1}{2}$ que M. Maraldi.

Pour l'émersion

$$1 - b = 0{,}88404;$$

on trouve

$$x = -40'\ 56'' + 52'\ 17''\tfrac{1}{2} = 11'\ 1''\tfrac{1}{2};$$

l'émersion à $7^h\ 3'\ 35''$; donc sortie du centre à $7^h\ 14'\ 44''\tfrac{1}{2}$, & $0'\ 12''$ plus tard seulement que M. Maraldi.

§. 107. Le 1.er Février 1763, M. Maraldi a trouvé la demi-durée de $1^h\ 28'\ 11''$.

Pour l'immersion

$$(1 - b) = 0{,}63671;$$

D'où l'on conclud

$$x = -44'\ 5''\tfrac{1}{2} + 51'\ 57'' = 7'\ 51''\tfrac{1}{2}.$$

Immersion à........................	$9^h\ 40'\ 14''$
	$0.\ 7.\ 52\tfrac{1}{2}$
Entrée du centre....................	$9.\ 32.\ 22\tfrac{1}{2}$

Pour l'émerſion

$$(1 - b) = 0{,}49381;$$

on trouve

$$x = - 44' \, 5''\tfrac{1}{2} + 50' \, 22'' = 6' \, 16''\tfrac{1}{2}.$$

Émerſion à	$11^h \; 8' \; 25''$
	0. 6. 16½
Sortie du centre	11. 14. 41½

M. Meſſier a trouvé la demi-durée de $1^h \; 23' \; 35''$.

Pour l'immerſion

$$(1 - b) = 0{,}79154.$$

D'où l'on aura

$$x = - 41' \, 47''\tfrac{1}{2} + 51' \, 58'' = 10' \, 10''\tfrac{1}{2}.$$

Immerſion à	$9^h \; 42' \; 11''$
	0. 10. 10½
Entrée du centre	9. 32. 0½
M. Maraldi l'avoit trouvée de	9. 32. 22½
Différence	0. 0. 21

Pour l'émerſion,

$$(1 - b) = 0{,}79154.$$

Donc

$$x = - 41' \, 47''\tfrac{1}{2} + 51' \, 13'' = 9' \, 25''\tfrac{1}{2}.$$

Émerſion à	$11^h \; 5' \; 46''$
	0. 9. 25½
Sortie du centre	11. 15. 11½
M. Maraldi l'avoit trouvée de	11. 14. 41½
Différence	0. 0. 30

§. 108. Il me ſemble qu'on ne peut guère eſpérer un accord plus heureux que celui des trois dernières obſervations; déterminer l'entrée du centre du troiſième Satellite dans l'ombre, à moins de 10 ou 15″ près, par deux obſervations faites avec des inſtrumens d'une force très-différente eſt un accord auquel je ne m'attendois pas en commençant cette recherche. Il n'y a que

l'entrée du centre dans l'ombre, le 25 Janvier, ſur laquelle il y a 20″ d'incertitude entre M. Maraldi & M. Meſſier. Mais il faut obſerver que la Lune étoit alors ſur l'horizon, que d'ailleurs il pouvoit y avoir des vapeurs dans l'air qui aient rendu les ſegmens inviſibles plus grands, ce qui fait que le calcul ne s'accorde pas avec l'obſervation; c'eſt à quoi l'on peut obvier, au moyen de la méthode que j'ai propoſée, ſi on veut l'adopter.

§. 109. Le 25 Janvier 1763, M. Meſſier obſerva l'immerſion & l'émerſion du troiſième Satellite avec ſes deux téleſcopes. Dans le téleſcope Newtonien, que nous regardons comme égal en force à la lunette de M. Maraldi, il a vu l'immerſion 3′ 30″ plus tôt, & l'émerſion 3′ 40″ plus tard que dans le téleſcope Grégorien. Le 1.er Février, il a vu dans le même téleſcope l'immerſion 2 minutes plus tôt que dans le Grégorien, & il l'a vue preſque dans la même ſeconde que M. Maraldi, ce qui prouve l'égalité des deux inſtrumens. Ce jour-là, au moment de l'immerſion, l'équation des deux inſtrumens étoit 2′ 24″, ce qui s'accorde aſſez bien avec l'obſervation. Mais le 25 Janvier les équations étoient 1′ 52″ & 1′ 30″; équations fort différentes de celles qui ont été obſervées, 3′ 30″ & 3′ 40″. Il faut néceſſairement ſuppoſer que l'état de l'atmoſphère a contribué à produire cette différence, & peut-être auſſi l'erreur de l'obſervation.

§. 110. Le 23 Juin 1761,

M. Maraldi a obſervé l'immerſion du III.e Satellite à	15h 20′ 6″
M. Meſſier à	15. 21. 4
Différence	0. 0. 58
Diſtance de Jupiter à la Terre	4,9215.
au Soleil	4,9654.
Hauteur de Jupiter	30d
Diſtance du Satellite	2,77.
Segment des Tables	0,08723.
réduit	0,05506.
ſelon M. Maraldi	0,08113.
ſelon M. Meſſier	0,02982.

AF	0,27084.
Af	0,13702.
Ff	0,13382.
Demi-durée des Tables	1^h 26′ 17″
Différence calculée des inſtrumens	0. 0. 54
obſervée	0. 0. 58
Erreur	0. 0. 4

Pour trouver le temps de l'entrée du centre, on a

pour l'obſervation de M. Maraldi,	$x = 4' 51''$ entrée du centre	15^h 15′ 15″
pour celle de M. Meſſier	$x = 5.41$	15. 15. 23
Erreur ou Différence		0. 0. 8

§. III. Le 29 Juillet 1761:

Immerſion du IIIe Satellite, par M. Maraldi	11^h 18′ 49″
par M. Meſſier	11. 19. 31
Différence	0. 0. 42
Diſtance de Jupiter à la Terre	4,3885.
au Soleil	4,9616.
Hauteur de Jupiter	16^d
Diſtance du Satellite	2,45.
Segment des Tables	0,10064.
réduit	0,07013.
ſelon M. Maraldi	0,10100.
ſelon M. Meſſier	0,03800.
AF	0,31533.
Af	0,16140.
Ff	0,15393.
Demi-durée des Tables	1^h 23′ 19″
Différence calculée des inſtrumens	0. 1. 14
obſervée	0. 0. 42
Erreur	0. 0. 22

Enſuite

$x = 4' 43''\frac{1}{2}$ entrée du centre	11^h 14′ 5″½,	d'après M. Maraldi.
$x = 5. 43$	11. 13. 48,	d'après M. Meſſier.
Erreur	0. 0. 17½	

§. 112. Le 9 Mars 1763:

Émersion du IIIe Satellite, par M. Messier	$7^h\ 17'\ 20''$
par M. Maraldi	7. 20. 28*
Différence	0. 3. 8
Distance de Jupiter à la Terre	5,5986.
au Soleil	4,9990.
Hauteur de Jupiter	$28^d\ 18'$
Distance du Satellite au centre	2,54.
Segment des Tables	0,09668.
réduit	0,08206.
selon M. Maraldi	0,11816.
selon M. Messier	0,04446.
A F	0,35090.
A f	0,17955.
F f	0,17135.
Demi-durée	$1^h\ 17'\ 37''$
Différence calculée des instrumens	0. 2. 20
observée	0. 3. 8
Erreur	0. 0. 48

Cette erreur doit être moindre à cause de la note de M. Maraldi.

$x =$ 8′ 18″ sortie du centre .... $7^h\ 28'\ 46''$, d'après M. Maraldi.
$x =$ 10. 12 .... 7. 27. 32, d'après M. Messier.
Erreur .... 0. 1. 14.

§. 113. Il faut remarquer que dans la formule du *§. 9*, pour trouver le temps du passage du centre, j'ai employé également pour ces deux observations la demi-durée des Tables: l'exactitude auroit demandé que pour l'observation de M. Maraldi on eût employé cette demi-durée, augmentée de 3′ 8″, suivant la méthode employée *§. 106*. Mais j'ai supposé que chaque Observateur réduisoit son observation séparément. N'ayant pas

* M. Maraldi déclare que cette observation a été marquée trop tard sur le registre; ainsi la différence 3′ 8″ est trop forte.

observé

observé les deux phases, il ne peut faire usage que de la demi-durée des Tables; & j'ai voulu voir l'accord qui en résulteroit. Il faut se souvenir que quand les deux phases auront été observées, on emploiera pour *d* la durée tirée de chaque observation.

§. 114. Le 29 Avril 1767:

Émersion du III.e Satellite, par M. Messier.....	10h 13′ 9 ou 14″
par M. Maraldi.....	10. 14. 13
Différence....................	0. 1. 4 ou 59
Distance de Jupiter à la Terre..............	4,8178.
au Soleil..............	5,4370.
Hauteur de Jupiter......................	43d 59′
Distance du Satellite au centre..............	2,88.
Segment des Tables....................	0,08403.
réduit..........................	0,05441.
selon M. Maraldi.................	0,07838.
selon M. Messier................	0,02948.
A F..................	0,26113.
A f..................	0,13598.
F f..................	0,12515.
Demi-durée...........................	1h 27′ 49″
Différence calculée des instrumens..........	0. 0. 50
observée....................	0. 1. 4 ou 59
Erreur..............	0. 0. 14 ou 9

$x = 4' \ 48''$ sortie du centre 10h 19′ 1″, d'après M. Maraldi.
$x = 5. \ 37$............ 10. 18. 46 ou 51, d'après M. Messier.
Erreur........ 0. 0. 15 ou 10.

§. 115. Le 6 Mai 1767:

Immersion du III.e Satellite, par M. Maraldi.......	11h 17′ 20″
par M. Messier........	11. 17. 37
	0. 0. 17

Je remarquerai qu'il n'est pas possible qu'il n'y ait pas erreur d'une minute sur l'instant de l'une de ces deux observations. Jamais entre les observations du troisième, faites par M. Maraldi & M. Messier, il n'y a eu si peu de différence. On vient de voir

que le 29 Avril, il y avoit au moins une minute. Dans l'obſervation préſente, Jupiter étoit plus bas; le Satellite étoit plus près de cette Planète; il n'eſt nullement probable qu'il n'y ait eu que 17 ſecondes entre ces deux obſervations.

Diſtance de Jupiter à la Terre	4,9135.
au Soleil	5,4398.
Hauteur de Jupiter	32ᵈ 44′
Diſtance du Satellite au centre	1,62.
Segment des Tables	0,16209.
réduit	0,14972.
ſelon M. Maraldi	0,21560.
ſelon M. Meſſier	0,08112.
AF	0,53510.
Af	0,27084.
Ff	0,26426.
Demi-durée	1ʰ 27′ 44″
Différence calculée des inſtrumens	0. 1. 44

§. 116. Le 18 Juin 1769 :

Immerſion du III.ᵉ Satellite par M. Meſſier	8ʰ 29′ 32″
par M. Maraldi	8. 27. 30
Erreur	0. 2. 2
Émerſion du même, par M. Meſſier	10. 1. 22
par M. Maraldi	10. 1. 9
Erreur	0. 0. 13

Le temps étoit ſerein, il y avoit un crépuſcule conſidérable au moment de l'immerſion. On voyoit cependant bien les bandes, & même mieux qu'à l'émerſion. M. Maraldi ſe ſervoit d'une lunette achromatique de 3 pieds, qui porte 29 lignes d'ouverture; M. Meſſier d'une excellente lunette achromatique de même longueur qui porte 39 lignes d'ouverture. Ainſi, quand on aura calculé le ſegment des Tables réduit au jour de l'obſervation, il faudra le multiplier par $(\frac{24}{29})^2$ pour la réduire à la lunette de M. Maraldi, & par $(\frac{24}{39})^2$ pour la réduire à celle de M. Meſſier.

Mais qu'on me permette quelques réflexions ſur ces obſervations. N'eſt-il pas très-ſingulier que M. Meſſier ayant vu l'immerſion 2′ 2″ plus tard, voie l'émerſion 13″ plus tard, au lieu de la voir 2′ plus tôt. Il y a certainement quelqu'erreur dans l'obſervation, & ce ne peut être que ſur l'émerſion, car l'obſervation de l'immerſion du 25 Juin, fait voir que la différence 2′ 2″ n'eſt pas beaucoup trop conſidérable. Je ſoupçonne que M. Maraldi auroit pu marquer 1′ 9″ pour 2′ 9″; alors tout rentreroit dans la vraiſemblance.

S'il n'y a point d'erreur dans l'obſervation, le temps étant reſté également beau, & les inſtrumens étant les mêmes, il faut convenir que le même Obſervateur, le même jour, peut voir différemment, que ſa vue a été altérée dans l'une ou l'autre obſervation. Ceci prouve la néceſſité de la méthode que je propoſerai pour rendre les obſervations comparables. Il n'y auroit pas de difficulté ſi les ſegmens inviſibles avoient été meſurés par des diaphragmes. J'avoue qu'il eſt difficile de croire que la vue puiſſe s'altérer dans un même jour au point de produire des différences ſi conſidérables.

Calcul de l'Immerſion.

Diſtance de Jupiter à la Terre	4,6206.
au Soleil	5,3872.
Hauteur de Jupiter	25^d 51′
Diſtance du Satellite au centre	1,46.
Segment des Tables	0,17951.
réduit	0,12538.
ſelon M. Maraldi	0,08588.
ſelon M. Meſſier	0,04748.
AF	0,28177.
Af	0,18781.
Ff	0,09396.
Demi-durée	45′ 55″
Différance calculée des inſtrumens	1. 12
obſervée	2. 2
Erreur	0. 50

Calcul de l'Émersion.

Hauteur de Jupiter	$24^d\ 40'$
Diſtance du Satellite au centre	2,24.
Segment des Tables	0,11153.
réduit	0,07920.
ſelon M. Maraldi	0,05448.
ſelon M. Meſſier	0,03000.
A F	0,20561.
A f	0,13757.
F f	0,06804.
Différence calculée des inſtrumens	0' 52"

Si l'on ajoutoit une minute à l'obſervation de M. Maraldi, la différence obſervée ſeroit 47"; mais ſuivant le calcul il a dû voir l'émerſion 52" après M. Meſſier, & ſuivant ſon obſervation il l'a vue 13" avant.

$x = 9'\ 26''$	entrée du centre	$8^h\ 20'\ 6''$,	d'après M. Meſſier.
$x = 8.\ 18$		8. 19. 12,	d'après M. Maraldi.
	Erreur	0. 0. 54	
$x = 9.\ 57$	ſortie du centre	10. 11. 19,	d'après M. Meſſier.
$x = 9.\ 5$		10. 10. 14,	d'après M. Maraldi.
	Erreur	0. 1. 5.	

§. 117. Si l'on ſuppoſe que M. Maraldi a marqué une minute de moins ſur l'émerſion qui ſeroit alors arrivée à $10^h\ 2'\ 9''$, on aura

$x = 8'\ 14''$	entrée du centre	$8^h\ 19'\ 16''$
$x = 9.\ 0$	ſortie du centre	10. 11. 9.

Avec une erreur de 50" ſur l'immerſion, & de 10" ſeulement ſur l'émerſion.

§. 118. Il eſt bon de remarquer qu'une minute de différence ſur la durée ne produit que 4 ou 5" ſur le moment de l'entrée ou de la ſortie du centre.

§. 119. Le 25 Juin 1769:

Immerſion du III.ᵉ Satellite, par M. Maraldi, à	12ʰ 24′ 55″
par M. Meſſier	12. 27. 36
Erreur	0. 2. 41
Diſtance de Jupiter à la Terre	4,7538.
au Soleil	5,3858.
Hauteur de Jupiter	7ᵈ 10′
Diſtance du Satellite au centre	1,69.
Segment des Tables	0,15418.
réduit	0,33958.
ſelon M. Maraldi	0,22732.
ſelon M. Meſſier	0,12568.
AF	0,55683.
Af	0,36619.
Ff	0,19064.
Demi-durée	45′ 11″
Différence calculée des inſtrumens	2. 26
obſervée	2. 41
Erreur	0. 15

$x = 5'\ 34''$ entrée du centre à... 12ʰ 23′ 10″, d'après M. Meſſier.
$x = 7.\ 40$ .... 12. 32. 35, d'après M. Maraldi.
Erreur .... 0. 0. 35.

On n'auroit trouvé que 15″ d'erreur ſi l'on eût employé une demi-durée différente pour chacune de ces obſervations.

§. 120. Le 31 Juillet 1769:

Immerſion du III.ᵉ Satellite, par M. Maraldi	8ʰ 18′ 47″
par M. Meſſier	8. 21. 8
Erreur	0. 2. 21

M. Maraldi ſe ſervit de la même lunette; mais M. Meſſier employa la lunette de M. de Saron, qui a 40 lignes d'ouverture.

Diſtance de Jupiter à la Terre	5,1932.
au Soleil	5,3770.

Hauteur de Jupiter		19^d 20′
Distance du Satellite au centre		2,24.
Segment des Tables		0,11143.
	réduit	0,11334.
	selon M. Maraldi	0,07762.
	selon M. Messier	0,04060.
	AF	0,26277.
	Af	0,16889.
	Ff	0,09388.
Demi-durée		47′ 8″
Différence calculée des instrumens		1. 9
	observée	2. 21
	Erreur	1. 12.

$x = 8' \ 24''$ entrée du centre..... 8^h 10′ 23″, d'après M. Maraldi.
$x = 9. \ 25$ .... 8. 11. 43, d'après M. Messier.
Erreur............. 0. 1. 20.

De l'effet des instrumens de M. Maraldi & de M. Messier; savoir de la Lunette de 15 pieds & du Télescope de 30 pouces, déduit du calcul & comparé aux Observations du second Satellite.

§. 121. Le 8 Septembre 1761:

Immersion du II.ᵉ Satellite, par M. Maraldi		10^h 37′ 59″
	par M. Messier	10. 38. 37
	Erreur	0. 0. 38
Distance de Jupiter à la Terre		3,9828.
	au Soleil	4,9579.
Hauteur de Jupiter		31^d 39′
Distance du Satellite au centre		1,36.
Segment des Tables		0,26920.
	réduit	0,10920.
	selon M. Maraldi	0,15724.
	selon M. Messier	0,05916.
	AF	0,42869.
	Af	0,21818.
	Ff	0,21051.

Demi-durée	1h 20′ 22″
Différence calculée des instrumens	0. 0. 47
observée	0. 0. 38
Erreur	0. 0. 9

§. 122. Le 26 Septembre 1761, M. Messier observa l'émersion du second Satellite avec son télescope de 30 pouces, à 8h 1′ 5″; & avec son télescope * de 4 pieds & demi à 8h 2′ 8″; différence des deux instrumens, 1′ 3″.

Distance de Jupiter à la Terre	3,9604.
au Soleil	4,9567.
Hauteur de Jupiter	20d 24′
Distance du Satellite au centre	1,06.
Segment des Tables	0,03377.
réduit	0,16468.
pour le télescope de 30 pouces	0,08920.
pour le télescope de 4 pieds ½	0,23712.
A F	0,57374.
Af	0,28914.
Ff	0,24897.
Demi-durée	1h 20′ 5″
Différence calculée des instrumens	0. 1. 4
observée	0. 1. 3
Erreur	0. 0. 1

§. 123. Le 25 Mars 1765:

Émersion du II.e Satellite, par M. Maraldi	7h 32′ 15″
par M. Messier	0. 31. 21
Erreur	0. 0. 54
Distance de Jupiter à la Terre	5,0485.
au Soleil	5,2409.
Hauteur de Jupiter	61d 31′
Distance du Satellite	2,60.

* On a calculé pour le télescope de 4 pieds & demi, comme si c'étoit pour la lunette de 15 pieds de M. Maraldi, parce que l'on presume qu'ils font absolument le même effet. *Voyez* §. 97.

Segment des Tables	0,14580.
réduit	0,09043.
ſelon M. Maraldi	0,13018.
ſelon M. Meſſier	0,04898.
A F	0,37528.
A f	0,19170.
F f	0.18358.
Demi-durée	1h 24′ 3″
Différence calculée des inſtrumens	0. 0. 39½
obſervée	0. 0. 54
Erreur	0. 0. 14½

§. 124. Le 3 Décembre 1766 :

Immerſion du II.e Satellite, par M. Maraldi	14h 18′ 8″
par M. Meſſier	14. 19. 0
Erreur	0. 0. 52
Diſtance de Jupiter à la Terre	5,4871.
au Soleil	5,4173.
Hauteur de Jupiter	18d 34′
Diſtance du Satellite	2,53.
Segment des Tables	0,15020.
réduit	0,18114.
ſelon M. Maraldi	0,26080.
ſelon M. Meſſier	0,09812,
A F	0,61444.
A f	0,30925.
F f	0,30419.
Demi-durée	1h 24′ 54″
Différence calculée des inſtrumens	0. 1. 04
obſervée	0. 0. 52
Erreur	0. 0. 12

§. 125. Le 28 Avril 1767 :

Émerſion du II.e Satellite, par M. Maraldi	9h 32′ 26″
par M. Meſſier	9. 32. 10
Erreur	0. 0 16

Diſtance

Diſtance de Jupiter à la Terre	4,6989.
au Soleil	5,4389.
Hauteur de Jupiter	47^d 39′
Diſtance du Satellite au centre	2,19.
Segment des Tables	0,17190.
réduit	0,10474.
ſelon M. Maraldi	0,15042.
ſelon M. Meſſier	0,05674.
AF	0,41639.
Af	0,21212.
Ff	0,20427.
Demi-durée	1^h 17′ 52″
Différence calculée des inſtrumens	0. 0. 47
obſervée	0. 0. 16
Erreur	0. 0. 31

§. 126. Nous avons cru devoir calculer auſſi quelques obſervations du premier Satellite; mais comme le plus ſouvent les différences ſont fort petites, il eſt tout ſimple que l'erreur de l'obſervation, & ſur-tout l'état de l'atmoſphère, qui influe beaucoup ſur ces différences, s'y montrent davantage. Voici les obſervations telles que je les ai priſes dans la Connoiſſance des temps pour 1767.

§. 127. Le 22 Juillet 1761.

Immerſion du I.er Satellite, par M. Maraldi	12^h 45′ 15″
par M. Meſſier	12. 45. 30
Différence	0. 0. 15
Diſtance de Jupiter à la Terre	4,4356.
au Soleil	4,9623.
Hauteur de Jupiter	25^d 30′
Diſtance du Satellite au centre	1,93 ½
Segment des Tables	0,11680.
réduit	0,06386.
ſelon M. Maraldi	0.11578.
ſelon M. Meſſier	0,04256.
AF	0,34627.
Af	0,17709.

Ff	0,16918.
Demi-durée	1h 6′ 15″
Différence calculée des inſtrumens	0. 0. 37
obſervée	0. 0. 15
Erreur	0. 0. 22

§. 128. Le 29 Juillet 1761.

Immerſion du premier Satellite par M. Maraldi	14h 38′ 35″
par M. Meſſier	14. 39. 13
Différence	0. 0. 38
Diſtance de Jupiter à la Terre	4,3421.
au Soleil	4,9616.
Hauteur de Jupiter	39d 50′
Diſtance du Satellite au centre	1,87.
Segment des Tables	0,12410.
réduit	0,05564.
ſelon M. Maraldi	0,08014.
ſelon M. Meſſier	0,03014.
AF	0,26858.
Af	0,13799.
Ff	0,13059.
Demi-durée	1h 6′ 15″
Différence calculée des inſtrumens	0. 0. 30
obſervée	0. 0. 38
Erreur	0. 0. 8

§. 129. Le 21 Août 1761.

Immerſion du premier Satellite par M. Maraldi	14h 51′ 56″
par M. Meſſier	14. 52. 20
Différence	0. 0. 36
Diſtance de Jupiter à la Terre	4,0939.
au Soleil	4,9594.
Hauteur de Jupiter	39d 52′
Diſtance du Satellite au centre	1,55.
Segment des Tables	0,17330.
réduit	0,06904.
ſelon M. Maraldi	0,08940.

selon M. Messier	0,03740.
AF	0,31200.
Af	0,15967.
Ff	0,15233.
Demi-durée	1h 6′ 7″
Différence calculée des instrumens	0. 0. 33
observée	0. 0. 36
Erreur	0. 0. 3

§. 130. Le 23 Août 1761 :

Immersion du premier Satellite par M. Maraldi	9h 20′ 49″
par M. Messier	9. 21. 8
Différence	0. 0. 19
Distance de Jupiter à la Terre	4,0793.
au Soleil	4,9593.
Hauteur de Jupiter	13d 19′
Distance du Satellite au centre	1,52.
Segment des Tables	0,17970.
réduit	0,12428.
selon M. Maraldi	0,17896.
selon M. Messier	0,06734.
AF	0,46972.
Af	0,23831.
Ff	0,23141.
Demi-durée	1h 6′ 7″
Différence calculée des instrumens	0. 0. 50
observée	0. 0. 19
Erreur	0. 0. 31

§. 131. Le 17 Octobre 1761 :

Émersion du premier Satellite par M. Maraldi	8h 36′ 38″
par M. Messier	0. 0. 25
Différence	0. 0. 13
Distance de Jupiter à la Terre	4,0567.
au Soleil	4,9556.
Hauteur de Jupiter	33d 38′
Distance du Satellite au centre	1,45.

Segment des Tables	0,19570.
réduit	0,08044.
ſelon M. Maraldi	0,11582.
ſelon M. Meſſier	0,04358.
AF	0,34635.
Af	0,17711.
Ff	0,16924.
Demi-durée	1h 5′ 49
Différence calculée des inſtrumens	0. 0. 37
obſervée	0. 0. 13
Erreur	0. 0. 29

Nous avons rapporté cette obſervation & la précédente, quoique l'erreur y ſoit plus grande que la différence de l'effet des inſtrumens. Mais on peut croire que cette erreur vient de la différence des vues & de l'état de l'atmoſphère. On en aura la preuve par les obſervations rapportées *§. 135 & ſuivans*, qui ont été faites par moi ſeul, le même jour & avec le même inſtrument; l'effet de ce même inſtrument, avec différentes ouvertures, qui repréſente alors différens inſtrumens, y eſt très-exactement repréſenté.

§. 132. Le 22 Janvier 1763 :

Émerſion du premier Satellite par M. Maraldi	7h 6′ 55
par M. Meſſier	0. 6. 1
Différence	0. 0. 54
Diſtance de Jupiter à la Terre	4,8920.
au Soleil	4,9815.
Hauteur de Jupiter	48d 28′
Diſtance du Satellite au centre	1,98.
Segment des Tables	0,11170.
réduit	0,06118.
ſelon M. Maraldi	0,08808.
ſelon M. Meſſier	0,03314.
AF	0,28665.
Af	0,14744.
Ff	0,13921.
Demi-durée	1h 3′ 50″

Différence calculée des instrumens	0. 0. 32
observée	0. 0. 54
Erreur	0. 0. 22

§. 133. Le 9 Mars 1763:

Émersion du premier Satellite par M. Maraldi	7h 40′ 16″
par M. Messier	0. 39. 26
Différence	0. 0. 50
Distance de Jupiter à la Terre	5,5855.
au Soleil	4,9990.
Hauteur de Jupiter	24d 17′
Distance du Satellite au centre	1,73.
Segment des Tables	0,14220.
réduit	0,12816.
selon M. Maraldi	0,18454.
selon M. Messier	0,06942.
AF	0,47993.
Af	0,24051.
Ff	0,23942.
Demi-durée	1h 3′ 52″
Différence calculée des instrumens	0. 0. 54
observée	0. 0. 50
Erreur	0. 0. 4

§. 134. Les observations rapportées dans le *§. 5*, avoient été faites en 1768 & en 1769, comme je l'ai dit, dans la vue de déterminer l'équation de M. de Fouchy: mais après avoir reconnu que cette équation ne pourroit être déterminée que quand on auroit connu la valeur du segment invisible, & la grandeur du diamètre; j'ai pensé que ces observations pourroient être utiles pour la recherche des diamètres; mais les parties mesurées de ce diamètre sont trop petites, & l'erreur multipliée rendroit ces déterminations trop incertaines. Ces observations ne peuvent servir qu'à vérifier le calcul de l'effet des instrumens, & elles sont très-propres à cet examen, parce que lorsque j'ai observé deux fois la même éclipse avec deux ouvertures différentes, c'est précisément comme si deux Observateurs avoient fait la même observation, excepté que la différence des vues n'y entre pour

rien, & que l'on a directement la différence de l'effet de deux inſtrumens d'une bonté égale, mais qui ſeulement n'ont pas la même ouverture & la même lumière.

§. 135. Le 17 Mars 1768, vers $13^h\frac{1}{4}$ immerſion du premier Satellite, obſervée d'abord avec une ouverture de 17 lignes, enſuite avec une ouverture de 24; différence, 48 ſecondes.

Diſtance de Jupiter à la Terre	4,5142.
au Soleil	5,4521.
Hauteur de Jupiter	34^d 35′
Diſtance du Satellite au centre	1,33.
Segment des Tables	0,22970.
réduit	0,14040.
Segment pour 17 lignes ou ſegment augmenté	0,28000.
AF	0,64705.
Af	0,39639.
Ff	0,25066.
Demi-durée	1^h 4′ 45″
Différence calculée des inſtrumens	0. 0. 56
obſervée	0. 0. 48
Erreur	0. 0. 8

§. 136. Le 24 Mars 1768, vers $15^h\frac{1}{4}$ immerſion du premier avec les deux mêmes ouvertures; différence, 55 ſecondes.

Diſtance de Jupiter à la Terre	4,4781.
au Soleil	5,4518.
Hauteur de Jupiter	27^d 12′
Diſtance du Satellite au centre	1,20.
Segment des Tables	0,27710.
réduit	0,18200.
augmenté	0,36260.
AF	0,78304.
Af	0,47522.
Ff	0,30782.
Demi-durée	1^h 4′ 45″
Différence calculée des inſtrumens	0. 1. 9
obſervée	0. 0. 55
Erreur	0. 0. 14

§. 137. Le 20 Mars 1769, vers 16^h immersion du premier, d'abord avec une ouverture de 19 lignes, ensuite avec l'ouverture de 24 lignes; différence, 26 ou 28 secondes.

Distance de Jupiter à la Terre	4,7329.
au Soleil	5,4072.
Hauteur de Jupiter	23^d 0′
Distance du Satellite au centre	1,74.
Segment des Tables	0,14080.
réduit	0,10960.
augmenté	0,17480.
AF	0,46172.
Af	0,33290.
Ff	0,12882.
Demi-durée	1^h 3′ 50″
Différence calculée des instrumens	0. 0. 29
observée	0. 0. 28 ou 26
Erreur	0. 0. 1 ou 3

§. 138. Le 5 Avril 1769, vers 14$^h\frac{1}{2}$ immersion du premier, d'abord avec une ouverture de 17 lignes, ensuite avec une ouverture de 24 lignes; différence, 38 ou 40 secondes.

Distance de Jupiter à la Terre	4,5557.
au Soleil	5,4040.
Hauteur de Jupiter	23^d 46′
Distance du Satellite au centre	1,51.
Segment des Tables	0,18020.
réduit	0,12780.
augmenté	0,25480.
AF	0.60421.
Af	0,37333.
Ff	0,23098.
Demi-durée	1^h 3′ 50″
Différence calculée des instrumens	0. 0. 52
observée	0. 0. 40 ou 38
Erreur	0. 0. 12 ou 14

§. 139. Le 10 Mars 1769, vers 15$^h\frac{1}{3}$ immersion du second,

d'abord avec une ouverture de 19 lignes, enfuite avec l'ouverture entière de 24 lignes; différence, 32 ou 33 fecondes.

Diftance de Jupiter à la Terre	4,7241.
au Soleil	5,4092.
Hauteur de Jupiter	23ᵈ 4′
Diftance du Satellite au centre	2,33.
Segment des Tables	0,16200.
réduit	0,12300.
augmenté	0.19640.
AF	0,50163.
Af	0,36279.
Ff	013884.
Demi-durée	1ʰ 13′ 43″
Différence calculée des inftrumens	0. 0. 34
obfervée	0. 0. 33 ou 32
Erreur	0. 0. 1 ou 2

§. 140. Le 4 Avril 1769, vers $12^h \frac{1}{2}$ immerfion du fecond, d'abord avec une ouverture de 17 lignes, enfuite avec l'ouverture de 24; différence, 1′ 7″.

Diftance de Jupiter à la Terre	4,5661.
au Soleil	5,4042.
Hauteur de Jupiter	24ᵈ 1′.
Diftance du Satellite au centre	1,87.
Segment des Tables	0,19970.
réduit	0,14020.
augmenté	0,27920.
AF	0,64552.
Af	0,39569.
Ff	0,24983.
Demi-durée	1ʰ 13′ 33″
Différence calculée des inftrumens	0. 1. $1\frac{1}{2}$
obfervée	0. 1. 7
Erreur	0. 0. $5\frac{1}{2}$

§. 141. Le 2 Février 1768, vers 18ʰ immerfion du troifième Satellite,

Satellite, d'abord avec une ouverture de 19 lignes, ensuite avec celle de 24 lignes; différence, 1′ 0″.

Distance de Jupiter à la Terre	5,0127.
au Soleil	5,4352.
Hauteur de Jupiter	$29^d\ 2'$
Distance du Satellite au centre	3,09.
Segment des Tables	0,07751.
réduit	0,06201.
augmenté	0,09894.
AF	0,31092.
Af	0,24496.
Ff	0,08596.
Demi-durée	$1^h\ 4'\ 53''$
Différence calculée des instrumens	0. 0. 46
observée	0. 1. 0
Erreur	0. 0. 14

§. 142. Le 31 Mars 1769, vers $12^h\frac{2}{3}$, immersion du troisième Satellite, d'abord avec une ouverture de 17 lignes, ensuite avec celle de 24 lignes; difference, 2′ 40″.

Distance de Jupiter à la Terre	4,6064.
au Soleil	5,4050.
Hauteur de Jupiter	$19^d\ 0'$
Distance du Satellite au centre	2,28 $\frac{1}{2}$
Segment des Tables	0,10892.
réduit	0,08878.
augmenté	0,17692.
AF	0,46582.
Af	0,28821.
Ff	0,17761.
Demi-durée	$0^h\ 43'\ 18''$
Différence calculée des instrumens	0. 2. 22
observée	0. 2. 40
Erreur	0. 0. 18

§. 143. *Comparaison générale des calculs & des Observations rapportées ci-dessus.*

Troisième Satellite.

		Différence observée.	*Différence calculée.*	*Erreur.*
25 Janvier 1763.	Immersion...	2. 33.	1. 52.	— 0. 41.
	Émersion....	1. 20.	1. 30.	+ 0. 10.
1.er Février......	Immersion...	1. 57.	2. 24.	+ 0. 27.
	Émersion....	2. 39.	3. 26.	+ 0. 47.
23 Juin 1761.	Immersion...	0. 58.	0. 54.	— 0. 4.
29 Juillet......	Immersion...	0. 42.	1. 04.	+ 0. 22.
9 Mars * 1763.	Émersion....	3. 8.	2. 20.	— 0. 48.
29 Avril 1767.	Émersion....	0. 59.	0. 50.	— 0. 09.
6 Juin 1767.	Immers. dout...	0. 17.	1. 44.	+ 1. 27.
18 Juin 1769.	Immersion...	2. 2.	1. 12.	— 0. 50.
25............	Immersion...	2. 41.	2. 26.	— 0. 15.
31 Juillet......	Immersion...	2. 21.	1. 9.	— 1. 12.

Second Satellite.

8 Septem. 1761.	Immersion...	0. 38.	0. 47.	+ 0. 9.
26............	Émersion....	1. 3.	1. 04.	+ 0. 1.
25 Mars 1765.	Émersion....	0. 54.	0. 39 ½.	— 0. 14 ½.
3 Décemb. 1766.	Immersion...	0. 52.	1. 04.	+ 0. 12.
28 Avril 1767.	Émersion....	0. 16.	0. 47.	+ 0. 31.

Premier Satellite.

22 Juillet 1761.	Immersion...	0. 15.	0. 37.	+ 0. 22.
29............	Immersion...	0. 38.	0. 30.	— 0. 08.
21 Août.......	Immersion...	0. 36.	0. 33.	— 0. 3.
23............	Immersion...	0. 19.	0. 50.	+ 0. 31.
17 Octobre.....	Émersion....	0. 13.	0. 37.	+ 0. 25.
22 Janvier 1763.	Émersion....	0. 54.	0. 32.	— 0. 22.
9 Mars.......	Émersion....	0. 50.	0. 54.	+ 0. 4.

* Voyez la note, *§. 112.*

Par mes Observations.

Troisième Satellite.

	Différence observée.	*Différence calculée.*	*Erreur.*
2 Février 1768. Immersion...	1. 0.	0. 46.	— 0. 14.
31 Mars 1769. Immersion...	2. 40.	2. 22.	— 0. 18.

Second Satellite.

10 Mars .... Immersion...	0. 33.	0. 34.	— 0. 1.
4 Avril.........Immersion...	1. 7.	1. 1½.	— 0. 5½.

Premier Satellite.

17 Mars 1768. Immersion...	0. 48.	0. 56.	+ 0. 8.
24............. Immersion...	0. 55.	1. 9.	+ 0. 14.
20 Mars 1769. Immersion...	0. 28.	0. 29.	+ 0. 1.
5 Avril....... Immersion...	0. 40.	0. 52.	+ 0. 12.

§. 144. On voit par la Table précédente, que l'effet des lunettes, déduit de l'observation, est assez bien représenté par le calcul. Ce calcul suppose trois élémens principaux; savoir, le diamètre du Satellite; les segmens invisibles relatifs aux circonstances de chaque observation; enfin la différence de l'effet des deux instrumens, une fois connue par observation. Malgré les petites erreurs qui peuvent se trouver dans la détermination de ces élémens, cependant l'effet des deux instrumens se déduit assez bien du calcul; ce qui prouve d'abord l'exactitude des principes qui fondent ce Mémoire; ensuite la précision des observations qui ont servi à établir ces trois élémens.

Il faut faire attention que nous ne pouvons tenir compte de l'effet des vapeurs qui ont pu se trouver dans l'air au moment des observations; effet auquel on aura égard par la méthode que je vais indiquer. L'erreur de l'observation même me paroît plus considérable qu'on ne l'a peut-être cru jusqu'ici, & j'en vais mettre quelques exemples sous les yeux.

§. 145. On peut passer comme un principe indépendant de

toute hypothèſe, que vu l'éloignement des Satellites de Jupiter; il y a toujours, quand ils diſparoiſſent, une partie de leur diſque qui eſt encore éclairée, & qui n'eſt pas entrée dans l'ombre. Il eſt également certain que quelle que ſoit cette partie, elle ſera plus petite dans un inſtrument fort que dans un inſtrument plus foible. Cela établi, il s'enſuit néceſſairement une différence dans les temps obſervés par des Aſtronomes qui ſe ſerviront de ces deux inſtrumens. On conçoit que cette différence peut être plus grande ou plus petite, ſuivant les circonſtances; mais il eſt évident qu'elle ne peut jamais être nulle, tant que les mêmes Obſervateurs emploieront les mêmes inſtrumens.

§. 146. C'eſt cependant ce qui eſt arrivé. Par exemple, on a vu qu'il y a quelquefois une minute & plus de différence ſur la même éclipſe du ſecond Satellite, obſervée par M. Maraldi & par M. Meſſier. Le 3 Septembre 1763, M. Maraldi & M. Meſſier obſervèrent l'immerſion du ſecond Satellite dans la même ſeconde; il y eut ſeulement 37 ſecondes de différence ſur l'émerſion. Il paroiſſoit heureux d'avoir obſervé ainſi l'immerſion dans la même ſeconde; cependant il eſt évident qu'il y a eu quelque erreur dans l'obſervation de part ou d'autre; car la différence ne peut jamais être nulle. Le calcul donne 44 ſecondes pour l'immerſion, & 1′ 22″ pour l'émerſion. On peut concevoir que le ciel étant fort ſerein & l'air très-tranſparent, la différence 1′ 22″ donnée par le calcul ait été réduite à 37 ſecondes que donne l'obſervation : mais les 44 ſecondes qu'on trouve par le calcul de l'immerſion ne peuvent jamais être réduites à rien.

§. 147. Voici quelque choſe de plus fort. S'il eſt évident que cette différence ne peut jamais être nulle; il eſt encore plus certain qu'elle ne peut jamais changer de ſigne; c'eſt-à-dire que s'il eſt établi par un grand nombre d'obſervations des quatre Satellites, que M. Maraldi, avec ſa lunette de 15 pieds, voit plus tôt les immerſions & plus tard les émerſions, que M. Meſſier avec ſon téleſcope de 30 pouces; il eſt clair que M. Maraldi ne peut jamais voir les immerſions plus tard & les émerſions plus tôt que M. Meſſier. Ce ſeroit ce que j'appellerois une différence négative; parce qu'en effet elle changeroit de ſigne: or, c'eſt ce qui eſt

arrivé à l'émersion du troisième Satellite du 18 Juin 1769, *(Voyez §. 116.)* où M. Messier n'a vu paroître le Satellite qu'à 10^h 1′ 22″, tandis que M. Maraldi l'avoit vu à 10^h 1′ 9″; c'est-à-dire 13 secondes plus tôt. On dira que cette différence est petite; mais en voici de plus singulières. La différence de l'effet des instrumens doit être plus forte sur les observations du quatrième Satellite, par la lenteur de son mouvement, en comparaison du mouvement des autres, & par l'obliquité sous laquelle il entre quelquefois dans l'ombre. Il me seroit aisé de démontrer qu'il y a un cas où cette différence est infinie; c'est-à-dire que le quatrième Satellite pourroit paroître éclipsé tout-à-fait dans une certaine lunette, tandis que dans une autre il ne s'éclipseroit point. Mais sans aller chercher ce cas extrême & très-rare, le 19 Novembre 1761, M. Maraldi vit l'immersion du quatrième Satellite 4′ 47″ avant M. Messier, & l'émersion 5′ 21″ plus tard. Le 25 Janvier 1762, il vit l'immersion 12′ 19″ avant M. Messier; mais cette fois il vit l'émersion 49 secondes avant lui: ce qui est assurément très-extraordinaire, d'après les principes que je viens d'établir.

Au commencement de l'année 1761, M. Messier se servoit du télescope Newtonien de 4 pieds & demi, & M. Maraldi toujours de sa lunette de 15 pieds. Les deux observations suivantes ont été faites avec ces instrumens.

Le 10 Août, M. Maraldi observa l'immersion 1′ 17″ avant M. Messier, ce qui semble établir que la vue de M. Messier, combinée avec la force de son instrument, avoit de l'avantage sur la vue & l'instrument de M. Maraldi. Le 27 du même mois, au contraire, M. Maraldi a vu l'émersion 2′ 8″ avant M. Messier, ce qui met tout le désavantage du côté de ce dernier Observateur. On ne hasarde point trop en disant que jamais théorie, quelqu'exacte qu'elle soit, n'expliquera ces bizarreries. Il faut nécessairement qu'elles viennent de quelqu'erreur dans la réduction de l'heure de la pendule au temps vrai, ou de quelques vapeurs élevées dans l'air, & qui par l'effet d'une parallaxe ont affecté l'observation faite par l'un de ces Astronomes, sans nuire à celle de l'autre, ou enfin de quelqu'inégalité accidentelle & subite dans la sensation de la vue. A l'égard de la réduction au temps vrai, les erreurs

de ce genre ne ſont pas ſans exemple, mais elles arrivent rarement à des Obſervateurs exacts & ſoigneux, tels que M.rs Maraldi & Meſſier. Quant aux vapeurs de l'air, l'Obſervatoire royal étant dans la même ville que l'hôtel de Clugni, & d'ailleurs n'en étant pas fort éloigné, il ſemble qu'on pourroit raiſonnablement ſuppoſer que l'état de l'atmoſphère eſt le même pour ces deux Obſervatoires. Cependant quand on conſidère que l'Obſervatoire royal eſt à l'extrémité de la Ville, & n'a que la campagne à ſon midi, au lieu que l'hôtel de Clugni a au midi les quartiers Saint-Jacques & Saint-Marceau, quartiers fort habités, d'où il s'élève par conſéquent, ſur-tout pendant l'hiver, beaucoup de fumée & d'exhalaiſons; on ſent que l'état de l'atmoſphère peut être différent pour ces deux Obſervatoires. A l'égard de l'inégalité dans la ſenſation de la vue, je conviens qu'il eſt difficile de l'admettre ſans preuves, du moins quant à l'inégalité néceſſaire pour produire des effets ſi ſenſibles. Mais quand on voudra y réfléchir, on ſentira que le ſens de la vue peut n'avoir pas toujours la même puiſſance. La viſion diſtincte peut varier dans le même individu. Si nous ne nous en apercevons pas dans l'uſage ordinaire de la vie, c'eſt que nous n'y ſommes pas aſſez attentifs; ces nuances délicates nous échappent; c'eſt ſur-tout que nous manquons d'une meſure commune à laquelle on puiſſe rapporter chaque ſenſation préſente pour en exprimer le degré d'intenſité. Quoi qu'il en ſoit de cette inégalité du ſens de la vue, il eſt certain qu'il exiſte une différence très-réelle entre les vues des différens Obſervateurs; différence qu'il ſeroit difficile d'apprécier. Il eſt certain de plus que l'état de l'atmoſphère ne peut être le même dans les lieux différens & très-éloignés où s'obſervent en même-temps les éclipſes des Satellites. L'une & l'autre de ces cauſes, juſqu'ici inappréciables, a laiſſé une grande incertitude ſur les obſervations. Le moyen que je propoſe remédie à tous ces inconvéniens d'une manière facile & commode. Il ſuffit que chaque Obſervateur, en faiſant l'obſervation de l'éclipſe, détermine le diaphragme qui fait diſparoître le Satellite. Cette meſure de la lumière, ou plutôt du ſegment inviſible eſt affectée de l'état de l'atmoſphère & de la vue de l'Obſervateur. Ainſi l'on tient compte de l'effet de ces deux cauſes. Au moyen

des diamètres que j'ai déterminés, & du ſegment inviſible ainſi connu, on réduira l'inſtant de l'éclipſe à celui où le centre du Satellite s'eſt trouvé ſur le bord de l'ombre. J'oſe croire que toutes les obſervations étant ramenées à ce terme fixe, elles ſeront entièrement comparables & ſuſceptibles d'un accord qu'on a ſouhaité juſqu'ici ſans avoir pu y atteindre. On ſent d'ailleurs tous les avantages qui doivent en réſulter pour la théorie des Satellites & pour la préciſion des longitudes terreſtres.

§. 148. Quelques minutes avant l'immerſion, on déterminera le diaphragme qui fait perdre de vue le Satellite. J'ai dit dans le *§. 65*, quel devoit être à peu-près ce nombre de minutes; j'ajouterai qu'il vaut mieux s'y prendre encore quelques minutes plus tôt, afin de faire cette obſervation tranquillement & ſans précipitation. On calculera le ſegment *ABD* qui répond à ce diaphragme, en diviſant le carré du diamètre de l'ouverture du diaphragme par le carré du diamètre de l'ouverture totale: cette fraction exprimera la valeur du ſegment inſenſible, la ſurface du cercle étant priſe pour unité. On ſera ſûr qu'au moment de l'obſervation le Satellite étoit entré dans l'ombre juſqu'en *F*, & qu'il avoit parcouru l'arc *CF* depuis que ſon centre étoit entré. Il s'agit donc de connoître l'arc *CF*; pour cela on prendra la moitié du ſegment *ABD*, & on cherchera dans la Table du *§. 63*, la flèche *AF* qui y répond. Cette fraction retranchée de l'unité, donnera la valeur de *CF* ou $1 - a$, enſuite par la formule Fig. 1.

$$-\frac{1}{2}d + R\sqrt{\left[\frac{2r}{R}(1-a) + \frac{rr}{RR} + \frac{dd}{4RR}\right]} \quad \S.\ 9,$$

on calculera le temps que le Satellite a mis à parcourir cette ligne *CF*. On prendra pour r le diamètre du Satellite, déterminé dans les *§. 75, 78, 80, 81, 82*. Pour R le demi-diamètre de l'ombre en temps tiré des Tables; pour d la durée de l'éclipſe tirée auſſi des Tables, à moins qu'elle ne ſoit connue par obſervation.

Ce temps par *CF*, retranché du moment de l'immerſion, donnera le moment de l'entrée du centre qui doit être le même pour tous les Obſervateurs, ſauf les erreurs inévitables dans les obſervations Aſtronomiques, tant ſur la réduction au temps vrai, que ſur l'inſtant de la diſparition du Satellite que chaque Obſervateur ne peut pas ſaiſir dans la ſeconde.

Il en eſt de même d'une émerſion, excepté que le diaphragme ne ſe déterminera qu'après l'obſervation, & que le temps par *CF* s'ajoutera au moment de l'émerſion pour avoir celui de la ſortie du centre.

§. 149. Il eſt évident que ſi on employoit un inſtrument aſſez foible pour que le diaphragme meſuré donnât un ſegment inſenſible *AGH,* plus grand que 0,50000; c'eſt-à-dire plus grand que la moitié du cercle, alors on prendroit ſon complément à l'unité, on chercheroit la flèche *EK* de la partie éclipſée; & le temps, par *CK,* s'ajouteroit au temps de l'immerſion, ou ſe retrancheroit du temps de l'émerſion pour avoir celui du paſſage du centre ſur le bord de l'ombre. C'eſt un des avantages de cette méthode que tous les inſtrumens deviennent également bons pour l'obſervation des éclipſes des Satellites.

§. 150. Pour mettre de l'exactitude dans ce calcul, il faudra néceſſairement faire uſage de la correction déjà indiquée *§. 67.* En effet, ſi vous meſurez 15 minutes avant une immerſion ou après une émerſion du I.er Satellite, le diaphragme qui vous en dérobe la vue, vous avez la quantité de lumière inſenſible ou la valeur du ſegment inviſible qui auroit lieu, ſi le Satellite diſparoiſſoit dans ce moment; mais il ne s'éclipſe que 15 minutes après, ou bien il a reparu 15 minutes avant; & pendant cet intervalle de temps, il s'eſt approché ou s'eſt éloigné de Jupiter, & dans l'inſtant de l'obſervation le ſegment inviſible doit avoir été plus grand que celui que vous avez déterminé par l'obſervation du diaphragme. Pour avoir égard à cette différence, il faut calculer pour l'inſtant marqué de l'obſervation du diaphragme & pour celui de l'éclipſe, les diſtances du Satellite au centre, chercher dans les Tables des *§. 48, 56 & 60,* les ſegmens qui y répondent, & augmenter, dans la raiſon du plus petit au plus grand de ces ſegmens, le ſegment donné par l'obſervation du diaphragme. C'eſt avec la moitié de ce ſegment ainſi augmenté, qu'il faudra chercher la flèche *A F,* & le reſte comme dans le *§. 105.*

§. 151. A l'égard des Obſervateurs qui ſe ſerviront d'un téleſcope pour leurs obſervations, ils ne peuvent guère faire uſage des

des diaphragmes, par la raiſon que j'ai expoſée dans le *§. 88;* ils doivent employer la méthode dont je me ſuis ſervi pour meſurer la quantité inſenſible de la lumière dans les deux téleſcopes de M. Meſſier, & qui eſt expliquée dans le même paragraphe. Cette méthode a l'inconvénient d'exiger deux Obſervateurs; tandis que l'un a l'œil dans la lunette, l'autre fait gliſſer le carton. Pour remédier à cet inconvénient, voici ce que je propoſe: il n'y a point d'Aſtronome qui n'ait ou une lunette achromatique de 2 pieds ou une lunette ordinaire de 7 à 8 pieds; on peut faire l'obſervation du diaphragme avec cette lunette, pourvu que l'on ait déterminé une fois le rapport de la lunette au téleſcope, de la manière que je l'ai fait dans le *§. 94.* Quand on aura déterminé la grandeur du ſegment inviſible dans cette lunette, on le réduira facilement au ſegment inviſible, qui a lieu dans ce téleſcope au moyen du rapport connu des deux inſtrumens.

§. 152. Je ſuppoſe qu'un Aſtronome ſe ſerve d'un téleſcope de 30 pouces, comme celui de M. Meſſier, ou qu'il ait une lunette de 7 pieds, qui porte 16 lignes d'ouverture, & que pour une écliptſe quelconque il ait déterminé le diaphragme de 12 lignes, il s'enſuit que dans cette lunette le ſegment inviſible ſera $\frac{9}{16}$ du diſque. Je ſuppoſe que par une épreuve antérieure, cet Aſtronome connoiſſe que les ſegmens ſont toujours neuf fois plus grands dans ſa lunette de 7 pieds que dans ſon téleſcope de 30 pouces; il en conclura que le jour de l'obſervation, le ſegment dans la lunette étant $\frac{9}{16}$, il étoit d'un ſeizième du diſque dans ſon téleſcope.

§. 153. Je propoſe également ce moyen aux Aſtronomes qui feroient uſage de lunettes fort longues, comme de 20 à 24 pieds, où l'obſervation du diaphragme feroit longue & incommode. Dans ce cas même, cela ſera d'autant plus facile qu'on pourra ſe paſſer d'obſervations antérieures, parce que les ſegmens ſont dans la raiſon inverſe du carré des ouvertures; c'eſt-à-dire, ſeize fois plus petits dans une lunette de 24 pieds que dans une lunette de 6. Voyez *§. 83, 84, 85 & 86.*

§. 154. Cette méthode eſt très-facile, j'en ai pour garant Mrs Maraldi, Meſſier & Caſſini le fils, qui ont bien voulu en

faire l'épreuve; elle n'exige qu'un calcul fort ſimple, mais ſon avantage principal eſt de n'être ſoumiſe à aucune hypothèſe. On ne ſuppoſe rien ſur les variations de la lumière; on meſure immédiatement la lumière du Satellite augmentée ou diminuée par toutes les cauſes que j'ai indiquées dans ce Mémoire, & on meſure même l'impreſſion préſente de la lumière ſur l'œil, quel que ſoit ſon état actuel.

Je ſoumets ces méthodes aux réflexions des Aſtronomes de l'Académie & de l'Europe; je me croirai bien récompenſé de mon travail s'ils le jugent utile, & s'ils daignent l'adopter.

ADDITION À CE MÉMOIRE.

J'AI ſuppoſé dans ce Mémoire, que la lumière varioit en raiſon inverſe & compoſée des diſtances de Jupiter au Soleil, & de la
Fig. 10. Terre à Jupiter, en ſorte que ces diſtances étant a & b, & la ſurface réfléchiſſante étant m, la lumière eſt comme $\frac{m}{aabb}$.

Il eſt certain d'abord que la quantité de lumière, qui partant du Soleil S, touche ſur la ſurface réfléchiſſante, eſt en raiſon directe de cette ſurface, & en raiſon inverſe du carré de la diſtance de cette ſurface au Soleil; ainſi elle ſera à cet égard comme $\frac{m}{aa}$.

A l'égard de la diminution qui naît de la diſtance de la Terre au Satellite, on peut diſtinguer deux cas: il eſt certain que ſi la ſurface réfléchiſſante étoit un plan, le foyer virtuel F, qui eſt derrière cette ſurface ſeroit à une diſtance FG, égale à la diſtance SG, alors la lumière réfléchie vers la Terre T, varieroit en raiſon inverſe du carré de $GT + GF$, ou $GT + SG$. Mais dans le cas dont il s'agit, le foyer virtuel de tous les rayons tombés ſur la ſurface ſphérique ABD ſe trouve dans la cauſtique par réflexion; or on ſait que la cauſtique du cercle eſt une cicloïde à baſe circulaire $BFEA$, telle que le point de rebrouſſement E, partage en deux parties égales le rayon CD & la courbe $AFEB$.

La distance *FG* du foyer virtuel à la surface réfléchissante devient donc infiniment petite en comparaison de la distance de cette surface à la Terre, d'où on doit conclure, 1.° qu'on peut supposer, sans aucune erreur sensible, ces foyers virtuels sur la surface même du Satellite, la force de la lumière qu'elle reçoit étant exprimée par $\frac{m}{na}$; 2.° que cette lumière renvoyée vers la Terre décroît simplement en raison du carré de la distance *GT* du Satellite à la Terre, & que par conséquent l'intensité de la lumière en *T* sera $\frac{m}{a^2 b^2}$, *GT* étant égale à *b*.



MÉMOIRE
SUR LE
MÉTÉORE OU GLOBE DE FEU,
Observé au mois de Juillet dernier, dans une grande partie de la France.

Par M. LE ROY.

Lû à la rentrée de la S.t Martin 1771.

PARMI cette multitude d'objets de toute espèce qu'embrasse la Physique, il n'y en a point de plus importans ni qui méritent plus notre attention que les météores. Variés à l'infini, l'admiration que nous inspirent les uns, par leurs spectacles magnifiques, & l'épouvante que nous causent les autres, par leur aspect menaçant & leurs effets terribles; enfin leur vaste influence sur la Nature entière, tout nous engage à les observer attentivement & à les étudier avec soin, pour en former une histoire fidèle, & parvenir, s'il est possible, à en découvrir les causes.

Persuadée en conséquence qu'on ne peut trop s'occuper de cette partie importante de la Physique, l'Académie ne manqua pas, dès son origine, d'observer attentivement les météores, mais encore de rassembler & de recueillir de toutes parts les différentes observations qui pouvoient nous les faire mieux connoître.

Lorsqu'au commencement de ce siècle, l'Aurore boréale sembla reparoître avec un nouvel éclat, l'Académie chargea un homme illustre, dont elle regrette aujourd'hui la perte, & dont l'Assemblée vient d'entendre l'éloge *(a)*, de rendre compte au Public de ce curieux phénomène; elle me charge aujourd'hui de la même fonction, au sujet du météore observé au mois de Juillet dernier; puissé-je, imitant ce grand homme, remplir comme lui les vues de l'Académie, & répondre à la confiance qu'elle veut bien me témoigner en cette occasion!

(a) M. le Secrétaire venoit de prononcer l'Éloge de M. de Mairan.

Quelque barbares que ſoient les peuples, les grands phénomènes de l'atmoſphère ne leur échappent pas. Le globe de feu a été obſervé dans les temps les plus reculés. Il répandit autrefois la terreur dans Rome. Ariſtote, Sénèque & Pline l'ont décrit; ils rapportent même les noms qu'on donnoit de leur temps à ce météore. Et ce qui eſt vraiment remarquable, le nom que le Philoſophe Grec lui donne, & qui ſignifie *muid* ou *tonneau (b)*, eſt entièrement ſemblable à celui que donnèrent en 1761 (près de deux mille ans après) les Payſans de la Bourgogne à un de ces météores qui éclata au-deſſus de cette province; car ils l'appelèrent *le muid*. Tant il eſt vrai que les objets qui frappent vivement les hommes, leur inſpirent toujours les mêmes expreſſions pour les peindre, malgré la différence des langues, des temps & des lieux.

Si on ouvre nos Annales & nos anciennes Chroniques, on y trouve encore ce météore décrit, mais avec tous les traits qui caractériſent l'ignorance & la ſuperſtition de ces temps-là. Comme alors on ne voyoit dans toutes les apparences céleſtes, qui pouvoient avoir quelque choſe d'extraordinaire, que des marques de la colère du Ciel; on ne voyoit dans les globes de feu que des *épées flamboyantes*, des dragons volans, qui vomiſſoient des flammes, ou d'autres figures non moins épouvantables; & ces *dragons volans* (car c'eſt le nom qu'on leur donnoit le plus ſouvent) ne manquoient jamais, comme on l'imagine bien, d'annoncer la mort d'un Grand, la guerre, la famine ou la peſte. Il y a même, ſelon quelques Hiſtoriens, une ancienne tradition dans l'Orient, qui fait venir une maladie contagieuſe qui ravagea preſque toute la terre, d'une matière empeſtée, qui tomba, dit-on, du ciel avec un de ces globes. Mais je me garderai bien de rapporter tous les contes abſurdes & ridicules qu'on trouve ſur ces météores dans les Auteurs. J'ai cru ſeulement qu'on me permettroit ce peu de mots ſur l'hiſtoire d'un phénomène qui a paru à beaucoup de perſonnes, ſi nouveau & ſi extraordinaire; je me hâte d'en venir au globe de feu qui fait l'objet de ce Mémoire. J'obſerverai cependant, avant

---

(b) Πίθος qui veut dire muid en grec, eſt auſſi le nom qu'Ariſtote donne au météore que nous appelons *globe de feu*.

d'en parler, que pour répandre plus de jour ſur une matière de cette importance, j'ai diviſé ce Mémoire en deux parties. Dans la première, je décris ce globe en général; je parle enſuite des circonſtances les plus remarquables de ſon apparition, & j'expoſe ce qu'elles peuvent avoir de ſingulier & d'intéreſſant. Dans la ſeconde, je rapporte ce qu'on a obſervé relativement aux mêmes circonſtances, dans pluſieurs autres globes de feu célèbres, pour faire voir que ce que l'on a remarqué dans celui-ci, n'a rien de plus ſurprenant ni de plus extraordinaire; je décris enſuite les phénomènes & les apparences que nous préſentent en général ces météores; enfin je donne une idée de ce qu'un grand Homme a imaginé pour les expliquer.

PREMIÈRE PARTIE.

Deſcription du Météore, &c.

LE 17 de Juillet dernier, vers les 10 heures & demie du ſoir, le temps étant parfaitement ſerein, à la réſerve de quelques nuages qui bordoient l'horizon du côté du couchant, on vit paroître tout d'un coup dans le Nord-Oueſt un feu ſemblable à une groſſe étoile tombante, qui augmentant à meſure qu'il approchoit, parut bientôt ſous la forme d'un globe, & enſuite avec une queue qu'il traînoit après lui. Ce globe ayant traverſé une partie du ciel, à peu-près du Nord-Nord-Oueſt au Sud-Sud-Eſt *(c)*, avec une extrême rapidité, & dans une direction fort inclinée à la Terre, ſon mouvement parut ſe rallentir & ſa forme devenir ſemblable à celle d'une larme batavique; il répandit alors la plus vive lumière, étant d'une blancheur éblouiſſante & pareille à celle du métal en fuſion. Sa tête paroiſſoit environnée de flammèches de feu dont les unes, ſembloient appartenir au corps même du météore, les autres en être détachées, & ſa queue bordée de rouge étoit parſemée des couleurs de l'arc-en-ciel. Le globe étant devenu comme ſtationnaire parut prendre encore une forme moins

(c) On verra dans la ſuite que de nouvelles obſervations, & plus exactes, m'ont fait rectifier cette direction & la porter un peu plus à l'Eſt.

alongée, comme celle d'une poire, & avoir dans ſon milieu des bouillonnemens accompagnés d'une matière fumeuſe; alors ayant comme épuiſé tout ſon mouvement, il éclata *(d)* en répandant un grand nombre de parties lumineuſes ſemblables aux *brillans* des feux d'artifices. Ces brillans produiſirent une ſi vive lumière & ſi éblouiſſante que la plupart des ſpectateurs ne purent en ſoutenir l'éclat & s'imaginèrent, l'inſtant d'après, être au milieu des plus profondes ténèbres.

Quelques perſonnes crurent que le météore s'étoit évanoui dans un inſtant & ſans faire d'exploſion; mais elle leur échappa ſans doute par la vive lumière dont ils furent éblouis; car un grand nombre d'Obſervateurs, & ſur le témoignage deſquels on peut compter, parlent tous de cette exploſion & des brillans de lumière dans leſquels le globe a éclaté. Leur récit paroît d'autant plus certain que c'eſt la manière ordinaire dont ſe terminent ces météores, comme je le dirai dans la ſuite.

La durée du phénomène n'a guère paru à Paris que de 4 ſecondes; je dis à Paris, parce qu'il eſt comme certain qu'on n'en a pas obſervé le commencement dans cette ville.

Le globe, à l'inſtant de ſon exploſion, étoit élevé de 45 degrés, ou à peu-près, & ſembloit avoir 12 à 15 pouces de diamètre: mais il parut plus gros, à quelques Obſervateurs, du côté de Corbeil & de Melun.

Deux minutes ou aux environs après qu'il eût éclaté, on

(d) Depuis la lecture de ce Mémoire, à la rentrée, j'ai reçu deux obſervations curieuſes, que M. Antheaume, demeurant à Melun & très-avantageuſement connu dans le Monde ſavant, a bien voulu me communiquer. Ces obſervations, dont l'une a été faite ſous les murs de Melun même, & l'autre à l'abbaye du Jard, à trois quarts de lieue de diſtance au nord, paroiſſent avoir été faites par des perſonnes très-intelligentes & contiennent des détails fort intéreſſans, dont je ne manquerai pas de parler ſucceſſivement, lorſque je traiterai des circonſtances de l'apparition du météore, qui y ont rapport. Selon l'obſervation faite au Jard, *au centre de la baſe de ce globe de feu, qui étoit en cul-de-lampe il y avoit une grande fermentation*, & ce globe *s'ouvrit dans cette partie:* l'Obſervateur de Melun dit la même choſe. Un homme, qui me paroît auſſi l'avoir bien obſervé à Paris, m'a dit pareillement qu'il s'ouvrit par-deſſous, & que ce fut alors qu'il répandit ces brillans de lumière. Le globe qui éclata en Bourgogne en 1761, parut s'ouvrir de même.

entendit ici un bruit, que les uns ont comparé à un coup de tonnerre qui gronde au loin, d'autres à une charrette fort chargée qui roule ſur le pavé, d'autres enfin à un bâtiment qui s'écroule. Du côté de Melun ce bruit parut beaucoup plus fort, & ce qui eſt très-remarquable, c'eſt qu'on en entendit un ſecond diſtinctement après ce premier, mais ſenſiblement plus foible; phénomène ſingulier dont je rendrai compte quand je parlerai plus en détail de ce météore.

A peu-près dans le même-temps qu'on entendit ici le bruit dont nous avons parlé, il y eut une eſpèce de commotion dans l'air qui fit trembler les vitres & les meubles dans les parties de cette ville, ſituées au Sud-Sud-Eſt, particulièrement dans les lieux élevés, comme à l'Obſervatoire.

On a attribué cet effet à un tremblement de terre; c'eſt une erreur, il n'y en a eu aucun: ce mouvement des vitres & des meubles n'eſt que l'effet ordinaire de la vive commotion qu'excite dans l'air, la forte exploſion de ces globes.

En 1756, il y en eut un qui éclata au-deſſus de la ville d'Aix en Provence, en faiſant un bruit épouvantable *(e)*. La commotion qu'il excita dans l'air, fut ſi forte & ébranla tellement les maiſons que pluſieurs cheminées tombèrent de la ſecouſſe: les habitans alarmés prirent ce fracas pour l'effet d'un tremblement de terre, mais dès le lendemain ils furent détrompés & raſſurés par des gens de la campagne qui avoient vu le globe deſcendre du ciel & éclater au-deſſus de la ville. On voit ſouvent, il eſt vrai, des feux dans les tremblemens de terre; mais ils ont la forme de flammes légères; ils voltigent ou rampent ſur le terrein & ne ſont en aucune façon de la nature des globes dont il eſt ici queſtion.

Je me ſuis un peu écarté de mon ſujet, mais il étoit important de faire voir qu'il n'étoit nullement queſtion de tremblement de terre, dans la légère commotion qu'on obſerva après l'exploſion du globe, je reviens à ce météore.

(e) Comme ce globe éclata vers les deux heures du matin, les Dames d'Aix toutes effrayées, arrivèrent preſqu'en chemiſe au Cours, où tout le monde ſe rendoit, craignant les ſuites funeſtes de ce prétendu tremblement de terre.

Nombre

Nombre de personnes trompées par sa hauteur & par sa grandeur, ont cru (quoiqu'elles en fussent fort éloignées) qu'il avoit éclaté près d'elles. Plusieurs même, en voyant les différentes parties de lumière dans lesquelles il se divisa en éclatant, s'imaginèrent que ces parties étoient tombées jusqu'à terre : cette dernière circonstance forme un point de fait important qu'il est essentiel de discuter, aussi je l'examinerai soigneusement dans la suite.

Tout le monde sait que ce météore a été vu, non-seulement dans des endroits fort éloignés de Paris, mais encore très-distans les uns des autres; ils sont en si grand nombre que la liste en seroit infiniment longue. Je me contenterai de citer les principaux, tels qu'Amiens, Senlis, Compiegne, Dieppe, le Havre, Granville, Rouen, Argentan, Évreux, Laval, Tours, Limoges, Sarlat en Périgord, Moulins, Lyon, Semur, Dijon, Mussy, Joinville, Reims, Auxerre, Corbeil, Melun. Le bruit de son explosion a été entendu à Rouen, à Évreux, à Amiens, à Senlis, à Compiegne, à Melun, à Corbeil, ainsi que dans plusieurs autres villes vers le Sud-Est de Paris.

Après avoir décrit ce phénomène en général, il faut entrer dans l'examen des circonstances les plus intéressantes de son apparition. Mais je dois avouer que, malgré toutes les peines que je me suis données pour recueillir des observations exactes & propres à m'éclairer sur ces différentes circonstances, je n'ai pu y réussir de manière à en parler aussi positivement que je l'aurois desiré.

La surprise & l'épouvante que causent ces sortes de météores, la rapidité de leur mouvement, qui les fait paroître & disparoître presque au même instant, tout diminue le nombre des spectateurs capables de rendre un compte exact de leur apparition. On éprouve encore une autre difficulté, (pour en parler avec précision) c'est la variété dans le récit des circonstances, même les plus faciles à observer, variété qui naît du peu de justesse des idées des hommes & de l'incertitude qui règne dans les témoignages de leurs sens. Il faut l'avoir éprouvé, comme je l'ai fait par mes recherches au sujet de ce météore, pour savoir à quel point cette incertitude est portée. Quoi qu'il en soit, voici ce qui m'a paru résulter de plus constant de ces observations.

Mais avant d'aller plus loin, je saisis, avec grand plaisir, cette occasion de remercier publiquement M. Perronnet du soin obligeant & de l'empressement qu'il a mis à me procurer, par les correspondances que sa place lui donne dans tout le Royaume, non-seulement les observations de ce météore, qui ont été faites dans différentes provinces, mais encore tous les éclaircissemens que je lui ai demandés sur les diverses circonstances rapportées dans ces observations. Après m'être acquitté d'un devoir si juste, je reviens à mon sujet.

A la direction & à la hauteur de ce globe, on ne peut presque pas douter qu'il ne se soit formé au-dessus des côtes d'Angleterre *(f)*. Le point du ciel d'où on l'a vu venir au Havre, la grandeur dont il a paru dans cette ville & à Dieppe; tout annonce que c'est de ce côté-là qu'il a pris naissance; de-là courant vers le Sud-Sud-Est, il a passé au-dessus de la Normandie, vers les confins de la Picardie, où on a dû le voir à une très-grande hauteur; enfin, continuant sa route du Nord-Nord-Ouest au Sud-Sud-Est *(g)*, il a traversé le ciel presque au

(f) Lorsque je m'exprimois ainsi, je n'avois pas encore pu savoir positivement s'il avoit été vu en Angleterre. Depuis, je l'ai su à n'en pas douter, & particulièrement par une observation dont je dois la communication à M. Hornsby, Professeur d'Astronomie à Oxford, qui a bien voulu me la faire parvenir. Selon cette observation, on a vu ce phénomène, des environs d'Oxford, d'une manière très-distincte; il traînoit une queue après lui, il paroissoit presque de la grandeur de la Lune dans son plein; enfin, il disparut dans le Sud-Est. Toutes ces circonstances s'accordent parfaitement avec ce que l'on a observé en Normandie sur sa grandeur & sa direction, & montrent la justesse de ma conjecture, sur le point de son origine; car tout prouve qu'il prit naissance au-delà de l'extrémité intérieure du comté de Sussex & des confins de celui de Surrey, comme on peut le voir sur la carte jointe à ce Mémoire. J'aurois pu en changer le texte en conséquence de cette observation, ainsi que de plusieurs autres; mais j'ai cru qu'il falloit plutôt le laisser tel que je l'ai lû à la rentrée, on en jugera mieux de ma circonspection dans les choses que j'ai avancées, & à quel degré elles se rapportent avec ce que des observations plus précises m'ont donné.

(g) Cette direction étoit un peu trop Sud; de nouvelles observations m'ont appris que la véritable route du météore, en venant d'Angleterre, & traversant la Normandie & l'île de France, étoit à peu-près du Nord-ouest-quart-nord, au Sud-est-quart-sud, & cette direction semble s'accorder très-bien avec le point d'où il est parti dans le comté de Sussex; il ne

zénith de Paris, mais en déclinant un peu vers l'Orient, & est allé éclater vers Melun, à plusieurs lieues dans le Sud-Sud-Est de la Capitale. Je dis à plusieurs lieues dans le Sud-Sud-Est, parce que les observations qui pourroient déterminer le point précis de son explosion, varient tellement entr'elles, que je n'ai pu le fixer d'une manière plus exacte; cependant, cette distance ne peut guère aller au-delà de 9 à 10 lieues; j'en juge par les différens endroits où le bruit qui suit cette explosion a été sensible, & particulièrement par celui dont j'ai parlé, & qu'on a entendu par deux fois à Melun & dans les environs *(h)*: car ce bruit redoublé ne s'entend que dans les lieux voisins du point où ces globes éclatent, comme je le prouverai plus bas. Ainsi, tout donne lieu de présumer que l'explosion de ce météore s'est faite non loin de Melun *(i)*, comme je viens de le dire. Quoi qu'il en soit, telle fut à peu-près sa direction & l'étendue de sa course.

---

paroît pas d'ailleurs que dans cette partie de sa course, il se soit sensiblement écarté de sa direction primitive: les lieux situés au Nord de cette ligne ayant vu le météore passer devant eux dans la partie du Sud, & ceux qui étoient au Sud, dans la partie du Nord.

(h) Selon l'Auteur d'une de ces observations envoyées de Melun, & dont j'ai déjà parlé, ce double bruit y a été entendu de la manière la plus distincte. « Deux ou trois minutes, » dit-il, après l'explosion du météore, » j'entendis un bruit sourd & bour» donnant de six à sept coups suivis » de très-près, mais articulés, *ce bruit* » *se répéta, de la même manière, moitié moins fort, plus d'une minute après* ». Cet Observateur ajoute une circonstance remarquable, c'est que *dans cet instant, il éprouva une commotion pareille à celle qu'il a ressentie plusieurs fois*, (il sert dans l'Artillerie) *lorsqu'un boulet de gros calibre a passé à cinq ou six pieds de lui*. Je viens de dire que cet Observateur avoit entendu six à sept coups suivis de très-près, mais articulés; il n'est pas inutile d'ajouter qu'un autre Observateur, situé à Fleury, de l'autre côté de la Seine, & qui paroît avoir bien vu l'explosion de ce météore, remarque « qu'il se sépara en sept à huit globules de « feu, qui donnèrent en s'écartant, la « plus grande clarté possible ». J'aurai occasion de parler de cette observation dans la suite.

(i) Les deux observations de Melun, me mettent à portée aujourd'hui de parler d'une manière plus positive, de l'endroit où le globe a éclaté, selon le point d'intersection qui résulte des directions qu'elles donnent à ce météore. Cet endroit se trouve à très-peu-près à une lieue & demie de Melun, au Nord-quart-nord-ouest tirant un peu vers l'Ouest de cette ville, entre deux villages, dont l'un à l'Est s'appelle *Montereau-sur-le-Jard*, & l'autre à l'Ouest, *Espruſne;* ainsi on voit que cette position ne s'éloigne que fort peu de celle que j'indique dans le Mémoire; puisque cet endroit se trouve à huit lieues de Paris, au lieu de neuf où

Il partit d'un point si élevé, qu'on aura peine à le croire, par l'habitude où l'on est de regarder la région des nuages, comme le séjour ordinaire des météores; cependant il paroît constant, d'après des calculs fort simples & inutiles à rapporter ici, que lorsqu'on commença à l'apercevoir, il étoit à plus de 41076 toises ou de 18 lieues de hauteur; & qu'à l'instant de son explosion, il se trouvoit encore à plus de 20598 toises ou de 9 lieues au-dessus de l'horizon *(k)*, hauteur qui s'accorde très-bien avec celle que lui donne l'intervalle de 2 minutes qui s'écoula entre cet instant & celui où on entendit le bruit de cette explosion *(l)*.

Par cette hauteur extraordinaire, on explique sans peine comment on a pu voir ce globe au même instant dans des lieux non-seulement très-éloignés les uns des autres, mais encore de la route qu'il suivoit, comme en Picardie, en basse Normandie, dans le Perche, le Limosin, le Lyonnois & la Champagne; mais quand je dis qu'on a vu ce météore dans différens lieux extrêmement éloignés les uns des autres, il est très-nécessaire de remarquer que je n'entends pas, en m'exprimant ainsi, parler simplement de sa lueur, j'entends parler du corps entier du météore, qu'on a vu dans ces endroits, de manière à pouvoir en reconnoître la forme

je l'ai placé. Or cette détermination se rapporte très-bien avec l'observation de Fleury, où l'on entendit le bruit qui suivit l'explosion, venir du côté de l'Est; & avec une autre, faite auprès de Tournans, où on l'entendit venir du Sud-Ouest: car ces deux endroits se trouvent, l'un vers l'Ouest-quart-nord-ouest du lieu de l'explosion, & l'autre vers le Nord-est. Ce lieu se trouve encore, d'ailleurs à deux degrés près à l'Est, dans le point de l'horizon, où une observation de Limoges, qui paroît assez exacte, fait éclater ce météore; enfin il se trouve encore dans la direction que le météore parut avoir en passant par Paris. Quelques Observateurs, mais fort éloignés, disent qu'il se détourna à l'extrémité de sa course, vers le Sud-ouest; cependant les observations qui paroissent les mieux faites, ne parlent point de cette déviation de sa route.

(k) Le globe n'étant plus par les nouvelles observations qu'à une distance de huit lieues de Paris à l'instant où il a éclaté, il s'ensuit que cette hauteur est trop considérable, & qu'elle ne se trouvera plus que de 18300 toises, ou à peu-près.

(l) Je dois prévenir que dans cette détermination, j'ai supposé que la transmission du son dans ces hautes régions de l'atmosphère, se faisoit dans le même temps que dans les nôtres; il paroît très-vraisemblable cependant qu'à cause de la rareté de l'air, elle doit y être plus lente; mais la difficulté d'en déterminer le degré, m'a décidé à supposer qu'elle étoit à peu-près la même.

& en déterminer la grandeur. C'est ainsi en effet qu'il a été vu à Amiens, à Granville, à la Flèche, à Limoges, à Dijon, à Joinville, à Reims, &c.

Cette considération est importante, & sert à prévenir l'objection qu'on pourroit me faire, en supposant que je n'ai donné une si grande hauteur à ce météore, qu'en la déterminant d'après la distance des lieux où sa simple lueur a été aperçue.

En effet, il n'est pas nécessaire qu'un feu ou un corps lumineux soient fort élevés dans l'atmosphère pour que leur lueur soit aperçue à de très-grandes distances. On tira en Angleterre, il y a quelques années, des fusées volantes, pour faire un essai de ce genre; elles ne montèrent qu'à 300 toises ou aux environs; cependant on en vit la lumière à plus de 15 lieues: & M. Cassini de Thury fit voir, en 1739, dans un essai de son ingénieuse méthode pour déterminer la Longitude des lieux qui ne sont pas fort éloignés, que six livres de poudre enflammées sur une montagne peu élevée, produisoient une lumière qu'on apercevoit à une distance de près de 2 degrés d'un grand cercle. Enfin, un nuage lumineux qui se trouveroit à une hauteur de 3600 toises, qui est la plus grande où les nuées s'élèvent, pourroit être vu à près de 70 lieues de distance, en supposant la Terre exempte d'inégalités; mais, comme nous l'avons remarqué, ce n'est point simplement la lueur, c'est le corps même du météore qu'on a vu dans les lieux que nous avons cités.

Si nous n'avions considéré que ceux, où cette lueur s'est fait apercevoir, nous aurions parlé d'endroits beaucoup plus éloignés, puisqu'on l'a vue aux environs de Sarlat en Périgord, à plus de 120 lieues de Paris, & encore dans un lieu dominé par une haute montagne, du côté où elle se fit voir. Aussi je ne doute pas qu'un Observateur placé sur cette montagne n'eût vu le météore parfaitement & en entier, & que sa lueur n'eût pu être aperçue de bien plus loin, dans les parties méridionales de la France.

Les Observateurs diffèrent tellement entr'eux sur le temps pendant lequel on a vu ce météore, qu'il en résulte une très-grande difficulté pour déterminer avec quelque précision la vîtesse de son mouvement; mais comme les plus éclairés le fixent à

4 ſecondes, & que le plus grand nombre n'en a point vu le commencement; je ſuppoſerai en général qu'ils ont fait cette durée trop courte, & que n'ayant pas vu le globe au premier inſtant où il a paru dans l'atmoſphère, il s'eſt écoulé, avant qu'ils l'aient aperçu, un temps égal à celui pendant lequel ils l'ont vu. Enfin, je ſuppoſerai encore, pour réduire les choſes aux moindres termes que l'intervalle entre le premier inſtant de ſon apparition & celui où il a éclaté, a été de 10 ſecondes. Or, comme dans cet intervalle de temps il a parcouru une ligne de plus de 60 lieues de longueur, ou de plus de 2 degrés $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, un eſpace qui s'étend depuis les côtes d'Angleterre juſqu'à Melun; il s'enſuit que malgré toutes mes ſuppoſitions pour réduire ſa vîteſſe, elle ſe trouvera encore incroyable, puiſqu'elle ſera de plus de 6 lieues par ſecondes *(m)*. On obſervera encore que dans cette eſtimation je ne tiens compte, ni de ce que la ligne qu'il décrivit étoit fort inclinée à la Terre, ni de ce qu'il partit d'un point qui étoit à plus de 18 lieues de hauteur.

Mais ſi l'extrême vîteſſe de ce météore a lieu de nous ſurprendre, ſon énorme volume n'a pas moins lieu de nous étonner; car, par une eſtimation fort au-deſſous de ce que les obſervations donnent, il avoit plus de 500 toiſes de diamètre *(n)*.

On ne peut ſe défendre d'une ſorte de terreur, en penſant à un globe de feu d'un volume ſi prodigieux. Quelle ville pourroit échapper à un incendie général & à une ruine totale, ſi un pareil globe tomboit dans ſes murs! mais ce malheur ne paroît pas à craindre par la nature même des choſes. En effet la

(m) Comme l'obſervation des environs d'Oxford, & pluſieurs autres, établiſſent le lieu du départ de ce météore au-deſſus d'un point ſitué plus intérieurement dans les terres, que je ne l'avois eſtimé, & que l'étendue de ſa courſe, qui en réſulte, devient par-là de plus de 70 lieues, (de 2500 toiſes) & de près de 80 (de lieues communes); il s'enſuit que la vîteſſe du météore plus grande encore que je ne l'avois déterminée, étoit de 7 lieues par ſeconde, ou même de près de 8, en comptant par lieues communes.

(n) On avoit tellement réduit le diamètre du globe, que, quoique par les nouvelles obſervations, ſa hauteur & ſa diſtance aient été moins conſidérables à l'inſtant de ſa chute, ſon diamètre s'eſt trouvé encore au-deſſous de ce que donnent les obſervations.

vîteſſe incroyable de ce météore, & de ceux de ſon eſpèce qui s'approchent de nos régions, fait penſer que s'ils y deſcendoient à des hauteurs où l'air ſe trouvât d'une certaine denſité, ils s'y diviſeroient néceſſairement par la réſiſtance qu'ils éprouveroient de la part de ce fluide, à peu-près comme ces nuées qui, en tombant, ſe réduiſent en pluie, par la réſiſtance de l'air qui s'oppoſe à leur paſſage.

Dans les anciennes Chroniques dont j'ai parlé, il eſt ſouvent dit que *des dragons de feu volans* ſont tombés ſur terre; mais il n'eſt dit nulle part qu'ils aient produit quelqu'embraſement conſidérable. Il y eut, vers l'an 1000, un de ces dragons volans, ou plutôt de ces globes de feu d'une groſſeur prodigieuſe, qui inſpira la plus grande terreur dans tous les lieux où il fut aperçu; mais quoique la relation de ce météore porte qu'il tomba ſur la terre (ce dont je doute cependant beaucoup), elle n'ajoute rien qui puiſſe nous faire croire que cet immenſe volume de feu produiſit aucun incendie. Enfin le globe qui éclata au-deſſus d'Aix y répandit bien l'épouvante, par la commotion terrible qu'il excita dans l'air, mais nullement par les effets de ſon feu.

Il paroît en conſéquence que ſi ces globes s'approchent quelquefois de la terre, ils n'y tombent jamais *en corps de feu*, ſi cela ſe peut dire, & qu'il n'y a que les parties qui s'en détachent, avant ou dans l'exploſion, qui puiſſent parvenir juſqu'à nous.

On ſera peut-être ſurpris de m'entendre dire que ces météores ne deſcendent point ſur la Terre en entier, ou en corps de feu; lorſque le célèbre Muſſchenbroëck avance préciſément le contraire en parlant de vaiſſeaux dématés & fracaſſés par ces globes, de l'odeur de ſoufre qu'ils répandent, &c. Mais tout ce qu'il a dit à ce ſujet paroît venir uniquement de ce qu'il les a confondus avec les *globes de foudre*, quoique ceux-ci en diffèrent à tous égards; je dis des *globes de foudre*, parce qu'elle paroît aſſez ſouvent ſous cette forme, & fait les mêmes ravages que ſous ſa forme ordinaire. Il n'eſt donc pas étonnant que ce ſavant Phyſicien ait pu confondre ces globes de foudre avec ceux dont il eſt ici queſtion, & qu'il ait parlé en conſéquence de ces derniers, comme s'ils deſcendoient juſqu'à nous en entier, ou avant d'éclater.

M. le Chevalier Pringle, auſſi habile Phyſicien que grand Médecin, & qui a publié deux Mémoires intéreſſans ſur un de ces globes de feu, qu'on vit en Angleterre en 1758, eſt à peu-près du même ſentiment que moi; il penſe que ces globes ne tombent point ſur la Terre, ou que ſi cela arrive, ce phénomène doit être infiniment rare. Il va même plus loin, il imagine que ce ſont des corps *permanens*, & qui pourroient peut-être bien faire des révolutions. Mais en cela, quelqu'opinion que j'aie de ſes lumières, je ne puis être de ſon ſentiment; car toutes les obſervations que nous avons de ces météores paroiſſent prouver le contraire; c'eſt-à-dire que leur exploſion eſt toujours accompagnée d'une véritable diſperſion de leurs parties. Il ſemble même que pluſieurs de ces parties enflammées deſcendent juſque ſur la Terre. Ce dernier point de fait méritant d'être ſoigneuſement examiné, je n'ai rien négligé pour tâcher d'acquérir des connoiſſances, qui puſſent me mettre en état de l'éclaircir. J'ai parcouru en conſéquence avec la plus grande attention nombre de deſcriptions de ces météores, & après avoir bien peſé toutes les circonſtances de leur diſparition, il m'a paru qu'on ne pouvoit guère révoquer en doute qu'il ne s'en ſoit détaché dans l'exploſion, ou auparavant, des parties de feu qui ſont deſcendues enſuite dans les régions les plus baſſes de notre atmoſphère.

Quand le globe de feu qu'on vit en Bourgogne en 1761, & dont j'ai parlé au commencement de ce Mémoire, quand ce globe, dis-je, éclata, on obſerva une eſpèce de pluie de feu qui paroît avoir été vue en tant d'endroits différens, ſuivant ce que rapporte M. de Fouchy, dans l'Hiſtoire de l'Académie de cette année, qu'on ne peut guère s'empêcher de la regarder comme certaine, & quoique toutes les hiſtoires que l'on a racontées de perſonnes brûlées à Paris, à Vanvres & ailleurs, par le feu qui étoit tombé, diſoit-on, du météore de Juillet, n'aient pas le moindre fondement, comme je m'en ſuis aſſuré par moi-même, il y a cependant pluſieurs faits qui ſemblent établir, d'une manière ſi plauſible, qu'à l'inſtant de ſon exploſion, & même auparavant, nombre de parties de feu ſe ſont fait voir très-près de terre, qu'il me paroît bien difficile d'en douter. Mais il faut rapporter

quelques-uns

quelques-uns de ces faits, on sera plus en état de juger de ce qu'ils établissent.

Un habile Jurisconsulte, *(o)* homme très-digne de foi, étoit avec plusieurs personnes dans un appartement au second, rue de l'Observance, presque vis-à-vis l'église des Cordeliers; il étoit assis en face des fenêtres, qui étoient ouvertes, à une distance de 9 ou dix pieds. « Un clin-d'œil avant que le météore s'éteignît il le vit faire une espèce d'explosion, sans aucun bruit, « qui poussa *une lame de feu* jusque dans la salle où il étoit; *cette* « *lame qui paroissoit remplir tout l'horizon*, ajoute-t-il, n'avança vers « nous, qu'avec une espèce de lenteur, car nous vimes sa marche « très-distinctement, & sa célérité ne nous parut pas excéder la « vîtesse du vol d'un oiseau de proie. Cette lame nous couvrit « d'une lumière aussi éclatante que celle d'un beau soleil à midi, & « s'éteignit à l'instant ». Voilà ce que me mandoit ce Jurisconsulte, homme d'un sang-froid remarquable, quelques jours après l'apparition du météore, & qu'il m'a confirmé plusieurs fois depuis de vive-voix.

Dans une seconde lettre, il me marqua « que ce corps blanc & très-lumineux, (c'est-à-dire l'apparence sous laquelle il vit le météore, « avant qu'il fit explosion) ressembloit à l'éclair qui accompagne « le tonnerre. J'ai vu trois fois en ma vie, ajoute-t-il, l'éclair de « très-près, c'étoit la même figure: c'est par cette raison que voyant « la *flamme* venir de mon côté, je fis un geste de la main droite pour « pousser l'air vers ma gauche, sachant que la moindre pulsation « peut déranger la direction du tonnerre lorsqu'il a fait son premier « effet ». J'ai rapporté tout au long les propres paroles de cet Observateur afin qu'on puisse mieux juger de la force de son témoignage par rapport à la flamme qu'il dit avoir observée dans l'appartement. Il semble qu'ayant déjà vu plusieurs fois le feu de l'éclair, il étoit bien en état de distinguer si cette flamme qu'il voyoit étoit réellement de la même nature, ou si ce n'étoit qu'une illusion.

Dans le même-temps, ou à peu-près, qu'il étoit frappé de cette apparition dans la rue de l'Observance, des personnes qui

(o) M. Clément de Malleran, Avocat au Parlement & Professeur de Droit françois.

étoient à table, rue de Clichy, & qui par leur poſition ne pouvoient avoir la vue directe du météore, & ainſi être éblouies par ſon éclat, virent très diſtinctement ſur le carreau de petites flammes qui avoient l'air de s'agiter en différens ſens, & qui enſuite diſparurent. Je pourrois citer encore pluſieurs autres obſervations, qui ſemblent toutes établir qu'on a vu ainſi des flammes légères *(p)* dans les parties les plus baſſes de nos régions. Il y a dans ce phénomène encore une circonſtance ſingulière & qui mérite de n'être pas oubliée, c'eſt que pluſieurs de ces flammes, ou des parties du feu de ce météore, ſe ſont fait voir, comme on a pu le remarquer, dans des lieux extrêmement diſtans les uns des autres, & même, ce qui eſt plus extraordinaire encore, fort éloignés du point où il a éclaté. Telles ſont celles qu'on a vues dans la rue de Clichy & dans celle de l'Obſervance, à près de deux mille toiſes de diſtance. On en a vu encore ailleurs, comme je l'ai déjà dit. Ce phénomène paroît d'abord fort difficile à expliquer, cependant cette difficulté s'évanouit bientôt, quand on ſe rappelle que la tête de ce globe étoit comme environnée de flammèches qui ſembloient voltiger autour de lui; car il paroît fort vraiſemblable que ces parties ont pu s'en détacher, même avant l'exploſion, & deſcendre enſuite juſqu'à terre. Cette explication au moins paroît fondée ſur pluſieurs obſervations, & particulièrement ſur la pluie de feu qu'on vit en Bourgogne en 1761, & dont j'ai parlé un peu plus haut; en effet elle fut obſervée dans des cantons éloignés les uns des autres de pluſieurs lieues. J'avoue que cette ſolution de la difficulté ſuppoſe toujours que ces parties de feu deſcendent juſqu'à nous, & je conviens que cela eſt difficile à croire. Je conviens qu'il eſt difficile de ſe perſuader qu'un globe éclatant à une ſi prodigieuſe

(p) L'Auteur de l'obſervation de l'abbaye du Jard auprès de Melun, qui étoit à peu de diſtance du point au-deſſus duquel le globe a éclaté, puiſqu'il n'en étoit guère qu'à une demi-lieue, rapporte que quelques minutes après l'exploſion du globe, *il entendit autour de ſes oreilles un bourdonnement pareil à celui que font des abeilles dans une ruche*, & qu'auſſitôt *il fut frappé de quelque choſe à la nuque du cou qui lui parut chaud & comme s'il avoit été électriſé.* Je dois obſerver cependant qu'il ne dit pas avoir vu autour de lui aucunes parties de feu.

hauteur, les parties de feu dans lesquelles il se divise, descendent jusque dans nos régions *(q)*, & qu'on pourroit attribuer les apparences de flammes qu'on a vues, à des reflets de la vive lumière que le globe répandit dans les appartemens à l'instant de son explosion. Mais soit que ces apparences tiennent à cette illusion, soit que par la nature & le volume de ces parties de feu, elles descendent réellement sur la terre, ou enfin qu'elles occasionnent l'inflammation de quelques autres parties intermédiaires dans l'atmosphère, ce phénomène m'a paru appuyé d'un trop grand nombre d'observations pour être légèrement révoqué en doute. Les observations des siècles postérieurs décideront de ce qu'on en doit penser.

Un autre phénomène, dont j'ai promis de rendre compte, c'est le double bruit qu'on a entendu après l'explosion du météore, particulièrement du côté de Melun; phénomène d'autant plus intéressant, que ne se faisant jamais entendre, comme je l'ai remarqué, que dans les lieux voisins de celui où se fait l'explosion, il peut servir en conséquence à en déterminer la position ou la distance *(r)*. Personne, que je sache, ne l'avoit expliqué jusqu'ici; cependant rien de plus simple, comme on va le voir.

Quand les globes de feu éclatent, leur entière explosion est presque toujours l'effet de deux explosions successives, l'une du globe qui éclate en différentes parties, l'autre de ces mêmes parties qui éclatent à leur tour. Cette double explosion, presque constamment observée, l'a encore été, comme je l'ai rapporté, dans le météore qui nous occupe aujourd'hui. Par-là, ces globes ressemblent, en quelque façon, à cette espèce de fusée volante, qui contenant d'autres petites fusées dans un chapeau, fait son effet en deux temps, la grande éclatant d'abord, & les petites ensuite. Le bruit qu'on entend après qu'un globe de feu a éclaté, & qui ressemble souvent à une décharge instantanée de plusieurs batteries

---

(q) On pourroit cependant supposer que ces parties de feu, raréfiant extrêmement l'air autour d'elles, peuvent par-là descendre rapidement & d'une grande hauteur, comme nous voyons une étincelle, toute légère qu'elle est, descendre pendant quelle est enflammée & remonter à l'instant où elle s'éteint.

(r) Je dois dire même qu'il a beaucoup contribué à me faire fixer l'explosion du météore dont il est ici question, aux environs de Melun, dans l'incertitude où me laissoient les premières observations.

de canon, eſt l'effet de l'exploſion du corps du globe, ſi on peut s'exprimer ainſi; le bruit plus clair, moins fort, que l'on entend après, & que les Obſervateurs comparent ordinairement à une décharge de mouſqueterie, réſulte de l'exploſion des parties du globe, qui éclatent à leur tour. Or, comme ce bruit ne peut être, à beaucoup près, auſſi fort que celui de l'exploſion du globe, on ne doit l'entendre, comme l'obſervation le prouve, qu'à de petites diſtances du lieu où elle s'eſt faite.

Le météore de Juillet nous offre encore une circonſtance trop importante, par rapport à la Météorologie, pour ne pas nous y arrêter un moment.

La plupart des Obſervateurs qui nous en ont donné des relations, remarquent, avec étonnement, que lors de ſon apparition le temps étoit très-beau & le ciel parfaitement ſerein. Ils inſiſtent ſur cette circonſtance comme ſur quelque choſe de fort extraordinaire; cependant, cette circonſtance qui les a tant frappés, eſt précisément une condition néceſſaire, ſans laquelle ils n'auroient pu le voir; car les globes de feu ſe formant beaucoup au-deſſus de la région des nuages, dès que le temps eſt couvert, il eſt évident qu'on ne doit plus les voir; & lorſque dans cette circonſtance on les aperçoit, ce n'eſt que comme la lueur d'un éclair; ainſi qu'on l'a déjà obſervé pluſieurs fois. En effet, on aperçoit quelquefois un globe de feu dans différens endroits, très-éloignés les uns des autres, tandis que dans pluſieurs endroits intermédiaires, & où par conſéquent on devroit le voir de même, on ne l'aperçoit point du tout, ou on n'en voit que la lueur, à cauſe des nuages dont le ciel eſt couvert. De-là naît la vive ſurpriſe & l'épouvante qu'éprouvent ceux qui entendent le bruit inattendu de ſon exploſion. Or, comme l'apparition de ces globes eſt beaucoup plus fréquente qu'on ne le penſe, l'effet dont on vient de parler doit être auſſi bien moins rare qu'on ne pourroit l'imaginer. Je ſuis très-perſuadé en conſéquence, que c'eſt à leur exploſion qu'on doit rapporter ces bruits extraordinaires qu'on entend quelquefois, & que, faute d'en connoître la cauſe, on attribue mal-à-propos au tonnerre.

Mais quoi qu'il en ſoit, de cette conjecture, le témoignage

unanime de tant de personnes, & si éloignées les unes des autres, sur la beauté du ciel au moment où on vit le globe de Juillet, fournit une observation aussi curieuse qu'importante, relativement à la vaste étendue de pays où peut régner le même temps à la même heure & à la même minute; car il suit des observations de ce météore, que le 17 de Juillet dernier, vers les 10 heures $\frac{1}{2}$ du soir, à Paris, le ciel étoit très-serein dans un espace circulaire de près de 200 lieues de diamètre.

SECONDE PARTIE;

Dans laquelle on traite des apparences que les globes de feu nous présentent en général, & des conjectures qu'on a imaginées pour les expliquer.

AYANT exposé les circonstances les plus intéressantes du météore du 17 Juillet, & parlé de l'extrême rapidité de son mouvement, de sa grande hauteur & de son prodigieux volume, je pourrois passer outre; mais la crainte d'être taxé d'avoir voulu répandre du merveilleux sur ces sortes de phénomènes, m'a fait penser que je devois, pour ma justification, dire un mot de ce que plusieurs Savans illustres ont rapporté sur ces mêmes circonstances, observées dans quelques-uns de ces météores. On verra qu'elles n'ont pas moins lieu de surprendre que celles du météore, objet de ce Mémoire.

En 1676, un globe de feu volant, partant de la Dalmatie, passa par-dessus une partie de l'Italie, & alla éclater sur les côtes de Corse. Le célèbre *Montanari* trouva, par ses calculs, qu'il avoit parcouru 160 milles en une minute, ou que sa vîtesse étoit de près de 3 milles par seconde; que sa hauteur étoit de 38 milles, & son diamètre de près d'un demi-mille. Ce globe produisit un bruit affreux dans son explosion, qui fut suivi du second bruit dont j'ai fait mention.

En 1719, un globe de feu qui fut aperçu en Écosse, en France & en Hollande, alla éclater dans la province de Cornouailles *(f)*,

(f) Je fixe son explosion au-dessus de ce Comté, malgré l'autorité du savant Astronome que je cite ici, qui la met plus au Sud, parce que le grand bruit qu'on y a entendu, suivi du *second bruit plus clair*, &c. me paroît prouver que c'est véritablement au-dessus de ce Comté qu'elle s'est faite.

en Angleterre. Le ſavant Halley, qui nous en a donné la relation; dit qu'il parcouroit 5 milles par ſeconde, qu'il étoit à 60 milles de hauteur, & que ſon diamètre avoit près d'un mille & demi; il ajoute, qu'on entendit, après ſon exploſion, un bruit ſi terrible, qu'on le compara à une bordée d'un des plus grands Vaiſſeaux de guerre. Ce bruit ne manqua pas d'être ſuivi de ce ſecond bruit, plus clair & plus foible, dont j'ai déjà tant parlé.

Enfin, ſelon ce que nous rapporte le Chevalier Pringle, du globe de feu de 1758, qui traverſa preſque toute l'Angleterre, du Sud au Nord; ſa vîteſſe étoit tellement rapide, qu'il parcouroit près de 25 milles par ſeconde; ſa hauteur fut, dans les premiers inſtans, de 90 milles, & il avoit plus d'un demi-mille de tour.

Il faut convenir que toutes ces déterminations de la hauteur; de la vîteſſe & de la grandeur de ces globes, n'ont pu être établies (par l'incertitude des obſervations dont j'ai fait mention) avec une auſſi grande préciſion qu'on pourroit le deſirer; mais, & M. Halley & le Chevalier Pringle ont eu ſoin, dans leurs calculs, de diminuer ce que donnoient les différentes obſervations, de manière à réduire les réſultats autant que la choſe étoit poſſible; & quant à la hauteur prodigieuſe que le Chevalier Pringle donne à ſon météore, elle eſt fondée ſur une obſervation qui, ayant été faite auprès de Dublin (dans un lieu dont le rayon viſuel étoit perpendiculaire à la route du météore), ſemble ne laiſſer aucun doute ſur l'exactitude de ſa détermination.

On imagine bien que les globes de feu ne ſe forment pas tous à une ſi prodigieuſe hauteur, ne ſe meuvent pas avec la même rapidité, enfin, n'ont pas un ſi énorme volume que ceux dont je viens de parler. Quelques-uns ſont ſtationnaires & ne paroiſſent pas ſi élevés; leur exploſion, pour l'ordinaire, n'eſt pas fort conſidérable; ils ſemblent pour la plupart ſe diſſiper peu-à-peu, en ne laiſſant après eux qu'un nuage blanchâtre.

On pourroit penſer, comme le fit autrefois un Homme célèbre, que ces météores ont une direction particulière; on ſe tromperoit, ils ſe meuvent dans tous les ſens, de haut en bas, de bas en haut, du midi au Nord, de l'Eſt à l'Oueſt, &c. mais ceux qui ſe meuvent avec l'extrême rapidité que j'ai rapportée, deſcendent tous vers la terre, dans une direction très-inclinée; ceux qui montent de bas

en haut ſemblent ſe mouvoir beaucoup plus lentement, ſoit parce que leur direction eſt contraire à la gravité, ſoit par quelqu'autre cauſe. Enfin, ces globes paroiſſent à toutes les heures du jour & de la nuit, & dans toutes les ſaiſons de l'année, en été, en hiver, au printemps, en automne. En vain, croyant qu'ils ſont produits par la chaleur, a-t-on ſuppoſé qu'ils paroiſſent plus ſouvent en été qu'en hiver : les obſervations, pour la plupart, ſemblent prouver le contraire. Il réſulte en effet de toutes celles que j'ai parcourues, & j'en ai parcouru beaucoup, qu'il paroît moins de globes de feu dans la première de ces ſaiſons que dans la ſeconde, ſoit par quelque cauſe inconnue, ſoit par la longueur des nuits d'hiver, qui compenſent ce qu'elles ont de moins favorable que les nuits d'été.

Ce ſeroit une entrepriſe immenſe & ſuperflue, que de prétendre rapporter dans le détail tout ce qu'on a obſervé ſur les globes de feu, mais je puis aſſurer, d'après un très-grand nombre de deſcriptions que j'ai examinées avec la plus grande attention, que ces globes, & particulièrement ceux qu'on appelle *globes de feu volans,* prennent naiſſance à une très-grande hauteur; que leur volume paroît d'abord très-peu conſidérable, & leur forme circulaire; qu'après s'être mus pendant quelques inſtans, on aperçoit la traînée de feu qui les ſuit ou qui les accompagne; qu'ayant achevé une partie de leur courſe, & étant près d'éclater, leur mouvement ſemble ſe ralentir; qu'ils ſe terminent preſque toujours par une eſpèce d'exploſion, où le globe ſe diviſe tantôt dans un grand, & tantôt dans un petit nombre de parties, qui éclatent à leur tour *(t)*: que c'eſt dans cet inſtant qu'on obſerve le redoublement de lumière qui a été ſi frappant à Paris dans le météore de Juillet; enfin, que quelque temps après cette double exploſion, on entend les deux bruits ſucceſſifs, qui en ſont les ſuites.

Ce que j'ai rapporté de la queue de ces météores & de leur forme, m'oblige à dire un mot de la reſſemblance qu'ils ont avec les comètes, & ſur laquelle on m'aura ſans doute prévenu. Cette

---

(t) On a pu voir dans ce que j'ai cité de l'Obſervateur de Fleury, qu'il vit éclater le globe en ſept ou huit globules de feu, & que celui de Melun entendit, après l'exploſion, ſept ou huit coups articulés.

reſſemblance eſt ſi frappante en effet *(u)* que je ne doute pas qu'elle n'ait donné lieu à l'opinion qui a fait ſi long-temps regarder ces aſtres comme des feux ſublunaires & appartenans à notre atmoſphère; car la queue de ces globes de feu, la figure ronde de leur partie antérieure, les feux dont cette partie eſt environnée, reſſemblans à la chevelure des comètes, tout dut conſpirer, dans les temps d'ignorance, à les faire prendre pour des corps de la même nature que ces aſtres. Et comme on les voyoit ſouvent éclater, ou ſe diſſiper dans l'atmoſphère, on crut qu'il en étoit de même des comètes. Il ne faut qu'ouvrir les Auteurs qui en ont écrit pour reconnoître la vraiſemblance de cette conjecture. Le célèbre Hévélius, dans ſa Cométographie, nous donne ſouvent pour des comètes, des feux qui ne ſont évidemment que les globes dont nous parlons; & le ſavant Wallis, trompé de même par leur apparence, nous annonce comme une comète un phénomène que l'on vit en Angleterre en 1676, & qui n'étoit cependant autre choſe qu'un globe de feu.

Après avoir expoſé les principaux phénomènes qu'on obſerve dans l'apparition des globes de feu, arrêtons-nous un moment pour conſidérer ces étonnans météores, & tout ce qu'ils nous préſentent d'extraordinaire.

L'imagination eſt épouvantée quand on penſe à des maſſes de feu d'un ſi énorme volume, & qui ſe meuvent avec une rapidité ſi prodigieuſe. On ne conçoit pas comment, dans des régions auſſi élevées que celles où ils prennent naiſſance, il peut ſe trouver & ſe raſſembler une auſſi grande quantité de matière inflammable; comment ces météores peuvent y acquérir un mouvement auſſi rapide; comment, dans des eſpaces où le froid eſt beaucoup plus grand que celui de nos plus rudes hivers, la matière qui les compoſe peut s'enflammer; quelle eſt la nature de cette matière, qui produiſant un feu ſi rare en apparence

(u) Dans le grand nombre d'obſervations que j'ai reçues ſur le météore qui a donné lieu à ce Mémoire, la plupart des Obſervateurs le comparent à une Comète.

paroît

paroît avoir cependant une si grande force d'explosion, &c. &c? Cette seule énumération, que je pourrois néanmoins pousser encore beaucoup plus loin, suffit pour faire voir combien il seroit téméraire d'entreprendre d'expliquer la cause de ces globes, & combien il est extraordinaire en même-temps qu'on ait avancé, qu'elle étoit bien connue des Physiciens: il n'y en a pas un de ceux qui ont entrepris de l'expliquer, qui ait seulement dit sur ce sujet des choses vraisemblables. J'en excepte toutefois l'illustre Halley, que j'ai déjà cité; & comme son hypothèse, quoique sujette à mille difficultés, a cependant une sorte de vraisemblance, je l'exposerai ici en peu de mots.

Ayant expliqué, par des raisons beaucoup plus ingénieuses que solides, comment des parties inflammables peuvent s'élever & se rassembler dans ces hautes régions, dont nous avons parlé, il entreprend ensuite de rendre raison de ce qu'on observe dans ces météores. L'hypothèse dont il part semble entièrement fondée sur l'opinion où l'on est que les étoiles tombantes sont l'effet d'une traînée de matière qui s'enflamme. Il suppose donc, dans ces régions élevées où les globes de feu se forment, une vaste traînée de matière inflammable, & que, prenant feu par une de ses extrémités, cette traînée nous présente, en s'enflammant successivement, toutes les différentes apparences que nous observons dans ces globes. Mais comment expliquer dans cette hypothèse l'inflammation de cette traînée dans des régions si froides? Comment cette inflammation se fait avec une rapidité si grande qu'elle parcourt six lieues & plus par seconde? Rien ici bas, si l'on en excepte l'électricité, ne peut nous donner l'idée d'une inflammation si rapide. Comment imaginer qu'il puisse se trouver dans ces régions une traînée de matière dont toutes les parties se trouvent, dans une si grande étendue, toujours dans la même direction, ou à peu-près? Je ne finirois pas, si je voulois rapporter tout ce qu'on pourroit objecter contre cette hypothèse.

Cependant il faut convenir qu'on observe différentes apparences dans les globes de feu, qui semblent lui être favorables. Lorsque la lumière de la queue de ces météores est passée, on

remarque preſque toujours une eſpèce de petit nuage blanchâtre qui lui ſuccède *(x)*. On obſerve le même nuage après la diſparition des globes de feu ſtationnaires qui, pour l'ordinaire, s'évanouiſſent ſans faire d'exploſion. Or, cette exploſion exceptée, ces derniers globes de feu nous préſentent à peu-près les mêmes apparences que les autres. Il y a donc lieu de penſer qu'ils ſont compoſés ou formés de la même ſubſtance, & par conſéquent que la tête & la queue de ces météores ſont en général de la même nature: je veux dire d'une ſubſtance qui, l'inflammation paſſée, laiſſe après elle une eſpèce de fumée ou de nuage blanchâtre. Que ſi ce nuage ne s'obſerve pas à la tête ou à la partie antérieure des globes qui font exploſion, il y a toute apparence que c'eſt uniquement parce que cette exploſion, en diviſant & répandant à une très-grande diſtance les parties qui compoſoient la tête du météore, les empêche par-là de pouvoir former aucune apparence de nuage, comme le font les globes ſtationnaires qui ordinairement n'éclatent pas, ainſi que nous l'avons déjà obſervé.

D'après cette conjecture ſur l'identité de ſubſtance des différentes parties du météore, on voit, en reprenant l'hypothèſe de Halley; que la première apparence du globe de feu doit être peu conſidérable; qu'elle doit avoir la forme circulaire, que la queue ne ſe doit faire apercevoir que lorſque l'inflammation a fait un certain progrès; que le foyer de cette inflammation devant naturellement avoir une lumière plus éclatante & plus vive que les parties poſtérieures, ou qui ont été déjà enflammées, la traînée, dans le point actuel de ſon inflammation, doit paroître d'un plus grand diamètre, ou d'un plus grand volume que ſes parties poſtérieures; & ainſi, que cette traînée, par l'inflammation ſucceſſive de ſes parties, préſentera toujours une forme conique plus ou moins étendue, & ſemblable à l'eſpèce de queue que nous obſervons dans les globes de feu. Je dois dire encore qu'on

(x) L'obſervateur de Melun, remarque, qu'après l'exploſion du globe, il vit quelques particules de feu, qui s'écartèrent d'environ 15 à 16 pouces du centre de l'exploſion, & qui bordoient *un cordon de fumée très-blanc*, de 18 à 20 pieds de long, ſur 3 pouces de large.

a ſouvent vu les queues de ces globes faire exploſion comme le globe même : nouvelle preuve de l'identité de leur ſubſtance. Je pourrois étendre davantage cette comparaiſon, entre les divers phénomènes réſultans de cette traînée, ſucceſſivement enflammée, & ce que nous remarquons dans les globes de feu ; je pourrois même faire voir qu'ils ont beaucoup de rapport avec quelques-uns de ceux qu'on obſerve dans l'électricité ; mais je me garderai bien de pouſſer plus loin mes conjectures en faveur d'une hypothèſe qui, malgré ce que je viens de dire pour l'appuyer, comporte encore tant de difficultés. Nous ne devons jamais oublier les nombreuſes & vaines explications qu'on a données de la foudre. Un grand homme eſt venu, qui par une expérience hardie a renverſé en un inſtant toutes ces chimères, en faiſant voir qu'elle eſt uniquement l'effet d'une violente électricité dans les nuages.

L'atmoſphère eſt un vaſte laboratoire Chimique où ſe font mille différentes combinaiſons, dont nous ne connoiſſons encore qu'un très-petit nombre de réſultats. C'eſt du temps qu'il faut eſpérer la connoiſſance des autres. Amaſſons toujours des obſervations, ſans nous preſſer d'en tirer des conſéquences & d'expliquer des phénomènes ſur leſquels nous avons aujourd'hui ſi peu de lumières. Que dis-je, nous ne connoiſſons pas même encore la hauteur de cette atmoſphère où ils ſe forment ; car, toujours bornés dans notre manière de concevoir les choſes, nous avons voulu trop gratuitement en fixer les limites, & nous avons ſuppoſé, auſſi mal-à-propos, que dans ces hautes régions, il ne pouvoit pas ſe former des phénomènes dont nous n'avons que peu de connoiſſance. Un de mes confrères, que pluſieurs Souverains ont voulu nous enlever, a dit dans la Préface de l'Encyclopédie, que plus nous faiſions de progrès dans la Philoſophie & dans les Sciences, plus nous nous rapprochions des Anciens. Il ſeroit aſſez extraordinaire, & cependant ce temps n'eſt peut-être pas fort éloigné, qu'on reconnût enfin la vérité de ce qu'ils ont dit autrefois ſur cette région de feu, qu'ils avoient placée au-deſſus des nuages ; & qu'elle ſe trouvât être au moins celle où ſe forment les étoiles tombantes, les globes de feu, les aurores boréales, & autres météores ignés.

Mais il eſt temps de terminer ce Mémoire. Cependant, avant de finir, je ne puis m'empêcher de remarquer que ſi tout ce que nous ſavons des globes de feu & autres météores de ce genre, ſe borne preſque à des connoiſſances hiſtoriques, ſans que nous en connoiſſions les cauſes; l'indifférence avec laquelle les peuples des pays policés les conſidèrent aujourd'hui, montre combien nous devons au progrès des Sciences & de l'eſprit Philoſophique, qui nous ont délivré des vaines terreurs qui ſont toujours le partage de l'ignorance & de la ſuperſtition.

EXPLICATION DES PLANCHES.

LA *première* contient une petite partie de la France & de l'Angleterre, priſe ſur la Carte de l'Europe de M. d'Anville; on voit, dans le comté de Suſſex, près des confins de celui de Surrey, l'endroit au-deſſus duquel il ſemble que le météore ait pris naiſſance; & dans l'Iſle de France, auprès de Melun, celui au-deſſus duquel il paroît qu'il a éclaté.

La ſeconde Planche repréſente les différentes apparences ſous leſquelles on l'a vu.

La première Figure A, celle de forme batavique, qu'il avoit avant d'éclater.

La ſeconde B, celle de poire, qu'il prit preſqu'à l'inſtant de ſon exploſion.

La troiſième D, repréſente le météore tel que l'a vu M. *Landſman,* (Profeſſeur de Fortifications à l'École Militaire) ſur les Boulevards neufs, quelque temps avant d'éclater.



THÉORÈMES SUR LES QUADRATURES.

Par M. le Marquis DE CONDORCET.

THÉORÈME PREMIER.

Soit $Ay^2 + By + C = 0$, l'Équation d'une courbe, & par conséquent $\frac{-B + \sqrt{(B^2 - 4AC)}}{2A} dx$ l'élément de l'aire; je dis que si je fais $B^2 - 4AC = 4C'$, je pourrai toujours trouver une fonction rationnelle de x & de z, qui soit une différentielle exacte, & telle que mettant $\sqrt{(C')}$ au lieu de z, & au lieu de dz sa valeur, elle deviendra $\frac{\sqrt{(C')}}{A} dx$, & que par conséquent l'intégration de $\frac{B + \sqrt{(B^2 - 4AC)}}{2A}$ sera rappelée aux fonctions rationnelles.

DÉMONSTRATION.

Soit $\frac{Pdx + Qdz}{R}$ la fonction cherchée & qui doit être une différentielle exacte; il est clair:

1.° Que je puis supposer que R ne contienne que des puissances paires de z; en effet, supposant qu'il en contienne d'impaires, il n'y auroit, le degré de z étant n, qu'à multiplier haut & bas par une fonction du degré n, avec des coëfficiens indéterminés en x; alors le degré de z seroit $2n$ dans R, & il y auroit un nombre n de termes où z seroit à une puissance impaire; supposant nuls les coëfficiens de ces termes, on aura n équations linéaires pour déterminer les n coëfficiens arbitraires; donc on pourra toujours satisfaire à ces n conditions.

2.° Que puisqu'après la substitution, $\frac{Pdx + Qdz}{R}$ doit devenir

$\frac{\sqrt{(C')}}{A}$ ou $\frac{z}{A}$, P doit être de la forme $(a + bz^2 + cz^4 \ldots)z$ & Q de la forme $a' + b'z^2 + c'z^4$, & par conséquent faisant $P = P'z$ que dans $\frac{zP'dx + Qdz}{R}$ P'; Q, R seront des fonctions paires de z, ce qui est encore confirmé, parce que si R est une fonction paire & qu'on ait.................
$\frac{(P'z + P'')dx + (Q + Q'z)dz}{R}$ une différentielle exacte, P', P'', Q & Q' étant des fonctions paires, il faut alors que $\frac{P'zdx + Qdz}{R}$ & $\frac{P''dx + Q'zdz}{R}$ soient chacune des différentielles exactes.

3.° Que pour que $\frac{P'zdx + Qdz}{R}$ soit différentielle exacte, ce qui donne l'équation de condition $RP' + Rz\frac{dP'}{dz} - P'z\frac{dR}{dz} = R\frac{dQ}{dx} - Q\frac{dR}{dx}$; il faut que P' étant $a + bz^2 + cz^4$ &c. & Q, $a' + b'z^2 + c'z^4$ &c. x, soit d'un degré plus élevé dans a', b', c', &c. que dans a, b, c, &c.

Cela posé, supposons que R soit par rapport à z^2 du degré n'; que m étant le degré de la fonction C', le coëfficient de $z^{2n'}$ dans R soit constant; que celui de $z^{2n'-2}$ soit du degré m, en sorte que celui du terme sans z, soit du degré $n'm$; que semblablement $2n$ soit la plus haute puissance de z, dans P' & Q'; que le coëfficient de z^{2n} dans P' soit constant, celui de z^{2n-2} du degré m, & a du degré nm; que dans Q le coëfficient de z^{2n} soit du premier degré, celui de z^{2n-2} du degré $m + 1$, & a' du degré $nm + 1$; on trouvera que d'après ces suppositions le nombre des conditions:

1.° Pour que $\frac{P'zdx + Qdz}{R}$ soit une différentielle exacte, est $\frac{n + n' + 1 . nm + n'm + 2}{2}$;

2.° Pour que $\frac{P'zdx + Qdz}{R}$ devienne $\frac{z}{A}dx$, après la

ſubſtitution, eſt $nm + m + m'$, m' étant le degré où monte A. Mais le nombre des coëfficiens indéterminés, eſt

$$\text{dans } P' \ \frac{n+1 . nm+2}{2},$$

$$\text{dans } Q \ \frac{n+1 . nm+4}{2},$$

$$\text{\& dans } R \ \frac{n'+1 . n'm+2}{2} - 1.$$

Donc, puiſqu'on peut prendre n, & n' auſſi grands qu'on veut, il ſuffit (pour que le nombre des coëfficiens ſurpaſſe celui des équations) que $m . n^2 + \frac{mn'^2}{2}$ ſurpaſſe $\frac{m^2}{2} n^2 + 2nn' + n'^2$, d'une quantité de l'ordre n'^2 qui ſoit plus grande que $pn + qn' + r$, p, q, r, étant des nombres entiers déterminés; or c'eſt ce qui eſt toujours poſſible; donc $\frac{P'z\,dx + Q\,dx}{R}$ peut être une différentielle exacte, & en même-temps devenir $\frac{\sqrt{(C)}}{A}$. Donc, &c.

REMARQUE.

On voit qu'on peut trouver une infinité de fonctions P, Q, R, &c. qui ſatisfaſſent aux conditions; & cela eſt une ſuite de la nature du Problème, puiſqu'il a toujours pour chaque fonction de x une infinité de fonctions de x & z, qui deviennent cette même fonction, en y faiſant $z^2 = C$.

Mais ſi A eſt cette fonction rationnelle & entière de x, par exemple, & que $a + bz^2 + cz^4$, &c. repréſente A, il faut, ſi a, b, c, &c. ſont d'un degré plus élevé que A, que a étant du degré p, b ſoit du degré $p - m$, c du degré $p - 2m$, & ſans quoi il y auroit dans la fonction qui réſulte après la ſubſtitution des termes en x, d'un degré plus élevé que A, qu'on ne pourroit ſuppoſer égaux à zéro, ſans rabaiſſer le degré des a, b, c, ce qui eſt contre l'hypothèſe.

THÉORÈME II.

Soit l'équation $Ay^3 + By^2 + Cy + D = 0$,

où A eſt conſtant, B du premier degré, C du ſecond, & D du troiſième. Je dis qu'on peut toujours trouver une fonction rationnelle de x & de y, qui ſoit une différentielle exacte, & qui devienne $y\,dx$, en y mettant pour y^3 & dy leurs valeurs.

DÉMONSTRATION.

Soit $\frac{Pdx + Qdy}{R}$ cette fonction différentielle. On voit d'abord que P doit être plus élevé d'un degré, par rapport à y, & Q par rapport à x, ſans quoi on ne pourroit ſatisfaire à l'équation de condition. Suppoſons donc que n' ſoit le degré de R, $n + 1$ celui de P & de Q, en ſorte que P contienne y^{n+1}, & Q, x^{n+1}. D'abord, le nombre des équations de comparaiſon entre les coëfficiens que produit la condition d'être une différentielle exacte ſera $\frac{n + n' + 1 \,.\, n + n' + 2}{2}$,

Enſuite le nombre des équations de condition qui naîtra de la ſuppoſition que la fonction devienne y, après la ſubſtitution, ſe trouvera ainſi. Soit $\frac{dy}{dx} = \frac{B'y^2 + C'y + D'}{B''y^2 + C''y + D''}$ où B' eſt conſtant ainſi que B'', C' & C'' ſont du premier degré, & D' & D'' du ſecond; on aura $P + Q\,\frac{B'y^2 + C'y + D'}{B''y^2 + C''y + D''}$ $- Ry = 0$.

Nous aurons, après avoir fait diſparoître le dénominateur, y, qui montera au degré $n + 3$; donc, mettant ſucceſſivement pour y^3 ſa valeur, nous aurons une fonction $a''y^2 + b''y + c''$, qui devra être nulle identiquement, & où a'' montera au $n + 1$ degré, b'' au $n + 2$ degrés, C'' au degré $n + 3$; donc, les conditions ne ſeront qu'au nombre de $3n + 6$.

Maintenant, celui des coëfficiens indéterminés eſt, pour le numérateur $n + 1 \,.\, n + 2 + 2n + 2 - 1$, & pour le dénominateur $\frac{n' + 1 \,.\, n' + 2}{2} - 1$.

Donc, puiſque n' & n ſont des nombres indéterminés qu'on peut prendre auſſi grands qu'on veut, comparant les termes où ils

ils montent au ſecond degré, on aura, pour le nombre des indéterminées $n^2 + \frac{n'^2}{2}$, & pour celui des conditions..... $\frac{n^2 + 2nn' + n^2}{2}$. Donc, on peut prendre n telle que la première ſurpaſſe la ſeconde d'une quantité plus grande que $pn + qn' + r$; p, q, r étant des nombres déterminés; donc, le nombre des indéterminées ſurpaſſera celui des équations; donc, &c.

THÉORÈME III.

Si on a une équation $Ay^m + By^{m-1} + Cy^{m-2} \ldots\ldots + S = 0$, où A ſoit conſtant, B du premier ordre, C du ſecond, & S du $m.^e$, on pourra toujours trouver une fonction rationnelle de y & de x, qui ſoit une différentielle exacte, & qui devienne $y\,dx$, lorſque l'on y met au lieu de y^m & de dy leurs valeurs.

DÉMONSTRATION.

Soit $\frac{Pdx + Qdy}{R}$ la différentielle exacte, $n + 1$ le degré de P & de Q, où P ſeulement contient y^{n+1}, & Q, x^{n+1}.

Il eſt clair d'abord que le nombre des équations de condition, pour qu'elle ſoit une différentielle exacte, ſera $\frac{n + n' + 1 \,.\, n + n' + 2}{2}$.

Pour trouver les conditions qui ont lieu lorſque $\frac{Pdx + Qdy}{R}$ devient $y\,dx$ après la ſubſtitution, j'obſerve que...........
$\frac{dy}{dx} = \frac{B'y^{m-1} + C'y^{m-2} + D'y^{m-3} \ldots + S'}{B''y^{m-1} + C''y^{m-2} \ldots\ldots\ldots\ldots + S''}$; or, B' & B'' ſont des conſtantes, C' & C'' des fonctions du premier degré & S', S'' des fonctions du degré $m - 1$. Donc, on aura

$$P(B''y^{m-1} \ldots\ldots + S'') + Q\,(B'y^{m-1} \ldots\ldots + S') - yR\,(B''y^{m-1} \ldots\ldots + S'') = 0.$$

Dans cette fonction, qui doit être nulle identiquement après la ſubſtitution, le plus haut degré de y eſt y^{n+m}; donc, mettant

ſucceſſivement pour y^m ſa valeur, nous aurons une fonction $B'''y^{m-1} + C'''y^{m-2} \ldots\ldots + S'''$, qui ſera nulle identiquement; or, dans cette fonction B''' eſt du degré $n + 1$, C''' du degré $n + 2$, S''' du degré $n + m$. Donc le nombre des termes, & par conſéquent celui des conditions, ſera $nm + \frac{m+1 . m+2}{2}$, où n ne monte qu'au premier degré.

D'un autre côté, le nombre des coëfficiens indéterminés eſt dans P & dans Q, $n + 1 . n + 2 + 2(n - 1)$, & dans R $\frac{n'+1 . n'+2}{2}$. Comparant donc les termes où les n montent à la ſeconde puiſſance, on aura $n^2 + \frac{n'^2}{2}$ pour le nombre des indéterminées, & $\frac{n^2 + 2nn' + n'^2}{2}$ pour celui des conditions; donc, on pourra prendre n & n' aſſez grand pour que le premier de ces nombres ſurpaſſe l'autre d'une quantité plus grande que $pn + qn + r$; p, q, r, étant des nombres déterminés; donc, on peut faire en ſorte que le nombre des coëfficiens ſurpaſſe celui des conditions. Donc, &c.

REMARQUE.

Nous avons ſuppoſé ici que l'équation en y avoit tous ſes termes, parce qu'il eſt toujours poſſible d'y rappeler toute équation, à l'aide d'une ſubſtitution. Cette condition n'eſt pas néceſſaire, comme on l'a vu dans le Théorème I.er, mais elle rend plus facile la démonſtration de la généralité de cette méthode de réduire toutes les quadratures à l'intégration de fonctions rationnelles.

Ces trois Théorèmes ont été lûs à l'Académie en 1771; le reſte a été ajouté depuis.

THÉORÈME IV.

Soit $e^x y\,dx$, & y donné par une équation $Ay^m + By^{m-1} + Cy^{m-2} \ldots + S$, je dis qu'on pourra toujours trouver $\frac{Pdx + Qdy}{R}$ tel que $e^x \frac{Pdx + Qdy}{R}$ ſoit une différentielle

exacte, & qu'en y mettant pour y^m & dy, leurs valeurs, cette fonction devienne $e^x y dx$.

DÉMONSTRATION.

En faisant pour les fonctions P, Q, R, A, B, C, &c. les mêmes suppositions que dans le Théorème précédent, on aura l'équation de condition, pour que $e^x \frac{Pdx + Qdy}{R}$ soit une différentielle exacte, $QR + \frac{RdQ}{dx} - \frac{QdR}{dx} = \frac{RdP}{dy} - \frac{PdR}{dy}$. Donc, puisque cette équation contient QR, il faudra que P étant une fonction du degré $n + 1$, sans x^{n+1}, Q soit du degré n, & le nombre des équations entre les coëfficiens constans, sera $\frac{n + n' + 1 \cdot n + n' + 2}{2}$ comme ci-dessus, la valeur de dy sera de la même forme, & la condition que $\frac{Pdx + Qdy}{R}$ devienne ydx après la substitution, donnera le même nombre d'équations entre les coëfficiens. Or, le nombre qui exprimera celui des indéterminées sera le même encore moins $n + 1$; donc, en comparant dans les fonctions qui expriment le nombre des indéterminées & celui des équations, les nombres où les n montent au second degré, on en tirera les mêmes résultats que dans le Théorème précédent.

PREMIÈRE REMARQUE.

La forme précédente n'est pas assez générale pour représenter toutes les fonctions $e^x, X' dX$ où X & X' seroient des fonctions algébriques de x; pour les représenter en général, supposons que nous ayons X en X', & que nous fassions

$X = ax + by + c$ & $X' = a'x + b'y + c'$;

nous aurons, à cause de l'équation entre X' & X, une équation en y & x, qui aura tous ses termes, & la proposée deviendra $e^{ax+by}(a'x + b'y + c')adx + bdy$. Ainsi il faudra chercher si on peut trouver une fonction qui soit une différentielle

exacte, & qui soit telle que sa forme étant $e^{ax+by}\,\frac{Pdx + Qdy}{R}$, $\frac{Pdx + Qdy}{R}$ devienne $a'x + b'y + c' \times adx + bdy$. Or, on voit que pour satisfaire à la première condition, on peut supposer R une fonction du degré n' ayant tous ses termes, P & Q chacun des fonctions du degré n, & que, dans la fonction qui exprime le nombre des indéterminées, les termes où les n sont au second degré, est toujours $n^2 + \frac{n'^2}{2}$, au lieu que pour les conditions, le même terme est $\frac{n^2 + 2nn' + n'^2}{2}$. Ensuite $\frac{dy}{dx}$ étant de la forme $\frac{B'y^{m-1} + C'y^{m-2} \ldots + S'}{B''y^{m-1} + C''y^{m-2} \ldots + S''}$, on voit que la seconde condition devient

$$P(B''y^{m-1} \ldots + S'') + Q.(B'y^{m-1} \ldots + S') - R(a'x + b'y + c')(aB''y^{m-1} \ldots + 2S'' + bB'y^{m-1} \ldots + bS')$$

où les y ne montent qu'au degré y^{n+m-1}, & où par conséquent on a après la substitution de la valeur de y^m, une fonction nulle par elle-même,

$$B'''y^{m-1} + C'''y^{m-2} \ldots\ldots\ldots\ldots + S''',$$

dans laquelle B''' est du degré n, C''' du degré $n + 1$, S''' du degré $n + m$; donc, le nombre de tous les termes, & par conséquent des conditions, ne sera pas de l'ordre de n^2; donc, on pourra toujours prendre n assez grand pour que le nombre des indéterminées surpasse celui des conditions. Donc, &c.

DEUXIÈME REMARQUE.

La fonction, tant du Théorème IV que de la Remarque précédente, devient une fonction $e^x\,\frac{Pdx + Qdy}{R}$. Donc, intégrant par rapport à y, regardant x comme constant, on aura $e^x P'$ qui sera la véritable intégrale de la proposée, en y ajoutant, lorsque cela sera nécessaire, $\int e^x Q'dx$, Q' étant fonction rationnelle de x; soit $Q' = \frac{R'}{S'}$, & qu'on demande si on peut trouver une

fonction $e^x \frac{P''}{Q''}$, telle que sa différence égale $e^x \frac{R'}{S'} dx$. Il est aisé de voir que si on appelle n & n' le degré P'' & de Q'', on aura, m & m' étant les degrés de x dans R' & dans S', $n' + n + m$, ou $n + n' + m'$, conditions, & seulement $n + n'$ indéterminées. Donc en général, on ne pourra point trouver n, tel que le nombre des indéterminées surpasse celui des conditions; donc, &c. Si on cherchoit à déterminer P, Q, R, en sorte que Q' fût zéro; il est aisé de voir que cette détermination étant ajoutée à celle du Théorème ci-dessus, on ne pouvoit plus faire n tel qu'en général le nombre des coëfficiens surpassât celui des conditions.

THÉORÈME V.

Soit $e^z A dx$, tel que l'on ait $\frac{dz}{dx} = y$ donné en x par une équation du degré m avec tous ses termes, que A soit une fonction, ayant aussi tous ses termes, de x & de y, & qu'on cherche $e^z \frac{Pdx + Qdy + Rdz}{S}$ avec les conditions que cette fonction devienne une différentielle exacte, & telle qu'en y mettant pour dz, dy & y^m leurs valeurs, elle soit égale à $e^z A dx$. Je dis que l'on pourra toujours trouver une différentielle exacte par rapport à y & à x, mais qu'on ne la pourra point trouver par rapport à y & z, en sorte qu'il pourra rester une fonction $e^z \frac{P', dy + Q', dz}{R'}$, fonction sans x, & qui ne pourra être réduite par la méthode présente.

Iere PARTIE. Il est aisé de voir en effet qu'en conservant les mêmes dénominations que ci-dessus, la condition que $e^z \frac{Pdx + Qdy + Rdz}{S}$ devienne $e^z, A dx$ ne peut introduire qu'un nombre de conditions de l'ordre de n. 2.° Que R sera déterminé lorsque P, Q, S le seront, & que pour déterminer P, Q, on aura seulement, dans la fonction qui exprime le nombre des conditions, pour les termes, où les n sont au second degré,

$\frac{n^2 + 2n'n + n'n^2}{2}$, & que dans la fonction qui exprime le nombre des indéterminées, les mêmes termes seront $n^2 + \frac{n'n^2}{2}$; donc, on pourra toujours faire en sorte que le nombre des coëfficiens indéterminés surpasse celui des conditions.

IIeme PARTIE. Soit ensuite $e^z . \frac{P' dy + Q' dz}{R'}$, Q' étant sans z, ainsi que P', qui doit être une différentielle exacte, il est aisé de voir que le nombre des coëfficiens indéterminés ne peut surpasser celui des conditions que de quantités où les n ne montent pas au second degré, c'est-à-dire du nombre $n + 1$; mais pour que $e^z \frac{P' dy + Q' dz}{R'}$ devienne la quantité $e^z V dy$ sans x, en mettant pour dz & dy leurs valeurs en y, il est clair que le nombre de conditions sera plus grand que $n + 1$; donc, on ne pourra point faire, en géneral, que le nombre des indéterminées surpasse celui des équations.

PREMIÈRE REMARQUE.

En examinant la seconde Partie du Théorème précédent, on verra que si on a $e^{SXdx} X' dx$ à intégrer, X & X' étant rationnels, on ne pourra point en général faire en sorte que $e^{SXdx} \frac{P dx + Q dz}{R}$, $dz = X dx$ soit une différentielle exacte de x & z, qui devienne la proposée, en y mettant pour dz sa valeur.

SECONDE REMARQUE.

Si dans la fonction proposée ci-dessus, l'équation en y n'avoit pas tous ses termes, il faudroit faire une substitution semblable à celle du Théorème précédent, & même il est aisé de voir que cette supposition, sur la forme de l'équation en y, n'est pas nécessaire, mais qu'elle sert seulement à rendre la démonstration générale plus facile, parce que sans cela il faudroit, pour chaque

forme de l'équation en y, donner une forme différente aux fonctions P, Q, R.

THÉORÈME VI.

Soit une équation $A\,dx + B\,dy = 0$, A & B étant rationnels & entiers, & que je la multiplie par un facteur $\frac{\sqrt[n]{(A')}}{B'}$ qui la rende une différentielle exacte, il ne sera point possible, à quelque degré que l'on porte A' & B', de faire en sorte que le nombre des coëfficiens surpasse celui des conditions.

DÉMONSTRATION.

Le nombre des coëfficiens indéterminés est, en supposant A du degré n, & B du degré n', $\frac{n^2}{2} + \frac{n' n'^2}{2}$ en ne comptant que les termes où n monte à la seconde puissance. Le nombre des conditions sera $\frac{n^2 + 2nn' + n'^2}{2}$; donc, on ne pourra, en augmentant n, faire en sorte que le premier nombre surpasse toujours le second; donc, &c.

Si j'avois supposé le facteur donné par l'équation $dA' + (B'\,dx + C'\,dy)\,A' = 0$, $B'\,dx + C'\,dy$ étant une différentielle exacte, le résultat auroit été le même.

PREMIÈRE REMARQUE.

Par la même méthode, on trouvera que, quelle que soit la forme algébrique & finie qu'on suppose au facteur, soit pour cet ordre, soit pour les ordres supérieurs, on ne pourra point, à quelque degré qu'on le pousse, parvenir à avoir plus d'indéterminées que de conditions.

SECONDE REMARQUE.

On voit que cette méthode est générale pour toutes les questions de cette espèce, & qu'elle consiste à comparer dans les fonctions qui expriment, l'une les coëfficiens, l'autre les conditions, les termes où les nombres indéterminés sont à la plus haute puissance.

En effet, leur différence étant de même degré, on peut les ſuppoſer aſſez grands pour que cette différence ſurpaſſe une fonction quelconque des degrés inférieurs.

TROISIÈME REMARQUE.

De ce qu'on ne peut parvenir à rendre par cette méthode le nombre des coëfficiens plus grand que celui des équations, il ne s'enſuit pas que la fonction cherchée ſoit impoſſible ſous cette forme. On trouvera dans les Mémoires de 1772, un Mémoire qui roulera uniquement ſur la manière de diſtinguer, lorſque cette méthode-ci ne réuſſit pas, les circonſtances où la fonction eſt poſſible, & celles où elle eſt impoſſible.



MÉMOIRE

MÉMOIRE

Sur l'origine & la nature du Basalte à grandes colonnes polygones, déterminées par l'Histoire Naturelle de cette pierre, observée en Auvergne.

Par M. DESMAREST.

PREMIÈRE PARTIE.

AGRICOLA est le premier qui ait donné la dénomination de Basalte à ces assemblages de pierres noires, en forme de colonnes polygones, qu'il avoit trouvés à Stolpen en Saxe, & dans d'autres provinces d'Allemagne. Les Naturalistes Anglois, qui depuis Agricola ont décrit un des plus beaux monumens de ce genre, connu sous le nom de *Chaussée des Géans*, qu'on voit dans le comté d'Antrim en Irlande, ont aussi adopté cette même dénomination. Ces pierres prismatiques sont de deux sortes, ou d'une seule pièce dans toute leur longueur, ou formées par la réunion de plusieurs articulations qui s'emboîtent les unes dans les autres. Les prismes de Stolpen sont de la première espèce & ceux du comté d'Antrim sont de la seconde: chaque articulation des prismes de cette dernière espèce, a des concavités & des convexités qui s'adaptent très-exactement dans les convexités & dans les concavités des articulations supérieures & inférieures.

3 Juillet 1765 & 11 Mai 1771.

Ces colonnes polygones sont placées les unes à côté des autres, dans une situation verticale, & se touchent de telle sorte, que chaque prisme est environné d'autant de prismes qu'il a de côtés. Ces prismes ont depuis trois jusqu'à neuf faces; mais ceux de cinq, de six & de sept faces sont les plus communs, & ceux de trois, de quatre, de huit & de neuf, sont les plus rares: dans un même prisme les côtés sont très-inégaux, mais les côtés contigus de deux prismes sont toujours égaux. Les faces des prismes d'une seule pièce & celles des articulations séparées sont

fort unies & fort liſſes, comme ſi elles avoient été taillées & polies.

La pierre dont ſont compoſées ces colonnes polygones, eſt d'un grain ordinairement aſſez fin, parſemé de quelques points brillans vitreux; ſa couleur eſt tantôt noirâtre & tantôt d'un gris-cendré; elle eſt ordinairement aſſez dure pour faire feu avec l'acier, & fort ſouvent elle ne ſe laiſſe pas entamer par les outils les mieux trempés; elle prend un poli dont la beauté dépend de la fineſſe de ſon grain & de ſa dureté.

Tels ſont les principaux caractères du baſalte; telle eſt la régularité ſingulière de ſes formes, que les Minéralogiſtes Anglois & Allemands, ont décrites dans le plus grand détail. Ces phénomènes connus, ſi propres à piquer la curioſité, m'avoient depuis long-temps inſpiré le deſir de compléter les obſervations des Naturaliſtes qui en avoient été témoins, & d'inſiſter particulièrement ſur les circonſtances capables de décider, s'il étoit poſſible, l'origine & la nature de cette pierre, ſur leſquelles nous n'avions rien de précis. Je jetois de loin les yeux ſur la *Chauſſée des Géans ;* j'enviſageois cette maſſe comme le monument le plus curieux que nous euſſions en ce genre, & comme l'endroit où la Nature avoit marqué plus en grand les traces de ſes opérations, & répandu avec plus de profuſion, les variétés inſtructives qui décèlent ſouvent mieux que la régularité, les agens & les cauſes.

Je n'eſpérois pas que le centre de la France, m'offriroit tous ces objets avec les circonſtances les plus favorables pour déterminer l'origine & la nature du baſalte priſmatique. En 1763, je traverſai une partie de la province d'Auvergne, où l'on trouve des traces de volcans, & particulièrement depuis Volvic juſqu'aux Monts-Dor. Sur le chemin de Clermont au Puy-de-Dôme, vers le haut de la rampe qui conduit à la plate-forme de Prudelle, j'aperçus d'abord quelques priſmes d'une pierre noire & compacte, ſemblable à celle qui recouvroit une grande partie de la ſuperficie de la plate-forme. Ces priſmes qui ſe montroient autour des bords eſcarpés de Prudelle, étoient placés ſur un lit de ſcories & de terres cuites, & enfin ſur un maſſif de granite qui eſt à découvert dans les ſommets inférieurs à la pointe de Prudelle, & à la plate-forme contiguë.

Un peu plus loin, je trouvai d'autres prismes encore plus réguliers, & dont quelques débris servoient à ferrer la grande route. Ils appartenoient à cette croûte de pierre noire dont j'ai parlé, laquelle recouvre jusqu'à la *Baraque*, la plaine haute qui conduit au pied du Puy-de-Dôme. Je fis ces deux remarques en allant à cette montagne fameuse : occupé d'une infinité d'objets intéressans, je ne tirai aucune conséquence de cette première apparition des prismes; leur effet fut seulement de me rendre attentif aux phénomènes semblables qui pourroient se rencontrer dans tout le trajet que j'avois à parcourir.

Mais je restai peu dans le doute à ce sujet. Comme au retour du Puy-de-Dôme, j'avois suivi la croûte pierreuse, dont les prismes faisoient partie, j'y avois reconnu le caractère des laves compactes & à grain serré. Considérant ensuite le peu d'épaisseur de cette croûte qui étoit établie sur un lit de scories, & qui, prenant son origine au pied des montagnes dont la forme & les matériaux annonçoient des cheminées de volcans, avoit recouvert un massif de granite non altéré par le feu; elle se présenta tout aussi-tôt à mon esprit, comme le produit d'un courant sorti d'un volcan voisin. J'en déterminai, d'après cette première idée, les limites latérales & les extrémités les plus éloignées: je retrouvai les prismes qui m'offroient dans son épaisseur leurs faces & leurs arêtes & à sa surface me montroient leurs bases, bien distinctes les unes des autres. Je fus très-porté à croire que le basalte prismatique pouvoit appartenir aux productions des volcans, & que cette forme constante & régulière étoit la suite de l'ancien état de fusion où la lave s'étoit trouvée.

Je ne pensai plus qu'à multiplier les observations & je suivis cet objet dans l'intention de constater d'abord les vraies circonstances du phénomène, & ensuite sa conformité avec ce que nous offroit le comté d'Antrim : conformité qui exigeoit encore d'autres points de ressemblance.

Enfin les courses que je fis aux environs de Clermont, me procurèrent une observation correspondante à la première, très-facile à vérifier & en même-temps revêtue de toutes les circonstances les plus décisives. En face des fontaines de Royat, est une

large brèche que le ruiſſeau de la Font-de-l'arbre, a faite dans un courant échappé du flanc ſeptentrional de la montagne de Graveneire. Sur les bords de cette coupure, on voit des priſmes dont les formes ſont aſſez décidées, & même on diſtingue dans quelques uns des ébauches d'articulations. Si l'on remonte enſuite des fontaines de Royat, le long des croupes qui conduiſent au foyer de Graveneire, on parvient juſqu'à la bouche de ce volcan, en ſuivant les courans de laves & les amas de ſcories qui les accompagnent. Après cet examen on ne doute plus que ces priſmes de Royat, qui ſont partie du courant, ne ſoient une lave & un produit du volcan de Graveneire: on ſe confirme dans ce ſentiment, en examinant, dans les environs des priſmes, le ſol intact ſur lequel les matières fondues ont couru & ſe ſont refroidies; enfin en comparant toutes les circonſtances de l'obſervation de Prudelle avec celle de Royat, comme le grain de la pierre, ſa couleur, les ſcories & les terres cuites qui lui ſervent de lit.

Je ſuis ici les différens progrès de mes obſervations & de ma découverte qui ne s'établit que par des faits diſcutés & comparés avec le plus grand ſoin. La route de Clermont aux Monts-Dor, me préſenta des priſmes réguliers & toujours à peu-près dans les mêmes circonſtances, c'eſt-à-dire à l'extrémité & ſur les bords des courans de matières fondues, dont la direction conduiſoit par une rampe plus ou moins rapide, juſqu'au centre des éruptions. Ce fut dans les environs de Saint-Geneſt, & ſur-tout dans l'épaiſſeur des bords eſcarpés de la Dordogne, que je reconnus le baſalte priſmatique en couches plus ou moins épaiſſes & ſéparées par des amas de ſcories, de ponces, de terres cuites & de tripoli; une montagne entière me parut, en allant à la croix du Mont-Dor, compoſée d'un aſſemblage de priſmes placés à côté les uns des autres: c'eſt la montagne de Ladrebiſe. Enfin, les environs de la petite ville de Rochefort, achevèrent de m'offrir à l'extrémité de pluſieurs courans, toutes les variétés des formes priſmatiques & ſur-tout les articulations.

Je ne doutai plus, après ces obſervations ſi variées & ſi multipliées, que les aſſemblages des colonnes priſmatiques d'Auvergne n'appartinſſent à la même conformation que ceux du comté

d'Antrim, & que cette forme conſtante & régulière ne fût produite dans le comté d'Antrim par une cauſe ſemblable à celle qui s'annonçoit d'une manière ſi uniforme en Auvergne. Ce qui acheva de me convaincre de ces vérités, ce furent 1.° la comparaiſon de la pierre des priſmes d'Auvergne avec celle des priſmes de la Chauſſée des Géans, dont M. de Montigny, de cette Académie, m'avoit montré un échantillon qui avoit le même grain, la même couleur & la même dureté que le baſalte d'Auvergne; 2.° la vue de la Chauſſée des Géans, dans les deux eſtampes de M. Drury, qui ont pour fond pluſieurs croupes de montagnes, dont l'aſpect préſente un caractère de reſſemblance très-ſenſible avec les vallées des environs du Mont-Dor.

Je tirai de cette conformité reconnue, & des faits qui ſervoient à l'établir, une conſéquence que la force de l'analogie m'autoriſoit à tirer: cette conſéquence me fit voir, dans la Chauſſée des Géans & dans toutes les maſſes priſmatiques qui ſe montrent ſur les bords eſcarpés de la mer en Irlande, en un mot, dans les ſommets tronqués qu'on y aperçoit, l'ouvrage des éruptions d'un ou de pluſieurs volcans qui ſe ſont éteints comme ceux d'Auvergne. Bien plus, je me perſuadai qu'en général ces aſſemblages de colonnes polygones étoient une preuve infaillible d'un ancien volcan, pourvu cependant que la pierre qui compoſe les priſmes ait un grain ſerré, parſemé de points brillans, & une couleur noire ou griſe.

J'avois analyſé tous ces faits & achevé la comparaiſon de deux phénomènes qui portoient l'empreinte du même produit du feu, lorſque je revins paſſer l'hiver de 1764 à Paris. Je fis part à M. de Balainvilliers, Intendant d'Auvergne, des motifs d'utilité & de curioſité qui pouvoient le déterminer à faire exécuter des opérations géographiques ſuivies dans cette partie de l'Auvergne, ravagée par les volcans. J'eus la ſatisfaction de voir qu'il agréoit le plan de travail que je lui propoſai.

En conſéquence, il fut réſolu de lever la Carte de la partie de l'Auvergne, compriſe depuis Volvic juſqu'au-delà du Mont-Dor. M. Paſumot, Ingénieur-Géographe du Roi, qui a d'ailleurs des connoiſſances étendues ſur la Minéralogie, ſe chargea de

l'exécution de ce projet. Je lui communiquai le précis de mes obſervations, & il ſe livra, dans tout le courant de l'été de 1764, au travail de la Carte, avec beaucoup de zèle & de ſuccès. Les courſes que nous avons faites enſemble nous ont mis à portée de revoir les mêmes phénomènes des baſaltes priſmatiques, dans les mêmes circonſtances & avec les variétés les plus inſtructives. Nous ſommes en état d'indiquer un grand nombre d'endroits où l'on trouve des maſſes de priſmes réguliers & irréguliers, dans une ſituation verticale ou horizontale, ou inclinée à l'horizon, depuis 1 juſqu'à 100 & 150 pieds d'une ſeule pièce, & depuis 1 pouce juſqu'à 5, 7 & 12 pieds de diamètre; en ſorte que nous avons trouvé & indiqué ſur la Carte de la partie d'Auvergne qu'on a levée, plus de variétés dans les priſmes qu'on n'en a décrit & deſſiné dans ceux de la chauſſée des Géans ou ailleurs; & ces priſmes ſont conſtamment formés d'une pierre qui porte par-tout les marques inconteſtables d'une production de volcan, & par ſon grain & par ſa poſition.

C'eſt pour préſenter ce genre de preuves dans tout ſon jour, que je vais ſuivre ici, quoique rapidement, les principales maſſes de baſalte priſmatique, diſtribuées dans différens cantons de l'Auvergne; je les partagerai relativement à leur forme & à leur diſpoſition en trois articles différens. Dans le premier, je parlerai des priſmes articulés: dans le ſecond, je ferai mention des priſmes horizontaux ou inclinés à l'horizon: dans le troiſième, j'indiquerai les endroits où ſe trouvent les priſmes d'une ſeule pièce, verticaux, réguliers & irréguliers *(a)*.

1.° Les priſmes articulés ſont les plus rares; nous les avons obſervés au Puy-de-Crau proche Olby. On trouve ſur les croupes de ce Puy, beaucoup d'articulations culbutées, à côté deſquelles il ſubſiſte encore quelques rangées de priſmes articulés dans une ſituation verticale. A Rochefort, au pied de la butte du vieux

(a) Je me borne dans ce Mémoire à une indication rapide des maſſes priſmatiques. Je me propoſe de préſenter ces obſervations avec tous les détails inſtructifs que j'ai recueillis dans un ouvrage particulier qui contiendra la deſcription des opérations de la Nature relatives aux volcans, & qui ſera accompagné de cartes où tout ſera figuré par des caractères diſtinctifs.

château de cette petite ville *(b)*, on peut en voir de beaux groupes: de même, entre Rochefort & le village de Chez-Dias, on rencontre des articulations déplacées, très-nombreuſes, & pluſieurs maſſes de priſmes articulés en place. La baſe du château de Murat-le-Quaire n'eſt qu'un aſſemblage de priſmes articulés, plus ou moins réguliers, mais dont certaines articulations à peine ébauchées ſont très-inſtructives. Au Puy-de-la-Malroche, ſitué au Nord-Oueſt de Murat-le-Quaire, les articulations ſont très-parfaites & ſe reconnoiſſent aiſément ſur le ſommet & ſur les croupes de cette grande maſſe, vraiment intéreſſante. A la Tour-d'Auvergne, le vieux château & le Champ-de-foire ſont établis ſur des maſſifs en terraſſe, formés par un aſſemblage immenſe de priſmes articulés *(c)*. Les bords du ruiſſeau de Burande, depuis le village de Sarſenat juſqu'au moulin, & les environs du Bouſquet m'ont préſenté des rideaux de priſmes articulés, très-beaux & très-réguliers; à Chaſtreix, à Chauvet & à Picherande, quelques priſmes ſont articulés à côté d'autres aſſemblages de priſmes d'une ſeule pièce. Toute la maſſe du Puy de Mont-Redon, au Nord-Eſt de Beſſe, eſt compoſée de priſmes articulés, plus ou moins réguliers, & dont quelques maſſes ſont horizontales: la montagne alongée du Treuil, proche le Puy-de-Canche, en offre, ſur ſa face méridionale, un rideau dont une grande partie a éprouvé un éboulement conſidérable. A l'Eſt de la montagne de Saint-Sandoux & au Creſt près de Talande, on voit deſſous les ruines de l'ancien château, des priſmes articulés; enfin, tout le ſommet de Mont-Redon proche le village de Ponteix & à côté du courant de la Serre, eſt couvert de quilles priſmatiques articulées. J'obſerverai ici que ces aſſemblages de priſmes appartiennent la plupart à des courans bien viſibles & bien ſuivis; d'autres qui ſont partie de maſſes iſolées, peuvent ſe raccorder très-aiſément avec les courans voiſins. Tel

(b) On peut voir une articulation de ces priſmes dans la cour de M. Boutin, Receveur général, qui a pris un grand intérêt à toutes les opérations que nous avons faites en Auvergne.

(c) On voit pluſieurs articulations de ces priſmes au Cabinet du Jardin du Roi, ainſi que de celles de Sarſenat; & la vue du château de la Tour d'Auvergne, fait partie des planches de l'Encyclopédie ſur l'Hiſtoire Naturelle, *Tome VI.*

eſt le ſommet iſolé de Mont-Redon proche Ponteix, & celui du Puy de Mont-Redon proche Beſſe.

Je puis indiquer pluſieurs maſſes de priſmes articulés, qui ne ſont pas compriſes dans l'étendue de la Carte jointe à ce Mémoire. Le long du canal de l'Allier, au-deſſus de Langeac, il y a de beaux aſſemblages de priſmes articulés, à Saint-Arcon & à Chanteuge; au-deſſous de Langeac, ſur les bords de la même rivière, une partie du rocher des Blauds eſt articulée, ainſi que pluſieurs rideaux de priſmes, qu'on voit au village de Chiliac. Proche la petite ville d'Ardres, à l'extrémité d'un courant qui vient de Rantières à Chauſſe-bas, on trouve beaucoup de priſmes articulés: ces maſſes ſont viſiblement les extrémités d'autant de courans établis ſur des matières non fondues.

2.° Les priſmes inclinés à l'horizon, ou dont l'axe eſt aſſujetti au plan de l'horizon, quoique moins communs que les priſmes verticaux, ſe trouvent en pluſieurs endroits de l'Auvergne. Je parlerai ici des maſſes qui m'ont le plus frappé, & qui ſont au nombre de cinq à ſix. Au fond du cul-de-ſac du vallon des bains du Mont-Dor proche la Vacherie de la Cabane, dans un enfoncement appelé *la Cour*, on voit avec étonnement une eſpèce de mur qui paroît avoir environ quatre cents pieds d'élévation ſur cent toiſes de longueur, & huit à dix toiſes d'épaiſſeur. Ce n'eſt qu'un aſſemblage de priſmes dont les axes traverſent l'épaiſſeur du mur dans une ſituation parfaitement horizontale. Le pied du mur & ſon extrémité ſeptentrionale ſont couverts de paquets de priſmes culbutés en déſordre. C'eſt le produit des éboulemens ſucceſſifs qu'il éprouve chaque jour. De loin, ce mur offre un aſpect aſſez ſemblable à celui des chantiers de bois à Paris, excepté cependant que les faces des priſmes ſe touchent bien plus exactement que les quartiers de bois qui ſont en piles. Les baſes des priſmes, dont la réunion forme les deux faces du mur, ſont très-unies, & ne préſentent que les fentes qui ſéparent chaque priſme. Il n'y a ſur ces baſes ni protubérances, ni plans inclinés en biſeau, ni d'autres conformations régulières ou irrégulières.

Ce ſpectacle, vraiment ſingulier, eſt encore moins frappant que la face méridionale de la Roche-Sanadoire, placée ſur le chemin

chemin de Rochefort aux Monts-Dor; cette face offre plusieurs enceintes de murs naturels, un peu arrondis, sur lesquels on aperçoit les bases des prismes horizontaux : comme ces enceintes ont été dégradées, on peut suivre sur de larges brèches la longueur des prismes qui se continuent dans toute l'épaisseur des enceintes. L'assemblage de toutes les bases des prismes découpées sur la face de l'enceinte extérieure présente dans cette roche l'aspect de ces anciens murs bâtis par les Romains, dont les revêtissemens sont en pierre d'un appareil uniforme, que Vitruve décrit sous le nom d'*opus reticulatum.* La même roche, dans d'autres parties, est un composé de prismes singulièrement disposés; on en voit plusieurs systèmes qui, après s'être élevés parallèlement & verticalement, se réunissent en une espèce de dôme, ou s'écartent comme les rayons d'un secteur.

La face méridionale du rocher de la Tuilière, opposé à la Roche-Sanadoire, est garnie, comme celle de cette dernière roche, de bases de prismes horizontaux aussi réguliers. Enfin, le rocher de Pereneire, en face de Saint-Sandoux, a la forme d'une boule: on conçoit que les prismes qui la composent doivent avoir toutes sortes de situations, comme peuvent être celles des rayons d'une sphère qui partent d'un centre commun.

A la montagne de Chaffort, proche Saint-Pierre-Collamine, au Puy de Ladrebise, en montant au sommet du Mont-Dor, sur quelques-unes des croupes du Mont-Dor, sur la face de la cascade de Prentegarde, on voit des prismes qui ont des dispositions très-variées. Je dois faire remarquer ici que les masses qui offrent des prismes ainsi distribués, paroissent faire partie de plusieurs courants, & qu'elles appartiennent à plusieurs accès d'écoulemens, quoiqu'elles portent toujours les caractères d'une production du feu.

3.° Les prismes d'une seule pièce, réguliers ou irréguliers, & assujettis à la situation verticale, sont très-nombreux, & j'en omettrai ici beaucoup; j'en indiquerai les principales masses en partant de Clermont & embrassant dans ma marche une route suivie qui circonscrira les courans des Monts-Dor, à l'extrémité

desquels ces prismes sont placés, comme je l'ai déjà dit ci-devant. Voyez la carte jointe au Mémoire, où cet ensemble est frappant.

On trouve quelques prismes dans le massif du courant de Graveneire, proche les fontaines de Royat; le long du grand chemin de Clermont à Rochefort, au-dessus de la plate-forme, depuis Prudelle jusqu'à la Barraque; sur le sommet de Mont-Rodeix, en face du pont d'Enval; celle-ci est une masse isolée.

Aux environs d'Olby, sur les deux bords du débouché de l'étang de Fung, à Couhay, à Saint-Pierre-Châtel, à Bonnebaut, on voit plusieurs assemblages de prismes très-réguliers, qui font partie d'un ancien courant interrompu en plusieurs endroits. Tous les environs de Rochefort en offrent des systèmes différens, qui appartiennent visiblement à d'anciens courans; on en trouve dans les coupures du grand chemin, ainsi que le long des bords du ruisseau qui passe à l'Ouest du Château, & assez près des prismes articulés dont j'ai parlé. A Massages, sur le bord de la Sioule, est un massif de gros prismes appuyés sur le granite: c'est sensiblement l'extrémité d'un courant interrompu par le canal de la rivière. Au-dessous, à Rioux, sur le bord de la même rivière, on trouve une belle terrasse toute composée de prismes. Entre ces deux villages, au-delà de la Sioule, il y en a de très-beaux rideaux; ce sont les extrémités de plusieurs courans qui partent des environs du Puy de la Croix-Banson, & dont les détails ne sont pas figurés dans la Carte.

En suivant le chemin qui conduit de Rochefort aux Monts-Dor, les bords du lac de la Gratade offrent une rangée de quilles prismatiques informes; mais au-delà du village du Crau, sur des hauteurs qui bordent un vallon très-profond, on aperçoit d'un côté la Roche-Sanadoire, & de l'autre le rocher de la Tuilière, composés sur les deux faces de prismes verticaux qui s'élèvent à une hauteur prodigieuse. Ce double spectacle étonne autant par la régularité que par la grandeur des masses. Sur les croupes du cul-de-sac de ce vallon, sur les bords du bassin qui renferme les eaux du lac de Gueric, sur ceux du ruisseau que verse le trop plein de ce lac dans la Dordogne, on en rencontre plusieurs

maſſes qui ſont les extrémités d'autant de courans; enfin toutes les caſcades diſtribuées le long des ruiſſeaux qui tombent à Prentegarde, en remontant juſqu'au pied des puys qui dominent cette partie, depuis celui de Fichade, juſqu'au Puy-Barbier, ne ſont que des rideaux de priſmes plus ou moins réguliers, & les extrémités des produits ſucceſſifs d'autant d'éruptions de ces volcans.

Les bordures ſupérieures des deux croupes du vallon des Bains, montrent des rangées de priſmes plus ou moins réguliers; on en voit de fort beaux, ſur-tout du côté de Rigoley, haut & bas. Enfin on aperçoit quelques priſmes à côté des ſources des eaux chaudes & froides aëriennes.

Lorſqu'on va au Puy le plus élevé des Monts-Dor, on rencontre Ladrebiſe, dont la face ſeptentrionale n'eſt compoſée que de priſmes. Le dôme du Capucin n'eſt proprement qu'un aſſemblage de quilles priſmatiques peu régulières, de 80 à 100 pieds d'élévation, d'un ſeul jet, & de 6 à 7 pieds de diamètre. C'eſt dans ces quilles énormes que les Romains ont pris des tronçons de colonnes pour décorer les bains du Mont-Dor.

En deſcendant la Dordogne, on voit la tête de Puy-Gros entièrement compoſée de priſmes, & on ſuit à droite du vallon les extrémités des courans échappés de la Banne Dordenche. On remarque aſſez conſtamment dans ce trajet, que lorſque les matières fondues ont été recueillies dans quelque baſſin, où elles ont pu ſe raſſembler en certaine quantité, après s'être dégagées des ſcories qu'elles entraînoient, elles ont formé autant de maſſifs de baſalte priſmatique. Tels ſont ceux qu'on voit à Peſſy, à Murat-le-Quaire, aux Puys de la Mal-Roche & de Muratel, à Pallière & à la Queuille, que je nomme ici entre un très-grand nombre que j'omets.

En tournant autour des Monts-Dor, qu'on doit conſidérer comme le centre de pluſieurs courans qui ſe ſont répandus vers tous les points de l'horizon, & qui occupent une circonférence de 8 à 9 lieues de diamètre, on trouve à chaque pas les mêmes phénomènes. Tous les courans des environs du village de Liournat, montrent, à leurs extrémités appuyées ſur des granites, des rangées

de priſmes très-ſuivies. A côté de la Tour-d'Auvergne, les courans qui paſſent au Buiſſon, à Monteil, à Auliat, à Montbalard, à Vouheix & à Corbet, ne ſont que des amas de priſmes: le long du ruiſſeau de Burande, on ſuit un courant qui a près d'une lieue, dont preſque toutes les bordures, ainſi que certaines parties du centre à découvert proche Labro, la Haute Chauderie, le Bouſquet, n'offrent que des priſmes de la plus grande régularité. Les villages de Chaſtreix & de Chauvet ſont établis ſur des plate-formes de priſmes; & dans l'intervalle d'un village à l'autre, on marche ſur un pavé naturel, entièrement composé de baſes de priſmes réguliers, exactement jointes par leurs angles & par leurs faces. *La Maſſe*, autre plate-forme élevée au-deſſus du courant de Chauvet, eſt bordée par des rangées de priſmes qui règnent dans la plus grande partie de ſon contour, c'eſt-à-dire, dans une étendue de plus de 2000 toiſes: on en trouve au Vigier, à Suchères, à l'Eſpinaſſe, ſur la face méridionale de *la Maſſe*, & proche les Cabannes-du-Mont à l'origine de ce courant, qui ſort du pied de la Cour. Enfin, j'ai trouvé à Picherande & à la butte du château de Ravel, la continuation des mêmes phénomènes, aſſujettis à l'extrémité d'un autre ſyſtème de courans.

Aux environs de Beſſe, on voit les mêmes priſmes de baſalte verticaux, tout le long du ruiſſeau qui va de Beſſe à Ourſeyre. Au Puy de Chaffort, en face de Saint-Pierre-Collamine, les croupes eſcarpées du vallon préſentent un des plus étonnans ſpectacles qu'on puiſſe voir dans ce genre, tant par la grandeur de la maſſe que par la variété des ſituations, dont la plus commune eſt la verticale. Les environs de Lampras préſentent des bordures de priſmes correſpondantes à celles de Chaffort. A Sauriers, d'un côté, on voit les extrémités de pluſieurs courans qui partent des environs de la Chapelle de Brionne, leſquelles préſentent de longs rideaux de priſmes; & de l'autre, pluſieurs parties du ſommet aplati du Creſt, qui ſont couronnées de ſemblables priſmes.

Si nous ſuivons maintenant le vallon de Chambon à Champeix, nous trouverons d'abord trois ramifications d'un courant qui ſe terminent au-deſſus du village de Chambon, & qui montrent, dans leur épaiſſeur, des priſmes très-bien formés;

ensuite de semblables rideaux se remarquent dans le courant de Beaune, sur-tout aux environs du château de Murol. Les croupes du Puy-de-Besolle, du côté de Roche-Romaine, de Jussat, de Saint-Victor; celles du Puy-du-Treuil; le sommet isolé du Puy-d'Éragne; les flancs du courant qui passe à Laval; les Puys de Mazeires, proche le village de Sailhant; ceux qui dominent Sénectère; les portions de courans qui aboutissent à Ollois, à Grandeirol, à Sauvagnat, à Chazoux, à Montaigu, présentent à chaque pas des masses de prismes verticaux, plus ou moins réguliers, dont on peut voir l'indication sur la Carte.

Les détails des environs de Champeix sont infiniment précieux, & concourent à l'établissement de la même vérité; en même temps que les hauteurs qui dominent & qui encaissent le vallon, montrent des prismes dans un courant, établi sur des scories, des cailloux roulés & du granite intact; le fond du vallon, le lit du ruisseau au-dessus du village, laisse voir des bases de prismes, dans le massif d'un autre courant moderne, qu'on peut suivre depuis son origine, aux environs de Murol, jusqu'à Nechers, où il se termine. C'est encore à Nechers où l'on voit un rideau de prismes verticaux, occupant toute l'épaisseur du même courant, qui est d'environ 20 pieds; ils sont placés sur un lit de scories, & recouverts de semblables matières. Voyez la Carte jointe à ce Mémoire.

Ces phénomènes ne sont pas, à beaucoup près, circonscrits dans l'espace qui renferme la Carte. Pour achever de donner une idée de l'étendue & de la multiplicité de ces formes singulières, je crois devoir indiquer encore ici rapidement les massifs de basalte, dont les prismes sont verticaux, comme je l'ai fait à l'égard des prismes articulés; ils ont été reconnus dans les mêmes courses, & ils appartiennent à la même cause. Voyez la planche d'Issoire, faisant partie de la Carte de France: la plupart des endroits que je vais parcourir s'y trouvent.

L'intervalle entre les Monts-Dor & le Cantal est recouvert par un grand nombre de courans de laves, qui s'étendent sur une largeur de 5 à 6 lieues à l'Est & à l'Ouest; & c'est encore vers les extrémités de ces courans que l'on rencontre aussi fréquemment

qu'autour des Monts-Dor, les prismes verticaux: du côté de l'Ouest, on en voit à Espinchal, à Marsenat, à Saint-Bonnet-la-Rivière, à Apcher proche les Prades: du côté de l'Est, depuis Issoire jusqu'à Lempde, depuis Lempde jusqu'à Blesse & Massiac, les bordures supérieures des croupes des vallons sont couronnées par des prismes qui forment même plusieurs étages ou rangées horizontales, & qui tracent, d'une manière sensible, les limites des matières fondues. Ces couronnemens sont établis ou sur le granite intact ou sur des couches horizontales de matières non altérées par le feu. Les environs d'Ardres & de Rantières présentent à chaque pas les mêmes phénomènes: la forme des courans, leur direction, leur origine ne laissent aucune équivoque sur cette production du feu. Il en est de même le long des bords de la rivière de Sionne, depuis Vèze jusqu'à Auriac; la tour de Colombine, Escrouzet, Moledes, la Roche-Matonière, Mont-Servet en face de Chabasseyre, offrent des massifs de prismes très-curieux. Si l'on remonte les bords de l'Allagnon, depuis Massiac jusqu'à Murat, on trouve à chaque pas le même spectacle, sur-tout au pont du Vernet & à Murat; & dans l'intérieur des terres, à Moissac, à Seveyrat & à Merdogne; mais la plupart des groupes de prismes qu'on voit dans ces trois endroits se lient difficilement avec des courans reconnoissables. Le plateau de Saint-Flour en offre un beau rideau à découvert, vers l'extrémité de la rampe qui conduit à cette ville.

Le canal de l'Allier, au-dessus de Langeac, depuis Chanteuge jusqu'au-delà de l'abbaye des Chazes, est garni, le long de ses bords escarpés, de plusieurs rangées de prismes: c'est sur-tout aux environs de Saint-Arcon & de Chanteuge, où j'ai déjà indiqué des prismes articulés, qu'on en peut voir de verticaux d'une seule pièce, & souvent distribués par rangées horizontales, épaisses de 12 à 15 pieds, & placées les unes sur les autres.

Au-dessous de Langeac, sur le bord de la même rivière, le rocher des Blauds, entre Chambon & Peyre, n'est qu'une masse immense de prismes: plus bas encore, le rocher sur lequel est le village de Chilliac, est composé de plusieurs systèmes de prismes, dont la plupart d'une seule pièce; ils sont appuyés sur des lits de

ſcories, de matières ſpongieuſes & ſur des amas de cailloux roulés, dont quelques-uns ſont des baſaltes uſés & dépoſés par l'Allier. La baſe générale de tous ces dépôts & de tous ces courans eſt le granite intact: les courans ſemblent s'être échappés du flanc des puys qui dominent le village & le rocher de Chilliac, & qui ont brûlé: on trouve les mêmes phénomènes en deſcendant l'Allier, à Braſſac, à Saint-Ilpize, &c. Je ne ferai qu'indiquer ici le Puy-d'Uſſon, les maſſes des environs de Vic-le-Comte, comme Buron, Couya, Ferragne, les environs du Puy-en-Vélai, le rocher de Laſſermou proche le village de Var, parce que l'état de ces maſſes, ainſi que leur origine, eſt plus difficile à décider, en conſéquence des changemens ſurvenus dans leur forme primitive: on mettroit très-peu d'analyſe dans ſes recherches, ſi l'on ſe bornoit à ces maſſifs dont la forme a été altérée par un grand nombre d'évènemens: avant de les apporter en preuve, il ſemble qu'on devroit être en état d'apprécier les effets de ces révolutions.

Tel eſt l'enſemble des faits ſur leſquels je me ſuis fondé pour *conclure* que le baſalte priſmatique étoit une production du feu des volcans. Le concert des circonſtances ſemblables, d'après leſquelles je me ſuis déterminé, forme un tout de conviction auquel il eſt difficile de ſe refuſer: ce concert ſi frappant ſur la Carte où les principaux courans ſont figurés, l'eſt bien d'avantage lorſqu'on le contemple dans la Nature. Les indications précédentes ſuffiſent, avec le ſecours de la Carte jointe à ce Mémoire, pour guider les pas de ceux qui ſouhaiteront ſe procurer ce genre d'inſtruction.

A meſure qu'on parcourt ces cantons, en faiſant la recherche & l'énumération des maſſes priſmatiques, qu'on étudie les courans, ſur-tout vers leurs extrémités, qu'on ſuit leur marche depuis le centre des éruptions, leur enchaînement & leur diſtribution à la ſuperficie des plaines hautes qui ſéparent les vallons, qu'on détermine leurs limites, qu'on examine les différentes eſpèces de pierres dont ils ſont compoſés, on reconnoît à chaque pas que ce ſont des hors-d'œuvres établis ſur le ſol naturel. On diſtingue les produits du feu des ſubſtances intactes, & l'on apprécie en même temps les tranſports immenſes des matières fondues, dont les priſmes font toujours partie.

La plupart des maſſes priſmatiques que je viens d'indiquer, annoncent clairement par leur ſituation, leur origine & leur nature de lave compacte. Mais quelques-unes de ces maſſes, en conſéquence des altérations ſurvenues viſiblement dans la diſpoſition primitive des courans, ſoit par les bouleverſemens des éruptions poſtérieures, ſoit ſur-tout par la dégradation des eaux, n'ont plus conſervé leur ancienne liaiſon avec les courans, & pour lors on trouve des priſmes ſans ſuite & même guindés ſur les ſommets de puys iſolés, dont la baſe eſt une matière qui n'a aucunement ſouffert du feu. Il eſt vrai que ſouvent la correſpondance des différentes parties d'un courant eſt encore aſſez marquée pour que leur raccordement puiſſe ſe faire ſans effort; mais d'autres fois il paroît que ces maſſes priſmatiques ne tiennent à rien, & par leur diſpoſition excluent toute correſpondance avec des portions de courans interrompus, ou avec des volcans: il eſt donc néceſſaire pour lors de les ſuppoſer fondues & refroidies en place; & c'eſt ce que toutes les circonſtances concourent à prouver inconteſtablement. Ce qui achève de décider entièrement leur état de lave, c'eſt que le grain & la couleur de la pierre des priſmes, dans quelque ſituation qu'on les trouve, ſont les mêmes; que les ſcories, les matières ſpongieuſes, ou au moins les terres cuites, & les matières noires, friables & pulvérulentes les accompagnent conſtamment, ſoit qu'ils faſſent partie de courans décidés, ou de maſſes iſolées.

Je vais plus loin; je dis que la forme priſmatique n'eſt pas la ſeule que prenne le baſalte, & la ſeule qui mérite l'attention des Naturaliſtes.

Sans parler ici des priſmes irréguliers où cette forme n'eſt preſque plus reconnoiſſable, dans certaines parties de ces mêmes courans, où eſt le balſate priſmatique, on peut ſuivre des amas de boules accumulés les uns ſur les autres, & l'on rencontre cette forme preſqu'auſſi fréquemment que la priſmatique.

Je pourrois indiquer des amas de boules dans tous les courans; ainſi que dans les maſſifs iſolés; mais je me bornerai ici à parcourir les principaux endroits où l'on peut reconnoître aiſément les phénomènes de cette forme. On voit beaucoup de boules ſur

le

le ſommet du Puy-de-Charade, dans toutes les parties du Puy-de-la-Roudade, entre Ceyrat & Boiſſeghoux; ſur la plate-forme, entre Prudelle & la Baraque; ſur Chanturge, ſur les côtes de Clermont, & particulièrement le long des croupes qui avoiſinent le village de Nohanent; ſur la plate-forme du Puy-de-Reſolle, entre Gergovia, Juſſat & Omme; deſſous l'égliſe de S.t Martin de Tours; au village de Reyviale; entre Rochefort & le village de Chez-Dias; entre Rochefort, Bordas & Buges; à Saint-Pardoux, proche la Tour-d'Auvergne. Tous les environs du Puy-de-Chaſſort, la montagne de Tilly, celle de S.t Sandoux, les courans d'Ollois, de Laval, de Beaune, de Sauvagnat en offrent des ſuites & des amas qui en occupent la plus grande partie. Voyez la carte jointe à ce Mémoire,

La plupart de ces boules ou ellipſoïdes ſont d'une ſeule maſſe dure & compacte comme les priſmes; mais d'autres fois elles ſont compoſées de couches concentriques aſſez diſtinctes les unes des autres.

Le plus ſouvent, des portions de la matière fondue du baſalte qui avoient une tendance à s'arrondir en boules, en ayant rencontré pluſieurs autres ſemblables, il eſt réſulté de leurs divers points d'attouchement, des corps à facettes plus ou moins réguliers: quelquefois les points d'attouchement ont formé des faces planes ſur les deux parties des boules en contact; d'autres fois la ſurface d'une boule a éprouvé une concavité qui admet une convexité de la boule contiguë. J'ai trouvé des boules & des corps à facettes fendus par des plans qui s'étendoient de la ſuperficie au centre, & ces portions ſéparées par les fentes étoient ou des tronçons pyramidaux ou des trapézoïdes.

Le baſalte eſt auſſi dans les courans, en forme de grandes tables accumulées par paquets diſpoſés dans tous les ſens. Ces tables ſe touchent par des ſurfaces fort unies & fort liſſes, comme celles des priſmes; elles ont ordinairement 5 à 6 pieds de longueur, ſur 2 à 3 de largeur, avec une épaiſſeur de 4 à 11 pouces. Quand les boules ſe ſont rencontrées dans le voiſinage des tables & des priſmes, elles ont laiſſé les impreſſions de leur convexité en creux, ſur les parties qu'elles touchent, ſi elles n'ont pas été elles-mêmes aplaties par ces corps.

Toutes les variétés des formes que je viens de parcourir, c'eſt-à-dire, les priſmes réguliers & irréguliers, verticaux ou horizontaux, ou inclinés au plan de l'horizon, articulés ou non-articulés, les boules, les corps à facettes, les tronçons pyramidaux, les trapézoïdes, les tables, ſont composés d'une pierre qui a le même grain & la même couleur. De-là, il eſt naturel de conclure que le baſalte, comme production du feu, comme lave, a pris, en paſſant de l'état de fuſion à celui de corps ſolide, toutes ſortes de formes, ſuivant les circonſtances qui ont concouru à les modifier; je me propoſe par la ſuite de donner à cette conſidération tout le développement qu'elle peut exiger pour acquérir la certitude dont elle eſt ſuſceptible, par la réunion des obſervations qui y ſont relatives.

L'examen du baſalte me fit aiſément ſaiſir les principaux caractères qui pouvoient ſervir à le diſtinguer de la pierre de Volvic, la ſeule ſubſtance fondue qu'on riſque de confondre avec lui. C'eſt à Volvic ſur-tout que j'ai fait cette comparaiſon d'une manière très-avantageuſe. On voit à Volvic des courans, dont les uns ſortis du Puy-de-Nugère, ont formé le maſſif duquel on tire la pierre de taille qui porte le nom de ce village. Un autre ſe montre à côté du pied de la montagne de la Bannière: celui-ci ſuit l'eſpace d'environ 200 toiſes, l'extrémité du maſſif qui a coulé du Puy-de-Nugère; il eſt composé de quartiers irréguliers de baſalte mêlé avec des ſcories & des matières cuites & fondues, ſous une forme pulvérulente: c'eſt-là qu'on peut faire une comparaiſon de la pierre de Volvic & du baſalte.

La pierre de Volvic ſe trouve par maſſes fort épaiſſes, qui ſont coupées dans les carrières par des fentes ſenſibles, leſquelles ſont diſtribuées ſur des intervalles de 15 à 20 pieds: ſa couleur eſt d'un gris-ſale qui tire un peu ſur le rouge: elle eſt pleine de trous, & les cloiſons qui les ſéparent ont beaucoup de conſiſtance; en conſéquence, elle eſt aſſez légère & ſe taille aiſément: on ne pourroit lui donner aucun poli.

Le baſalte, au contraire, eſt d'un grain ſerré, quoiqu'il varie pour la fineſſe; il a le ton de couleur depuis le gris-de-fer juſqu'au

noir le plus foncé; il prend un beau poli; il s'éclate ſous le marteau, au lieu de prendre l'appareil.

J'appris, à Volvic même, que cette diſtinction du baſalte & de la pierre de Volvic avoit été aperçue par les habitans de ce Village, qui travaillent aux carrières; ils nomment le baſalte, *pierre d'Eragne*, & ſavent très-bien qu'il ne peut ſe tailler; auſſi n'ont-ils point fait de fouille dans les maſſifs du courant dont j'ai parlé, & dans deux autres qu'on trouve au-deſſus du village de Volvic.

La découverte de la nature du baſalte & des agens qui ont contribué à la former, ſembleroit incomplète ſi l'on ne pouvoit pas montrer en même-temps les matériaux que le feu a fondus, pour le produire. J'ai recueilli une ſuite de granites que je regarde comme ces matériaux : ils ont éprouvé, par le feu, différens degrés d'altérations qui ſe terminent au baſalte: on y voit le ſpath fuſible qui, dans quelques-uns, eſt griſâtre, & qui dans d'autres forme un fond noir d'un grain ſerré; & au milieu de ces échantillons, on démêle aiſément le quartz qui reſte en criſtaux, ou intacts, ou éclatés par lames, ou réduits à une couleur d'un blanc terne, comme les quartz blancs rougis au feu & refroidis ſubitement. Enfin, j'ai deux morceaux de granite, dont une partie eſt totalement fondue, pendant que l'autre qui n'eſt que foiblement altérée, a été réſervée pour notre inſtruction: on y ſuit des bandes alternatives & diſtinctes du quartz qui eſt cuit à blanc, & du ſpath fuſible qui eſt fondu & noir.

Les échantillons que je préſente ici ſeroient des preuves fortuites qui n'autoriſeroient pas la généraliſation que je donne aux conſéquences que j'en tire, ſi des obſervations ſuivies & répétées ne me mettoient en état d'indiquer dans les Monts-Dor *(d)*

(d) J'écris Mont-Dor & non pas Mont-d'Or comme pluſieurs l'ont écrit. Ils ignoroient ſans doute que l'ancien nom latin du Mont-Dor eſt *Duranus* ou *Duranius*. *Dor*, d'où vient Dordogne *Doronia*, & enſuite *Dordogna*, eſt un mot celtique qui ſignifie *eau*. M. de Valois, *notice des Gaules*. Je dois auſſi faire remarquer ici qu'on entend communément en Auvergne par *les Monts-Dor*, l'enſemble des principaux puys qui accompagnent le Puy le plus élevé, lequel s'appelle particulièrement le Mont-Dor: il eſt bon de ne pas confondre ces deux dénominations comme on l'a fait ſouvent;

des cantons de cinq à ſix cents toiſes d'étendue, qui offrent en grand ces nuances ſi inſtructives de l'action du feu *(e)*.

L'examen de ces granites fondus à moitié m'a donné lieu de reconnoître que pluſieurs eſpèces de pierres dures, quelques pierres de véroles, certaines ophites, ne ſont que des granites dont la baſe, qui eſt le ſpathz fuſible, a reçu un degré de fuſion aſſez complet, ce qui en fait le fond, & dont les taches ne ſont produites que par les criſtaux quartzeux du granite, non altérés *(f)*.

Ceci eſt une explication ſimple d'une infinité de variétés qu'un grand nombre de pierres offroient aux Naturaliſtes, & qui

---

car ce qui eſt vrai de l'enſemble des puys ne peut l'être d'une pointe ou cime peu étendue. Cette préciſion étoit néceſſaire pour les détails dans leſquels je ſuis entré.

(e) J'ai ramaſſé dans les courans du Véſuve, des granites & autres ſubſtances intactes, qui ſemblent avoir été de même les matériaux primitifs que le feu a fondus. Mais il s'en faut beaucoup que le plus ancien état du Véſuve, ſoit auſſi aiſé à reconnoître que dans les Monts-Dor & dans les environs du puy-de-Dome en Auvergne. J'ai trouvé auſſi, ſoit en Italie, ſoit en Auvergne, d'autres matières premières que les granites, & même des ſubſtances calcaires que le feu paroît avoir altérées, calcinées & même fondues en partie. Ainſi je ne prétends pas qu'il n'entre dans les laves d'autres principes que ceux du granite.

(e) Telle eſt la pierre appelée par les Italiens *pietra di vermiglione:* la baſe du granite, c'eſt-à-dire, le ſpathz fuſible y eſt fondu d'une couleur de gris-cendré. Outre cela, on y voit des points noirs, qui ſont ou le produit de l'altération des lames du *gabbro*, ou le *gabbro* lui-même intact. Le reſte eſt une grande quantité de criſtaux quartzeux qui ont réſiſté au feu. Ils paroiſſent diſperſés au milieu de ces deux ſubſtances, comme ils y étoient au milieu du ſpathz fuſible & du gabbro dans le granite intact. Les deux ſubſtances fondues ont perdu tout arrangement, & le quartz a conſervé ſa criſtalliſation. Cette pierre prend le poli: il y en a de grandes colonnes dans l'égliſe de Saint-Pierre de Rome. J'ai des échantillons de *granites cuits* amaſſés dans les Monts-Dor, qui, après avoir été polis, ſont un effet pareil à celui de la *pietra di vermiglione*.

Certaines pierres qu'on tire des bords du lac de Bolſene, & dont les Anciens faiſoient des meules, ſont à peu-près de cette nature. On y démêle les criſtaux quartzeux qui ſont engagés dans une pâte griſe. Quand le fond eſt un peu noirâtre, & que les points quartzeux ſont blancs, elles préſentent après leur poli, l'effet *d'une ophite;* c'eſt ce qu'a voulu dire Pline, lib. XXXVI, cap. 18. *Sunt & quidam in eo genere molliores, qui & cote læviganiur, ut procul intuentibus ophitæ videri poſſint.* M. le Duc de la Rochefoucauld a dans ſa collection de Danemarck, de ſemblables ophites, dont le fond eſt pareil à une lave. M. le Préſident Ogier en a auſſi pluſieurs du même pays, qui offrent les mêmes phénomènes.

embarrassoient les Nomenclateurs méthodistes pour les ranger dans un ordre raisonné.

Je remarquerai ici que le quartz, lorsqu'il est pur & vitreux, est de tous les matériaux du granite celui qui résiste le plus au feu des volcans. Je l'ai toujours trouvé intact au milieu des masses de basalte, d'un grain serré, très-dures & très-noires. Les autres matériaux du granite & le quartz, lorsqu'il n'est pas pur, se ternissent, deviennent friables & disparoissent enfin au milieu d'une fusion parfaite. Les observations que j'ai faites sur de grandes masses m'autorisent à considérer le quartz comme une matière infusible sans mélange. Le foyer des volcans est un laboratoire où nous pouvons suivre, jusqu'à un certain point, les différens degrés de fusibilité des matières premières *(g)*.

J'observerai encore que tout ce qui est vraiment *basalte*, ou, ce qui est la même chose, la lave qui a le grain serré & une couleur noire plus ou moins foncée, a reçu le contact de la flamme dans la cheminée ou dans le foyer du volcan ; au lieu que les granites que je nomme *cuits*, les tripolis, peut-être les ponces blanches, &c. n'ont été chauffés que par une communication de la chaleur qui a pénétré les masses de proche en proche, sans que la flamme les ait touchés. J'expliquerai quelque jour la cause de cette différence que je ne puis développer actuellement.

SECONDE PARTIE.

JE ne me suis occupé dans la première partie de ce Mémoire, qu'à rechercher, par l'observation, quelle étoit l'origine & la nature du basalte prismatique; j'ai même adopté la dénomination de *basalte*, qu'a introduit Agricola, d'après une certaine ressemblance qu'il avoit cru entrevoir entre cette pierre & le basalte de Pline. Pour achever de remplir mon plan, je joins ici, aux détails de mes observations, un précis historique de ce que les Natu-

---

(g) Je disois ceci en Juillet 1765; depuis ce temps M. d'Arcet a montré par des expériences intéressantes, que le quartz résiste à l'action d'un feu bien supérieur à celui des volcans.

raliſtes nous apprennent du baſalte, & j'indique en même temps tous les endroits où on l'a découvert; enfin je termine ce Mémoire par la diſcuſſion des opinions que les Nomenclateurs ont eues ſur la nature de cette pierre ſingulière. Je réſerve pour un Mémoire particulier, les recherches que j'ai faites ſur le baſalte des Anciens & ſur les différentes eſpèces de pierres auxquelles on a donné ce nom.

De tous les Naturaliſtes modernes qui ont parlé du baſalte priſmatique d'après leurs propres obſervations, Agricola eſt celui qui le fait mieux connoître; c'eſt auſſi le premier qui ait annoncé, aux Savans de ſon temps, celui de Miſnie & de quelques autres provinces d'Allemagne, & qui ait tourné leur attention vers cet objet curieux d'Hiſtoire Naturelle, par l'intérêt avec lequel il a ſu le préſenter: auſſi depuis lui en a-t-on découvert des maſſes ſemblables à celui de Miſnie, auquel on les a toujours comparées comme au modèle qu'Agricola ſembloit avoir indiqué.

Nous connoiſſons ce baſalte par la deſcription qu'en a faite Agricola, & par une lettre que Kentmann a adreſſée à Geſner, & que ce dernier nous a conſervée. Il réſulte de ce que ces deux Obſervateurs nous en apprennent, que le baſalte ſe trouve à Stolpen en Saxe, à cinq lieues à l'eſt de Dreſde. Le château de Stolpen eſt placé ſur une hauteur iſolée de toutes parts, & conſtruit ſur un rocher eſcarpé, qui n'eſt qu'un aſſemblage de piliers priſmatiques: ils ont communément ſix ou ſept faces, moins fréquemment cinq, & plus rarement encore quatre. Ces faces ſont très-unies & très-liſſes dans toute leur longueur, de telle ſorte qu'elles ſe touchent très-exactement, & ſans qu'aucune matière étrangère ait pu ſe gliſſer dans les intervalles d'un priſme à l'autre. Les priſmes ſont parallèles entr'eux & perpendiculaires à l'horizon; le grain de la pierre dont ils ſont compoſés eſt très-fin; ſa couleur eſt d'un noir pâle & ſemblable à celle du fer; ſa dureté eſt telle, qu'elle réſiſte à la lime qui ne peut mordre deſſus: les ouvriers qui travaillent le fer, en prennent des blocs pour leur ſervir d'enclume*.

Kentmann joint à ſa lettre la figure d'un groupe de priſmes du baſalte de Stolpen, que Boët de Boot a copiée. On voit

* *Agricol. de naturâ foſſil. lib. VII, pag. 310 & 315; & Geſn. p. 20, 86 & 96.*

dans ce deſſin, des priſmes de quatre, de cinq, de ſix & de ſept côtés, dont le ſommet eſt coupé par un plan fort uni, & perpendiculaire à leur axe. Cette conformation eſt parfaitement ſemblable à celle que l'obſervation m'a préſentée le plus ordinairement; mais j'ai été très-étonné de remarquer dans le même groupe, douze priſmes terminés par des pointes pyramidales, du même nombre de côtes que les priſmes qui leur ſervent de baſes, à peu-près comme les quilles de criſtaux de roche qui ſont entières & régulières. Comme ces additions pyramidales ſont le fruit de l'imagination d'un Deſſinateur qui a mal ſaiſi les formes naturelles, nous oppoſerons à ce deſſin défectueux, les réſultats de l'obſervation.

Quoique communément les courans ſoient recouverts de ſcories & de terres cuites, & que les priſmes qui en occupent l'intérieur ſoient comme encaiſſés ſous des croûtes de laves, qui ne permettent pas d'obſerver leur baſe dans leur ſituation primitive, cependant j'ai vu un aſſez grand nombre de priſmes, entièrement dégagés de ces enveloppes, pour pouvoir donner des réſultats généraux ſur la forme de leurs baſes.

Dans les aſſemblages de priſmes d'une ſeule pièce, dont les colonnes ſont verticales, les extrémités ſupérieures forment un plan parfaitement uni & aſſez ſemblable à la ſurface d'une chambre carrelée. Ces pavés naturels, ces aſſemblages de baſes unies, ſe voient dans des plaines élevées, de deux à trois cents toiſes de longueur: je puis en particulier indiquer les environs de Chauvet, de Chaſtreix, de la Haute-Chauderie & du Bouſquet à une lieue de la Tour-d'Auvergne.

Les baſes inférieures de ces mêmes priſmes, préſentent des plans auſſi parfaitement unis que les baſes ſupérieures; c'eſt ce que j'ai remarqué très-fréquemment en conſidérant des rangées horizontales de priſmes verticaux, établis les uns ſur les autres, ſans aucun intervalle, & ſur-tout au Puy-de-Chaffort, à Saint-Arcon, & aux environs de Bleſle, de Maſſiac & d'Ardres. Dans ce cas, la baſe inférieure des priſmes du rang le plus élevé, eſt un plan uni qui porte ſur le ſommet des priſmes du rang inférieur, & qui le touche dans toute ſon étendue. Cette diſpoſition a lieu,

ſoit que les faces des priſmes qui occupent les divers lits ou étages étant dans le même plan, forment une ſeule & même colonne polygone, qui a autant d'aſſiſes ou de tronçons priſmatiques qu'il y a de lits ou rangées; ſoit que les faces des priſmes ne ſe raccordant pas d'une rangée à l'autre, les priſmes forment autant de colonnes priſmatiques diſtinctes qu'il y a de rangées.

Quand les baſes inférieures des priſmes portent immédiatement ſur les terres cuites ou les ſcories, étendues par lits aſſez ſuivis deſſous les courans, ces baſes prennent l'impreſſion des inégalités de ce ſol. Il en eſt de même lorſque des croûtes de laves trouées ou compactes informes, recouvient les priſmes à leurs extrémités ſupérieures, ces ſommets participent ſouvent des irrégularités qui les avoiſinent; on trouve malgré cela un aſſez grand nombre de priſmes dont les baſes ſont coupées net & ſe ſéparent ſans effort de ces croûtes par un plan fort uni.

Lorſqu'on examine en détail les maſſes compoſées de pluſieurs ſyſtèmes de priſmes, on voit dans le paſſage d'un groupe à l'autre, les ſommets coupés en biſeau par des plans plus ou moins obliques, ſuivant la diſpoſition relative des deux groupes contigus; mais ces ſommets n'offrent qu'un ſeul plan, où s'il s'y trouve quelques inégalités, elles ſont correſpondantes ſur les deux baſes qui ſe joignent & elles ne participent d'aucune conformation, dont la régularité paroiſſe avoir été génée: d'un autre côté les baſes des extrémités oppoſées à celles qui ſe touchent, préſentent ſouvent un plan uni & perpendiculaire à l'axe des priſmes.

Si nous paſſons aux priſmes horizontaux, nous trouverons leurs baſes coupées par un ſeul plan. C'eſt ainſi que les deux faces du mur de la Cou, dont j'ai parlé dans la première Partie de ce Mémoire, offrent les baſes des priſmes dont ce mur ſemble conſtruit, comme par des pierres d'un appareil régulier. De même, la plus grande partie des enceintes extérieures de la Roche-Sanadoire & du rocher de la Tuilière, préſentent la même conformation. Seulement quelques-unes des baſes des priſmes horizontaux de la Roche-Sanadoire ſont recouvertes de lames obliques qui s'étendent dans toute la ſurface de ces baſes, & même d'un priſme à l'autre, comme les tuiles d'un toit. Mais, outre que cette conformation n'eſt

n'eſt que locale, il eſt viſible qu'elle eſt dûe à un certain épanchement de la pâte molle dont ces priſmes ont été originairement formés.

Quant à ce qui concerne les priſmes articulés, leurs baſes m'ont paru avoir des conformations on ne peut pas plus variées. La plupart des grandes maſſes de priſmes articulés, que j'ai obſervées, parmi leſquelles je puis citer celles du Puy de la Malroche proche Murat-le-Quaire, de la Tour-d'Auvergne, de Saint-Arcon & du Puy de Mont-Redon proche la ville de Beſſe, m'ont montré à leur ſuperficie des amas de boules irrégulières, à moitié aplaties, & dont une ſeule ſouvent recouvroit deux ou trois colonnes polygones; en ſorte que les dernières articulations les plus proches de cette ſurface ſembloient avoir été modifiées par ces eſpèces de boules.

A la Tour-d'Auvergne, le long des faces latérales de la terraſſe du Champ-de-foire, ainſi que dans certaines parties de la ſuperficie de cette terraſſe, on voit une croûte de matière ſemblable à celle des priſmes, toute compoſée de boules ou de tronçons priſmatiques à moitié ébauchés qui recouvre les priſmes réguliers encaiſſés dans l'intérieur, & même dans le voiſinage de cette croûte les formes des articulations ſont plus ou moins altérées.

Cette circonſtance a lieu ſouvent, & elle m'a empêché de reconnoître de très-belles maſſes de priſmes, parce que, rebuté par cette irrégularité ſuperficielle, je négligeois de viſiter les différentes brèches qui les mettoient à découvert.

Quoiqu'on puiſſe dire en général que les baſes des priſmes articulés ſont ou concaves ou convexes, ſans qu'elles affectent plutôt une de ces formes que l'autre; cependant on trouve aſſez ſouvent dans des maſſifs de priſmes articulés leurs ſommets ſupérieurs terminés par des boules aſſez exactement rondes vers le haut, & qui n'ont guère perdu de leur forme primitive vers le bas: tels ſont la plupart des priſmes articulés de Murat-le-Quaire, & quelques maſſifs de priſmes aux environs du moulin de Sarſenat, &c. Quelquefois des amas de boules ont viſiblement contribué comme des moules aux conformations extérieures des baſes des priſmes articulés; mais d'autres fois un très-grand nombre

de bases sont concaves vers le haut, sans qu'il paroisse que le voisinage des boules ait contribué à cette conformation.

Je dois faire remarquer, comme une exception à cette règle, qu'aux environs du Bousquet on peut visiter des parties de terrasse assez étendues, dont la superficie est toute composée de bases de prismes, qui dans l'intérieur sont articulés, & cette superficie n'offre ni renflemens, ni concavités, mais un plan aussi uni qu'une glace non polie, & où l'on ne distingue que les côtés de chaque prisme. En certains endroits, cette superficie est sillonnée par des raies qui sont alongées dans le sens du courant, & qui semblent avoir été tracées en creux sur la pâte encore molle, par des matières qui avoient pris une certaine consistance avant cette pâte.

Il faut observer ici qu'il y a des systèmes de prismes articulés dont les articulations n'ont presque point de concavités, ni de convexités, mais se joignent par des surfaces planes: dans ce cas, les bases des prismes composés de ces tronçons prismatiques sont très-unies; à peine y remarque-t-on le plus foible renflement ou le plus petit enfoncement. Tels sont les prismes du Puy-de-Crau proche Olby, quelques-uns de la butte de Mont-Redon proche Ponteix, ceux de Peyreneire sur la face méridionale, quelques masses prismatiques de Chausse-basse proche la ville d'Ardres; un système entier à Chiliac sur le bord de l'Allier; ceux dont parle Pococke, & qui se trouvent dans l'intérieur des terres aux environs de la Chaussée des Géans; ceux que M. le Chevalier d'Arcy a donnés au Cabinet du Roi; ceux des environs de Weilbourg, observés par M. Trembley; & ceux trouvés par M. Ritter proche Lauterbach. *Voyez ci-après pages 733 & 734 de ce Mémoire.*

Je ne dois pas omettre ici que quelquefois les colonnes polygones de basalte ont une forme pyramidale; mais cette forme affecte la totalité de la colonne & n'est pas bornée au sommet des prismes, comme dans la figure de Kentmann. J'ai observé cette conformation toutes les fois que l'assemblage des prismes compose ou une boule, ou une figure approchante. On conçoit que dans ces assemblages une colonne polygone s'aiguise en allant de la circonférence de la boule au centre.

Telles sont les principales observations que j'ai recueillies sur la conformation des bases des prismes. J'ai cru devoir entrer dans ce détail pour donner une idée des variétés qui se rencontrent dans les formes naturelles, & pour prévenir l'idée d'une régularité qu'on supposeroit gratuitement, d'après le dessin de Gesner & de Boët de Boot *(g)*.

Si nous continuons maintenant à parcourir & à indiquer les différens endroits où se trouve le basalte prismatique, nous verrons que Stolpen n'est pas la seule masse qu'on ait observée en Saxe. M. Ritter nous apprend que le château de Koenigstein, situé sur le bord de l'Elbe, à quatre lieues au midi de Stolpen, est aussi établi sur un pareil massif de prismes [a].

D'un autre côté, M. Helk a découvert cette même pierre en colonnes polygones, avec des boules de semblable matière, sur la montagne de Cottener en face de Gieshubel, village du Cercle de Misnie, dans le voisinage de Koenigstein [b].

Enfin M. Henckel nous en indique une masse semblable à celle de Stolpen, & qu'il a rencontrée sur une montagne qu'on traverse pour aller à Brandau, entre Saygerhute & Grunenthal, près de Gerckau. Comme cet endroit est à 10 lieues environ

[a] *Vol. X des Curieux de la Nature, page 24.*

[b] *Magasin de Hambourg, vol. XII.*

(g) Ce détail dans lequel je suis entré pour détruire les conséquences qu'on pourroit tirer de la figure publiée par Gesner, & copiée par Boët de Boot, me paroît propre en même temps à dissiper les doutes que M. de Romé Delisle, dans son savant traité de Cristallographie, a formés sur la vraie configuration de la base des prismes du basalte à grandes colonnes polygones, en conséquence d'une certaine analogie que ce Naturaliste a cru remarquer entre ce basalte & les schorls: il pense que le basalte, *malgré la grandeur de ses prismes, doit être terminé comme les schorls & les autres petits cristaux du même genre.* C'est pourquoi il *ajoute* aux caractères de ce basalte, dont il fait la première espèce de ses *cristaux basaltiques, d'être terminé par un sommet trièdre, dont les plans sont le plus souvent rhomboïdes.* Les observations dont j'ai présenté ici les résultats, ne me permettent pas d'admettre un caractère aussi remarquable, & que je n'ai rencontré nulle part. D'ailleurs, la nature de ce basalte qui lui donne rang parmi les laves, détruit toute analogie entre cette substance & les schorls, & écarte toute idée de ressemblance entre ses *formes* & les *cristaux* des schorls, laquelle seroit fondée uniquement sur cette analogie; que seroit-ce si les cristaux des schorls eux-mêmes, n'étoient pas soumis à une uniformité régulière entre eux, comme je le fais voir dans mon Mémoire sur le basalte des Anciens, & sur les différentes espèces de pierres auxquelles on a donné ce nom!

à l'Oueſt de Koenigſtein, & à 5 lieues au Sud de Freyberg ſur les confins de la Saxe & de la Bohème, cette nouvelle maſſe étend encore les traces des volcans aſſez loin de Stolpen[a].

Si l'on rapprochoit de même les différens endroits de la Siléſie qui ont offert cette pierre ſingulière, on verroit qu'elle y occupe un arrondiſſement auſſi conſidérable qu'en Saxe, & qui ſe raccorde avec celui de Miſnie. On voit des amas de colonnes polygones aux environs de Lauban ſur les bords de la Queyſſe, près du village appelé Bruder-Thorn. Dans le duché de Javer au village de Weiſſe, le château de Greiffenſtein eſt bâti ſur un maſſif de piliers priſmatiques, dont la forme eſt à la vérité moins régulière que celle des priſmes de Stolpen[b].

M. Pott cite, d'après *le Magaſin de Hambourg*, un endroit ſitué dans le voiſinage de Lignitz en Siléſie, près de Nicolsſtadt, au pied de la montagne de Monchsberg, où l'on a trouvé pareillement le baſalte en priſmes[c].

Dans l'évêché d'Hildesheim, on voit de la forteresse de Marienbourg, que toute la colline qui lui eſt oppoſée eſt un aſſemblage de pierres en forme de poutre *(trabes lapideæ)*. Ces piliers ſont fort longs & diſtribués par maſſes ſéparées, dont l'intervalle eſt rempli d'une ſubſtance pulvérulente de couleur noire[d]. Cette terre de couleur noire, remarquée par Agricola, de qui nous tenons l'obſervation précédente, eſt une circonſtance importante qui annonce des terres cuites & des ſcories décompoſées, comme j'en ai trouvé en Auvergne & en Italie, autour des maſſes de priſmes iſolées.

En 1736, M. Trembley, dans un voyage qu'il fit à Weilbourg, ville du comté de Naſſau, eut occaſion d'obſerver à quelque diſtance de cette ville le baſalte priſmatique d'une forme très-régulière; les colonnes polygones avoient depuis trois juſqu'à huit côtés, mais le plus grand nombre étoit à ſix pans; leur diamètre avoit communément neuf pouces; leur longueur lui parut varier depuis deux pieds juſqu'à cinq. Pluſieurs de ces priſmes étoient placés les uns ſur les autres, ſans aucune emboîture ou articulation, & les colonnes polygones étoient formées par la ſeule addition des tronçons priſmatiques. Les extrémités ſupérieures

[a] *Henckel Pyrithol. p. 66 de la traduction françoiſe.*

[b] *Schwencf. catal. foſſ. Sileſ. pag. 385. & Volkmann Sileſ. ſubter. pag. 38.*

[c] *Pott, Lithogéognoſie, II.e Vol. page 220.*

[d] *Agricola, de Naturâ foſſ. l. VII, page 327.*

& inférieures de ces tronçons étoient auſſi unies & auſſi liſſes que leurs faces; ce baſalte enfin reſſembloit parfaitement, par ſon grain, ſa couleur & ſa dureté, à celui de la Chauſſée des Géans.

M. Trembley apprit qu'à quelques lieues de Weilbourg, un vieux château étoit entièrement conſtruit de ces priſmes, & en allant de Weilbourg à Coblentz il obſerva dans toutes les villes & dans tous les villages qu'il rencontra ſur ſa route qu'on avoit fait uſage de cette pierre, toute taillée par la Nature, pour paver les rues, & pour conſtruire les maiſons. Il fit la même remarque en voyageant de Coblentz à Cologne par Bonn. Aux environs de cette dernière ville, dans le lit même du Rhin, il trouva un rocher qui s'élevoit au-deſſus de l'eau de ce fleuve, & qu'il reconnut être un aſſemblage de priſmes. Les murs des parapets conſtruits des deux côtés du grand chemin ne lui offrirent que des tronçons de baſalte: il en aperçut auſſi beaucoup dans les vieux murs des remparts de Bonn & de Cologne, ainſi que dans les pavés de ces deux villes *.

* *Tranſact. Philoſophiques, année 1756, ſeconde Partie, n.° LXXXVII.*

J'ai vu dans le Cabinet d'Hiſtoire Naturelle de Leyde, pluſieurs articulations fort belles de baſalte qui avoient été envoyées du comté de Naſſau à M. Allaman, célèbre Profeſſeur de Phyſique en cette Univerſité. Les ſurfaces convexes qui s'emboîtoient dans les ſurfaces concaves avoient une ſaillie conſidérable. Ces échantillons ſuffiſent pour en conclure qu'il ſe trouve auſſi dans ce même canton des priſmes articulés, quoique M. Trembley n'y ait remarqué que des tronçons priſmatiques à baſes plates, ajoutés les uns ſur les autres.

Ces obſervations de M. Trembley ſe réuniſſent naturellement à celles que M. Ritter a faites dans le pays de Riedeſel & dans la Vétéravie, cantons voiſins du comté de Naſſau, & même le long du Rhin. Les environs de la ville de Lauterbach lui ont offert, au Midi & à l'Occident, des collines d'où l'on tire une grande quantité de priſmes de baſalte: ils ſont employés à la conſtruction des murs de la ville, & à pluſieurs uſages dans différens Arts. On en rencontre à chaque pas qui ſont diſtribués le long des maiſons, & qui ſervent de bornes, à quoi ils ſont

très-propres, & par leur forme, & par leur dureté qui fait qu'ils résistent aux efforts des voitures & à l'action du temps. Dans la colline méridionale de Billstein, la forme pentagonale des prismes est plus commune que l'hexagonale; leur diamètre varie depuis 6 jusqu'à 10 pouces, & leur longueur depuis 3 jusqu'à 8 pieds du Rhin. Vers le haut de la colline ils sont distribués par groupes, ou verticaux, ou inclinés à l'horizon sous toutes sortes d'angles; ce qui indique des éboulemens & des déplacemens: mais au milieu & au bas de la colline ils sont constamment perpendiculaires à l'horizon, & par rangées horizontales. C'est-là qu'on en voit plusieurs étages établis les uns sur les autres, dont la réunion se fait par des bases unies & plates. On peut juger de cette forme constante des bases par le dessin des prismes qui est joint au Mémoire de M. Ritter. La matière dont ces prismes sont composés est semblable, pour la dureté, le grain, la couleur, à celle des prismes d'Antrim & de Stolpen. Il y en a cependant quelques masses dans les collines de Bliézenroht au Sud de Lauterbach, qui sont plus tendres & moins noires que les autres. M. Ritter indique d'autres prismes semblables à Budingen, ville du comté d'Isenbourg, à trois lieues Nord-Est d'Hanau, dans une montagne voisine de Linz sur le bord du Rhin où ils sont verticaux, dans les murs de Nauss, & à trois milles de Cologne dans le village de Woman qui fait partie de cet Archevêché.

Une particularité intéressante que je tire d'un catalogue nombreux des productions du pays de Riedesel que M. Ritter a joint à ses observations, sont les ponces, les laves trouées, les scories qui se trouvent en plusieurs endroits de ce Bailliage, & qui annoncent l'action du feu. Il y en a d'assez grandes masses pour qu'on puisse les faire servir à la construction des fours des boulangers *.

* *Éphémérid. des Curieux de la Nature, Vol. X, append. page 25.*

J'ajouterai ici une circonstance semblable, qui tend à établir aussi cette correspondance des autres productions des volcans avec les basaltes prismatiques. On tire près d'Andernack des meules de moulin qu'on transporte en Hollande, & qui m'ont paru être taillées dans un massif de laves trouées semblables à celui de

Volvic en Auvergne. Ce maſſif eſt voiſin des cantons qui offrent des priſmes le long du canal du Rhin. Si ce que j'ai prouvé dans la première partie de ce Mémoire rend les obſervateurs attentifs à toutes les circonſtances que j'ai indiquées, je ne doute pas qu'on ne rencontre d'autres productions du feu partout où l'on remarquera des priſmes. Je puis déjà citer M. Raſpe, Conſeiller à Caſſel, qui ſemble avoir décrit dans ces vues, les différentes maſſes de baſalte qu'il a découvertes dans pluſieurs endroits de la Heſſe. Il a annoncé le réſultat de ſes obſervations par un Mémoire inſéré dans les Tranſactions Philoſophiques *. Il nous apprend qu'à Habichwald, proche Weiſſenſtein, dans les environs de Caſſel, le haut de la montagne ſur laquelle les fameuſes caſcades du Landgrave ſont bâties, n'eſt preſque compoſé que d'énormes quartiers de laves & de ſcories, & qu'un peu plus bas, vers le milieu de la montagne, il a remarqué du baſalte dont pluſieurs blocs ſont en colonnes polygones, mais dont quelques autres plus voiſins des laves trouées ne ſont que des maſſes arrondies, ſans aucune forme déterminée. M. Raſpe ſe fonde ſur le détail de ces obſervations intéreſſantes, pour adopter mon ſentiment ſur la nature & l'origine du baſalte, & pour abandonner entièrement l'idée de ſa formation, par le moyen d'un dépôt ſucceſſif fait au milieu de l'eau, idée qu'il avoit haſardée dans ſon ouvrage ſur la formation des nouvelles îles, & que d'autres Naturaliſtes ont adoptée. M. Raſpe a joint à ſon Mémoire les deſſins de deux maſſifs de baſalte priſmatique qu'on voit à Felſberg, & proche Gudenſberg au Sud de Caſſel dans le voiſinage de Fritzlar. Les colonnes polygones du château de Felſberg ont pour la plupart 8 à 12 pouces de diamètre, ſur des longueurs différentes de 6 à 30 pieds. Leur ſubſtance eſt entièrement ſemblable à celle des priſmes de Weiſſenſtein & de Gudenſberg: ceux-ci ſont inclinés à l'horizon.

* *Vol. LXI, page 580.*

La montagne du château d'Aldenberg à une lieue au Sud de Felſberg, eſt auſſi entièrement compoſée de priſmes, mais plus irréguliers & moins durs que ceux de Felſberg.

M. Raſpe auroit pu citer ici les laves, les ponces, les terres noires, les débris de ſcories & les terres cuites qu'offrent les

environs de ces maſſes priſmatiques; car M. le Duc de la Roche-foucauld, qui a appris à reconnoître les produits du feu par l'étude qu'il en a faite dans les grands laboratoires de la Nature, m'a aſſuré que dans le trajet de Caſſel à Fritzlar, & de Fritzlar à Marpurg juſqu'à Gieſſen où finiſſent les montagnes, il avoit obſervé par-tout les indices les plus marqués des ravages du feu des volcans. On ne voit à chaque pas que montagnes iſolées, coniques, tronquées par le haut, couvertes de matières noires & des terres végétales auſſi noires & formées par la décompoſition des ſcories, des ponces & des laves trouées.

Il faut cependant avouer qu'il y a des maſſes priſmatiques dans le voiſinage deſquelles les reſtes des anciens incendies ſont beaucoup moins frappans qu'à Weiſſenſtein; & M. Raſpe appuie à cette occaſion ſur une difficulté que j'ai déjà prévenue dans la première partie de ce Mémoire. Elle conſiſte en ce que certaines montagnes compoſées de baſalte priſmatique, ne lui ont montré, à côté de ces priſmes, aucune lave ſous la forme de ſcories, & lui ont paru totalement iſolées & ſans aucune correſpondance avec les autres productions du feu.

Je l'ai dit & je le répète encore, j'ai beaucoup vu de ces maſſes iſolées de baſalte, & j'avoue que ſi j'avois été réduit à ces maſſes dans mes obſervations, je n'aurois pu décider que le baſalte fût une lave compacte: ce n'eſt qu'en allant du ſimple au compoſé, que je me ſuis mis en état d'établir cette vérité, & d'en généraliſer l'application. Les réſultats infiniment variés des opérations du feu, que l'Auvergne renferme, m'ont préſenté ici les circonſtances les plus favorables, & là les plus grandes altérations de ces circonſtances. Je me ſuis donc attaché d'abord aux courans dont le baſalte priſmatique occupoit le centre & les bords, & dans leſquels j'ai reconnu une continuité non interrompue, depuis leurs extrémités les plus éloignées, juſqu'à la bouche ouverte d'un volcan; ils m'ont paru accompagnés en même temps de laves trouées, de ſcories, de ponces, de terres cuites, & placés la plupart ſur des baſes intactes ſur leſquelles les matières fondues ont cheminé. Telles ſont les circonſtances qui m'ont guidé dans le commencement de mes obſervations. Une fois éclairé ſur l'état primitif des phénomènes, j'ai

j'ai cru que les altérations survenues dans la disposition des masses de basalte en certains cantons, ne pouvoient infirmer ce qui avoit été bien reconnu & bien prouvé dans d'autres.

Ainsi lorsque j'ai trouvé des buttes isolées, composées d'une pierre noire qui avoit le même grain, les mêmes points brillans & vitreux, la même forme prismatique ou arrondie que le basalte, je n'ai pu me persuader que si le premier que j'avois observé dans des courans suivis & reconnoissables étoit une lave, celui-ci ne fût pas aussi une semblable production de feu.

Ce qui acheva de me décider sur cette identité, ce fut l'avantage que l'Auvergne m'offrit de pouvoir suivre, dans le cours de mes observations, les nuances des altérations que les circonstances primitives avoient éprouvées. Ainsi, après avoir rencontré plusieurs fois des prismes dans une situation verticale & placés au haut des collines & au sommet des Puys séparés de toutes les masses voisines & semblables; cette disposition singulière, dont je ne saisissois pas la solution avant d'avoir réfléchi à la suite des dégradations que ces collines & ces Puys avoient souffertes, me parut rentrer dans l'ordre des phénomènes les plus ordinaires, à mesure que je me suis occupé à recueillir les preuves de ces dégradations.

Sur les faces des coupures qui séparoient les collines, j'aperçus d'abord des lits de laves & des rangées horizontales de prismes, qui m'annoncèrent une correspondance très-frappante, par le grain semblable de la pierre, par les mélanges étrangers qu'elle renfermoit, par la forme & le module des prismes; enfin, par le niveau & le nombre des étages ou des rangées horizontales de ces prismes.

Ensuite je retrouvai, au pied de ces collines & de ces puys, des amas de terres noires & des débris de prismes si considérables que la plus grande partie des matériaux qui servoient à lier ces collines isolées, sembloient avoir été dispersés à côté des coupures immenses dont ils remplissoient autrefois les vides. J'y trouvai même de ces éboulemens de prismes, dont la disposition par groupes indiquoit visiblement les chutes successives par lesquelles ils

avoient été précipités de très-haut, ſans perdre leur aſſemblage & leur juxta-poſition primitive.

De-là je conclus que ces collines & ces montagnes couronnées de priſmes, avoient été plus élevées & originairement formées, du moins quant à leur ſuperficie, par un courant de lave continu, & que dans cet état les ſcories & les terres cuites, non-ſeulement couvroient la matière des priſmes, mais même les accompagnoient ſur les côtés & leur avoient ſervi de matrice lors de leur formation.

Les eaux des pluies ou des neiges fondues me parurent des agens très-propres à opérer une grande partie de ces dégradations; les priſmes ſe détachant aiſément les uns des autres, peuvent s'ébouler par l'enlèvement des matières mobiles & légères qui leur ſervent de baſe; car les terres cuites, les ponces, les ſcories, les laves trouées cèdent, avec la plus grande facilité, à l'action du moindre filet d'eau; & ce jeu de l'eau dont j'avois ſuivi les dernières traces & les veſtiges les plus récens, une fois bien connu, m'aidoit à replacer par la penſée, dans leur état primitif, tous les matériaux enlevés, & à rétablir ſans effort l'ancienne configuration du terrein, telle qu'elle étoit après les éruptions des volcans.

Ce qui ſervit ſur-tout à me guider dans ce travail, ce furent & l'inſpection des grands courans de matières fondues, interrompus vers leurs extrémités par des vallons qui en ont ſéparé différentes portions, & la vue des torrens qui coulent aux pieds des bords eſcarpés de ces vallons.

J'y remarquai que l'approfondiſſement de ces vallons étoit en raiſon de l'ancienneté de ces courans & de l'abondance des eaux de ces torrens; que les ruiſſeaux qui ſéparoient les différentes portions des courans anciens avoient achevé de creuſer entr'elles des coupures très-profondes, au lieu qu'elles n'étoient qu'ébauchées & parſemées de chutes & de caſcades, lorſqu'elles ſe trouvoient entamées entre les parties des courans plus modernes.

C'eſt auſſi dans ces mêmes circonſtances qu'à la place des ſcories & des laves trouées, je ne trouvois plus, au milieu des maſſes de priſmes iſolées, que des matières pulvérulentes, friables, ou des terres cuites; & toutes ces matières me parurent être le

résultat de la destruction des scories & des autres substances volcanisées, dont l'état de fusion imparfaite avoit cédé à l'action réitérée de l'eau & de l'air; car je savois que les parties superficielles des courans du Vésuve se réduisent, après une vingtaine d'années, en une terre noirâtre, semblable à ces débris & propre à la culture.

Enfin, une troisième circonstance primitive a totalement disparu dans ces mêmes cantons; ce sont les bouches des volcans qu'on ne retrouve plus vers l'extrémité supérieure des courans qui en sont sortis; & cette dégradation a lieu toutes les fois que les scories ont été comminuées & réduites, pour la plus grande partie, en une substance noire, pulvérulente & terreuse, & que des coupures immenses & profondes séparent les différentes parties des anciens courans.

Mais dès que je retrouvois la bouche d'un volcan, les scories & les laves trouées se montroient sur les revers de sa vaste cheminée comme autour des courans, & les ruisseaux qui en séparoient quelques portions sembloient avoir éprouvé, dans leur ancien lit, un dérangement considérable, & luttoient encore contre les obstacles multipliés que les matières fondues opposoient à la liberté de leur cours.

On voit, par ce détail succinct, 1.° que les mêmes causes ou des causes parallèles ont également altéré, dans le même lieu, les différentes circonstances primitives qui peuvent seules constater aux yeux des Observateurs l'état des courans & des laves; 2.° que dès qu'une seule de ces circonstances reparoît, les autres viennent à la suite avec une régularité & une exactitude qui dédommagent de leur absence totale, dans les cas où elles ont disparu en même temps; 3.° enfin, qu'en dernière analyse, lorsque les circonstances primitives manquent, un Observateur instruit par elles, & accoutumé à distinguer le basalte, pourra se borner, pour le reconnoître, à la substance noire & pulvérulente qui l'accompagne toujours & qui lui sert de base, sur-tout s'il réunit à ces circonstances les caractères du grain & de la couleur noire ou grise du basalte, & ceux des différentes formes singulières sous lesquelles il se montre.

Toutes ces vues, tous ces résultats d'obſervations exigeroient ſans doute plus de développement & des applications préciſes, mais je les réſerve pour l'ouvrage que j'ai déjà annoncé : je me contenterai de quelques indications relatives à ces vues dans la deſcription des objets que contient la Carte jointe à ce Mémoire.

Il faut avouer cependant qu'il y a en Auvergne beaucoup de maſſes fondues & priſmatiques, qui paroiſſent être le produit d'une éruption locale & concentrée ſur le ſommet d'une montagne très-peu étendue, ſans qu'on puiſſe apercevoir, dans une circonférence de deux ou trois lieues de rayon, aucune portion de courant correſpondante, dont ces maſſes iſolées aient pu faire partie. Quelques-unes des maſſes fondues & iſolées que m'objecte M. Raſpe, pourroient appartenir à ce genre d'opérations. Mais je ſuis porté à croire, d'après les obſervations de M. le Duc de la Rochefoucauld, que les difficultés qui concernent le plus grand nombre de ces maſſes trouveront leur ſolution dans les dégradations dont j'ai indiqué ci-deſſus les progrès & les cauſes.

M. Raſpe en avouant de bonne foi les difficultés qui l'ont arrêté, prouve par cet aveu, qu'il a ſu diſtinguer un fait altéré d'avec un fait ſimple, & que pour remonter juſqu'aux cauſes des opérations de la Nature, il ſent le prix des circonſtances primitives, telles qu'elles ſe ſont offertes à lui ſur la montagne de Weiſſenſtein; en cela bien différent de quelques Naturaliſtes, qui, depuis la première lecture de mon Mémoire, ont parlé du baſalte, & en ont cité & décrit ſans choix des maſſes qui n'avoient aucune correſpondance ſuivie avec les autres produits du feu, pour prouver (ce qu'on ſavoit déjà) que c'étoit une lave : c'eſt à ceux qui ſont en état d'apprécier le mérite d'une marche analytique dans la diſcuſſion des faits, à diſtinguer mon travail, de ces obſervations vagues, où les objets ſont indiqués ſans aucune circonſtance déciſive.

Après avoir fixé les idées ſur la manière de reconnoître, malgré les dégradations qui ſurviennent dans les courans, la vraie origine du *baſalte-lave*, (qu'on me paſſe ce terme) ne perdons pas de vue la ſuite des endroits où il ſe trouve. En rapprochant toutes les obſervations qui précèdent, il paroît qu'il y a deux cantons

principaux en Allemagne, qui ont été anciennement ravagés par le feu; j'en juge du moins par les masses de basalte qui sont distribuées à la superficie de ces deux cantons, & qui tracent, d'une manière très-suivie & très-frappante, la ligne que ces incendies ont parcourue.

Le premier canton commence à la hauteur de Freyberg, dans la partie méridionale de la Saxe, il suit les limites de la Lusace & de la Bohème, & s'étend jusqu'au-delà de Lignitz en Silésie; on voit les premiers vestiges du feu vers Brandau ville située au midi de Freyberg, sur les confins de la Bohème; ils se continuent par Gieshubel, Koenigstein & Stolpen, lieux voisins de Dresde, & de-là se prolongent par le village de Bruder-Thorn, situé aux environs de Lauban sur la Queysse, & par le château de Greyffenstein, à quatre lieues au Sud-est de Lauban, sur la même rivière; & enfin ils se terminent proche Nicolstadt à trois lieues au midi de Lignitz en Silésie: ces traces du feu, si elles sont continues, comme je le soupçonne, occupent une superficie d'environ cinquante lieues de longueur, sur une largeur qui peut être au moins de cinq à six lieues.

Le second canton est bien plus considérable encore, & en liant les observations faites par d'habiles Naturalistes dans différens lieux fort voisins les uns des autres, il paroît certain que les traces des feux souterreins se montrent sans interruption sur la plus grande partie de sa longueur, c'est-à-dire, depuis Cologne jusqu'à Cassel. Elles commencent aux environs de Cologne dans un village éloigné de trois lieues de cette ville, & nommé Woman, & paroissent aussi à Niedermenick, & dans quelques îles qui sont au milieu du canal du Rhin, entre Coblentz & Cologne; ensuite elles se continuent dans le voisinage de Lintz, de Weilbourg, ville du comté de Nassau, & de Budingen, ville du bailliage d'Isembourg; de-là elles s'étendent entre Giessen & Lauterbach, ville du bailliage de Riedesel, & se prolongent par Marbourg, Amonebourg, & par Aldenberg, Felsberg & Gudensberg, trois châteaux voisins de Fritzlar jusqu'à Cassel où elles sont très-marquées, à Habickwald, & sur-tout à Weissenstein. Au moyen de tous les vestiges du feu qui se trouvent depuis Cassel

jusqu'à Giessen, les volcans de la Hesse se joignent d'un côté avec ceux du Riedesel, & de l'autre, avec ceux du comté de Nassau; & enfin ces derniers, avec ceux du bas Rhin, entre Cologne & Coblentz. En se bornant même à la suite des masses basaltiques que j'ai indiquées ci-devant, & que des observations plus soignées multiplieroient sans doute, il est certain que les produits du feu recouvrent une superficie qui a environ soixante lieues de longueur, sur une largeur de 10 à 15 lieues.

Comme on trouve aussi des basaltes prismatiques à Marienbourg, quelques lieues au-dessus d'Hildesheim sur l'Innerste; s'il n'y a point d'interruption entre ces produits du feu & ceux de Cassel, les vestiges des anciens volcans occuperoient une longueur d'environ quatre-vingts lieues depuis Cologne jusqu'à Marienbourg. Quoi qu'il en soit, ce que nous connoissons certainement suffit pour nous autoriser à penser que les ravages des feux souterreins ont parcouru de très-grands espaces sur différens points du globe; & soit que ces feux aient toujours été concentrés dans des cheminées très-peu étendues, comme ils le sont actuellement, ou qu'ils se soient fait jour par plusieurs cheminées à la fois, leur marche a dû être très-lente, & la fonte des matériaux immenses qui couvrent les superficies incendiées n'a pu se compléter que dans des temps très-reculés & très-antérieurs aux temps historiques. Ce qui nous reste à décrire d'ailleurs ne fera que rendre ces réflexions encore plus frappantes.

Passons maintenant en Irlande, nous y trouverons dans le comté d'Antrim, sur les bords de la mer, le monument le plus célèbre & peut-être le plus curieux que nous ayons dans ce genre; il est connu dans le pays, & je l'ai déjà indiqué plusieurs fois sous le nom de *Chaussée des Géans.* On en voit des descriptions assez détaillées dans les Transactions Philosophiques, *N.ºs 199, 212, 234, 241 & 485;* mais rien ne donne une idée si grande & si vraie de ce travail admirable de la Nature, que les deux estampes gravées d'après les dessins de M. Drury, qui a pris de cette prétendue chaussée & de ses environs, deux vues très-intéressantes. Les prismes qui composent la Chaussée des Géans, sont très-régulièrement articulés: comme je les ai décrits

au commencement de ce Mémoire, je ne répéterai pas ici ces détails. On peut voir dans l'Hiſtoire des foſſiles de M. Mendès d'Acoſta, le réſultat des obſervations qui ont été faites ſur ce baſalte par les Savans de l'Angleterre. Il ſeroit à deſirer que ces obſervateurs euſſent dirigé leurs recherches vers les circonſtances déciſives qui peuvent établir la reſſemblance des phénomènes que préſentent les côtes de l'Irlande avec ceux que j'ai trouvés en Auvergne, & que quelques-uns euſſent écarté toute idée de reſſemblance avec les entroques, les aſtéries, les ſtalactites, les madrépores, d'après laquelle ils ont décrit & jugé ce baſalte.

Au reſte, ce que les meilleurs obſervateurs Anglois ont remarqué, ſe ſimplifie conſidérablement par la connoiſſance de l'origine & de la nature du baſalte. Tout ſe réduit à deux jetées immenſes, qui ſont compoſées de priſmes articulés, & qui s'abaiſſent ſous les eaux de la mer dont le lavage continuel a dégagé ces maſſes curieuſes des matières ſcorifiées & cuites qui les recouvroient; & enfin à des croupes qui offrent des courans de laves & des couronnemens de priſmes, dont les formes ſont plus ou moins décidées. Je vois ces détails dans les eſtampes de M. Drury: je n'ai pu les emprunter des Naturaliſtes Anglois qui ne ſe ſont attachés qu'à décrire les priſmes de la Chauſſée des Géans & leurs articulations ſingulières. Ils n'ont donné aucune attention aux circonſtances qui les environnent: telles que ſont les matières qui leur ſervent de baſe, la forme des montagnes au pied deſquelles ces priſmes ſe trouvent, & dont le ſommet eſt un cône tronqué; la nature des blocs de pierre en déſordre qui recouvrent les croupes & le bord de la plage; la diſtribution générale des matières ſcorifiées le long des côtes de la mer. Ces obſervations rapprochées pouvoient ſeules conduire à des réſultats intéreſſans; & ce n'étoit que d'après la diſcuſſion de tous ces objets, qu'on pouvoit parvenir à connoître la vraie origine de ces maſſes curieuſes, ainſi que leur conformité avec celles de priſmes ſemblables, ſi multipliées en Auvergne.

Ce plan de recherches, s'il étoit exécuté, feroit découvrir toute l'étendue qu'occupent les produits du feu autour de la Chauſſée des Géans, ainſi que les différentes variétés des priſmes.

On en a déjà obſervé pluſieurs maſſifs en quelques endroits ſitués, ſoit dans l'intérieur des terres, ſoit le long des côtes de la mer: on a trouvé, par exemple, des priſmes à 14 milles anglois de la Chauſſée des Géans & au Sud de Dally-Caſtle: ce ſont des aſſemblages de colonnes polygones, formées par des articulations qui ne ſont pas concaves & convexes comme celles de la Chauſſée des Géans, mais qui, ſemblables à des tronçons priſmatiques, s'ajoutent les uns ſur les autres dans la longueur des priſmes, & ſe joignent par des ſurfaces planes ou perpendiculaires ou inclinées à leurs axes.

Quant aux maſſes priſmatiques qui ſont diſtribuées le long des côtes de la mer, on en a remarqué pluſieurs: on en voit à Magilligan, dans la péninſule de Donſevery, à Ballintay, à Fairhead, & même juſque dans la baie de Carrikfargus. Tout ce trajet préſente une étendue d'environ 20 lieues marines de côtes couvertes probablement de matières fondues, parmi leſquelles ſe trouvent des baſaltes priſmatiques. Il y a grande apparence que le fond de la mer, dans le détroit qui ſépare les côtes de l'Irlande de celles de l'Écoſſe, en face de la Chauſſée des Géans, eſt tapiſſé par une croûte de matières fondues; car pluſieurs reſcifs que la mer y découvre en baſſes eaux, ſont des aſſemblages de priſmes. On trouve même, ſur les côtes d'Écoſſe oppoſées, des falaiſes toutes compoſées de rideaux de priſmes, qui ſont des produits du feu correſpondans à ceux de l'Irlande. Et en dernier lieu, M. Bancks a obſervé que la petite île de Stafa, voiſine de l'île de Mula, une des îles de l'Oueſt, ſituée à 30 lieues au Nord de la Chauſſée des Géans n'étoit qu'un maſſif de priſmes qui, dans certaines parties, avoient des courbures très-ſingulières. Ainſi ce canton incendié, le plus célèbre par ſes priſmes, ſera auſſi très-remarquable par ſon étendue.

Si nous revenons en France, nous y trouverons d'abord, dans les provinces d'Auvergne & de Vélay, trois cantons incendiés qui nous ont offert de nombreuſes maſſes de baſalte priſmatique. Le premier occupe une ſuperficie de 30 lieues de longueur, ſur une largeur qui varie depuis 6 juſqu'à 15 lieues; il commence à environ 3 lieues au Nord d'une ligne droite qu'on tireroit de Riom

Riom à Pontgibaut, & s'étend vers le Sud jusqu'à Saint-Flour d'un côté, & jusqu'à Aurillac de l'autre; il est limité à l'Est par les endroits suivans, Riom, Clermont, le Crest, Talende, Saint-Sandoux, Champeix, Issoire, Saint-Germain-Lambron, la Chapelle-Grenier, Saint-Victor près Massiac; par le canal de la rivière d'Arceuil jusqu'à Vieillepesse & la Fageole, & de-là il s'étend à Saint-Flour & à Vic-en-Carladais; vers l'Ouest, il se termine à ces différens lieux, Aurillac, Mauriac, Bort, Tauve, Saint-Sauve, la Queuille, la Croix-Banson, Saint-Pierre-Châtel, Pontgibaut; il nous a présenté plus de deux cents masses de prismes, dont la Carte jointe à ce Mémoire n'indique que les principales.

Le second occupe proprement les environs de Billom & de Vic-le-Comte, & s'étend depuis Clermont jusque vers Saux-sillanges, & même, après quelques interruptions, jusqu'à Usson, Saint-Étienne-sur-Usson, & Estel, prieuré de Fontevrault; outre les masses de prismes & les amas de boules, que ce canton incendié renferme, il présente encore de nouveaux phénomènes qui ne sont pas de notre objet: ces phénomènes m'ont déterminé à le distinguer du premier: il peut avoir quinze lieues de longueur sur cinq à six de largeur.

Le troisième canton suit le canal de l'Allier; il commence à une lieue au-dessus de Vieille-Brioude, & se continue sur les deux bords de ce canal, par Tapon, Grenier, Saint-Ilpize, Blassac, Chiliac, Peyre, Chambon, toutes masses prismatiques, &, après quelques interruptions aux environs de Langeac, par Chanteuge, Saint-Arcon, les Chazes, Monistrol, & jusqu'à Langogne & Pradelles: il s'étend ensuite vers le Puy-en-Vélay, & vient rejoindre l'Allier par Polignac, Alègre, Murs, Varennes, Aurouze, Flagheac, Saint-George-Daurat, Saint-Eble, &c. On trouve dans ce canton les plus beaux phénomènes qu'on puisse voir en basaltes prismatiques, & outre que les circonstances primitives y sont le moins altérées, elles s'y présentent avec plus d'avantage dans la plus grande partie de son étendue, & sur-tout le long du canal de l'Allier.

Je regarde comme un quatrième canton incendié ou volcanisé en France, les environs de Pézenas & d'Agde, dans la province

du Languedoc. M. Montet, de l'Académie de Montpellier y a obſervé des laves, & en particulier le baſalte priſmatique, aux cauſſes de Beſſan & de Saint-Thibery. Comme M. Montet avoit été prévenu, par M. Venel, de ma découverte, il l'a rangé parmi les laves, & a ſoin de remarquer en même temps « qu'il ſe » trouve dans un lieu où les veſtiges d'un volcan éteint, ſont on ne peut pas plus reconnoiſſables *. » Quoiqu'il eût été à deſirer que M. Montet eût décrit plus en détail ce baſalte, & eût montré ſa liaiſon avec les veſtiges du volcan éteint, &c. comme le fait M. Raſpe, pour celui qu'il a trouvé dans la montagne de Weiſſenſtein, l'obſervation de l'Académicien de Montpellier eſt une remarque précieuſe, qui tend à confirmer la vérité que j'ai prouvée d'ailleurs, dans ce Mémoire *(h)*.

* *Mém. de de l'Acad. des Sc. an. 1760.*

Achevons de parcourir les endroits où l'on a trouvé le baſalte-lave. En 1766, j'ai vu ce baſalte aux environs de Vicenze, dans les États de la République de Veniſe, & conſtamment au milieu des autres produits du feu, tels que les ſcories, les laves trouées, les ponces & les terres cuites : il s'y montre de plus en maſſes informes, en boules, en corps à facettes comme en Auvergne. Je me contenterai d'indiquer ici rapidement les différens endroits où je l'ai obſervé : j'ai trouvé quelques priſmes à Moncelèſe, & d'autres maſſes priſmatiques proche les villages de Brendola, de Gambelara & de Terroſſa ; mais la vallée de Ronca m'a préſenté des rideaux de priſmes plus beaux & plus réguliers. On jouit du même ſpectacle tout le long du vallon de l'Alpon, particulièrement depuis San-Giovanne-Hilarione juſqu'à Monte-Bolca, ſur une étendue de trois lieues : les rochers de baſalte priſmatique ſe montrent de toutes parts le long des croupes de ces deux vallées profondes, & ſont encore engagés en partie

(h) M. Montet n'étoit pas bien inſtruit lorſqu'il avance que j'ai eu intention d'expliquer dans ce Mémoire la formation des priſmes, par l'idée d'une *criſtalliſation* dans le fluide igné. Il eſt aiſé de voir que je n'y ai pas traité cette queſtion auſſi difficile qu'elle eſt importante. Je me ſuis contenté d'établir le fait. J'ai dit un mot de ce que je penſois de la *forme* des priſmes, en expliquant deux planches qui ſe trouvent dans le *Tome VI* de l'Encyclopédie, parmi celles de l'Hiſtoire Naturele, & qui repréſentent des maſſes de baſalte.

dans des ſcories, dans leurs débris & dans des terres cuites qui les recouvroient en entier avant que les eaux euſſent dégradé ces terreins mobiles : les mêmes matières ſervent auſſi conſtamment de lit à ces rochers de priſmes. De Moncelèſe à Monte-Bolca, il y a environ 20 lieues qui offrent par-tout des veſtiges du feu, ſur une largeur de ſix à ſept lieues : voilà à peu-près l'étendue que je puis donner à ce canton incendié, d'après des obſervations ſûres; mais il eſt très-vraiſemblable que les traces du feu ne ſont pas bornées à la ſuperficie du terrein que j'ai pu parcourir.

Kircher nous apprend qu'en dirigeant ſa marche de Bolſene vers Monteſiaſcone, on rencontre ſur le bord élevé du lac de Bolſene, à gauche, des rochers entièrement compoſés de priſmes quadrilatères parallélipipèdes [a]. Ce fait ſe trouve appuyé par une obſervation de D. Breyn, qui a remarqué que près de Bolſene les montagnes, en pluſieurs endroits étoient formées de baſalte [b].

Depuis la première lecture de ce Mémoire, j'ai vu en 1765, ſur les bords du lac de Bolſene, les priſmes de baſalte dont parle le P. Kircher, ils ont cinq ou ſix côtés comme ceux d'Auvergne & de Stolpen. Je n'en ai point vu de parallélipipèdes, & effectivement ils ſont très-rares par-tout ailleurs. Il paroît qu'on ne fait ordinairement attention qu'à la maſſe décrite par le P. Kircher, parce qu'elle eſt la plus apparente & la plus voiſine de la route; mais il eſt aiſé de remarquer que tout le bord du lac, qui forme une colline élevée, offre, ſur une étendue de plus d'un mille, pluſieurs aſſemblages de priſmes à moitié couverts par les ſcories, les terres cuites, &c. & placés à côté d'autres maſſes de matières, ou fondues, ou ſimplement altérées par le feu. Certains aſſemblages de priſmes ſont dans une ſituation horizontale, & ne laiſſent voir que leurs baſes ſur les croupes; d'autres ſont verticaux, & paroiſſent dans toute leur longueur : la forme priſmatique de ceux-ci eſt très-régulière, les faces en ſont bien unies & contiguës, les arêtes très-nettes, & les baſes plates & dans un ſeul plan. Enfin la pierre de ces priſmes reſſemble parfaitement par ſon grain, par ſes points brillans vitreux, par ſa couleur, à la pierre des priſmes d'Auvergne & du comté d'Antrim.

J'avois été préparé à ces priſmes par un groupe de ſemblables

[a] *Kirch. mund. Subt. lib. VIII, ſect. I, cap. 9.*

[b] *Tranſact. Philoſ. n.° 334, année 1712.*

prifmes, moins réguliers à la vérité, qu'on voit à côté du village de Radicofani, & au commencement de la rampe par laquelle on monte au vieux Château qui domine ce village. Des laves trouées, des matières noires, pulvérulentes accompagnent ces prifmes: on voit plus bas des carrières de meules de moulin qu'on taille dans un maffif femblable à celui de Volvic; la pierre eft pleine de trous, & fe taille aifément: en cela différente du bafalte dont on ne tire aucun parti parce qu'il eft trop compact, & qu'il tombe en éclats fous le marteau.

Dans certaines coupures qu'on voit le long du chemin de Bolfene à Viterbe, on rencontre auffi des amas de boules d'une lave auffi compacte que la matière des prifmes; quelques-unes font à couches concentriques; celles qui font totalement ifolées ont la forme d'ellipfoïdes; celles qui fe touchent font comme des corps à facettes aplatis dans les points de contact. Des amas femblables reparoiffent entre Viterbe & Rome, proche Frefcati, à Capo-di-Bove, au lac de la Colomnella, & ces boules font toujours enfévelies plus ou moins dans des fcories, dans des matières noires, friables & pulvérulentes, dans des terres cuites ou dans des laves trouées. Ces obfervations fe raccordent parfaitement avec celles que j'ai faites en Auvergne. Je n'infifterai pas davantage ici fur ce rapprochement, qu'il me fuffit de faire entrevoir pour mon objet actuel.

Jufqu'à préfent je n'ai cité que des produits du feu, obfervés aux environs des volcans éteints; & quoique quelques-uns de ces volcans aient confervé les principaux caractères qui peuvent attefter leur ancien état, cependant il femble que ce feroit une nouvelle preuve intéreffante & indifpenfable du fait dont je m'occupe fi je pouvois indiquer les bafaltes prifmatiques parmi les laves du Véfuve, de l'Ethna ou de quelqu'autre volcan actuellement enflammé.

Il eft vrai, & il faut l'avouer, que c'eût été un problème, peut-être impoffible à réfoudre pour les Naturaliftes, que d'avoir à rendre raifon des différens états où fe trouvent les fubftances pierreufes autour des volcans éteints, s'ils n'euffent pas pu les comparer avec les produits des volcans actuellement enflammés.

De quelle reſſource n'auroit-on pas été privé ſi tous les volcans euſſent été éteints à la ſurface du globe? Combien, en comparaiſon, nos imitations auroient été foibles, & nos épreuves lentes. On n'a peut-être jamais aſſez réfléchi à l'avantage infini qu'on a tiré de l'obſervation d'un volcan en action qui nous fournit le ſpectacle auſſi étonnant qu'inſtructif des opérations du feu, qui nous offre, après ſes accès, les différens degrés de fuſion dans les matières épanchées de ſon foyer & refroidies, & qui nous montre en même-temps la diſtribution des courans ſortis de ſes flancs entr'ouverts, la forme des craters & des cheminées, &c.

Mais une fois bien inſtruits de tous ces détails, ne ſommes-nous pas en état de reconnoître par comparaiſon les laves, & ſur-tout les laves compactes. Il n'eſt donc pas abſolument néceſſaire que le baſalte priſmatique ſe trouve parmi les courans des volcans enflammés, s'il eſt certain qu'il a le même grain que la lave compacte, & qu'il fait partie des courans avérés tels par la comparaiſon de leur forme & de leur diſtribution avec ceux qui ſont autour d'une bouche de volcan enflammé. Cependant nous ne ſommes pas dépourvus de ce genre de preuves, ſi quelqu'un le croit indiſpenſable; car on a trouvé le baſalte priſmatique parmi les laves de l'Ethna, & parmi celles du volcan de l'Iſle Bourbon. *(i)*

M. Houel, Peintre habile, qui a pris de l'Ethna pluſieurs aſpects très-intéreſſans, m'a aſſuré avoir vu ſur le bord de la mer à Jacci, à l'extrémité de la baſe immenſe de l'Ethna, des maſſes de laves culbutées, qui ſont autant de paquets de pyramides ou de priſmes étroitement unies enſemble.

M. Raſpe cite une hiſtoire de l'île Bourbon, imprimée à Londres en 1762, & dans laquelle il a trouvé une deſcription de quelques montagnes de cette île, qui préſentent aux Voyageurs, ſur les faces eſcarpées de leurs croupes, des colonnes de pierres ſemblables entr'elles & d'une hauteur conſidérable. M. Raſpe met ce phénomène dans la claſſe des priſmes de la Chauſſée des Géans *.

* *Specimen Hiſtor. Natur. Globi terraquei, p. 12.*

(i) J'ai vu chez M. Périchon quatre tronçons priſmatiques, qu'on lui avoit adreſſés de l'Inde, où ils ſont connus ſous le nom de *pierres d'Ingican.* Ils avoient cinq à ſix côtés; & la largeur de chaque pan ou côté étoit d'environ

Comme on ſait que l'île Bourbon eſt encore actuellement expoſée aux ravages & aux éruptions violentes d'un volcan, j'ai regardé les ſoupçons de M. Raſpe comme très-fondés, & j'ai tâché de me procurer quelques éclairciſſemens au ſujet de ces colonnes, & M. Poivre a bien voulu ſe charger de me les procurer par le moyen de M. Commerſon. Il réſulte des obſervations de ce Naturaliſte, que l'on trouve tant au pied des pitons ou montagnes volcaniſées que ſur les bords eſcarpés des ravines & même des falaiſes qui règnent le long des côtes de la mer, des rangées de colonnes polygones, verticales, très-groſſes, qui ont depuis 2 juſqu'à 12 pieds de diamètre, & depuis 20 juſqu'à 100 pieds de hauteur: & ces colonnes polygones ſont enſévelies au milieu des ſcories & des autres produits du feu non équivoques.

Voici donc dix cantons incendiés en Europe, dans leſquels on a trouvé le baſalte priſmatique: ſavoir, deux en Allemagne, un dans les îles Britanniques, quatre en France, deux en Italie, ſans compter celui des environs du Véſuve, où eſt au moins le baſalte non priſmatique; & enfin, un en Sicile: je crois devoir faire remarquer que ces baſaltes n'ont été obſervés que dans les provinces de l'Europe où il ſe trouve des Naturaliſtes inſtruits. Si toute la ſurface du Globe eſt parſemée de ces cantons incendiés, en même raiſon que cette partie de l'Europe plus connue, quels doivent être les ravages que le feu a faits à cette ſurface!

J'oſe eſpérer qu'avec les inſtructions que renferme ce Mémoire, les Naturaliſtes s'attacheront à la recherche des différentes maſſes de baſalte, ſoit priſmatique, ſoit ſimple lave informe & à grain

deux pouces. Toutes les faces des baſes & des côtés de ces priſmes étoient très-unies comme ſi on les eût taillées. La ſubſtance pierreuſe dont ils étoient formés, avoit la plus grande dureté; des lames qu'on avoit détachées de ces tronçons en les ſciant, offroient une certaine tranſparence & une teinte jaunâtre. J'ai aſſez peu vu ces pierres pour pouvoir décider ſi ce ſont des produits du feu, qui auroient été portés à un certain degré de vitrification. En tout cas, j'ai cru devoir en faire mention ici comme d'un objet d'Hiſtoire Naturelle, qui mérite l'attention des obſervateurs éclairés qui voyagent dans l'Inde. Ils pourroient en examinant ces pierres dans leur ſituation naturelle, fixer nos idées ſur leur nature & ſur leur origine, & nous apprendre ſi ce ſont des criſtalliſations étrangères aux laves compactes ou aux vitrifications des volcans.

ſerré: on a déjà trouvé de cette lave à Othaïti, dans quelques autres îles de la mer du Sud, & particulièrement dans la nouvelle Zélande. Je regarde ces produits du feu comme inaltérables, & par conſéquent comme les ſeuls indices des volcans que le temps n'a point détruits, comme il produit la comminution des ſcories & des matières cuites ou à moitié fondues.

Il ne me reſte plus qu'à parler des Nomenclateurs qui ont claſſé le baſalte. On trouve, dans ces Auteurs eſtimables d'ailleurs, une ſi grande confuſion qu'on ne peut en tirer aucune lumière ſur ſa nature; ceux qui en ont parlé ſans prévention, avouent de bonne foi qu'ils ne ſavent à quelle claſſe le rapporter, & le rangent parmi les pierres *incerti ordinis*. M. Wallerius ne paroît pas même l'avoir connu. Ainſi j'entre dans cette diſcuſſion plutôt pour combattre des opinions haſardées que pour recueillir des connoiſſances ſûres & des faits précis.

Le ſavant Traducteur de la Minéralogie de M. Wallerius a cru que la roche de corne *(eſpèce 143, variété 2)* envoyée à M. de Juſſieu, par l'Auteur, ſous le nom de *Corneus fiſſilis durior*, étoit une lave compacte; mais une ſuite de pierres de corne qui faiſoit partie d'une collection célèbre, m'a convaincu que ces pierres étoient des eſpèces de ſchiſtes micacés, la plupart aſſez tendres, & faiſant à peine feu au briquet. Il eſt vrai que la variété 2 que j'ai vue entre les mains de M. de Juſſieu, eſt fort dure, & même ſuſceptible de prendre le poli; mais on y démêle, ainſi que dans les autres, une infinité de petites lames micacées, diſtribuées par feuillets aſſez diſtincts; & c'eſt ce que M. Wallerius a indiqué par le mot *fiſſilis:* le fond de cette pierre eſt une pâte noire, matte, ſans aucun grain; quelques échantillons avoient auſſi la forme de trapézoïdes, qui eſt un caractère du ſchiſte. La lave compacte, au contraire, a un grain uniforme, au milieu duquel on découvre quelques points brillans, vitreux, qui diffèrent entièrement des lames micacées ternes de la pierre de corne; ainſi l'examen ſeul des échantillons de la lave & de la pierre de corne, ſuffit pour détruire toute idée de reſſemblance entre elles.

Mais d'ailleurs, M. Wallerius, dans ſa réponſe à M. de Juſſieu, *page 257,* en parlant de la ſituation naturelle de cette pierre,

qui se trouve par filons perpendiculaires dans les mines, détruit encore toute ressemblance avec la lave compacte qui occupe au contraire le centre & les bords des courans, comme je l'ai montré dans la première partie de ce Mémoire.

Depuis que j'ai écrit ceci *(k)*, mes présomptions se sont encore confirmées en examinant, avec M.rs Rouelle & d'Arcet, une suite de pierres de corne, envoyées & étiquetées par M. Wallerius: nous y avons reconnu dans les variétés de l'espèce 143, les mêmes caractères que j'ai indiqués ci-dessus, & une parfaite ressemblance avec des schistes micacés des Pyrénées; quelques espèces étoient si tendres, qu'elles s'égrainoient même sous les doigts; enfin, la publication de la nouvelle édition de la Minéralogie de M. Wallerius nous remet sous les yeux les mêmes caractères de la pierre de corne; elle y est placée entre les basaltes & les mica, & indiquée comme un composé de petites lames micacées, qui dominent plus ou moins au milieu d'une pâte noire qui n'a pas de grain. Voyez le genre 26 des pierres de cornes, dans la nouvelle Minéralogie. D'après ces caractères si différens de la pierre de corne & de nos basaltes ou laves compactes, que M. Wallerius auroit dû comparer depuis la traduction de sa première Minéralogie, il semble qu'il auroit pu se convaincre par lui-même que l'idée de la ressemblance de ces deux substances pierreuses avoit été hasardée sans aucune preuve, & qu'il falloit l'abandonner; mais il a suivi un système totalement opposé: je citerai ici un passage de sa nouvelle Minéralogie, où il développe son sentiment à ce sujet.

« La pierre de corne se trouve, dit-il, aussi fréquemment » dans nos mines & dans nos montagnes, ainsi que dans les mines » & montagnes de Hongrie, qu'elle est rare dans d'autres contrées... » c'est cette rareté qui fait qu'elle y a été, on ne peut pas moins » connue. L'illustre Auteur de la traduction Françoise de ma » Minéralogie, soutient que *cette pierre est parfaitement semblable* » *à la lave;* ce que répète M. Bomare, d'après lui; cependant je » suis porté à croire que *la lave ne peut jamais se trouver sans*

(k) Ceci est ajouté à ce Mémoire lû en 1765 & 1771.

« *mélange*

mélange de matières hétérogènes, & qu'au ſurplus, *ou elle eſt totalement vitrifiée, ou elle conſerve toujours des marques de ſa fuſion, en laiſſant apercevoir dans ſon grain des parties vitrifiées ou ſcorifiées.* Ce ſeroit une mépriſe que de ranger parmi les laves des pierres qui, dans leur état primitif & naturel, auroient été lancées hors de la bouche d'un volcan, par la violence de ſes éruptions. C'eſt en conſéquence *de ces principes* que je crois devoir mettre en doute ſi l'on peut claſſer parmi les laves tout ce que l'on a donné pour *lave.* On regarde communément, en Italie & à Naples, les pierres appelées *Tiburtine* ou *Peperine*, avec leſquelles on a conſtruit pluſieurs édifices & pavé les grandes routes, comme un produit du feu: mais un habile Minéralogiſte m'a aſſuré qu'elles n'étoient point laves, mais *pierres de corne ou roches, dont le fond eſt couleur de gris-de-fer, parſemé de points quartzeux & baſaltiques: qu'elles n'avoient aucune apparence de vitrification ou de mélange d'autres ſubſtances hétérogènes;* & qu'elles ſe trouvoient par couches ſuivies dans les montagnes voiſines de Naples, & ſur-tout dans le Tarona *(Somma)*, qui forme une ceinture autour du Véſuve. Cette opinion paroît confirmée par la deſcription que M. d'Arcet, dans ſon Mémoire ſur l'action d'un feu égal, *page 72*, donne de ces pierres qu'on trouve en Auvergne, province de France, & qu'on regarde comme une production du feu des volcans, quoiqu'elles n'en ſoient point. Si ces prétentions ſont fondées; ſi d'ailleurs la grande reſſemblance qu'on a cru trouver entre les pierres de corne & les laves eſt vraie, n'eſt-il pas évident que *tous ceux qui donnent pour produit des volcans, ces pierres, ſe ſont trompés! Je prie les Minéralogiſtes étrangers de réſoudre mes doutes à ce ſujet*, & d'être convaincus que la pierre de corne de Suède n'a jamais éprouvé de fuſion, & qu'on ne peut la conſidérer comme une lave *(page 356)*. »

Voici à peu-près à quoi ſe réduit le raiſonnement que fait M. Wallerius. On a décidé en France que la pierre de corne de Suède étoit parfaitement ſemblable à la lave: or cette pierre de corne n'eſt pas certainement un produit du feu: donc, ce que l'on regarde en Italie & en France comme une lave, pourroit bien n'en être pas une.

J'avoue que quelques Naturalistes trompés par les premières apparences, ont annoncé une certaine ressemblance entre la pierre de corne de Suède & la lave; mais ces Savans, d'après un seul échantillon, qui servoit de point de comparaison, ont plutôt indiqué des soupçons que prononcé une décision qui pût appuyer le raisonnement que fait M. Wallerius.

Le Naturaliste Suédois adopte cette ressemblance de la pierre de corne & des laves, après avoir avancé que nous ne connoissions, on ne peut pas moins, la pierre de corne. Cependant pour décider l'identité de deux substances pierreuses, c'est un préalable nécessaire de les connoître également, & d'avoir été à portée de discuter leurs caractères de ressemblance, soit en les observant dans leur gissement naturel, soit en examinant une suite d'échantillons bien choisis.

M. Wallerius sait que ce préalable n'a pas, à beaucoup près, précédé la décision sur laquelle il se fonde pour jeter des doutes sur nos laves, & pour taxer de méprise les Naturalistes François qui ont étudié cette partie intéressante de la Minéralogie.

N'est-il pas peu conséquent d'ailleurs d'adopter une décision donnée par des Naturalistes qui, si l'opinion de M. Wallerius étoit fondée, auroient méconnu la lave ou n'auroient su que déterminer son identité avec la pierre de corne qui n'est pas une lave? Qu'auroit dit M. Wallerius, si ces Naturalistes François, après la réponse qu'il fit à M. de Jussieu, & dans laquelle il annonçoit que la pierre de corne ne pouvoit être un produit du feu, lui eussent opposé ce raisonnement si semblable au sien? Ce que nous apellons *lave* ressemble parfaitement à la pierre de corne, dont vous nous avez envoyé des échantillons; or, nous sommes certains que ces pierres sont des produits du feu; donc la pierre de corne de Suède est un produit du feu, quoique vous en disiez. Ce raisonnement eût été aussi bien fondé que celui que nous discutons; mais cette manière de raisonner n'eût rien appris de décisif sur la nature de ces deux substances pierreuses.

Dans le temps que M. le Baron d'Holbach traduisoit la Minéralogie de M. Wallerius, on ne connoissoit guère ni les laves ni les pierres de corne; mais le goût de curiosité & d'instruction

qu'ont inſpiré à la Nation cet Ouvrage & tant d'autres que nous devons au même Savant, a fait naître les plus grandes recherches ſur toutes les parties de la Minéralogie. On a tâché de ſe procurer les échantillons des différentes ſubſtances que les Minéralogiſtes étrangers ont décrites; on les a comparées avec celles que l'on avoit découvertes en France; on les a ſoumiſes aux épreuves des agens chimiques, & par des examens bien réfléchis, on eſt parvenu à placer beaucoup d'individus dans les claſſes qui leur conviennent.

M. Wallerius auroit pu ſoupçonner que nous avions fait tous ces progrès, & qu'en particulier l'étude des laves d'Auvergne, dont il ſemble vouloir infirmer les réſultats, nous avoit aſſez éclairés ſur leurs véritables caractères, pour qu'elles ne fuſſent plus confondues avec la pierre de corne, qu'il ſavoit de ſon côté n'être pas un produit de volcan. Ne pouvoit-il pas préſumer que nous avions ſenti de quelle importance il étoit de bien diſtinguer la lave de la pierre de corne, puiſqu'il eſt inſtruit de la place diſtinguée que la lave nous avoit paru occuper parmi les pièces juſtificatives de l'hiſtoire des révolutions du Globe?

En conſéquence, je lui propoſerai le ſeul parti qui peut ſe concilier avec toutes ces obſervations, & que j'avois déjà adopté dans ce Mémoire, avant que d'avoir conſulté ſa nouvelle Minéralogie. Comme M. Wallerius a été à portée d'obſerver les pierres de corne de Suède, nous nous en rapporterons à ce qu'il nous en apprend dans ſa nouvelle Minéralogie, où il les diſtingue de nos laves, en les caractériſant beaucoup mieux que dans l'ancienne: ſur-tout, ces détails ſe trouvant confirmés par l'examen des ſuites de ces pierres envoyées de Suède: mais il s'en rapportera de même à nous ſur la nature des pierres que nous regardons comme des laves, parce que nous avons été à portée de les étudier, & de les obſerver avec ſoin. Il réſultera de ce plan de conciliation une connoiſſance exacte des deux ſubſtances, & une claſſification dans deux genres ſéparés.

M. Wallerius ne s'eſt pas borné à admettre la reſſemblance, ou l'identité des pierres de corne de Suède, & des laves compactes de l'Italie & de l'Auvergne, il a porté ſes vues plus loin;

il a tâché de répandre la plus grande incertitude ſur l'origine & la nature de ces dernières ſubſtances, & il emploie deux ſortes de moyens; 1.° il cite le témoignage de M. d'Arcet, contre les laves d'Auvergne, & celui d'un Minéralogiſte inconnu contre celles d'Italie: 2.° il nous objecte le grain uniforme & compacte de nos laves, & prétend qu'elles devroient porter des marques de leur fuſion, *en montrant dans leur grain des parties vitrifiées ou ſcorifiées, ou d'autres matières hétérogènes.*

On me permettra de diſcuter ici ces moyens; cela me fournira une occaſion de développer, encore davantage que je ne l'ai fait, les circonſtances qui décident leur état de lave; j'entrerai, d'ailleurs, dans les vues de M. Wallerius, qui deſire que ſes doutes ſoient éclaircis par les Minéralogiſtes qui les ont fait naître.

Plus j'examine les deſcriptions que M. d'Arcet a faites des divers échantillons du baſalte d'Auvergne que je lui ai remis, & moins j'y trouve de ces expreſſions qui aient pu autoriſer M. Wallerius à penſer que ce ſavant Médecin doutoit de leur origine: qu'il reliſe la *page 72* du premier Mémoire qu'il cite; & même la ſuite de ce Mémoire, il verra que M. d'Arcet regarde ces pierres comme des produits du feu, & que ſes raiſonnemens partent de cette ſuppoſition.

Le Minéralogiſte, ſur le témoignage duquel M. Wallerius ſe fonde pour nier l'exiſtence des laves d'Italie, & qui a transformé toutes ces laves en pierre de corne, ſemblable à celle de Suède ne paroît pas avoir examiné avec une certaine méthode les différentes eſpèces de pierres qui paſſent pour des productions du feu. Comment auroit-il confondu les pierres Tiburtine & Peperine enſemble, & celle-ci avec la pierre dont on ſe ſert pour paver les villes & les grandes routes? Le Tiburtin eſt une pierre calcaire, formée par le dépôt des eaux ſoufrées de Tivoli. C'eſt le *travertin.* Vitruve, *lib. II, cap. VII;* & Pallade, *lib. I, cap. X*, caractériſent fort bien le Tiburtin comme pierre calcaire, & nous y renvoyons M. Wallerius pour rectifier ſes idées à ce ſujet. Si M. Wallerius, ou ſon Minéralogiſte, ont entendu par Tiburtin, le *ſilex Tiburtinus Imperati*, ils ont eu tort de comparer cette pierre

à la pierre de corne de Suède; car la description d'*Imperati* nous fait assez connoître que c'est une pierre composée à peu-près comme le Peperino; excepté que le *silex Tiburtinus* a plus de points blancs semblables à l'agate. La même description nous prouve que l'enveloppe de ces points blancs, ou la base qui les renferme, est une matière spongieuse de la nature des scories ou des ponces, & n'a pas un tissu aussi uniforme & aussi serré que les pierres de corne de Suède. D'un autre côté le Peperino, de même que le *silex Tiburtinus Imperati*, est une pierre composée, qui a pour base une terre cuite, laquelle enveloppe des matériaux altérés ou non altérés par le feu; cette pâte cuite, d'un gris blanchâtre ou rougeâtre, est plus ou moins friable: on y trouve mêlées en différente proportion des matières scorifiées & fondues, quelques lames de verre, de mica, de gabbro ou schorl, des morceaux de pierres calcaires, des quartz, &c. Cette pâte cuite est toujours susceptible de prendre l'appareil; aussi entre-t-elle dans la plupart des édifices de Rome & de Naples. Vitruve parle du Peperino sous le nom de *molles Albanæ* *, & il a raison de dire qu'elles fusent à l'air, & qu'elles sont tendres & friables sous les doigts: *friantur & dissolvuntur.*

* *Lib. II, cap. VII.*

On ne connoît le Peperino à Naples que sous le nom de *tufo;* cette pierre n'y est employée qu'à la construction des bâtimens: Ainsi, c'est contre toute évidence que M. Wallerius confond ces espèces de pierres avec celles qui sont employées à paver les chemins: celles-ci ont le grain très-serré & très-dur; leur couleur est noire, ou d'un gris-foncé; elles se trouvent quelquefois sans mélange d'aucune matière hétérogène; mais d'autres fois, malgré leur compacité, elles renferment des points de quartz, ou d'agate, ou de gabbro, &c. Ce sont probablement ces dernières espèces que le Minéralogiste de M. Wallerius a prises pour du Tiburtin ou du Peperin; & sous ces dénominations, qui ne leur conviennent point, pour des pierres de corne.

On voit, par ce détail, que M. Wallerius a méconnu les caractères & les usages de la plupart des pierres qu'il nomme, & dans lesquelles il place sans hésiter la substance de la pierre de corne de Suède. Avec des idées aussi confuses du caractère de

ces pierres, il n'eſt pas étonnant qu'il ait nié l'exiſtence des laves compactes & des autres produits du feu; qu'il ait fait paver les chemins d'Italie avec le Tiburtin ou le Peperin, &c. C'eſt cependant d'après des idées auſſi vagues de chaque individu, qu'il a diſtribué toutes ces pierres dans les différentes claſſes de ſa nombreuſe nomenclature.

Pour fixer les idées des Naturaliſtes ſur les produits du feu, il ſeroit néceſſaire de les ranger dans un ordre qui indiquât les nuances de l'action du feu, depuis les matières premières, foiblement altérées, juſqu'aux laves les plus compactes. Pour exécuter ce travail, il ne faudroit pas ſe borner à un examen ſuperficiel des échantillons; mais il ſeroit indiſpenſable de ſe livrer à une étude ſuivie des opérations des volcans; étude qui embraſſeroit les grandes maſſes fondues, & leur diſtribution générale autour de leurs bouches C'eſt-là que l'on peut diſtinguer ce qui eſt intact, d'avec ce qui a été altéré; ce qui eſt à moitié fondu, d'avec ce qui l'a été complètement; ce qui renferme différens mélanges, d'avec ce qui eſt une maſſe homogène: enfin, c'eſt-là que l'on parcourt les produits du feu, depuis le granite cuit, juſqu'au baſalte le plus compacte.

Je me propoſe de faire part à l'Académie de cette nomenclature raiſonnée; mais je dois me borner ici à ce qui concerne les laves d'un grain ſerré, qui ſont le principal objet de la diſcuſſion où je me ſuis engagé. D'après des obſervations ſuivies, je ſuis très-éloigné de penſer, comme M. Wallerius, « que toute lave » ne peut jamais ſe trouver ſans mélange de matières hétérogènes, » & qu'elle doit laiſſer apercevoir dans ſon grain des parties vitrifiées ou ſcorifiées ». Outre M. Wallerius, quelques autres Naturaliſtes ont refuſé d'admettre les laves compactes & à grain ſerré, parce qu'ils ont regardé les trous & les ſoufflures comme un de leurs caractères les plus eſſentiels. Ils y veulent auſſi des *points noirs*, & quelques *paillettes vitrifiées*. Ils n'ont compté, parmi les réſultats de la fonte des volcans, qui ſont ſi variés, que les ſcories pleines de ſoufflures plus ou moins marquées, & les vitrifications. Le baſalte ou la lave compacte leur ont échappé. D'après cette idée incomplète de la forme qu'ont priſe les laves, ils n'ont pu

reconnoître ces immenſes produits du feu qui couvrent la ſurface de la terre dans certaines contrées très-étendues que j'ai indiquées ci-devant.

Voici quelle a été ma marche dans la détermination de ce point important de l'Hiſtoire Naturelle des volcans. J'ai vu des volcans enflammés & des volcans éteints; j'ai examiné les différentes ſortes de matières qu'ils ont lancées au-dehors par leurs bouches, & je les ai diſtinguées aiſément de celles qui ſe ſont échappées par leurs flancs entr'ouverts, & qui ont formé des courans, dont la diſtribution autour de ces bouches, eſt un hors-d'œuvre bien apparent, établi même aſſez ſouvent ſur un ſol qui a conſervé ſon état naturel & primitif intact. J'ai remarqué parmi les premières ſortes de matières, des pierres non altérées par le feu, d'autres à demi-fondues; mais ſur-tout beaucoup de ſcories. Dans les courans, j'ai reconnu la lave, enveloppée ou accompagnée de ſcories, de terres cuites, de ponces, &c. Et ſuivant les différentes places qu'elle occupoit dans ces courans, ſon grain m'a paru ou ſerré & plein, ou ſpongieux & rempli de ſoufflures. La partie ſupérieure eſt aſſez conſtamment compoſée de maſſes ſpongieuſes qui ont pris les formes les plus bizarres. C'eſt une ſorte d'écume qui ſemble avoir ſurnagé, comme plus légère, & recouvert les parties denſes inférieures qui formoient le corps du courant. Outre cette croûte iſolée, on peut encore obſerver des nuances de denſité dans les différentes parties du maſſif intérieur. On y trouve des trous, des ſoufflures, des mélanges de ſcories dans les parties voiſines de la ſurface ſupérieure: le milieu eſt beaucoup plus ſerré, quoiqu'un peu ſpongieux; mais la baſe, ou la partie inférieure préſente par-tout un grain uniforme & compacte comme le baſalte.

Tel eſt l'arrangement des matières qui compoſent les courans du Véſuve, comme ceux des volcans d'Auvergne. On ſait que c'eſt dans les parties moyennes que les Romains tailloient leurs meules de moulins. Les trous dont les laves de cette partie ſont parſemées préſentent des cloiſons qui, par leurs pointes, ſont très-propres à moudre les grains. C'eſt dans les parties inférieures de ces courans qu'on tiroit, & qu'on tire encore les laves qui

ſervent à paver les routes & les villes de Naples & de Rome. En comparant les pierres de la baſe des courans du Véſuve avec celles de *Capo di Bove*, & des autres carrières des environs de Rome, où l'on taille les pavés, on voit que ce ſont des pierres parſaitement ſemblables, d'un grain plein & ſerré, parſemé de points luiſans, vitreux, blancs, noirs, verdâtres, ſelon les différens centres d'où les laves ſont ſorties; fort ſouvent elles n'ont aucun mélange; un lit de ſcories ou de pozzolane paroît par-tout leur ſervir de baſe.

En Auvergne, j'ai trouvé de même dans les courans, des maſſifs avec toutes les nuances de denſité dont j'ai parlé, & les laves compactes, où les baſaltes priſmatiques en occupoient les parties inférieures.

Si le Minéralogiſte de M. Wallerius eût ſuivi avec attention, aux environs de Rome & de Naples, les phénomènes que je viens d'indiquer, il auroit vu dans le même maſſif du même courant des pierres avec des mélanges de ſcories, caractère qu'exige M. Wallerius, pour pouvoir les ranger parmi les laves, & d'autres pierres compactes, ſans ſoufflures, & ſans aucun mélange de vitrification ou de matières hétérogènes; c'eſt-à-dire les pierres qu'il veut confondre avec les roches de corne.

Ce que j'ai dit juſqu'à préſent des courans n'a guère lieu que dans ceux qui ſont de nouvelle date, ou dans les parties qui ſont très-peu éloignées du centre des éruptions: car dans les courans où les matières fondues ont pu, par la longueur de leur marche, s'épurer & ſe débarraſſer des ſcories, les laves forment des maſſifs homogènes & d'une denſité égale, ſur une épaiſſeur de 80 à 100 pieds, ſans aucun mélange de ſcories ou de vitrifications. Le peu de ſcories qui ſubſiſtent encore, & les terres cuites, occupent les vides qui ſont entre ces maſſifs, ou ſont deſſous par lits ſuivis & continus.

Outre la longueur du tranſport des matières fondues, on peut croire que le laps de temps aura contribué auſſi à les dégager des ſcories; car, comme je l'ai déjà remarqué ci-devant, les mélanges de terres cuites & de laves mal fondues, ne réſiſtent pas long-temps à la décompoſition, & ſe réduiſent aſſez promptement

ſous

ſous une forme terreuſe, pulvérulente. Ainſi, ces écumes qui recouvrent encore les courans modernes ont été comminuées à l'air, autour des plus anciens courans, & ont mis à découvert leurs noyaux ſolides & compactes.

C'eſt vers l'origine de ces anciens courans qu'on rencontre ſouvent la lave & le baſalte priſmatique, au milieu deſquels on voit des mélanges de points quartzeux, de points noirs de ſchorl ou gabbro (baſalte de Wallerius) ou d'autres ſubſtances en différentes proportions. J'ai déjà fait remarquer, dans la première partie de ce Mémoire, que les matières intactes ou peu altérées par le feu, qui ſe trouvent dans les laves compactes, ſont les parties des matériaux primitifs qui ont pu réſiſter à l'action du feu. Ainſi, lorſque les granites ont fourni beaucoup de ces ſubſtances plus ou moins réfractaires, on rencontre dans les courans des laves compactes avec des points noirs de ſchorl ou avec des points blancs quartzeux qui ont été entraînés dans cette pâte fondue. Certains granites renferment des quartz qui, quoique fuſibles avec d'autres ſubſtances, réſiſtent cependant lorſqu'ils ſont en certaine quantité : il en eſt de même des ſchorls ou criſtaux de gabbro qui ſe fondent plus difficilement que les ſpaths fuſibles. J'ai vu dans les courans du Véſuve & dans ceux d'Auvergne, certaines laves où le quartz & le gabbro entroient pour plus de la moitié.

Au contraire, ſi les granites ne renferment que très-peu de ces ſubſtances réfractaires & qu'ils aient fondu entièrement, les laves qui ont réſulté de cette fonte ſont compactes, homogènes & ſans aucun mélange. Voilà en deux mots l'hiſtoire de la formation de la plupart *des pierres de corne ou des roches, dont le fond eſt couleur de gris-de-fer, parſemé de points quartzeux & baſaltiques*, que le Minéralogiſte cité par M. Wallerius a vues aux environs de Naples.

Ainſi un Naturaliſte qui parcourra d'après ces fauſſes idées, ou des courans voiſins ou différentes parties du même courant, trouvera là des pierres qui, ayant conſervé un mélange de ſcories ou de vitrifications, auront les caractères que M. Wallerius croit devoir attribuer à toutes les laves : plus loin, parce que la pâte fondue aura été épurée des ſcories, & aura pris, en ſe refroidiſſant,

un tiſſu ſerré & homogène, il verra la pierre de corne de Suède, ſuivant le même Nomenclateur. Enfin, à côté & toujours dans le même maſſif, il obſervera les prétendues pierres de corne où ſont mêlés des points quartzeux ou des points noirs de ſchoil, & que M. Wallerius place ſous le nom de *Tiburtin* ou de *Peperin*, ou de *ſilex Tiburtinus Imperati*, parmi ſes roches mêlées (*ſaxa mixta* genre 30, eſpèces 15 & 16) & peut-être tant d'autres que je ne puis indiquer ici. Ces prétendues eſpèces différentes, placées dans des claſſes dont les caractères ſont ſi éloignés les uns des autres, les unes parmi les laves, les autres parmi les baſaltes, celles-ci parmi les pierres de cornes, celles-là parmi les *ſaxa mixta*, ſont cependant partie des mêmes courans, ne forment qu'une ſeule & même maſſe, appartiennent à la même fonte, & ont coulé par le même jet. Telles ſeront toujours les contradictions frappantes où tomberont les Nomenclateurs qui ſe haſarderont de claſſer des individus, ſans être éclairés par l'obſervation & la connoiſſance de leur Hiſtoire Naturelle, particulièrement lorſque les menſtrues chimiques ne peuvent fournir des caractères diſtinctifs; ce qui a lieu aſſez ſouvent.

On doit donc conſidérer le baſalte priſmatique ou non priſmatique, en un mot, la lave compacte ou homogène, ou contenant des matières étrangères non altérées par le feu, comme une pierre qui, quoique fondue & quoiqu'épurée des ſcories, n'eſt pas parvenue juſqu'à l'état de vitrification parfaite. On conçoit aiſément qu'il doit y avoir des nuances différentes d'élaboration dans les produits du feu, ſoit par les degrés du feu, ſoit par la durée de la fuſion, ſoit par la nature des matières premières ſur leſquelles ſe porte l'action de la flamme. Un feu plus long & plus actif auroit fait de toutes nos laves des maſſes de verre bien homogène & bien compacte, lorſque les laves le ſont, ou mêlées de criſtaux quartzeux, ſi ce verre eût ſuccédé aux laves qui renferment de ces points réfractaires. La Nature ſemble même s'être eſſayée dans ce genre, puiſqu'à côté des baſaltes elle nous préſente des verres ou purs ou remplis de points quartzeux. D'ailleurs, les expériences de M. d'Arcet, qui a ſoumis toutes nos laves à un feu très-violent, prouvent que le feu des volcans eſt ordinairement

fort au-dessous de celui qui auroit été nécessaire pour la vitrification parfaite.

M. Wallerius se trompe donc, lorsqu'il exige de la Nature qu'elle ne produise, en fait de laves, que des vitrifications transparentes, ou des scories, ou des matières fondues, mêlées de ces deux substances; & les Naturalistes qui ont contesté, ainsi que lui, l'origine du basalte, parce qu'il étoit homogène & compacte, sans trous & sans soufflures, ont prouvé par-là combien peu ils avoient étudié les productions du feu, & combien peu ils étoient en état de décider l'emplacement des anciens volcans, & l'étendue des pays dont ces volcans ont changé la superficie, puisqu'ils ne connoissoient pas celui des produits du feu, dont les masses sont les plus considérables, & qui me paroît l'indice des volcans le moins sujet à être altéré par le temps. Ils n'ont remarqué que quelques scories semblables à l'escarbille ou résidu de la combustion du charbon de terre, quelques laves trouées, semblables aux briques cuites & déformées, des morceaux de verre noir, & quelques ponces: mais qu'il y a loin de cette nomenclature à la connoissance détaillée de toutes les substances altérées seulement ou fondues par le feu des volcans, & dont les caractères sont également nécessaires à quiconque veut reconnoître & indiquer tous les vestiges des feux souterreins, soit resserrés dans un petit espace, soit étendus & occupant la superficie d'une province entière!

De cette discussion, il résulte, 1.° que c'est sans aucun fondement qu'on a confondu la pierre de corne de Suède avec les laves compactes; puisque l'examen seul des échantillons suffisoit pour découvrir des caractères différens qui auroient autorisé leur classification dans deux genres séparés: qu'au surplus l'Histoire Naturelle des deux substances achève de décider la question; car la pierre de corne se trouve dans les mines par filons perpendiculaires, au lieu que ce que nous appelons *laves compactes, (Basalte)* ne se rencontre qu'à la superficie de la terre, & fait partie des courans échappés de quelque centre plus élevé.

2.° Que M. d'Arcet n'a rien écrit dans ses Mémoires qui aît pu jeter la moindre incertitude sur l'état des laves & du basalte d'Auvergne.

3.° Que le Minéralogiſte cité par M. Wallerius n'a connu ni le Tiburtin, ni le Peperin, ni les laves compactes des courans du Véſuve & des environs de Rome, & qu'il n'a mis dans ſes obſervations ni préciſion ni analyſe.

4.° Que ce n'eſt pas un caractère eſſentiel aux laves d'offrir dans leur grain des trous & des ſoufflures ou des mélanges de ſcories & de vitrifications ou d'autres matières hétérogènes.

5.° Que les laves trouées ou remplies de matières hétérogènes & intactes, comme les quartz & les ſchorls, ſe trouvent dans les mêmes courans, preſque à côté des laves homogènes, compactes, ſans ſoufflures & ſans veſtiges de ſcories.

6.° Que les ſubſtances intactes renfermées dans les laves compactes, telles que les quartz, les points noirs de ſchorl ou gabbro, ſont les parties plus ou moins réfractaires que les matières premières ont préſentées à l'action du feu.

7.° Que ces phénomènes ſe ſont préſentés en Italie comme en Auvergne, avec des caractères correſpondans, très-précieux & très-propres à fonder l'analogie la plus ſolide & la mieux ſoutenue dans toutes ſes parties.

Avoir prouvé que le baſalte priſmatique à grandes colonnes eſt une lave, c'eſt l'avoir diſtingué non-ſeulement des pierres de corne & des ſchiſtes compactes, mais encore de toutes les ſubſtances pierreuſes, qui ſont compriſes ſous le *genre 22* des baſaltes, dans la Minéralogie de M. Wallerius. Les caractères de ces pierres ſont d'être compoſées de lames noires, plus ou moins régulièrement arrangées, d'avoir une ſorte de tranſparence, & de ſe diſſoudre en partie dans l'eau-forte, ſans efferveſcence, & de faire une gelée avec l'alkali fixe: tous caractères qui conviennent aux ſchorls des Allemands & aux gabbros en maſſes, comme aux gabbros criſtalliſés *(l)*. M. Wallerius ajoute une dernière

(l) J'ai ſoumis ces ſchorls & ces gabbros à l'épreuve qu'indique M. Wallerius, & j'ai eu les mêmes réſultats. Mais je ſuis convaincu que la partie ſoluble n'a rien de commun avec la partie noire & criſtalliſée par lames dans le gabbro; elle eſt ſeulement interpoſée entre les lames. Je connois cette partie ſoluble parce que je l'ai obſervée en maſſes ſéparées dans ſes

circonſtance qui ne convient pas plus aux laves compactes que les caractères qui précèdent : c'eſt que ſes baſaltes ſe trouvent toujours engagés dans d'autres pierres : on ſait que les laves renferment au contraire beaucoup de matières, ſoit altérées par le feu, ſoit intactes.

Au reſte, je dois dire que M. Wallerius a rapproché le baſalte de Stolpen & du comté d'Antrim de ſes autres baſaltes, avec toutes les reſtrictions d'un Savant qui doute encore, & qui attend des Obſervateurs qui ont pu le voir dans ſa poſition naturelle, la ſolution des difficultés qui lui reſtent encore ſur ſa formation, ſur la grandeur de ſes colonnes polygones, ſur leur poſition verticale & iſolée; & ceci me fait croire que M. Wallerius n'a pas été à portée d'en examiner des échantillons; car cette ſeule inſpection l'auroit détrompé, & l'auroit empêché de le confondre avec les ſchorls qui compoſent le plus grand nombre des eſpèces du genre de ſes baſaltes. Ce n'eſt donc pas par la ſeule comparaiſon des laves compactes & de ſes baſaltes, qui n'ont ni le même grain, ni la même texture, que l'on a ſoupçonné ces baſaltes d'être des productions du feu, comme il l'avance, *page 322;* car on n'a jamais *ſoupçonné* que les baſaltes fuſſent une eſpèce de lave, ſi l'on entend par baſaltes ceux de M. Wallerius. Il ſuffit, comme je l'ai déjà dit, de les voir & de les comparer, pour ne pas être porté à les confondre. Mais lorſque j'ai annoncé que les baſaltes priſmatiques à grandes colonnes étoient des laves, je l'ai dit, non-ſeulement d'après la comparaiſon des échantillons, mais ſur-tout d'après des obſervations très-multipliées & très-variées dont on a vu le détail ci-devant. C'eſt auſſi d'après des obſervations auſſi certaines que j'inſiſte maintenant ſur la diſtinction des baſaltes à grandes colonnes & des baſaltes de Wallerius, qui ſont les ſchorls des nomenclateurs Allemands. Je m'occupe particulièrement de cette diſtinction dans le Mémoire ſur le baſalte des Anciens, où j'indique les caractères des ſchorls ou des baſaltes

---

différens mélanges avec le gabbro. Elle reſſemble, traitée ſeule, à la baſe du lapis, & même à celle de l'alun. Je développerai ces faits dans mon Mémoire ſur le baſalte des Anciens.

de Wallerius, d'après les détails les plus étendus que j'ai recueillis ſur leur Hiſtoire Naturelle.

Je ne ferai qu'une mention très-ſuccincte des autres Nomenclateurs qui ont claſſé le baſalte, parce qu'il eſt difficile de ſavoir au juſte s'ils ont connu & vu celui qui fait l'objet de ce Mémoire, & que d'ailleurs on peut ſoupçonner qu'ils l'ont confondu avec des ſchiſtes noirs, d'un tiſſu ſerré, & malgré cela fort tendres. C'eſt peut-être cette mépriſe qui a déterminé Wolſterdorf & Baumer à ranger le baſalte parmi les ſchiſtes, & M. Pott à ſoutenir que la terre qui ſert de baſe au baſalte étoit ſemblable à celle d'une ardoiſe argileuſe, entre-mêlée d'une terre ferrugineuſe. Cette même ſubſtance qu'il a priſe pour le baſalte, a fondu ſans addition comme les argiles ferrugineuſes, & s'eſt changée en un verre noir qu'il compare, pour la couleur, à une eſpèce d'agate noire; ce verre étoit d'ailleurs ſi compacte qu'il faiſoit feu avec l'acier. Malgré ces préſomptions, il eſt très-poſſible que M. Pott ait connu & employé dans ſes expériences notre *baſalte-lave*, & qu'il en ait obtenu les réſultats qu'il annonce, ſans que ce baſalte ait pour baſe de l'argile; car la lave compacte ſe fond ſans addition en un verre noir, comme l'a prouvé M. d'Arcet, *I.er Mémoire.* Ceux qui ont décidé que M. Pott avoit fait uſage d'un ſchiſte noir dans ſes expériences ſur le baſalte, parce que la ſubſtance pierreuſe qu'il décrit ne faiſoit point feu avec l'acier, ſe ſont trompés; car j'ai vu pluſieurs maſſes de baſalte priſmatique qui étoient fort tendres, & qui s'égrénoient ſous les coups de l'acier trempé ſans produire des étincelles; & M. Ritter, dont j'ai cité les obſervations ci-deſſus, a trouvé de même à Bliezenroht proche Lauterbach des priſmes d'une pierre fort tendre, à côté d'autres priſmes d'une extrême dureté. Mais M. Pott a tort de prétendre que tous les baſaltes étoient tendres comme le ſien, s'il l'a véritablement connu, & d'accuſer en particulier les Naturaliſtes qui avoient vu celui de Stolpen, d'avoir exagéré ſa dureté. *

C'eſt d'après les erremens de M.rs Pott & Wolſterdorf, & avec auſſi peu de fondement que M. Bomare, dans ſon Expoſition du Règne Minéral, a placé le baſalte de Stolpen parmi les ſteatites & les pierres ollaires: on eſt auſſi étonné d'y voir réuni, ſous la

* *Pott. Lithogeog. tom. II, p. 220.*

même eſpèce, le *corneus criſtalliſatus niger Wallerii*, qui eſt un ſchorl bien connu, & le *baſanus lapis* ou *baſanites*, qu'on connoît ſi peu ; en quoi ce Nomenclateur a été ſuivi par M. Wallerius, dans ſa nouvelle Minéralogie: voyez *genre 22, eſpèce 9.*

Je finis ce que j'ai à dire des Nomenclateurs, par l'hiſtoire des Foſſiles de M. d'Acoſta, que j'ai déjà citée. Cet Auteur, dont l'Ouvrage eſt d'ailleurs très-inſtructif, a cru devoir admettre trois eſpèces de baſalte, qu'il range dans la claſſe des *marmaroproſeron*, ou pierres qui approchent du marbre. Il met au premier rang le baſalte du comté d'Antrim, dont il donne une ample deſcription; le caractère de cette eſpèce eſt d'être en priſmes compoſés d'articulations.

La ſeconde eſpèce, eſt celle de Stolpen & de quelques autres endroits d'Allemagne; elle eſt en priſmes plus ou moins longs, d'une ſeule pièce, à baſes plates, comme je l'ai dit ci-deſſus.

La troiſième enfin, eſt celle qui comprend, ſuivant le Naturaliſte Anglois, le vrai baſalte des Anciens: ce baſalte a, comme les deux précédens, un grain mêlé de petits criſtaux brillans, & une couleur de gris-de-fer; de plus, il reçoit le plus beau poli: mais M. d'Acoſta prétend qu'il en diffère, en ce qu'il ſe trouve par couches. Pour appuyer ſa prétention, M. d'Acoſta cite pluſieurs échantillons qu'il a reçus d'Allemagne, & qui, ſur leur épaiſſeur, laiſſent voir des lames diſtinctes.

Je ne ſais par quelles recherches M. d'Acoſta eſt parvenu à s'aſſurer que le baſalte des Anciens eſt par couches, pour en faire un caractère diſtinctif de ce baſalte: je ferai voir, dans mon Mémoire ſur le baſalte des Anciens, le peu d'inſtruction qu'on trouve à cet égard dans leurs écrits, & l'incertitude qui nous reſte à ce ſujet.

M. d'Acoſta n'eſt pas plus fondé à diſtinguer les deux autres eſpèces de baſalte; la première, qui comprend le baſalte en priſmes articulés; & la ſeconde, celui en priſmes d'une ſeule pièce. 1.° Les eſtampes de la Chauſſée des Géans lui auroient montré ces deux eſpèces prétendues, réunies dans les mêmes maſſes, s'il les eût conſidérées avec attention. D'ailleurs, j'ai vu en Auvergne des priſmes articulés à côté des priſmes d'une ſeule pièce, & même

à côté des basaltes en tables ou par lames horizontales. Ainsi, ces trois espèces qui n'en sont qu'une, se trouvent dans les mêmes courans, comme étant les produits de la fonte du même volcan, & ne sont, comme je l'ai dit, que la même lave qui doit ses diverses configurations à des circonstances particulières dont je rendrai compte par la suite.

EXPOSITION SUCCINCTE

Des objets renfermés dans la Carte jointe à ce Mémoire.

LES différens états où se trouvent actuellement les courans de matières fondues, au milieu & sur le bord desquels sont les basaltes prismatiques, semblent exiger qu'on les indique par Classes séparées dans le *Tableau méthodique des objets que renferme la Carte* jointe à ce Mémoire: on verra sur-tout, par cette exposition des résultats de mes Observations, la marche que j'ai suivie pour apprécier les circonstances qui décident les divers degrés d'altérations survenues dans la disposition primitive des produits du feu: cette exposition servira d'ailleurs à mettre dans un nouveau jour les différens points de l'Histoire naturelle du basalte prismatique que je me suis proposé de développer dans le Mémoire précédent.

Je mets, dans la première classe, les courans qui, tenant par une de leurs extrémités à une bouche de volcan ouverte, & ne présentant ni coupures ni interruption dans presque toute leur étendue, sont accompagnés ou recouverts de scories & de laves trouées, & établis, dans la plus grande partie de leur marche, sur un sol intact.

Dans la seconde classe, je place les courans à l'extrémité desquels les bouches des volcans ont disparu, & qui ne sont accompagnés que de matières noires, pulvérulentes & terreuses.

Dans la troisième classe, sont les portions de courans, séparées les unes des autres par des coupures ou par des vallons, au milieu desquels coulent des torrens. Enfin, j'indique dans la quatrième classe, quelques masses totalement isolées qui, ayant été fondues en place, n'ont été ni transportées ni déplacées.

PREMIÈRE CLASSE.

1.° Le courant de Royat mérite de figurer à la tête de cette classe de courans modernes. Il sort du pied du Puy-de-Graveneire, & s'est précipité

précipité dans le vallon de Royat. Le ſommet de Gravencire offre encore les veſtiges des cheminées par où la flamme s'échappoit, ainſi que des amas de laves trouées & de ſcories ou eſcarbilles, qui les ont comblées en partie. Ces mêmes matériaux recouvrent les croupes de ce Puy, & accompagnent encore, juſqu'à Royat, le courant, dans le noyau duquel ſe voient des priſmes autour des fontaines & proche les moulins.

2.° En ſuivant le chemin de Clermont à Rochefort, on trouve le courant ſorti du Puy-de-Barme, où l'on découvre encore trois bouches profondes & beaucoup de ſcories; ce courant s'étend par le Brameau juſque ſur le bord de la Sioule, & va montrer des rideaux de priſmes aux environs de Montribeire. On voit le long des bordures latérales de cette croûte immenſe de matières fondues, le granite intact qui lui ſert de baſe.

3.° Si l'on continue ſa route juſqu'à Rochefort, on reconnoîtra des courans qui ſe ſont épanchés des différens points de la baſe du Puy-de-Rochefort: une partie s'eſt portée vers cette petite ville & le village de Chez-Diat; des priſmes, des boules & le ſol intact ſe montrent dans les coupures du grand chemin; en s'avançant au nord, on voit des boules nombreuſes, des articulations diſperſées ſans ordre; & enfin des priſmes articulés en place un peu au-deſſus du village de Chez-Diat. Un autre ſyſtème de courans s'étend à Saint-Martin-de-Tours & à Reyviale: vers ces villages, les bordures eſcarpées de ces courans, qui ſont à découvert, paroiſſent preſque toutes compoſées de priſmes irréguliers, d'amas de boules, de gros paquets de tables & de corps à facettes.

4.° Mon plan de diſtribution me jette fort loin de Rochefort pour indiquer un courant moderne, & peut-être le plus moderne de tous; il prend ſon origine dans la plaine de Murol, au milieu de pluſieurs cheminées; il ſuit le vallon de Sailhens, de Verrières, de Champeix & de Nechers: il eſt accompagné, dans tout ce trajet, de ſcories & de laves trouées; la partie ſupérieure eſt ſouvent pleine de ſoufflures: enfin, ſon noyau compacte montre des ſommets de priſmes qui pavent le lit du ruiſſeau au-deſſus de Champeix; on en voit auſſi à Nechers, dans l'épaiſſeur de la couche de matières fondues qui forme une terraſſe immenſe au-deſſus du village.

5.° J'indiquerai ici d'autres courans ſemblables, parce qu'on pourra les ſuivre ſur la planche d'Iſſoire, *n.° 53* de la Carte de France; tels ſont les courans ſortis du pied d'un Puy voiſin de Rantières, proche la petite ville d'Ardres, au duché de Mercœur. Ce Puy a conſervé toute la forme d'une cheminée de volcan: dans les courans qu'il a produits, & qui s'étendent juſqu'à Chauſſe-baſſe,

l'on voit, ſur les bords d'un ruiſſeau, des rideaux de priſmes d'une ſeule pièce, & de priſmes articulés, de la plus grande régularité. Il en eſt de même des courans qui ſe terminent au village de Chiliac, ſur les bords de l'Allier, & qui ſe réuniſſent par une rampe aſſez roide aux puys ſitués à l'Eſt du village, & où l'on trouve des veſtiges de cheminées. On voit encore beaucoup de puys proche Saint-George-Daurat, au ſommet deſquels ſont des bouches ouvertes, & du pied deſquels des courans ſe ſont étendus vers Chaſſignon & la Grange, & montrent des priſmes ſur leurs bordures: ceux qui ſe ſont portés vers Saint-Eble & le Cluſel, préſentent les mêmes phénomènes.

Deuxième Classe.

En partant de Clermont, & ſuivant la route tracée dans le Mémoire précédent, on peut indiquer comme courans continus, ſans veſtiges de cheminées & ſans ſcories, mais ayant à leurs extrémités des priſmes & des boules, & paroiſſant établis la plupart, au moins vers ces extrémités, ſur le ſol primitif intact.

1.° Le courant du Puy-de-Charade, au milieu duquel ſe trouvent des amas de boules: il eſt établi ſur le granite.

2.° Le courant de la plate-forme & de la pointe de Prudelle, avec des priſmes & des ſuites de boules, ſur une baſe ſemblable.

3.° Le courant qui prend ſon origine proche Peſſade & s'étend par Fonſalive, Aurière juſqu'à Recoleine où ſon extrémité montre à découvert des priſmes, dont quelques-uns ſont articulés.

4.° Il en eſt de même d'un autre courant parallèle qui, ſortant du Puy-de-l'Aiguiller, s'eſt prolongé dans toute l'étendue de la paroiſſe de Vernines, & juſqu'au ruiſſeau de *Las-Aiguas;* on voit ſur quelques-unes de ſes bordures, des priſmes, & en face de Saint-Bonnet, des tables de baſalte du plus beau grain.

5.° Le courant qui prend ſon origine entre Puy-Loup & la Banne-Dordanche, & qui va former une terraſſe eſcarpée à la Queuille, dans l'épaiſſeur de laquelle ſont des rideaux de priſmes du plus grand module; ils ont 25 à 30 pieds de périmètre, 4 à 5 pieds de faces, & 80 à 100 pieds de hauteur verticale.

6.° Le courant parti du pied de la Banne-Dordanche, qui s'eſt étendu juſqu'au village de Pallière, & a formé différentes ramifications latérales au midi, vers Peſſy, Murat-le-Quaire, les villages des Eſcures, les Puys de Malroche & de Muratel, où ſont des maſſifs de priſmes très-conſidérables: on en voit auſſi le long des bordures du courant principal, vers Chez-Chabozy & Chez-Rigaud.

7.° Les courans qui, des hauteurs de Puy-Loup, de la Banne-

Dordanche & de Puy-Gros, paroiſſent s'être épanchés juſqu'au lac de Guery : ils montrent des rideaux de priſmes, dans leur épaiſſeur miſe à découvert le long des bords du lac ; & dans quelques endroits de cette plate-forme dépouillés de gazon, on aperçoit les baſes ſupérieures des priſmes engagés dans le maſſif.

8.° Les petits courans précipités de Puy-Gros vers Prente-Garde, à l'extrémité deſquels ſont des priſmes & des amas de boules.

9.° Les courans ſortis du pied des Puys Barbier, de Mone, de Langle & de Fichade, qui, d'un côté, ont formé différentes caſcades, dont les bords eſcarpés préſentent autant de rangées de priſmes verticaux, & de l'autre, ont recouvert la plate-forme entre Fichade & Prente-Garde, & celle au-delà du vallon entre Rigoley-haut & Rigoley-bas : les bords de ces courans ſont garnis de priſmes qu'on voit dans le vallon des Bains.

10.° Les courans des environs de Liournat, qui ont leur origine dans les bois de Charlannes & à la montagne de Liournat ; leurs extrémités préſentent, ſur les bords des vallons entre Charlais & Liournat, entre Liournat & Méjaneſſe, des rideaux de priſmes articulés, ou de priſmes d'une ſeule pièce, & des amas de boules : & ces matières fondues ſont établies ſur le granite intacte.

11.° Les courans qui viennent des environs de Champgourdet : ils ſe ſont étendus, d'un côté, par la Roche, Eſſard, le Buiſſon, Monteil, Auliat ; de l'autre, par Sauzy, la Fage, le Petit & le Grand Meniau, la Tour-d'Auvergne ; & après des interruptions, on en retrouve la ſuite à Vouheix, à Montbalard & à Corbet. Une dérivation de ces courans s'eſt portée au midi par le Got, juſqu'à Sarſenat. On voit des maſſes priſmatiques ou des boules à Eſſard, au Buiſſon, à Monteil, entre le Buiſſon & Monteil, à Auliat, de même à la Croix de Nattezi, au Petit-Meniau, à Saint-Pardoux, à la Tour-d'Auvergne, à Vouheix, à Montbalard, ſur la butte de Corbet & à Sarſenat : ce ſyſtème de courans offre des maſſes priſmatiques très-régulières, qui ont pour baſe le granite.

12.° Mais rien n'égale ceux qui prenant leur origine au pied de Puy-Redon, ont prolongé leur marche par Leſſard, Labro, la Haute & Baſſe Chauderie, le Bouſquet & beaucoup au-delà, & ſe ſont étendus latéralement juſqu'au ruiſſeau de Burande : une dérivation de ces courans qui s'eſt échappée vers le Sud, au-deſſous de Labro, a recouvert l'emplacement de Chaſtreix, & formé toutes les terraſſes des environs : on peut juger de l'étendue des maſſes priſmatiques par les indications de la carte.

13.° Un autre ſyſtème de courans ſortis entre le pied du Puy-Redon

& celui du Mont-Dor: ce ſont les produits de différens épanchemens de matières fondues, qui ſe ſont établis les uns ſur les autres: les premiers courans ſe ſont étendus par Chauvet, juſque vers Clos-vieux & le Vigier: les ſeconds ont formé un étage plus élevé, dont la bordure priſmatiſée ſe montre à la caſcade du Burandon & au pied de la Maſſe: enfin les troiſièmes courans ont voituré toute l'épaiſſeur de la Maſſe, qui a plus de trois cents pieds de hauteur perpendiculaire. Les priſmes de ces courans ont différens modules; ceux de la Maſſe depuis 12 juſqu'à 20 pieds de périmètre; ceux de l'étage au-deſſous ont 36 à 50 pouces, & ceux de l'étage le plus bas 30 à 40 pouces.

14.° Enfin le courant épanché du pied du Puy de Paillary & qui s'étend par les cabanes de Couſſat & d'Eſcudor à Picherande & à Ravel; c'eſt à ces deux derniers endroits que ſe voient de beaux rideaux de priſmes.

Rien n'eſt plus intéreſſant que la vue de tous ces courans qui ont ſuivi les pentes des Monts-Dor, au Nord, à l'Oueſt & au Sud: ceux qui reſtent à indiquer du côté de l'Eſt ne le ſont pas moins, & ont eu une marche auſſi étendue.

15.° Pluſieurs courans ſont ſortis des environs du Puy de Percuſa, & ont gagné la pente qui les portoit vers Beſſe & Ourſeyre: les coupures des bords du vallon qui eſt au-deſſous de Beſſe ont mis à découvert le produit de ces différens écoulemens, & on les compte par les étages des priſmes verticaux.

16.° Mais il n'y a rien d'auſſi étonnant, & pour la quantité des matières tranſportées, & pour les nombreux maſſifs de priſmes, que les deux courans qui ont pris leur origine entre Chambourguet & Champgourdet: l'un s'eſt prolongé par Servey, le Verdier, Serre, haut & bas juſqu'à Lampras, le Mont & la Borie; & l'autre par Saint-Victor, Beſolle, la montagne de Chaffort, Saint-Diery & Fontenilles. Dans le premier, on voit des priſmes au Verdier, au Puy de Mont-Redon, à Lampras, au Mont, &c. Dans le ſecond, des boules entre le Breuil & Saint-Victor, entre Saint-Victor & Beſolle: des priſmes ſur toutes les faces des croupes de la montagne de Beſolle, & particulièrement vers Roche-Romaine, au Puy alongé du Treuil; ſur la face méridionale de Chaffort, entre Chaffort & Saint-Diery, entre Saint-Diery & Fontenilles.

17.° Les courans qui ſont ſortis du pied de Cacadogne, ſe ſont portés juſqu'aux villages de Langle & de Ferret: on voit à leur extrémité méridionale un rideau de priſmes verticaux ſur un maſſif de granite.

18.° Le courant produit par les puys voiſins de la Croix-Morand,

qui passe à Beaune, & s'étend jusqu'au château de Murol, où il présente une espèce de cascade garnie de prismes; sa bordure septentrionale, en face de Laval, en montre de fort beaux.

19.° Un courant très-considérable qui débouche entre le Puy de la Croix-Morand & Baladou; & qui ensuite se distribue en plusieurs branches. La première, par Laval, Broussière, Sail, Sauvagnat, Quinsat & Tresenches, s'étend vers Verrières & Grandeirol: ses bordures sont garnies de prismes & d'amas de boules dans plusieurs endroits, à Laval, à Broussière, à Sail, après Sauvagnat, avant Thones, & sur-tout vers les extrémités qui se portent jusqu'aux environs de Grandeirol, & qui s'appuient sur le granite.

La seconde ramification passe au Vernet & à Cluchat, & se continue par Lambre & Lanteuge: il y a des prismes à Lambre.

La troisième chemine par Ludière & Font-Marcel, & se continue jusqu'assez près d'Ollois d'un côté, & entre Lanteuge & le Puy d'Ollois de l'autre: il y a des prismes vers Pradat; & l'on voit le long des bordures de la dérivation qui s'étend entre Lanteuge & le Puy d'Ollois, de beaux rideaux de prismes, des amas de boules & des articulations ébauchées dans tout l'intérieur de ce massif immense.

20.° Un large courant qui sort du pied du Puy de la Vedrine, & s'étend par Mareuge & Monne, & après un certain intervalle reparoît avec beaucoup de prismes sur les hauteurs entre Pradat & Fouhet.

21.° Le courant de la Serre qui s'est étendu jusqu'au Crest, où il y a des prismes, ainsi qu'un peu au-dessus de ce village, à la bordure méridionale. Au Nord, un écoulement latéral s'est épanché du côté de la Cassière, & a formé plusieurs massifs de prismes.

22.° Les environs de Saint-Genest présentent plusieurs courans où se voient des prismes & des amas de boules: ils appartiennent à cette classe & à la suivante par les dégradations qu'ils ont essuyées dans certaines parties: mais je ne les indiquerai que dans celle-ci.

TROISIÈME CLASSE.

En suivant la même route, je vais indiquer les masses prismatiques qui tenoient aux courans principaux dont on vient de voir la marche, & qui en ont été séparées par des coupures, & par des vallons, lesquels n'empêchent pas qu'on ne les raccorde aisément avec ces courans.

1.° Les portions de courans qui paroissent prendre leur origine dessous les courans modernes du Puy de Barme, entre le Puy de

Crau proche Olby & Allagnat : elles ſe montrent au Puy de Crau, ſur les deux bords de l'étang de Fung, à Couhay, à Bonnebaut, à Saint-Pierre-Châtel : ce ſont des maſſes preſque toutes priſmatiſées qui ont pour baſe le ſol primitif.

2.° La maſſe priſmatique de Maſſages ſemble être une extrémité de courant ſéparée par le vallon du ruiſſeau de Rochefort.

3.° La butte du château de Rochefort a été viſiblement ſéparée de la partie du courant qui eſt en face, à l'Oueſt. Si l'on remonte le même courant juſqu'au lac de la Gratade, & de ce lac au rocher de la Tuilière, & même plus haut, on trouve pluſieurs interruptions; mais celle qui étonne le plus, c'eſt le vallon immenſe qui ſépare le rocher de la Tuilière, de la Roche-Sanadoire; car toutes ces maſſes ſe correſpondent pour le grain, pour la couleur des laves, & pour la forme priſmatique. Il eſt évident que ces maſſes iſolées, établies ſur des granites intacts, ont formé un tout continu dont l'origine paroît appartenir à la hauteur de la Malviale. Il en eſt de même du courant qui va de Douhaireſſe à la butte du château de Rochefort, ſon raccord avec le Puy-de-Loueire eſt néceſſaire.

4.° A côté du courant qui va de la Banne-Dordanche à Pallière ſont les maſſes priſmatiſées de Peſſy, du château de Murat-le-Quaire, de Muratel, qui en ont fait partie, & dont la liaiſon eſt totalement détruite, & qui ſont placées ſur le ſol intacte.

5.° J'ai déjà dit qu'une grande portion du courant du Puy de Fichade en a été ſéparée depuis Rigoley-haut juſqu'au Roc-du-Mercier, par la vaſte coupure du vallon des Bains. Tout ſe raccorde, le grain de la pierre & la forme des priſmes.

6.° Les buttes ou collines des environs de la Tour-d'Auvergne ont auſſi été ſéparées des courans reſpectifs avec leſquels elles ont formé une maſſe continue: telles ſont les collines du Buiſſon, de Monteil, d'Auliat, qui étoient liées entre elles & avec le courant d'Eſſard; celles de Vouheix, de Montbalard, de Corbet, ſont le prolongement naturel des courans de Nattezi & de la Tour-d'Auvergne. Ces maſſes fondues ont couru & ſe ſont fixées ſur le granite.

7.° La butte du château de Ravel, couverte d'une couche de priſmes établie ſur le granite intact, tenoit au courant de Picherande.

8.° La maſſe du Puy de Mont-Redon proche Beſſe, où ſe trouvent de ſi beaux priſmes articulés, a été ſéparée du courant de Serre, haut & bas : les débris & le déſordre qui règnent dans l'intervalle le prouvent aſſez.

9.° La maſſe priſmatique iſolée & guindée ſur le ſommet du

Puy d'Éragne, comme un hors-d'œuvre sur une base totalement composée de granite, paroît avoir été une suite du courant de Besolle, malgré le large vallon qui sépare ces masses correspondantes & primitivement continues.

10.° Il en est de même de la longue colline qui s'étend depuis Chazoux jusqu'à Montaigu, & qui est toute formée à sa surface d'une couche de prismes; les deux tiers de sa hauteur sont une base de granite. Elle a été visiblement séparée du courant de Sauvagnat ou d'Ollois par un large vallon: les faces des deux coupures se correspondent pour la hauteur & pour le module des prismes. Après un très-grand intervalle entre Montaigu & Champeix, on retrouve au-dessus de Champeix une suite de ce courant toute en prismes: la colline qu'on voit entre Montaigu & Champeix présente à sa surface les débris de ce qui formoit la liaison de cette dernière masse isolée.

11.° Je finis par la masse prismatique guindée sur le sommet de Mont-Redon, proche Ponteix, & établie sur une base de granite qui n'a reçu aucune altération du feu. Cette masse fondue a visiblement appartenu au courant de la Serre, qui s'y étoit porté, lorsque le plein-pied qui est détruit actuellement, subsistoit.

QUATRIÈME CLASSE.

J'indiquerai comme masses fondues en place, qui n'ont été ni déplacées considérablement, ni transportées, qui ne sont établies sur aucune base intacte, qui ne paroissent avoir coulé d'aucun centre commun, & qu'on trouve en partant de Clermont au midi.

1.° Le Puy de la Roudade, entre Ceyrat & Boisseghoux: on y voit des amas considérables de boules, & des articulations ébauchées.

2.° Mont-Rognon, au Sud de cette masse, où l'on voit quelques massifs de prismes & des amas de boules.

3.° Toute la masse fondue de Gergovie & du Puy-de-Resolle, entre Omme, Jussat & Romagnat, on y trouve des suites très-considérables de boules & des amas de tables de basalte.

4.° Les Puys de Pereneire & de Tilly, à côté de Saint-Sandoux: on trouve dans ces masses fondues des boules & des assemblages de prismes très-intéressans.

5.° En revenant à Clermont, on voit au nord Chanturgue & les Côtes de Clermont qui sont de même fondues en place, & offrent sur toutes les brèches des amas de boules nombreux, & quelques rideaux de prismes.



MÉMOIRE
SUR LA
PARALLAXE DU SOLEIL,
Déduite des Obſervations faites dans la mer du Sud, dans le royaume d'Aſtracan, & à la Chine.

Par M. DE LA LANDE.

DANS le temps où toute l'Europe ſavante étoit occupée des projets de Voyages pour le paſſage de Vénus ſur le Soleil, qui devoit arriver le 3 Juin 1769, nous apprimes de Londres, quoiqu'avec une eſpèce de ſecret, qu'une Frégate du Roi d'Angleterre, nommée l'*Endeavour*, l'Effort, commandée par le Capitaine Cook, étoit partie au mois d'Août 1768, pour aller dans la mer pacifique *(a)*, à l'exemple du Capitaine Biron, reconnoître quelques îles, & chercher un endroit propre à faire l'obſervation du paſſage de Vénus. M. Green, habile Aſtronome, étoit embarqué ſur ce Vaiſſeau; il avoit été Aſſiſtant du célèbre Bradley, à l'Obſervatoire royal de Greenwich, & cela ſuffiſoit pour donner toute confiance dans ſes obſervations. M. le Docteur Solander, Naturaliſte déjà connu & Élève du célèbre M. de Linné, s'embarqua ſur le même Vaiſſeau, pour faire des recherches d'Hiſtoire Naturelle. Ce Voyage étoit ſemblable à celui que M. de Bougainville venoit d'entreprendre en 1767 *(b)*, avec M. Veron, Aſtronome laborieux & intelligent, que j'avois préparé pour ce voyage, & dont j'avois ſollicité l'embarquement; ceux-ci

(a) Il a paru un Journal abrégé de ce Voyage en Anglois, dont M. de Fréville a donné la traduction en 1772, en un volume *in-8°;* à Paris chez Saillant. Le grand Ouvrage en trois volumes *in-4.°* a paru en 1773 en anglois, & en françois en 1774.

(b) Voyage autour du Monde, ſur la Frégate du Roi *la Boudeuſe*, & la Flûte l'*Étoile*, en 1766, 1767, 1768 & 1769, ſeconde édition; à Paris, chez Saillant & Nyon, 1772, deux volumes *in-8.°*

étoient

étoient accompagnés de M. Commerſon, Médecin de Châtillon près Bourg-en-Breſſe, qui, depuis 1748, s'occupoit de l'Hiſtoire Naturelle avec autant d'ardeur que de ſuccès *(c)*. M. Veron eſpéroit auſſi de ſe trouver dans la mer du Sud pour le paſſage de Vénus; l'ayant paſſé trop tôt, il voulut reſter aux Indes, mais allant de l'Iſle de France à Pondicheri, il ne put y arriver que le 19 Juin, & manqua l'obſervation. Ces deux Voyages ont coûté la vie aux deux Aſtronomes; M. Veron & M. Green étant morts aux Indes l'un & l'autre, ainſi que M. l'abbé Chappe en Californie; mais M. Green & M. l'abbé Chappe ont eu la conſolation en mourant, d'avoir rempli leur objet, & de laiſſer à la poſtérité des monumens de leur courage & de leur zèle pour les Sciences.

Je publiai, en 1764, une figure du paſſage de Vénus, avec une explication dans laquelle j'inſiſtai ſur l'utilité qu'il y auroit à obſerver le paſſage de Vénus dans la mer du Sud. Voici la manière dont je m'expliquai à ce ſujet.

« La mer du Sud eſt un des endroits les plus favorables, ſoit « pour l'entrée, ſoit pour la ſortie de Vénus en 1769 : il ſeroit « donc bien à ſouhaiter que cette occaſion procurât quelques ten- « tatives ſur les îles qui s'y rencontrent; il en réſulteroit des décou- « vertes utiles pour le Commerce & pour la Géographie. Les plus « habiles gens ont fait depuis long-temps tous leurs efforts pour « exciter cette louable émulation entre les Puiſſances maritimes: « on peut voir là-deſſus des choſes très-intéreſſantes dans l'Ouvrage « de M. le Préſident de Broſſes, ſur les Terres auſtrales *(d)*; dans « les Conſidérations Géographiques de M. Buache; & dans les « Mémoires de l'Académie, *année 1757, page 49*.... La durée « totale du paſſage à Torneå ſera plus longue d'environ 25 minutes « que dans la mer du Sud: ſi donc on pouvoit avoir ces deux « obſervations complètes, ſeulement à 10 ſecondes près, on auroit, à un cent cinquantième près, la parallaxe du Soleil. »

(c) Il eſt mort à l'Iſle de France, en 1773.

(d) Hiſtoire des Navigations aux Terres auſtrales; *à Paris, chez Durand, 1756, 2 volumes in-4.°*

L'Académie ayant alors pour Président M. Trudaine de Montigny, ſollicita vivement M. le Duc de Choiſeul, de procurer un voyage à la mer du Sud, ou ſur un Vaiſſeau François ou ſur un Vaiſſeau Eſpagnol; le Miniſtre voulut bien s'y prêter, & il nous aſſura que l'Eſpagne favoriſeroit cette entrepriſe. Nous le crumes pendant long-temps, mais à la veille du départ, nous apprimes qu'il ne ſeroit permis à M. l'Abbé Chappe que d'aller en Californie; il s'y rendit en effet, & j'ai rendu compte à l'Académie, le 11 Décembre 1770, du réſultat de ſon Obſervation *(e)*.

Cependant le Vaiſſeau Anglois partit incognito pour la mer du Sud, & nous avons été près de trois ans ſans en recevoir de nouvelles. On le croyoit perdu, lorſqu'enfin au mois de Juillet dernier (1771), nous avons appris qu'il étoit de retour en Angleterre; que l'Obſervation du paſſage de Vénus avoit réuſſi complètement; qu'on avoit découvert & déterminé géographiquement plus de quarante îles, & que M. Solander, habile Naturaliſte, avoit fait une collection immenſe d'Hiſtoire Naturelle dans ſon voyage: on aſſure qu'il a rapporté plus de mille eſpèces de plantes inconnues aux Botaniſtes, & que plus de quatre-vingts ſont cultivées dans les jardins de Botanique que le Roi d'Angleterre a établi à Richemond, pour ſa curioſité particulière; en même temps qu'il y a fait bâtir un très-bel Obſervatoire pour ſon uſage. On ſe propoſe de publier bientôt en Angleterre les quatre Voyages autour du Monde, de M.rs Byron, Wallau, Carteret, & de M. Cook ou de M. Banks; nous y trouverons ſans doute tous les détails que je viens d'indiquer. M. Cook avec M. Solander devoient s'embarquer de nouveau au printemps prochain, pour retourner dans la mer du Sud, en paſſant au pôle auſtral, avec M. Banks; ce dernier faiſoit une partie des frais de l'expédition; il conſacre à l'âge de trente ans une fortune brillante, dont il jouit, au progrès des Sciences; il devoit conduire avec lui deux Aſtronomes, M.rs Wales & Bayley; un Chimiſte, M. Lind, d'Édim-

(e) On trouvera cette Obſervation plus en détail dans le Voyage en Californie de M. l'Abbé Chappe, donné par M. Caſſini. *A Paris, chez Jombert, in-4.° 1772.*

bourg; un Dessinateur habile, M. Zophani, & plusieurs autres Artistes; il emportoit une montre marine, pour en faire l'épreuve: l'embarquement étoit prêt, lorsque des jalousies & des manœuvres ont fait échouer le projet; M. Cook ira seul aux Terres australes, en 1772 *(f)*.

M. Commerson a eu le même avantage que M. Solander; il est même à l'île de France occupé à étendre ses recherches sur cette île & sur celle de Madagascar; mais M. Véron n'a pas eu la satisfaction d'observer le passage de Vénus dans la mer du Sud, que son vaisseau traversa dès 1768: il y fit seulement beaucoup d'autres observations; j'en ai reçu une partie de lui-même avant sa mort, M. le Gentil a rapporté les autres à son retour des Indes, d'où il est arrivé au mois d'Août dernier (1771).

M. Maskelyne, Astronome royal d'Angleterre, & M. le Docteur Bevis, ami du Capitaine Cook, m'envoyèrent les observations de M. Green, au mois de Septembre dernier, à Bourg-en-Bresse; j'en fis le calcul le même jour, & je reconnus avec plaisir que ces observations donnoient à peu-près le même résultat que celles de la baie d'Hudson & de la Californie dont j'avois publié les calculs; la parallaxe du Soleil qui en résulte étant d'environ $8'' \frac{1}{2}$ pour les moyennes distances du Soleil à la Terre.

Les observations dont il s'agit ont été faites dans une île de la mer du Sud, que les Anglois ont appelé l'*île du roi George*, & qui, suivant les Anglois, est appelée par les naturels du pays *Otaheite* ou *Otahité*, car ils ont varié dans l'orthographe: elle est par $17^d\ 29'\ 15''$ dans l'hémisphère austral de la Terre, & à $228^d\ 15'$ de longitude, ou $10^h\ 7'\ 9''$ de temps à l'Occident du méridien de Paris. C'est l'île de *Taïti*, où M. de Bougainville avoit abordé en 1768, qu'il a nommée *la nouvelle Cythère*, & dont on trouve une description intéressante dans son Voyage autour du monde, que j'ai cité plus haut: il est évident, en effet, que c'est la même île qui a été reconnue par les Anglois quelques mois après le passage de nos François, & dont ils ont

(f) Ce Voyage a eu lieu, ainsi que celui de M. Kerguelen, aux Terres australes en 1773; celui-ci est accompagné de deux Astronomes de mes Élèves, M.rs Mersais & Dagelet.

rendu un peu différemment le nom employé par les naturels du pays *(g)*. La longitude, suivant M.rs de Bougainville & Veron, étoit de 229d 36' 43", & la latitude 17d 35' 3"; mais cette île a environ 10 lieues de longueur; l'endroit où il a fait sa descente, & qui est appelé *Ohidea*, dans le voyage de M. Cook, est de 9 ou 10 minutes à l'Est, & d'environ 5 minutes au midi de Matarai, baie où les Anglois ont observé *(h)*. Au reste, les observations de M. Veron ne comportoient pas le même degré d'exactitude que celles du passage de Venus.

Les quatre contacts des bords de Vénus & du Soleil furent observés de la manière suivante par M. Green, par M. le capitaine Cook, qui est un Observateur intelligent & adroit; enfin, par M. le Docteur Solander; ils eurent un temps extrêmement serein.

Observateurs.	*Commencement.*	*Entrée totale.*	*Contact intér.*	*Sortie entière.*
M. Green...	21h 25' 40"	21h 43' 55" ½	3h 14' 3"	3h 32' 14"
M. Cook.....	21. 25. 45	21. 44. 15 ½	3. 14. 13	3. 32. 2
M. Solander	....	21. 44. 2 ½	....	3. 32. 13

La plus courte distance des centres fut observée de 10' 25",4, avec un micromètre de Dollond. Par un milieu entre les observations faites à la baie d'Hudson, elle se trouve de 9' 53",8, ou plus petite de 31",6, à cause de l'effet des parallaxes.

Le premier contact extérieur, ou le commencement du passage, ne sauroit être observé avec une certaine exactitude; ainsi je n'en ferai aucun usage. Le premier contact intérieur est l'instant où le ligament noir se détache, ainsi que je l'ai expliqué assez au long dans un autre Mémoire, & le second contact intérieur, ou

(g) Le Capitaine Wallès dit, dans son Voyage, qu'il y avoit abordé le premier, dès le mois de Juin 1767. *An account of the Voyages*, 1773, 3 volumes *in-4°*.

(h) Voyez la Carte de cette île, dans le second volume du même Recueil.

le commencement de la ſortie, a été fixé par l'interruption ſubite de lumière en un point du diſque ſolaire.

On eſt étonné de voir juſqu'à 20 ſecondes de différence entre deux obſervations; mais celle de M. Green toute ſeule, donne, à 3 ſecondes près, la même durée que je trouve en prenant un milieu entre les trois obſervations de l'entrée, & entre les deux obſervations de la ſortie; ainſi je m'en tiendrai à un milieu: je ſuppoſerai le premier contact intérieur des bords de Vénus & du Soleil à $9^h\ 44'\ 4''$ du matin, & le commencement de la ſortie à $3^h\ 14'\ 8''$ du ſoir, au méridien de l'île de Taïti, & la durée du paſſage de $5^h\ 30'\ 4''$. J'ai lieu de croire que ces nombres ont été jugés meilleurs, puiſque ce ſont les ſeuls qui ſoient rapportés dans le grand ouvrage publié par M. Cook *(tome II, page 141.)*

Pour trouver l'effet de la parallaxe dans ces deux obſervations, je ſuppoſe que dans les deux *figures 1 & 2*, l'on regarde le Nord, ayant l'Orient ſur la droite; ſoit *C* le centre du Soleil, *ZCS* une parallèle au vertical de Vénus, repréſentée par *EVD, PC* le cercle de déclinaiſon qui vient du pôle auſtral, *CM* la perpendiculaire à l'orbite relative de Vénus; cette perpendiculaire eſt, dans les deux cas, à l'Orient du cercle de déclinaiſon tiré du pôle méridional du monde, par le centre du Soleil, puiſque le mouvement de Vénus alloit de l'Orient à l'Occident, & ſe rapprochoit du pôle méridional.

Soit *MV* l'orbite relative de Vénus, *M* le milieu du paſſage, la plus courte diſtance $MD = 10'\ 8''$, *V* le lieu vrai de Vénus ſur ſon orbite relative au moment de l'obſervation; *D* le lieu apparent de Vénus ſur ſon vertical *RVD, CV* $= 914'',8$, égale à la différence des demi-diamètres du Soleil & de Vénus.

Le vertical de Vénus n'eſt pas rigoureuſement parallèle au vertical *ZCS* du Soleil; mais je ne le ſuppoſerai point. J'ai fait tous mes calculs ſur le lieu de Vénus, le ſeul dont nous ayons beſoin, & j'ai calculé tous les angles pour le centre *D* de Vénus, quoique dans la figure j'ai tiré les cercles par le centre *C* du Soleil, pour donner une idée plus claire de leur poſition

respective. Je néglige dans ce calcul, comme je l'ai toujours fait, l'aplatissement de la Terre, il ne peut en résulter que rarement une ou deux secondes d'erreur sur l'effet de la parallaxe en temps, & les observations ne comportent pas une si grande précision; cependant je donnerai ci-après la manière d'y avoir égard, en suivant ma méthode avec le résultat des calculs de M. Lexell, qui y a fait entrer ces considérations.

Comparaison des Observations faites à l'île de Taïti & au fort du Prince de Galles; en supposant la parallaxe moyenne de 8 secondes & demie.

	ÎLE DE TAÏTI.		FORT DU PRINCE DE GALLES.	
	Entrée.	Sortie.	Entrée.	Sortie.
	H. M. S.	*H. M. S.*	*H. M. S.*	*H. M. S.*
Temps vrai des observat.	21. 44. 4.	3. 14. 8.	1. 15. 23,0	7. 0. 47,5
Différence des Méridiens, par rapport à Paris...	10. 7. 8.	10. 7. 8.	6. 26. 7.	6. 26. 7.
Temps réduit à Paris....	7. 51. 12.	13. 21. 16.	7. 41. 30.	13. 26. 54,5
Dist. au milieu du passage.	2. 45. 23.	2. 44. 41.	2. 55. 5.	2. 50. 20.
Angle *MCV*.........	47. 25. 42.	47. 18. 26.	49. 3. 1.	48. 16. 8.
Inclinaison de l'orbite sur l'équateur, ou *MCM*.	15. 30. 53.	15. 34. 34.	15. 30. 47.	15. 34. 38.
Angle *VCF*.........	31. 54. 47.	62. 53. 0.	33. 32. 14.	63. 50. 46.
Dist. vraie *CV*, à peu-près,	898,7	896,7	927,7	913,4
Différence en déclin. *CF*.	12. 43.	6. 48.	12. 53.	6. 43.
Déclinaison du Soleil....	22. 25. 43.	22. 27. 21,7	22. 15. 41.	22. 27. 23.
Déclinaison de Vénus...	22. 38. 26.	22. 34. 10.	22. 38. 34.	22. 34. 6.
Différ. d'ascension droite.	8. 35.	14. 24.	9. 13.	14. 48.
Angle horaire du Soleil...	33. 59. 0.	48. 32. 0.	18. 50. 45.	105. 11. 52,5
Angle horaire de Vénus.	34. 7. 35.	48. 46. 24.	18. 41. 32.	105. 26. 40.
Hauteur vraie de Vénus.	37. 48. 44.	27. 43. 14.	51. 28. 4.	11. 35. 8.
Haut. apparente de Vénus.	37. 48. 22.	27. 42. 48.	51. 27. 46.	11. 34. 39.
Différ. des parall. de haut...	23.	26.	18.	29.
Angle du vertical & du cercle de déclinaison...	42. 38. 8.	54. 8. 0.	15. 27. 34.	30. 39. 6.
Angle *ECV* ou *CVD*.	10. 43. 19.	8. 45. 0.	18. 04. 40.	94. 29. 52.
Distance apparente *CD*; diff. des demi-durées.	915,11	915,11	915,11	915. 11.

	ÎLE DE TAÏTI.		FORT DU PRINCE DE GALLES.	
	Entrée.	Sortie.	Entrée.	Sortie.
	H. M. S.	*H. M. S.*	*H. M. S.*	*H. M. S.*
Angle *VCD*........	11. 37,482	10. 39,036	15. 17,38	1. 17. 14,63
Angle *CDA*........	10. 31. 41,518	8. 34. 20,964	18. 19. 57,38	84. 12. 53. 37
Diſtance vraie de Vénus au Soleil *CV*.......	898,762	896,686	927,57	913,262
Diſtance *MV* en temps.	2. 45. 23,7	2. 44. 41,4	2. 55. 2,7	2. 50. 17,0
Diſtance ſans parallaxe...	2. 50. 54,0	2. 50. 54,0	2. 50. 54,0	2. 50. 54,0
Effet de la parallaxe 8″,5, en temps...........	− 5. 30,3	+ 6. 12,6	+ 4. 8,7	+ 37,0
Obſervations réduites au centre de la Terre...	21. 38. 33,7	27. 20. 20,6	1. 19. 31,7	7. 1. 24,5
Durées qui devroient être égales.............	....	5. 41. 46,9	....	5. 41. 52,8

La durée réduite au centre de la Terre, qui devroit être égale, par les deux obſervations de Taïti & de la baie d'Hudſon, eſt plus grande de 5″,9 par celle de la baie d'Hudſon; cette quantité eſt inſenſible par rapport aux obſervations, où il ſuffiroit d'une ſeconde & demie d'incertitude ſur chacune pour produire la différence que je viens de trouver; mais ſi l'on veut y avoir égard, on dira 15′ 14″,2, dont la durée eſt diminuée à Taïti plus qu'à la baie d'Hudſon, ſont à 8″,5, comme 5″,9 ſont à 0″,05; en ſorte que la parallaxe de 8″,55 ſatisfait à ces deux obſervations. En donnant la même durée par les obſervations du Fort, réduites au centre de la Terre, on voit ici que la durée au Fort eſt trouvée plus grande de 15′ 10″ qu'à l'île de Taïti; cette quantité eſt aſſez conſidérable pour rendre fort exacte la parallaxe de 8″,55 que je viens d'en tirer. Le P. Hell trouve, il eſt vrai, 3′ 46″,9, * au lieu de 4′ 8″,7 pour l'effet de la parallaxe au Fort, dans les mêmes hypothèſes que moi, & je crois que c'eſt la principale cauſe des diſcordances perpétuelles qu'il y a entre le

---

* *De parallaxi Solis, à Maximiliano Hell, &c.* Vindobonæ, 1772, page 98.

P. Hell & moi dans la détermination de la parallaxe, par les différentes obſervations.

Si l'on veut avoir égard à l'aplatiſſement de la Terre, on tirera, par le lieu apparent *D* de Vénus *(fig. 1)* une ligne *DH* perpendiculaire au vertical, & du même côté que le pôle élevé, égale à la parallaxe d'azimuth. Suppoſant que la différence des parallaxes horizontales ſoit $= p$, l'angle de la verticale avec le rayon de la Terre $= a$, la hauteur apparente $= h$, & l'azimuth $= Z$, cette ligne *DH* ſera $= p$ ſin. a ſin. Z *(Aſtronomie, art. 1685)*; on appliquera la correction p, ſin. a, coſ. Z. ſin. h, à la parallaxe de hauteur *DV (Aſtr. art. 1689)*, on cherchera l'angle *DVH* & le côté *VH*; on ôtera l'angle *DVH* de l'angle *DVC*, & l'on aura l'angle *CVH*, le point *H* étant le lieu apparent de Vénus, & la ligne *CH* égale à la différence des demi-diamètres du Soleil & de Vénus, on dira *CH* : ſin. *CVH* :: *VH* : ſin. *HCV*; connoiſſant *CVH* & *HCV*, l'on aura *CHV*, & l'on dira enfin ſin. *CVH* : *CH* :: ſin. *CHV* : *CV*, diſtance vraie des centres de Vénus & du Soleil, par le moyen de laquelle on trouve le moment du vrai contact vu du centre de la Terre; car connoiſſant *CM* & *CV*, il eſt aiſé de trouver la portion *MV* de l'orbite vraie de Vénus, le temps qui lui correſpond, & par conſéquent la différence entre ce temps vu du centre de la Terre, & le temps qui répond à *CH*, diſtance apparente vu du lieu de l'obſervation *(Aſtron. art. 2064 & 2065)*.

On peut comparer également l'obſervation de Taïti avec celle de Saint-Joſeph en Californie, où l'effet de la parallaxe différoit de 7′ 18″ de celui de Taïti; or, en employant la même parallaxe de 8 ſecondes & demie, je trouve la durée réduite au centre de la Terre pour Saint-Joſeph $5^h\ 41'\ 48'',4$, plus grande d'une ſeconde & demie ſeulement que celle qu'on trouve par Taïti, ce qui donne la parallaxe 8″,53, pour les moyennes diſtances.

Lorſqu'on compare l'obſervation de Cajanebourg avec celle de Taïti, en ſuppoſant le diamètre de Vénus 57″,2, on a la durée réduite $5^h\ 41'\ 50'',9$, & la parallaxe moyenne 8″,52.

La comparaiſon de Cajanebourg avec S.t Joſeph donne 8″,47; & avec

& avec la baie d'Hudſon 8″,49, je n'avois d'abord trouvé celle-ci que de 7″,86 *(Mém. Acad. 1770, page 14)*, mais c'étoit en ſuppoſant le diamètre de Vénus trop fort, ou de 59″; il eſt prouvé qu'il doit être diminué au moins d'une ſeconde & demie.

Enfin la comparaiſon de Saint-Joſeph avec le fort de la baie d'Hudſon, donne 8″,56, toujours pour les moyennes diſtances. Toutes ces obſervations diffèrent peu du réſultat de l'obſervation faite au cap de Bonne-eſpérance en 1761, qui donnoit 8″,59, *(Mém. Acad. 1761, p. 479)* en réduiſant tout à la moyenne diſtance, & en faiſant uſage de toutes les obſervations.

L'obſervation du P. Hell, faite à Wardus, eſt la ſeule qui s'écarte de toutes les obſervations précédentes: en ſuppoſant les deux contacts $9^h\ 34'\ 10'',6$ & $15^h\ 27'\ 24'',6$, je trouve l'effet de la parallaxe $-\ 6'\ 24'',4$ & $+\ 4'\ 28'',0$, ce qui donne la durée réduite au centre de la Terre, $5^h\ 42'\ 21'',6$. On voit dans la Table ci-deſſous la durée réduite au centre de la Terre, par chacune de ces obſervations, & l'on voit que celle du P. Hell eſt la ſeule qui s'écarte de toutes les autres; j'y ai joint même les obſervations de Gurief, d'Orenburg & de Pékin, dont je parlerai ci-après, comparées avec celles de Paris, & toutes s'accordent entre elles, tandis que celle de Wardus s'éloigne de toutes les autres.

Taiti.	$5^h\ 41'\ 46'',9$
Gurief.	5. 41, 47,0.
Saint-Joſeph	5. 41. 48,4.
Cajanebourg.	5. 41. 50,9.
Le Fort.	5. 41. 51,7.
Orenburg.	5. 41. 54,0.
Pékin	5. 41. 55,0.
Wardhus.	5. 42. 21,6.

Cette obſervation faite à Wardhus, comparée avec le Fort, donne 9″,08; avec Saint-Joſeph 8″,81; avec Taïti 8″,72. On voit dans ces trois réſultats des différences de 0″,36, ce

qui m'a porté à préférer les quatre autres obſervations. L'obſervation de Cajanebourg m'a paru préférable à celle de Wardhus, par cela même qu'elle donne des réſultats plus cohérens entr'eux, quand on la compare avec toutes les autres.

M. Euler, dans les Mémoires de Péterſbourg qui viennent de paroître *(Tome XIV, Partie II, p. 518)* s'arrête à 8",8, après une multitude de calculs faits ſur un grand nombre d'obſervations; mais il n'avoit pas reçu celles de Taïti qui donnent moins que les deux obſervations d'Amérique dont M. Euler s'eſt ſervi; il n'avoit pas même celles de Californie qui lui ont donné 8",75 *(Ibid. page 536)*.

M. Lexel qui avoit fait, avec M. Euler, un grand nombre de calculs ſur les obſervations du paſſage de Vénus, ayant reçu celles de l'île de Taïti, a voulu les diſcuter auſſi, & les comparer avec celles qu'on a faites en Europe, pour en déduire la parallaxe du Soleil. Comme l'effet de la parallaxe de Taïti a été fort conſidérable, & en même temps contraire à celui de la plupart des obſervations faites en Europe; il a jugé que la détermination qui ſeroit déduite de leur comparaiſon ſeroit la plus ſûre & même preſque infaillible. Pour faire ces calculs, M. Lexel s'eſt ſervi d'une méthode dûe à l'illuſtre M. Léonard Euler, dont on trouve le détail dans le *tome XIV* des Mémoires de Péterſbourg. Voici les principaux réſultats trouvés par M. Lexell, dans leſquels il a laiſſé indéterminée la petite correction y, que pourroit exiger la Latitude géocentrique au temps de la conjonction.

Par la comparaiſon des obſervations de Taïti avec un aſſez grand nombre de celles de l'Europe, la parallaxe horizontale du Soleil, ſe trouve de 8",68 — 0,0077, y, pour le jour du paſſage, en employant également les obſervations des contacts extérieurs, & celles des contacts intérieurs; mais quand on ſe borne à celles des contacts intérieurs, comme les plus ſûres, la valeur de la parallaxe ſe trouve égale à 8",58 — 0,0080, y.

Une ſemblable comparaiſon des obſervations du Fort du Prince de Galles à la Baie d'Hudſon, avec celles d'Europe, donne la parallaxe égale à 8",52 — 0,0019, y, lorſqu'on emploie les deux ſortes de contacts; mais, en donnant l'excluſion aux contacts extérieurs, on trouve 8",74 — 0,0029, y.

Enfin, les Obſervations des contacts extérieurs, faites en Californie par feu M. l'Abbé Chappe, étant de même comparées avec celles d'Europe, donnent à M. Lexell la parallaxe égale à 8",61 — 0,0062, *y*.

Pour tirer de ces diverſes concluſions une valeur moyenne, qui ſoit la plus approchante de la vérité, M. Lexell a eſtimé leurs probabilités comme étant proportionnelles aux coëfficiens dont la parallaxe eſt affectée dans les équations d'où ces valeurs ont été tirées, parce qu'il eſt évident que plus ces coëfficiens ſeront grands, moins les erreurs commiſes dans les obſervations auront d'influence pour changer l'inconnue, qui eſt la parallaxe cherchée. Suivant cette eſtimation, les probabilités des concluſions tirées des obſervations de ces trois lieux éloignés, ſont reſpectivement proportionnelles aux trois nombres 11, 4 & 8. Or, en prenant de cette manière une valeur moyenne entre celles que nous venons d'indiquer ci-deſſus, on trouve 8",60 — 0,006, *y*.

En ſuppoſant la correction, ou la quantité *y* = 8" à peu-près, la valeur de la parallaxe ſera en nombres abſolus égale à 8",55 ou 8",33; & l'on pourra être aſſuré, dit M. Lexell, qu'elle ne diffère pas de la vérité de plus d'un vingtième de ſeconde. Toutes ces circonſtances s'accordent à prouver que la parallaxe ne ſauroit être plus petite que 8",5, ni plus grande que 8",6 pour le jour du paſſage; il en conclud que la parallaxe du Soleil, lorſque cet aſtre eſt à ſa diſtance moyenne de la Terre, ſera 8",68, ou 8" 40‴, & que cette même diſtance égale 23753 demi-diamètres de l'équateur de la Terre. Pour dernière concluſion, dit-il, la groſſeur du Soleil ſera égale à 1358819 fois celle de la Terre; & la groſſeur de Vénus, par rapport à celle de la Terre, ſera comme 23 à 25 à peu-près, le diamètre de Vénus ayant été trouvé, tant par les obſervations immédiates que par le calcul un peu plus grand que 57" (Gazette Univerſelle, *aux Deux-Ponts, année 1771, N.° CI.)*

J'ai mis dans la Table ſuivante le réſultat des combinaiſons que j'ai faites de toutes les obſervations, deux à deux, avec le réſultat de M. Lexell à côté du mien. Par exemple, l'obſervation de l'île de Taïti, comparée avec celle du Fort-du-Prince, donne,

ſuivant moi, 8",55; & ſuivant M. Lexell, 8",62 (*Diſquiſitio Parallaxeos*, &c. page 60.)

	Wardhus.	*Cajanebourg.*	*Fort du Prince.*	*Saint-Joſeph.*
Fort du Prince	9,"08..9",01	8",49..8",41		
Saint-Joſeph.	8 ,81..8 ,80	8 ,48..8 ,53	8",56..8",61	
Taïti.	8 ,72..8 ,74	8 ,52..8 ,54	8 ,55..8 ,62	8",53..8",60

Les réſultats de M. Lexell ſont un peu plus grands que les miens; mais la différence eſt peu conſidérable; celui de M. Euler eſt ſenſiblement plus grand; mais j'ai employé les élémens les plus exacts & les mieux choiſis que l'Aſtronomie puiſſe fournir; j'y ai fait uſage de la méthode la plus rigoureuſe pour le calcul, & la plus indépendante de tous les élémens qu'on eſt obligé d'employer; d'ailleurs, il n'y a véritablement que deux obſervations d'Europe qui ſoient indépendantes de l'erreur des Longitudes géographiques, celle de Cajanebourg & celle de Wardhus; & le réſultat de M. Euler étant celui que donne l'obſervation de Wardhus, il me paroît moins ſûr que celui qui s'accorde avec toutes les autres obſervations. Enfin, les obſervations de Pékin, de Gurief & d'Orenburg donnent encore le même réſultat, ce qui me fait regarder le mien comme préférable. Les mêmes raiſons militent contre le réſultat de M. Pingré qui, dans un Mémoire lû à l'Académie il y a quelques mois, a trouvé à peu-près la même quantité que M. Euler; il rejette l'obſervation de Cajanebourg, parce qu'on n'y a obſervé que le contact extérieur de la ſortie. Si cependant on conſidère que l'obſervation de Cajanebourg a été faite avec une très-grande lunette, par un Obſervateur très-exercé & très-connu, qu'elle eſt la plus authentique, nous étant parvenue auſſi-tôt qu'il étoit poſſible de la recevoir; que les obſervations d'Amérique comparées entr'elles donnent le même réſultat que quand on les compare avec celles de Cajanebourg & un réſultat qui s'accorde avec l'obſervation faite au Cap en 1761, on ne pourra s'empêcher, à ce qu'il me

paroît, de la faire entrer dans le résultat; & dans ce cas, on ne trouvera qu'environ 8",55 pour la parallaxe moyenne du Soleil. M. Lexell lui-même, dans une lettre fort détaillée que j'ai reçue de lui, se réduit à 8",6, quoiqu'il adopte toujours l'observation de Wardhus; ainsi l'on peut, en négligeant les centièmes de secondes, s'en tenir à 8",6 pour les distances moyennes.

Au reste les observations que nous avons combinées avec tant de soin, resteront toujours comme des points fixes qu'on pourra calculer dans la suite avec des élémens encore plus exacts; l'on pourra même avoir des résultats un peu plus sûrs lorsqu'on aura plus exactement les longitudes des autres villes de Lapponie & de Sibérie, où l'on a observé une des phases du passage de Vénus; car jusqu'à présent il me paroît qu'on ne peut compter que sur les observations de la durée entière. Mais avant les années 1874 & 1882, où l'on doit observer d'autres passages de Vénus sur le Soleil, on aura certainement de nouvelles lumières sur celui de 1769, par les longitudes des villes où il a été observé.

Par exemple, Pékin est, de toutes les villes orientales, celle dont on connoît le mieux la longitude, à cause du grand nombre d'observations de toute espèce qui y ont été faites: si l'on connoissoit quelque jour avec la même précision la situation des trois points Occidentaux où la sortie a été observée, on en conclueroit par d'autres comparaisons la parallaxe du Soleil, en n'employant pas la durée du passage; en attendant, je vais rapporter ici cette observation de la Chine qui m'a été envoyée par le P. Collas, missionnaire Jésuite. Le P. Dollières, avec une lunette de 18 pieds, jugea qu'il n'y avoit plus de lumière entre les bords du Soleil & de Vénus, à $21^h\ 8'\ 24''$: les bords ne paroissoient pas se toucher, mais ils étoient liés entr'eux par une ombre. A $21^h\ 8'\ 43''$ il jugea que les deux bords paroissoient confondus; à $21^h\ 27'\ 0''$ sortie totale: mais il lui parut encore pendant 4 secondes qu'il voyoit le limbe de Vénus plus éclairé qu'auparavant, mordant encore un peu sur celui du Soleil.

Le P. Collas, avec une lunette simple de 14 pieds, jugea le contact intérieur à $21^h\ 8'\ 49''$, & la sortie totale à $21^h\ 26'\ 54''$; il n'eut point d'incertitude, ni de doute sur cette observation, & les deux Observateurs écrivirent séparément les temps observés,

avant de se les communiquer; seulement, ils conviennent que la pendule avoit éprouvé un dérangement qui pourroit avoir nui à l'exactitude de l'observation.

Pour la réduire au centre de la Terre, on se servira de la *figure 3*, dans laquelle *V* est le lieu vrai de Vénus, *D* son lieu apparent; l'angle horaire pour Vénus, dans le temps du contact intérieur, étoit de $42^d\ 38'\ 47''$, sa déclinaison $22^d\ 34'\ 6''$, sa hauteur apparente $50^d\ 6'\ 10''$; l'angle du vertical & du cercle de déclinaison $54^d\ 8'\ 0''$; l'angle *PCM*, $15^d\ 34'\ 40''$, $MCV = 49^d\ 3'\ 40''$, *ZCV* ou $CVD = 10^d\ 30'\ 20''$; $CDB = 10^d\ 39'\ 47'',86$, la distance vraie $CV = 15'\ 28'',79$, à laquelle répond un intervalle de $2^h\ 55'\ 26'',9$; mais la demi-durée, vue du centre de la Terre, en supposant toujours *CM* à $10'\ 8''$, est $2^h\ 50'\ 54'',1$; ainsi l'effet de la parallaxe est de $-\ 4'\ 32'',8$, à $21^h\ 8'\ 24''$.

J'ai trouvé de même l'effet de la parallaxe pour le contact extérieur $-\ 3'\ 5''$, à $21^h\ 26'\ 56''$; en sorte que la durée de la sortie du diamètre, réduite au centre de la Terre, est de $19'\ 13'',4$, au lieu de $19'\ 16'',5$ qu'on trouve en supposant le diamètre de Vénus de $59''$; ce qui réduit le diamètre à $58'',8$, & même à $57'',8$, si l'on prend pour contact intérieur $21^h\ 8'\ 43''$, qui est le temps où les deux bords paroissoient confondus. Cela me paroît plus naturel, parce que l'irradiation doit entrer dans la grandeur du diamètre solaire, qu'on emploie pour le contact intérieur, lorsqu'il s'agit de calculer le vrai diamètre de Vénus; c'est la circonférence apparente du Soleil qui décide le contact extérieur; c'est donc aussi celle qu'on doit choisir pour le contact intérieur, & non pas la formation du ligament obscur.

Le contact intérieur étant réduit à $21^h\ 3'\ 51'',2$, le milieu se trouve à $18^h\ 12'\ 53''$, & comme je le trouve à $10^h\ 36'\ 39''$ pour Paris; la différence des méridiens qui en résulte seroit de $7^h\ 36'\ 14''$, au lieu de $35''$ que M. Pingré a trouvé par un grand nombre d'observations. L'effet de la parallaxe à Pékin $-\ 4'\ 32'',8$ ne diffère que de 5 secondes de celui qui avoit lieu au même-temps à Wardhus; ainsi cette observation ne peut servir qu'à confirmer celle du P. Hell, & non pas à en déduire la parallaxe, si ce n'est en la comparant avec celle d'Amérique;

mais on ne peut se servir de l'observation de Pékin pour examiner celle de Wardhus, qu'en supposant exactement connue la longitude de Wardhus, or elle n'est pas bien constatée, comme M. Pingré l'a remarqué dans son Mémoire. Si l'on suppose la différence des méridiens $1^h\ 55'\ 6''$, comme la donne le P. Hell, & comme je la trouve par le passage même de Vénus, on a la sortie $13^h\ 27'\ 51''$ pour Paris; mais on la trouve à $13^h\ 27'\ 28''$, par l'observation de Pékin. En supposant la différence des méridiens $7^h\ 36'\ 23''$, comme M. Pingré l'a trouvée *(Mém. Acad. 1764, page 271)*, il s'ensuivroit que le P. Hell a observé 23″ trop tard. Si l'on fait la même chose pour l'entrée observée à Wardhus, on a $7^h\ 45'\ 29''$ réduit à Paris; & comme celle-ci a été observée à $7^h\ 45'\ 41''$, il s'ensuivroit que le P. Hell l'a observé 12″ trop tôt, & qu'il a trouvé une durée de 35″ trop grande; or on a vu ci-dessus qu'il faudroit ôter 35″ de la durée observée par le P. Hell, pour l'accorder avec celle de Taïti; ainsi son observation est contredite par celle de Pékin, ce qui autorise en quelque sorte le résultat que j'ai adopté pour la parallaxe.

Je comparerai de la même manière l'observation faite à Gurief, près de la mer Caspienne, par M. Lowitz, avec celle de Paris; la latitude de Gurief est de $47^d\ 7'\ 7''$, & la distance au méridien de Paris $3^h\ 18'\ 47''$, suivant les Mémoires de Péterſbourg *(1769, page 487)*; le contact intérieur $16^h\ 52'\ 55''$, réduit au centre de la Terre, est $16^h\ 46'\ 15''$, réduit au méridien de Paris & comparé avec le premier contact pour Paris $7^h\ 45'\ 41''$; il donne pour la durée $5^h\ 41'\ 47''$, exactement comme l'observation de Taïti: M. Lexell trouve le contact réduit $16^h\ 46'\ 34''$, la différence des méridiens $3^h\ 18'\ 37''$, & la durée $5^h\ 41'\ 57''$; ce qui ne diffère que d'une seconde du milieu qu'on verra ci-après.

L'observation faite à Orenburg par M. Krafft donne à peu-près le même résultat; la latitude est de $51^d\ 46'\ 0''$, & la distance au méridien de Paris $3^h\ 31'\ 20''$ *(Mém. de Peterſb. pages 556 & 569)*; le contact intérieur $17^h\ 5'\ 1''$, en prenant le premier instant où M. Krafft vit les deux bords se toucher *(Comm. Petropol. p. 205)*; l'effet de la parallaxe — $6'\ 6'',0$

étant ôté de l'obſervation, ainſi que la différence des méridiens & l'heure du contact pour Paris, il reſte pour la durée du paſſage $5^h\ 51'\ 54''$, plus grande ſeulement de 2 ſecondes que celle de la baie d'Hudſon. M. Lexell admet pour le contact obſervé $17^h\ 5'\ 7''$, & pour la différence des méridiens $3^h\ 31'\ 10''$, ce qui donne la durée $5^h\ 42'\ 10''$, plus grande que la mienne de $16''$.

C'eſt ainſi que toutes les obſervations qui portent avec elles quelque caractère d'exactitude s'accordent, pour ainſi dire, avec la parallaxe de 8 ſecondes & demie. En prenant le milieu entre les ſept demi-durées déduites de ces ſept obſervations, on trouve $2^h\ 50'\ 56''$. En ne prenant que les trois obſervations éloignées, on a deux tiers de ſeconde de moins; mais celle de Wardhus donne $2^h\ 51'\ 10''$, celle de Péterſbourg donne une minute de trop pour la durée; je ſerois tenté de ſoupçonner une erreur de minutes ſur le contact intérieur; on ſait que cela eſt arrivé pluſieurs fois dans des obſervations importantes; quoi qu'il en ſoit, on peut s'en tenir à la demi-durée $2^h\ 50'\ 56''$, qui ſatisfait au plus grand nombre des obſervations.

Après avoir choiſi la parallaxe moyenne de $8'',50$, je l'ai appliquée aux cinq obſervations de durée complètes, pour avoir la durée moyenne & la plus courte diſtance; par un milieu entre les quatre obſervations, j'ai trouvé les réſultats ſuivans, auxquels j'ajouterai ceux de M. Lexell qui a fait entrer dans ſes calculs la conſidération de la Figure de la Terre, mais qui ne diffère ſenſiblement de moi que pour le fort du Prince.

	À Wardhus.	*Au Fort du Prince.*	*À Saint-Joſeph.*	*À Taïti.*	*À Cajanebourg.*
Entrée totale....	$9^h\ 34'\ 10'',6$.	$1^h\ 15'\ 23''$.	$0^h\ 17'\ 26''9$.	$21^h\ 44'\ 4''$.	$9^h\ 20'\ 45'',5$.
Effet de la parall.	+ 6. 24,4.	+ 4. 9,8.	+ 18,1.	— 5. 30,3.	+ 6. 38,3.
Suivant M. Lexell.	6. 22,7.	4. 6,0.	16. 1,4	5. 29,7.	6. 36,0.
Sortie..........	15. 27. 24,6.	7. 0. 47,5.	5. 54. 50,3.	3. 14. 8.	15. 32. 27,0.
Effet de la parall.	— 4. 28,0.	+ 0. 37,1.	+ 4. 43,1.	— 6. 12,6.	— 4. 30,6.
Suivant M. Lexell.	4. 28,8.	38,9.	4. 42,7.	6. 12,6.	4. 31,5.
Durée réduite....	5. 42. 21,6.	5. 41. 51,7.	5. 41. 48,4.	5. 41. 46,9.	5. 41. 50,9.
Diff. du Méridien.	1. 55. 10.	6. 26.	7. 27. 57.	10. 7. 9.	1. 41. 43.

La plus

La plus grande différence entre ces durées réduites, d'après mes calculs seulement, est de 34",7; le milieu entre toutes, en employant même celle de Wardhus, est de 5^h 41' 55",9, & en ne prenant que les sept autres dont j'ai parlé, 5^h 47' 50",7; d'où l'on conclud la plus courte distance 10' 7",9, plus petite seulement d'un dixième de seconde que celle dont je m'étois servi dans tous mes calculs, qui étoit de 10' 8".

L'effet de la parallaxe pour Paris 6' 56",4 étant ajouté avec le moment du contact 7^h 38' 45", & avec la demi-durée 2^h 50' 56", on a le milieu du passage à Paris 10^h 36' 36"; la conjonction 10^h 13' 57", temps vrai, ou 10^h 11' 42" de temps moyen; la latitude héliocentrique, vue du Soleil, 4' 4",4; le lieu de la conjonction 2^f 13^d 27' 21", & le lieu du nœud 2^f 14^d 36' 8" pour le temps de cette conjonction.

J'ai supposé dans tous ces calculs le diamètre de Vénus de 57",2. M. Euler, qui a calculé un grand nombre d'observations, le trouvoit d'abord de 57",3 *(Mém. de Pétersb. p. 519)*, ensuite 57",2 *(ibid. p. 536)*; j'ai trouvé 57",5 pour l'observation de Pékin; mais une seconde d'incertitude sur la distance des centres que j'ai employée dans mes calculs ne causeroit aucune différence sensible sur les conclusions que j'en ai tirées. Je n'ai pas trouvé un dixième de seconde de moins pour l'effet de la parallaxe en temps, lorsque j'ai diminué de 1",8 le diamètre de Vénus; il n'y a que l'observation de Cajanebourg qui s'accorde moins, si l'on augmente la valeur du diamètre; mais la quantité de 57",2 est assez approchante de toutes les observations pour qu'on puisse employer sans incertitude l'observation de Cajanebourg, sur-tout en la voyant confirmée exactement par toutes les observations de l'hémisphère occidental. Ce diamètre 57",2 étant réduit à la distance moyenne du Soleil à la Terre, est de 15",9.

Je n'ai point tenu compte dans ces calculs de l'aberration de la lumière qui est de 3",7 en Longitude & qui retarde la conjonction d'environ 55 secondes; mais cette aberration est la même dans toutes les conjonctions inférieures, ainsi on les peut annoncer les unes par les autres sans y avoir égard; puisqu'il n'est question d'un passage de Vénus, que relativement à un autre; par la même

raiſon, on peut négliger l'aberration du Soleil qui diminue conſtamment ſa Longitude de 20 ſecondes. Cependant M. Price obſerve qu'il y a juſqu'à 19 minutes de différence entre la conjonction calculée & la conjonction obſervée, ſi l'on a égard à l'aberration du Soleil, & ſi l'on ſuppoſe que le lieu du Soleil, donné par les Tables, eſt toujours ſon lieu apparent, plus petit de 20 ſecondes que le lieu vrai.

Fig. 4. Soit *T* la Terre, *S* le lieu vrai du Soleil, *TO* la ligne de ſon lieu apparent tel que les Tables le donnent, moins avancé de 20 ſecondes que ſon lieu vrai; *SE* une ligne parallèle à *TO*, & dirigée vers le même point du ciel; la conjonction de Vénus par rapport au lieu apparent du Soleil, calculée par les Tables, arrivera en *V*, ſur la ligne *SVE*, qui déſigne le point du Ciel oppoſé au lieu apparent du Soleil: la conjonction, vue de la Terre, arrivera au point *B* ſur la ligne *TBO*; la portion *VC* de l'orbite de Vénus, qui eſt vue du Soleil, ſous un angle de 20 ſecondes, paroît de 52 ſecondes vue de la Terre, & ſi on y ajoute *CB* qui nous paroît de 20 ſecondes; on aura 72″,2, il faut y ajouter 3″,7 aberration de Vénus, conſidérée ſéparément, qui augmente la Longitude de Vénus, en la portant à gauche du point *V*; le total eſt de 75″,9 que Vénus parcourt en 19 minutes de temps (*Tranſact. Philoſ. 1770, page 536*), donc il y a 19 minutes de différence entre la conjonction obſervée, & celle qui auroit lieu ſans l'aberration.

On a vu ci-deſſus qu'on ſatisfait aſſez bien à toutes les obſervations de 1769, en prenant pour la parallaxe moyenne du Soleil, 8″$\frac{1}{2}$ ou tout au plus 8″,6. La première donne pour la diſtance moyenne du Soleil 34 millions 761 mille 680 lieues de 25 au degré, ou 24 mille 266 demi-diamètres terreſtres; la ſeconde donne 34 millions 357 mille 479 lieues & 23 mille 984 demi-diamètres terreſtres.

Ces parallaxes ne s'écartent que de $\frac{1}{20}$.e de ſeconde l'une de l'autre; c'eſt-là le petit degré d'incertitude qui nous reſte à fixer pour l'année 1874, à moins qu'avant ce terme la perfection de nos inſtrumens ne nous procure d'autres moyens d'y parvenir.

L'obſervation faite dans la mer du Sud & dont j'avois prin-

cipalement à rendre compte dans ce Mémoire, eſt le dernier fruit que nous attendions du phénomène important de 1769, & c'étoit-là le dernier voyage, dont les réſultats nous manquoient. Ce voyage de la mer du Sud avoit été l'objet de nos vœux, dès l'année 1760. M. de l'Iſle avoit fait un Mémoire pour prouver que le paſſage de 1761 devoit y être obſervé; malgré ce qu'avoit dit M. Halley en 1716.

M. le Gentil avoit fait ſes efforts pour y aller dès 1768, M. l'abbé Chappe avoit ſollicité à ſon tour cet avantage; M. Véron avoit fait ſes efforts pour y être en 1769 : malgré toutes ces tentatives, nous avons été ſur le point de perdre les fruits que nous attendions de ce voyage, & nous les aurions à jamais regrettés, ſi le zèle de la Société Royale de Londres, ſecondée par une Nation éclairée & puiſſante, ne nous eût enfin procuré cet avantage.

Remarques Géographiques.

Les obſervations faites à l'occaſion du paſſage de Vénus, ont été fort utiles à la Géographie: Guriew, dont la Longitude eſt déterminée par ces obſervations, de $69^d\,42'$, ſe trouve de 2 degrés plus grande dans la troiſième partie de la carte d'Aſie, par M. d'Anville.

La Longitude d'Orenburg, $72^d\ 50'$ ne ſe conciliera pas facilement avec celle de Tobolsk, obſervée en 1761 de $86^d\,6'$; la différence $13^d\,16'$ entre deux villes qui ne diffèrent que de $6^d\ 26'$ en latitude, annonce une énorme défectuoſité dans les cartes de la Sibérie, publiées à Péterſbourg, & produira une bien grande différence de configuration dans cette partie des Cartes Géographiques.

La Latitude de Saint-Joſeph en Californie, nous donne la poſition du Cap Saint-Lucas de 23 degrés ou quelques minutes de moins, elle n'étoit que de $21^d\frac{3}{4}$ dans la Carte du Mexique, envoyée par M. d'Alzate à l'Académie des Sciences, il y a quelques années, & que l'on a publiée en 1772, chez M. Buache; il eſt vrai que M. d'Anville, Géographe plein de ſagacité, dans une carte particulière, dreſſée au mois de Février 1760, avoit établie la Longitude du cap Saint-Lucas, à peu-près telle que la donne l'obſervation; mais on la lui avoit conteſtée, & il étoit important de s'aſſurer d'un point auſſi remarquable dans la Géo-

graphie. Il y avoit $3^{d}\frac{1}{3}$ d'erreur sur la Longitude du même Cap dans la carte de M. d'Alzate, & 1^{d} 50′ sur la Longitude de Mexico; en sorte que sur la seule distance de Mexico à la Californie, il y avoit $1^{d}\frac{1}{2}$ de trop dans la carte. Il faut avouer cependant que la Longitude de Mexico n'est pas aussi sûre que celle de Saint-Joseph en Californie; & il pourroit y avoir quelques minutes à ôter de l'erreur que je viens d'indiquer pour la Longitude de Mexico; suivant des observations que j'ai reçues de M. de Léon, la distance au méridien de Paris ne seroit que de 6^{h} 46′ 0″ au lieu de 6^{h} 47′ 30″; la Latitude de Mexico, suivant le même M. de Léon, est de 19^{d} 25′ 50″, au lieu de 19^{d} 22′ 30″ que donnent les observations de M. d'Alzate.

Positions géographiques, déterminées rigoureusement à l'occasion du Passage de Vénus, en 1769.

NOMS DES LIEUX.	LATITUDES.			LONGITUDES en supposant 20 degrés pour Paris.		
	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Kola en Lapponie	68.	52.	28.	50.	43.	0.
Ponoi, *idem*	67.	4.	30.	58.	44.	15.
Umba, *idem*	66.	39.	47.	51.	50.	15.
Jakutsk en Sibérie	62.	1.	50.	147.	27.	15.
Tobolsk	58.	12.	22.	86.	5.	45.
Orenburg vers la mer Caspienne	51.	46.	0.	72.	50.	0.
Orsk, *idem*	51.	12.	32.	76.	7.	30.
Guriew, *idem*	47.	7.	7.	69.	41.	45.
Agra, suivant M. d'Anville	27.	10.	0.	95.	45.	0.
Saint-Joseph en Californie	23.	3.	36.	267.	59.	30.
Mexico	19.	25.	50.	278.	30.	0.
Taïti dans la mer du Sud	17.	28.	55 M.	228.	12.	8.
Le fort du prince de Galles, sur la baie d'Hudson	58.	47.	32.	283.	27.	0.
Batavia dans l'île de Java	6.	12.	0 M.	124.	28.	15.
Manille dans l'île de Luçon	14.	36.	8.	138.	31.	0.
Isle de Hammerfost	70.	38.	22.	41.	24.	30.
Cap Nord; observatoire	71.	0.	47.	43.	42.	30.
Pointe du cap Nord	71.	10.	0.	43.	30.	0.
Port Praslin, nouvelle Bretagne	4.	49.	27 M.	229.	13.	30.

On en verra un plus grand nombre dans la Connoissance des Temps, pour les années 1774 & 1775, calculées par M. du Séjour & par M. Méchain e. J'ai ajouté à la Table précédente la Longitude d'Agra, réformée par M. d'Anville, d'après les observations du P. Boudier, & celle qu'on a faite à Fatepour.

On trouvera dans mon Mémoire, imprimé séparément à Paris *(chez Lattré)*, le recueil de toutes les observations du passage de Vénus & de l'Éclipse de Soleil, parmi lesquels il y en a plusieurs autres qui serviront à rectifier des points de Géographie, en Europe & en Asie: je placerai seulement ici quelques corrections pour ce Mémoire.

Page 7, à la fin; l'effet de la parallaxe ne diffère de celui de Paris que de $2'' \frac{1}{2}$, en moins qu'il faut ôter, &c.

Page 8, au commencement; voyez, sur les Observations de Brest, le *I.er volume* des Mémoires de l'Académie Royale de Marine.

Page 9, à la fin; sur M. Bevis, voyez le Journal des Savans, *Septembre 1772, page 615*, in-4.°

Page 14; Griswald en Coméranie est à 44′ 10″, & non à 43′ 46″ à l'Orient de Paris.

Page 17; l'Observation d'Orsk est de M. Christophe Euler, troisième fils de M. Euler; Charles Euler, son second fils, est Médecin.

Page 23, ligne 2; lisez, d'après les calculs exécutés par M. Lexell, suivant la méthode de M. Euler. Voyez le Livre qui a pour titre: *Disquisitio de investiganda vera quantitate parallaxus Solis extransita venerisante discum Solis, anno 1769; cui accedunt animadversiones in tractatum R. P. Nell de parallaxi Solis, autore Andrea Joh.* LEXELL, *Socio Acad. Imp. Scientiarum Petropolit. Petropoli Typis Academiæ Imperialis Scientiarum*, 1772, 131 pages *in-4°*.

Page 25; Après les Observations de la Chine & des Indes, *ajoutez* les suivantes:

A Manille, $7^h\ 54'\ 4''\frac{1}{2}$ à l'Orient de Paris, à $14^d\ 36'\ 8''$ de Latitude; *D. E.* de Ronas a observé la sortie de Vénus à $9^h\ 25'\ 45''$ & $9^h\ 43'\ 26''$.

A Calcutta, $6^h\ 3'\ 0''$ à l'Orient, & $22^d\ 30'$ de Latitude; entrée intérieure, $8^h\ 20'\ 58''$; sortie, $14^h\ 11'\ 34''$ & $14^h\ 27'\ 38''$.

A Madrass, $5^h\ 29'\ 26''$ à l'Orient, & $13^d\ 8'\ 0''$ de Latitude; entrée, $7^h\ 31'\ 10''$ & $7^h\ 47'\ 55''$; sortie, $13^h\ 39'\ 38''$ & $13^h\ 55'\ 44''$.

A Tranguebar, 5^h 27′ 24″ à l'Orient, & 10^d 56′ 0″ de Latitude; durée, 5^h 51′ 33″. Voyez *Transactions of the Americal Philosophical, Society held at Philadelphia*, p. 67.

Page 26, ligne 11; ajoutez: toutes les Observations d'Amérique sont détaillées dans les Transactions de la Société d'Amérique.

Page 30, ligne 1.re; à Sainte-Anne en Californie, M. Velasque a observé l'entrée à 11^h 55′ 45″ & 0^h 14′ 10″; la sortie à 5^h 53′ 36″ & 6^h 11′ 59″. *Voyez* M. Cassini, dans le Voyage de M. l'Abbé Chappe.

Page 32; Suivant M. Cook, *tome II, page 141*, les deux contacts intérieurs sont 9^h 44′ 4″ & 3^h 14′ 8″; ce qui donne la durée 5^h 30′ 4″, comme je l'ai employée.

Page 36, ligne 28; lisez: la différence de *CM* & de *CV*.

Page 40, ligne 17; au lieu de M. Euler, *lisez*, M. Lexell a de nouveau calculé les principales observations.

Page 41, ligne 29; 8″,58; *ajoutez:* ce qui donne 8″,70 pour la parallaxe dans les moyennes distances.

On trouvera la Table des élémens des planètes que j'ai calculée, en supposant la parallaxe de 8″$\frac{1}{2}$, dans la relation du voyage de M. l'Abbé Chappe, par M. Cassini fils *(à Paris, chez Jombert, 1772)*, dans les Mémoires de l'Académie pour 1770, dans la Connoissance des Temps de 1774 & 1775, & dans le septième volume des Éphémérides de l'Académie, pour 1775 — 1784: je donnerai ailleurs celle qui suppose la parallaxe de 8″,6.

CONCLUSION.

La parallaxe du Soleil dans ses moyennes distances, est renfermée dans les limites de 8″,55 à 8″,63, dernier résultat de M. Lexel, dont le milieu diffère peu de 8″,6; ainsi en admettant en nombre ronds 8″,6 pour les Latitudes moyennes; comme celle de Paris ne peut s'écarter sensiblement de la vérité, les observations faites en 1769, ne peuvent suffire pour lever ce petit degré d'incertitude, d'un douzième de seconde. La parallaxe équatoriale sera 8″,62; & la parallaxe sous le pôle 8″,58, à raison de l'aplatissement de la Terre.

TABLE des Diamètres apparens des Planètes, vus à la distance moyenne du Soleil à la Terre & de leurs diamètres vrais; en supposant la parallaxe du Soleil de 8″,6, avec leurs volumes, leurs densités, leurs masses & leurs distances.

PLANÈTES.	DIAMÈTRES en Minutes & Secondes.	DIAMÈTR. en Lieues.	DIAMÈTRES par rapport à la TERRE.	
Le Soleil.	31′ 57″,5.	319397.	111,48.	111 fois aussi gr. que le diam. de la T.
La Terre.	0. 17,2.	2865.	1.	
La Lune..	0. 4,642.	782.	0,2730.	trois onzièmes du diam. de la Terre
Mercure..	0. 7,0.	1166.	0,4070.	onze vingt-septièmes.
Vénus...	0. 16,52.	2748.	0,9593.	plus petit d'un vingt-cinquième.
Mars....	0. 11,4.	1899.	0,6628.	deux tiers du diamètre de la Terre.
Jupiter...	3. 13,7.	32264.	11,262.	onze fois & un quart.
Saturne..	2. 51,7.	28600.	9,9825.	dix fois aussi grand.
Anneau de ♄	6. 40,6.	66728.	23,291.	vingt-trois fois & un tiers.

	GROSSEUR par rapport à la TERRE.		DENSITÉ par rapport à la Terre.
Le Soleil.	1385470.	quatorze cents mille fois plus gros que la Terre.	0,25285 *.
La Lune..	0,02036.	la quarante-neuvième partie de la Terre.....	0,68706 *.
Mercure..	0,67407.	la quinzième partie de la Terre..........	2,0377.
Vénus...	0,88281.	plus petite d'un neuvième..............	1,2749.
Mars....	0,29116.	sept vingt-quatrièmes ou presque un tiers...	0,7292.
Jupiter...	1428.	quatorze cents fois plus gros............	0,23147 *.
Saturne..	995.	presque mille fois plus gros............	0,09032 *.

	MASSES par rapport à la TERRE.	VÎTESSES des graves à la surface.	DISTANCE à la TERRE en Lieues, la plus petite.	la moyenne.	la plus grande.
Le Soleil.	352802.	428pi.,65	33780220.	34357480.	34934740.
La Terre.	1.	15,1038.			
La Lune..	0,01399.	2,83.	86324.	88860.	91397.
Mercure..	0,13735.	12,535.	21057740.	34357480.	47657220.
Vénus...	1,1256.	18,433.	9505600.	34357486.	59209360.
Mars....	0,21230	7,2995.	17992756.	52350236.	86707716.
Jupiter..	328,27.	39,094	144335050.	178692530.	213050010.
Saturne..	103,99.	15,762.	293391200.	327748680.	362106160.

OBSERVATIONS BOTANICO-MÉTÉOROLOGIQUES,

Faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1770.

Par M. DU HAMEL.

AVERTISSEMENT.

LES Obſervations météorologiques ſont diviſées en ſept colonnes, de même que les années précédentes. On s'eſt toujours ſervi du thermomètre de M. de Reaumur, & on part du point zéro, ou du terme de la glace: la barre à côté du chiffre indique que le degré du thermomètre étoit au-deſſous de zéro; quand les degrés ſont au-deſſus, il n'y a point de barre; o déſigne que la température de l'air étoit préciſément au terme de la congélation.

Il eſt bon d'être prévenu que dans l'Automne, quand il a fait chaud pluſieurs jours de ſuite, il gèle, quoique le thermomètre, placé en dehors & à l'air libre, marque 3 & quelquefois 4 degrés au-deſſus de zéro; ce qui vient de ce que le mur & la boîte du thermomètre ont conſervé une certaine chaleur; c'eſt pourquoi on a mis dans la ſeptième colonne, *Gelée.*

Les Obſervations ont été faites à huit heures du matin, à deux heures après midi, & à onze heures du ſoir.

Nota. Les Obſervations du baromètre, à commencer du premier du mois de Janvier, ont été faites ſur un baromètre callé ſur celui de l'Obſervatoire, qui eſt 3 lignes plus haut que celui dont nous nous ſervions les années précédentes.

JANVIER

JANVIER 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin.	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	S. O.	½	1	2 ½	28.	2	couvert.
2	O.	3	5 ½	5 ½	27.	11	couvert & bruine.
3	N.	3	2	0	28.	1 ½	couvert.
4	S. O.	½	3	2	27.	11	ſoir 27^{p} 6^{l}, couvert, pluie & grand vent.
5	S. O.	— 1 ½	½	— 1	27.	2	variable avec pluie, vent & neige.
6	S. O.	— 2	0	— 2	27.	1 ½	*idem.*
7	N.	— 6 ½	— 5 ½	— 8	27.	5	neige.
8	N.	— 6	— 3	— 4	27.	7 ½	beau & nébuleux.
9	N. E.	— 5 ½	— 2 ½	— 2 ½	27.	6	*idem.*
10	S. O.	— 2	— ½	— 3 ½	27.	0	neige.
11	N.	— 4	— 3	— 4	27.	4	beau & venteux.
12	N. E.	— 2	— ½	— 1	27.	8 ½	couvert, bruine & verglas.
13	N. E.	— 1 ½	— 1	— 1 ½	27.	11	couvert.
14	S.	— 1 ½	— 1 ½	— 1 ½	27.	10	*idem.*
15	O.	0	1 ½	— 1	27.	10	couvert & brouillard.
16	S. E.	0	2	3	27.	8	couvert & bruine.
17	N.	— 4	— 2 ½	— 1	27.	11 ½	beau avec vent & nuages.
18	S.	— 3	0	0	27.	11 ½	beau & nébuleux.
19	S. O.	2	4 ½	5 ½	27.	6	couvert & brouillard.
20	O.	5 ½	8	7	27.	10 ½	couvert & pluvieux.
21	N. O.	3	6	2 ½	28.	1	beau & couvert.
22	S. O.	0	4 ½	5	28.	1 ½	brouillard, pluie & vent.
23	S. O.	5	6 ½	5 ½	28.	4	couvert & pluvieux.
24	O.	5	7	4 ½	28.	4	couvert.
25	N. E.	4 ½	5	1	28.	3 ½	*idem.*
26	N. E.	— 1	3 ½	½	28.	3	beau temps.
27	N. E.	— 1	4 ½	1	28.	3 ½	beau temps, le ſoir aurore boréale.
28	N.	— 1	2	3	28.	5 ½	beau & brouillard froid.
29	N. E.	3	5	4 ½	28.	5	couvert.
30	N. E.	3 ½	3	2 ½	28.	2 ½	brouillard pluvieux.
31	S. O.	2	2 ½	4 ½	28.	0	couvert & bruine.

Le 15, la petite Bouſſole 29 degrés 30 minutes.

Janvier.

Ce mois a été fort variable: comme il étoit tombé un peu de neige avant la gelée, & que la terre étoit fort humide lorſque la gelée eſt ſurvenue, elle n'a point pénétré en terre, & pour cette raiſon on n'a pu ni labourer, ni faire de voitures. Mais malgré ces gelées, ce mois (pour un mois d'hiver) ne peut pas paſſer pour froid.

Le baromètre a été ſujet à de grandes variations. Il a monté à 28 pouces 5 lignes & demie, & a deſcendu à 26 pouces par un vent du Nord. Le plus grand froid a été le 7, le thermomètre ayant deſcendu ce jour-là à 8 au-deſſous de zéro. Ce froid, qui eſt aſſez conſidérable, n'a pas duré. On a vu paſſer beaucoup d'oies ſauvages faiſant route du Nord au Sud.

Il eſt tombé pendant ce mois 1 pouce 1 ligne $\frac{31}{48}$ d'eau.

FÉVRIER 1770.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du Ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N.	5 ½	6 ½	1 ½	28.	2	beau avec nuages.
2	E.	0	4 ½	1	27.	4	variable avec brouillard.
3	N. E.	—2	3	2	27.	4	variable & grand brouillard le soir.
4	S. O.	½	2	2 ½	27.	2 ½	grand brouillard.
5	S.	2	3	1	28.	0	couvert & bruine.
6	O.	3	4	0	27.	11	variable avec pluie & vent.
7	S. O.	½	1 ½	2	27.	1 ½	à 4h, 26p 11l, pl. neig. & v. de tempête.
8	N.	0	½	—2	28.	0 ½	variable & nébuleux.
9	N.	—2	1	2	28.	1	beau avec nuages.
10	N. E.	—4	0	—3	28.	1	beau temps.
11	N.	—5	½	—2 ½	28.	0	*idem.*
12	N.	—2 ½	3	2	28.	2 ½	couvert avec brouillard.
13	E.	1 ½	3 ½	2 ½	28.	3 ½	couvert & bruine.
14	E.	2 ½	5	2 ½	28.	3	*idem.*
15	E.	3	4	2	28.	0	beau avec nuages.
16	S.	½	½	½	27.	8	couvert.
17	S.	0	4	3 ½	27.	2	couvert, pluvieux, grand vent & grêle.
18	S. O.	3	4	3	27.	1 ½	variable avec pluie & grand vent.
19	S. O.	1	3	1	27.	4	variable avec grand vent froid.
20	O.	½	3 ½	1	27.	5 ½	giboulée, grêle & vent.
21	S. O.	1 ½	3	0	27.	3 ½	pluvieux.
22	N.	0	1	— ½	27.	5 ½	couvert & venteux.
23	N.	—1	0	—1	27.	8	couvert.
24	N.	— ½	1	— ½	28.	1	*idem.*
25	N. E.	—3	1	—2	28.	1	beau & nébuleux.
26	N.	—2 ½	¼	—2 ½	27.	10	beau avec nuages.
27	S. E.	—2 ½	3 ½	0	27.	7	*idem.*
28	E.	— ½	3	2	27.	8 ½	couvert & nébuleux.

Le 15, la grande & la petite Boussole 19 degrés.

Février.

Ce mois, ainſi que le précédent, a été ſujet à de grandes variations; quoiqu'il ait gelé, le froid n'a pas été très-conſidérable; le thermomètre a ſeulement deſcendu le 1.er à $6^d \frac{1}{2}$ au-deſſous de zéro, par un vent de Nord. Comme le Soleil a preſque toujours été caché il n'y a point eu d'évaporation pour deſſécher la terre; ainſi elle étoit ſi molle qu'on n'a pu avancer les labours, ni faire de voitures.

Le baromètre a beaucoup varié, il a monté à 28 pouces 4 lignes par un vent d'Eſt, & du 6 au 7 de ce mois par un vent d'Oueſt, de tempête, il eſt deſcendu à 26 pouces 11 lignes; le lendemain il a remonté à 28 pouces.

Dès le commencement de ce mois, les perces-neige & le petit ellébore jaune étoient en fleur: vers le milieu les moineaux francs & les pies ont travaillé à faire leurs nids.

Vers les derniers jours du mois, on a commencé à tailler la vigne, à labourer pour les mars.

Toutes les ſources, qui l'année précédente avoient été très-baſſes, commençoient à pouſſer, & les eaux ont été très-grandes dans la rivière d'Eſſonne qui a débordé deux fois; cependant il n'eſt tombé que 11 lignes $\frac{17}{48}$ d'eau.

MARS 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin.	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	2	6 ½	4	27.	11 ½	couvert & bruine.
2	O.	6	9	6	28.	½	*idem.*
3	S. O.	5 ½	9 ½	6 ½	27.	10	couvert & bruine avec vent.
4	S. O.	6	8 ½	5	27.	6 ½	beau avec nuages.
5	O.	4	6 ½	½	27.	6 ½	
6	N.	2	4	0	27.	7	
7	E.	2	4	0	27.	5	
8	E.	2	4	0	27.	2	
9	E.	4	8	5	26.	11 ½	couvert avec bruine.
10	E.	4	11 ½	6 ½	27.	1	beau avec nuages.
11	S.	4	9	4	27.	6	
12	S.	4	9	5	27.	5	
13	S.	5	11	6	27.	5	giboulées, pluie, vent & soleil.
14	S. O.	6	9	6	27.	6	gros nuages & bruine.
15	N. O.	2	2 ½	1 ½	27.	7	grand vent froid & giboulées.
16	N. O.	2 ½	2	2	27.	5 ½	vent avec nuages.
17	N.	3 ½	3 ½	1 ½	27.	3 ½	beau avec nuages.
18	N.	— 2	2 ½	— 2 ½	27.	4 ½	beau avec nuages & vent.
19	N.	— 4	2	— 3 ½	27.	6	beau avec nuages, le soir giboul. & neige.
20	N. E.	— 3 ½	3	— 2 ½	27.	6 ½	beau avec nuages & vent.
21	N.	— 3	— 1	— 4	27.	5	venteux & neigeux toute la journée.
22	N. E.	— 2 ½	0	— 1 ½	27.	6	couvert.
23	N. E.	— 2	— 1	— 3	27.	8 ½	*idem.*
24	N. E.	— 4	2 ½	— ½	27.	10 ½	beau avec nuages.
25	S. O.	0	5	— 1	27.	8	venteux & nébuleux, le soir N. O.
26	S. O.	— ½	4	1	27.	4 ½	couvert & neigeux.
27	N. E	½	5 ½	— 1 ½	27.	8	beau avec nuages & venvoles de neige.
28	N. E.	— 2	5	—	28.	9	beau temps.
29	N. E.	— 1 ½	5 ½	1	28.	6	*idem.*
30	O.	— ½	5	2	27.	8	variable avec bruine.
31	S.	3	6 ½	7 ½	27.	8	pluvieux.

Le 10, la grande & la petite boussole 19 degrés.

Mars.

Ce mois a été très-froid, il a gelé aſſez pour penétrer la terre à quatre pouces de profondeur, quoique le Soleil fit dégeler la ſuperficie pendant le jour, ce qui a empêché de labourer & de continuer à ſemer les mars; cependant il a ſouvent éclairé & tonné au loin. Les vignerons ne pouvoient point tailler les vignes, & déjà l'on préſumoit qu'il y auroit peu de fruit dans celles qui avoient été gelées l'année précédente, parce que les ſarmens étoient mal placés & que la taille ne valoit rien.

Les blés étoient aſſez beaux, mais la ſéve a été tellement arrêtée par les froids, qu'il n'y avoit pas un arbre en fleur; il n'y avoit que quelques abricotiers dont les boutons à fleur ont commencé à rougir ſur la fin du mois: comme les cornouillers ſont plus hâtifs, ils étoient en pleine fleur dès la fin du mois de Février.

Le 1, le bouton de la fleur des oyaux & des jacinthes étoit hors de terre & ils fleurirent à la fin du mois.

Le 3, on vit un gros crapaud ſur un tapis de gazon, ce qu'on regarde comme une annonce du printemps, mais on n'en entendoit pas encore chanter.

Avant les gelées, les abeilles ont beaucoup travaillé, pour amaſſer du miel brut ſur les chatons des ifs; mais les gelées ont interrompu leur récolte.

Vers le milieu du mois, on commença à voir quelques fleurs de violette aux abris le long des haies.

Il n'eſt tombé que cinq lignes d'eau pendant ce mois.

AVRIL 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin.	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	6½	10½	7	27.	8	beau temps.
2	S. O.	8	9½	4	27.	6	couvert, vent & bruine.
3	O.	3	7	4	27.	7	variable avec vent & neige fondue.
4	O.	5	5	1½	27.	3	pluie & vent.
5	O.	2	2	½	27.	0	vent de galerne & giboulées de neige.
6	O.	½	4	1	26.	11½	giboulées de grêle, le mat. gelée blanche.
7	S. O.	1	5½	1	27.	1	venteux & nébuleux.
8	S. O.	1½	4½	4	27.	2	variable avec giboulées de grêle & vent.
9	S.	3	9	3	27.	1	beau avec gros nuages.
10	O.	2½	7	4	27.	4	couvert.
11	N.	3	8	1	27.	7	vent, pluie & neige.
12	N. E.	½	5	2	27.	7	gelée & nébuleux.
13	N. E.	2½	7	3½	27.	9	couvert & pluvieux.
14	N.	3	10	3	27.	9	beau avec nuages.
15	N.	0	9½	3½	27.	9	beau temps.
16	N. O.	3	11	7	27.	8½	beau avec nuages.
17	N. O.	4	9½	4½	27.	9	beau avec nuages, le matin bruine.
18	E.	4½	½	8	27.	7½	pluvieux.
19	N. O.	7½	8½	3½	27.	8½	grande pluie & grand vent.
20	S. O.	3	10	5	27.	7½	var. avec pluie & gelée blanche le mat.
21	O.	8	9½	4½	27.	5	variable & grand vent.
22	O.	4	6	2	27.	9	grand vent de galerne & grêle.
23	N.	1½	3	1	27.	8½	variable avec giboulée, le mat. gel. bl.
24	N.	1	5	1½	27.	9	*idem.*
25	N.	1½	10	4	27.	10½	beau avec nuages.
26	S.	3½	7½	7	27.	8½	couvert & bruine.
27	S.	7½	11	7	27.	7½	couvert & pluvieux.
28	N.	6½	10½	9½	27.	11	variable avec pluie, vent & soleil.
29	N.	10	18	11½	27.	9	beau & venteux.
30	N. E.	4½	14	8	27.	10	*idem.*

Le 10, la grande bouſſole 19 degrés 15 minutes, la petite 19 degrés 3 minutes.

Avril.

Ce mois a encore été très-froid, auſſi rien n'avançoit, pas même les ſeigles qui, à la fin du mois, n'étoient pas encore en épi. Ce temps étoit cependant favorable pour faire lever les avoines & pour rouler celles qui étoient levées.

Les blés étoient beaux & bien verts ſans être forts: cependant ce grain a renchéri dans les marchés, où on le vendoit vingt-deux & vingt-ſept livres. On a attribué cette augmentation de prix au beſoin où l'on a été d'en tranſporter dans des provinces qui en manquoient, telles que le Limoſin, où il valoit trente-trois livres le ſac, meſure de Paris, peſant 240 livres.

Quoique la récolte de l'orge eût été abondante l'année précédente, le prix en a auſſi augmenté, parce qu'on en a porté en Sologne, pour ſemer des terres qu'on avoit été obligé de retourner, beaucoup de ſeigles ayant manqué.

Les abeilles ont ſorti quelques jours dans le courant de ce mois, à l'heure de midi, pour aller amaſſer du miel brut ſur les fleurs mâles du cyprès & du marſaut.

Vers la fin du mois on a eu quelques pigeonneaux, mais ils étoient encore fort petits, car tout étoit tardif.

Le 2 & le 3, on vit des hirondelles dans les vallées & dans les cours, où elles étoient à l'abri

Le 10, les abricotiers & les pêchers n'étoient pas encore en fleur; ceux d'eſpalier n'y furent que le 19.

Le 25, on entendit à Denainvilliers le roſſignol, mais on l'avoit entendu dès le 10, au bord de la forêt.

Le 26, on entendit chanter le coucou, & on vit quelques petites feuilles au bout des branches des maronniers d'Inde, des tilleuls d'Hollande, & ſur quelques pieds de charmille. Mais le 28, il n'y avoit que l'épine blanche, ſur laquelle on vit une teinte de verdure.

MAI 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N.	5	4	6 ½	27.	8	variable avec pluie.
2	N.	3	7 ½	4	27.	7	couvert & venteux avec grêle.
3	N.	1	7	1	27.	7 ½	pluie, neige, grêle, vent & tonnerre.
4	S.	0	6 ½	4 ½	27.	6	gelée à glace, le soir couv. & pluvieux.
5	S.	7	10 ½	5 ½	27.	7 ½	variable avec pluie, vent & soleil.
6	S.	7 ½	13	6 ½	27.	7	variable avec pluie.
7	S. O.	5	11	5 ½	27.	9 ½	variable avec pluie & vent.
8	S. O.	5	10	8	27.	9 ½	variable avec pluie.
9	S. O.	9	14	9 ½	27.	9 ½	beau avec nuages.
10	S. E.	9	18	12 ½	27.	7	*idem.*
11	S.	11	17	11	27.	5 ½	pluie & éclairs.
12	S.	10 ½	12	9	27.	6	variable avec pluie.
13	S. E.	9 ½	17 ½	10	27.	8	variable avec pluie, éclairs & tonnerre.
14	E.	10	17 ½	12 ½	27.	6	beau avec nuages.
15	E.	11 ½	18 ½	11	27.	8	couvert avec pluie & tonnerre.
16	E.	11 ½	18	12 ½	27.	9	*idem.*
17	N.	11 ½	17	10 ½	27.	9	pluvieux & couvert.
18	S. O.	7 ½	14 ½	9	27.	9	beau avec nuages.
19	E.	7 ½	15	11	27.	8 ½	beau & pluvieux avec nuages.
20	S.	12	17 ½	13 ½	27.	9	variable avec pluie & tonnerre.
21	S.	13 ½	16	12 ½	27.	7 ½	variable avec pluie.
22	S. O.	11 ½	13	10	27.	8	pluvieux.
23	S. O.	10 ½	16	11	27.	8 ½	variable avec pluie & tonnerre.
24	S. O.	10 ½	12 ½	11	27.	10	pluvieux.
25	S. O.	12 ½	15	12	27.	9	variable avec pluie & tonnerre.
26	E.	12	10	14	27.	7	beau avec nuages.
27	N. E.	13	19	12	27.	6	pluie, grêle & tonnerre.
28	N.	12	18	11	27.	6 ½	petite pluie & tonnerre.
29	N. E.	8	9 ½	7 ½	27.	9	couvert.
30	N. E.	9	12	8	27.	9	nébuleux.
31	S. O.	8	14 ½	8 ½	27.	7 ½	beau avec nuages.

Le 7, les deux Boussoles 19 degrés 15 minutes.

Mai.

Ce mois a été froid & humide, il eſt tombé près de douze lignes d'eau, ce qui eſt beaucoup pour le mois de Mai, qui eſt ordinairement ſec. Le 3, il a grêlé, neigé, plu & tonné toute la journée avec un vent très-froid. La nuit du 3 au 4, il a gelé à glace, les coſſons des jeunes vignes, qui étoient plus avancés que ceux des vieilles, ont été gelés: il y a eu auſſi quelques ceriſiers de gelés. Les branches à fruit des abricotiers ont été brouies par le vent froid, avant la gelée.

Les mauvais temps qui ont régné pendant le mois d'Avril, & juſqu'au 10 de ce mois, ont fait périr beaucoup d'abeilles; pluſieurs même de celles qui étoient ſorties, pour aller à la campagne chercher leur vie, n'ont pu regagner leurs ruches. Ce n'eſt donc pas ſans raiſon que quelques Auteurs prétendent qu'il faut tenir les ruches exactement cloſes au printemps, pour empêcher les abeilles de ſortir, juſqu'à ce qu'on juge que les froids ſont ceſſé: mais ſouvent on ſe trompe dans ſes pronoſtics.

Le 6 au ſoir, on vit beaucoup d'hirondelles, les pêchers étoient défleuris, les pruniers en pleine fleur & les ceriſiers ne faiſoient que commencer à fleurir.

Le 8, on vit les petits hannetons jaunes qui précèdent les autres: il y en a eu peu cette année, ſi ce n'eſt dans quelques cantons de la Beauce. On en voyoit encore quelques-uns à la fin du mois; il n'y avoit preſque pas de chenilles.

Le 9, on ſortit les orangers. Le 13, les ceriſiers étoient en pleine fleur & les pommiers y entroient. Le 22, tous les arbres étoient défleuris; les narciſſes commençoient à montrer leurs fleurs, ainſi que les pivoines doubles.

Les blés & les menus grains étoient très-beaux.

JUIN 1770.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	O.	9	11	7½	27.	8	variable avec pluie & vent.
2	O.	8	14½	8½	27.	10½	beau avec nuages.
3	S.	11½	8½	13	27.	10	*idem.*
4	S.	13½	10	15	27.	8½	beau temps.
5	S.	10	12½	6	28.	0	variable avec pluie.
6	S. O.	10½	15	10	28.	1	beau avec nuages.
7	S. O.	10½	16	12	28.	½	variable avec vent.
8	E.	12	19	12	27.	10	beau avec nuages.
9	O.	14	17	13	27.	10½	variable avec pluie & tonnerre.
10	E.	13	20	15	27.	8½	beau avec nuages.
11	S. O.	17	10	12½	27.	8½	beau avec nuages & tonnerre.
12	S. O.	11	15	13	27.	9½	beau avec nuages & vent.
13	O.	13½	18	9½	28.	½	variable avec petite pluie.
14	N.	10	15½	12	28.	1½	beau avec nuages.
15	S O.	12½	19½	15	28.	0	*idem.*
16	O.	15	20	11	27.	11	*idem.*
17	N. O.	9½	15½	8	27.	11½	variable avec pluie.
18	S. O.	9	14½	10	27.	6½	couvert & pluvieux.
19	S. O.	11	11½	9	27.	3	grande pluie par averſes.
20	S. O.	9½	12½	9½	27.	5½	grande pluie continue.
21	O.	11	9	10½	27.	11	couvert & pluvieux.
22	N. E.	9½	15	10½	27.	11	beau avec nuages.
23	S. O.	12	18	11	27.	9½	*idem.*
24	O.	11½	15	10½	27.	9.	variable avec pluie.
25	S. O.	10	17	12	27.	11	beau avec nuages.
26	S. E.	14	20	15	27.	8	variable avec pluie & vent.
27	S. O.	12½	18	11½	27.	7½	venteux & pluvieux.
28	S. O.	11½	16	11½	27.	8½	venteux.
29	O.	12	14½	10	27.	7½	variable avec pluie par ondées & vent.
30	O.	10	13½	10	27.	7	pluie, vent & tonnerre.

Le 12, la grande Bouſſole 19 degrés 30 minutes, la petite 19 degrés.

Juin.

Ce Printemps a été très-froid & humide, par conſéquent peu favorable pour la floraiſon des arbres; mais la verdure étoit magnifique, parce que, comme nous l'avons dit, il n'y a point eu de chenilles & très-peu de hannetons; d'ailleurs, les feuilles n'avoient point été brûlées par le Soleil.

Les blés étoient bien verts & beaux dans les bonnes terres, mais il y en avoit déjà beaucoup de verſés. A l'égard des menus grains ils étoient très-beaux, il n'y avoit que les féves qui ne profitoient point, & qui pourriſſoient par trop d'humidité & faute de chaleur.

Les vins de 1768, qui avoient peu de qualité, & qui ſe vendoient l'année précédente 130 livres le tonneau, ſe ſont vendus cette année 200 livres.

Les vents froids qui ont régné pendant le mois de Mai ont fait couler les prunes, quoique les pruniers fuſſent manifiquement préparés lors de la fleur. A l'égard des ceriſes le peu qui a noué n'a commencé à mûrir que ſur la fin du mois.

Le 11, on a ſervi des fraiſes écarlates, que quelques-uns nomment *de Virginie;* elles ſont devenues communes quatre jours après; le même jour on vit les premiers petits pois, & le 15 on en vendoit au marché.

Ce même jour, les blés commençoient à épier, les ſeigles étoient en fleur depuis quelques jours, & on a commencé à faucher les ſainfoins qui étoient très-beaux. Cette récolte a été finie le 18. Comme depuis ce jour juſqu'à la fin du mois il pleuvoit tous les jours, les ſainfoins qu'on a coupés en fleur pour donner aux vaches ont été ſerrés un peu mouillés; mais ceux qu'on a fauchés entre fleur & graine, comme il convient pour les chevaux, ont été mouillés, & en partie perdus.

La vigne étoit fort retardée. Il ſe montroit peu de grappes qui ne ſe diſpoſoient pas à entrer en fleur.

Il gela le 18 au matin, & à la fin du mois on n'avoit pas encore cueilli une fleur d'orange.

Il eſt tombé pendant ce mois 1 pouce 7 lignes $\frac{27}{48}$.e d'eau: ſur quoi il eſt à propos de remarquer que quoiqu'il tombe quelquefois plus d'eau dans le courant d'un mois qu'il n'en eſt tombé dans celui-ci, il ne paroît pas fort humide lorſqu'il fait chaud, parce que quand la terre eſt sèche, & qu'il tombe de l'eau par orages, une partie pénètre en terre par les trous des taupes, & le ſurplus roule dans les bas, pendant que ce qui reſte ſur la ſuperficie de la terre s'évapore par la chaleur de la terre, ou eſt enlevé par les rayons du Soleil; mais pendant ce mois l'eau eſt tombée par ondées & a pénétré en terre: d'ailleurs, comme la terre étoit fraîche, & que le temps a preſque toujours été couvert, il n'y a point eu d'évaporation, ou il y en a eu très-peu, c'eſt pourquoi la terre étoit imbibée d'eau; & les chemins étoient auſſi mauvais qu'en hiver.

JUILLET 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés	pouc.	lign.	
1	N.	10	12	10	27.	10	variable avec pluie & tonnerre.
2	S. O.	11 ½	14 ½	11	27.	10	variable avec tonnerre ſans pluie.
3	N. O.	11 ½	13 ½	12	27.	11 ½	lourd & chargé de gros nuages.
4	S. O.	13	16	11 ½	27.	9	couvert & grande pluie le ſoir.
5	O.	12	16	13	27.	10	couvert.
6	S. O.	13	16	12 ½	27.	9	beau avec nuages.
7	E.	12	18	11	27.	7	couvert & pluvieux avec éclairs.
8	N.	7 ½	10 ½	9	27.	8 ½	variable avec pluie.
9	S. O.	9 ½	14 ½	10 ½	27.	11	*idem.*
10	S. O.	11	15	10	27.	11	variable avec pluie & tonnerre.
11	O.	10	13 ½	10 ½	28.	0	beau avec nuages.
12	N. O.	10	15 ½	9 ½	28.	2	variable avec pluie & vent.
13	E.	10 ½	17	11 ½	28.	2	beau temps.
14	E.	12	19	13	27.	9	beau & venteux.
15	S.	14	17	12 ½	27.	9	pluie par ondées & tonnerre.
16	S. O.	12	16	12 ½	27.	9 ½	nébuleux.
17	S. O.	14	16 ½	14	27.	10	beau & couvert.
18	S.	14	19	15 ½	27.	8	beau & venteux; il éclaire le ſoir.
19	S.	14	15	12	27.	10	variable avec de petites ondées.
20	S. O.	10	15 ½	10 ½	28.	0	beau avec nuages.
21	S.	11 ½	19	12	28.	1	*idem.*
22	E.	12 ½	19	12 ½	28.	0	beau temps.
23	S. E.	12 ½	19 ½	14 ½	27.	10 ½	*idem.*
24	O.	14	20 ½	13	27.	9 ½	variable avec petite pluie & tonnerre.
25	N. O.	13	18 ½	12 ½	27.	9 ½	beau & nébuleux.
26	N.	10 ½	17 ½	12 ½	27.	10 ½	couvert & pluvieux.
27	N. O.	12 ½	16 ½	14 ½	28.	0	variable avec pluie.
28	N.	14	21	14	28.	0	*idem.*
29	N.	14	22	15 ½	27.	11 ½	beau avec nuages.
30	O.	13 ½	19	11	27.	11 ½	variable avec petite pluie.
31	N. O.	12	18	13	28.	0	beau avec nuages.

Le 9, la grande Bouſſole 20 degrés, la petite 19 degrés.

Juillet.

Ce mois a été variable & froid. Il n'eſt pas tombé beaucoup d'eau ; mais comme il a plu tous les jours plus ou moins, & qu'il n'y a point eu d'évaporation, il y avoit de la roſée toute la journée dans les blés & dans les vignes, & les chemins étoient prodigieuſement mauvais dans la forêt d'Orléans.

Le 20, les blés étoient encore verts comme au Printemps, & on ne comptoit pas pouvoir les couper avant le 10 du mois d'Août. Le froment ſe vendoit trente-deux livres le ſetier, & la même meſure d'avoine huit livres dix ſous à neuf livres. A l'égard des ſeigles ils commençoient à jaunir, & on les a coupés en Beauce le 23 quoiqu'ils fuſſent encore verds, parce qu'on vouloit profiter du beau temps & les laiſſer javeler ſur le champ pour hâter leur deſſéchement. A la fin du mois on mangeoit encore des fraiſes; les ceriſes étoient dans leur maturité. Le prix du vin a augmenté de vingt livres à Orléans; mais il n'a point eu de prix fixe, parce qu'il ſe régloit ſur la qualité, y en ayant dans les mêmes vignobles de qualité bien différente.

AOUST 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	O.	13	13	12	27.	11	variable & pluvieux.
2	N. O.	14	17½	11	28.	0	beau avec nuages & vent.
3	N. E.	11½	15½	13	28.	0	beau temps.
4	E.	10½	17	13	28.	0	*idem.*
5	E.	14½	20	15	27.	11½	beau & venteux.
6	E.	14½	24	17	27.	11½	beau temps.
7	E.	15	25	19	28.	0	*idem.*
8	E.	17	25½	19½	27.	11	beau & nébuleux.
9	S.	19	24	15½	27.	10	variable avec petites ondées.
10	S.	14½	24	17½	27.	10	beau avec nuages.
11	S.	17	25½	17½	27.	11	beau & venteux.
12	N. E.	15	23½	15½	27.	11½	beau temps.
13	E.	17	25½	17	27.	10	beau temps avec pluie & tonnerre.
14	N. E.	16	24	15	27.	9	variable avec pluie & tonnerre.
15	S. O.	15	19	16½	27.	9	*idem.*
16	S.	13½	19	15	27.	9	beau avec nuages.
17	O.	14½	19½	13	27.	9½	variable avec ondées de pluie.
18	N. O.	13	17½	12½	27.	10	*idem.*
19	O.	10½	18	14	27.	10	beau avec nuages.
20	S.	13	18	12	27.	9½	variable avec nuages & une ondée.
21	S. O.	10	15	11	27.	11	variable avec pluie & tonnerre.
22	S. O.	10½	16	10	27.	11	variable avec petites ondées.
23	O.	10½	16	10½	27.	11	variable & couvert.
24	S.	10	17½	13	27.	11	beau avec nuages.
25	S. O.	11½	21	14	27.	11	beau temps. (25–31)
26	N.	12½	18	12	27.	11	
27	E.	11	17½	12½	27.	10	
28	N. E.	11	18	10½	27.	11	
29	N. E.	10	15½	9½	27.	11½	
30	N. E.	9½	16	9	27.	10	
31	N. E.	10	17	11	27.	10	

Le 21, la grande Bouſſole 19 degrés 30 minutes, la petite 19 degrés.

Août.

Ce mois peut paſſer pour humide, car il a plu aſſez fréquemment; mais comme ces petites pluies venoient ſans orage il n'eſt pas tombé tout-à-fait deux lignes d'eau.

On a fini de ſerrer les ſeigles le 5 de ce mois. Les gerbes étoient légères, contenoient autant de chardons & d'herbe que de paille, & le grain étoit fort menu. Le 6, on commença à couper les veſces vertes pour fourrage. Le 7, on faucha les orges. Le 10, les fermiers commencèrent la moiſſon des fromens, qui a été retardée, ſur une année commune, de trois ſemaines à un mois; cette récolte a continué pendant le reſte du mois, & même il y avoit encore des grains à couper pour les premiers jours du mois de Septembre. Les pluies fréquentes avoient d'abord donné de l'inquiétude, cependant elles ont fait du bien, parce qu'elles ont nourri le grain, qui ſans cela auroit été échaudé. Le blé s'eſt toujours ſoutenu entre trente & trente - cinq livres le ſetier.

Les orangers étoient encore en fleur au commencement du mois; elle a donc été fort tardive, & il y en a eu peu.

Les prunes jaunes hâtives finiſſoient, & on ſervoit encore des ceriſes.

Le 13, on a ſervi les avant-pêches blanches; le 15, les cerneaux; les noix étoient fort petites, le zeſt preſque ligneux, & il n'y avoit que peu à manger.

Depuis le 15 on a fait ſortir les abeilles de leurs paniers pour les conduire à la bruyère; il y a eu cette année beaucoup d'eſſaims; mais ils ont été tardifs comme toutes les autres productions; en général, les abeilles ont mal réuſſi à cauſe du mauvais temps; elles ont plus conſommé qu'elles n'ont récolté. On a vendu les paniers, après en avoir fait ſortir les mouches, ſept livres, & ceux dont les mouches n'étoient pas ſorties, neuf livres.

A la fin du mois il n'y avoit pas encore un grain de raiſin de tourné.

SEPTEMBRE 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	E.	10	17	11 ½	27.	9	beau temps.
2	E.	11	21	15 ½	27.	6	beau avec vent & éclairs.
3	S.	15 ½	22	13 ½	27.	8	variable avec pluie & tonnerre.
4	S. E	12 ½	19	15	27.	7	beau avec nuages, il éclaire le ſoir.
5	N. E.	12	17	12	27.	9	variable avec petites ondées.
6	S.	11	17	14	27.	10	variable avec brouillard.
7	S.	11 ½	17 ½	12 ½	27.	9	beau avec nuages.
8	S. O.	12	15 ½	10	27.	6	variable avec pluie.
9	N. O.	10 ½	15	10	27.	9	beau avec nuages.
10	N.	10	16	11	27.	9	*idem.*
11	S.	10 ½	16 ½	12 ½	27.	4 ½	couvert.
12	S.	11	16	11	27.	3 ½	variable avec pluie.
13	S. O.	11 ½	15	12 ½	27.	8 ½	variable avec pluie & vent.
14	S. E.	11 ½	18 ½	14 ½	27.	10 ½	beau temps.
15	S.	11 ½	20	15	28.	0	beau avec nuages.
16	S. E.	12 ½	24	16	27.	11 ½	beau temps.
17	E.	13	24 ½	16	27.	11 ½	
18	S. E.	13	25	18	27.	10 ½	
19	S. O.	14	19	13 ½	28.	0	beau avec nuages & vent.
20	S.	11 ½	19	13 ½	28.	10 ½	beau avec nuages.
21	S. O.	12 ½	18	13 ½	27.	9	variable avec pluie & éclairs.
22	S. O.	11 ½	16	11	27.	9	variable avec pluie & vent.
23	S. O.	10 ½	16	12 ½	27.	9	variable & pluvieux.
24	S.	11 ½	16 ½	13 ½	27.	8 ½	*idem.*
25	S.	12 ½	23	15	27.	8	beau & venteux avec tonnerre.
26	S. O.	12 ½	21 ½	15	27.	8 ½	variable avec vent.
27	S. O.	15 ½	16 ½	19	27.	11 ½	venteux & pluvieux.
28	O.	14	18	13	28.	1	couvert & pluvieux.
29	N.	11	17	10 ½	28.	1	beau temps.
30	E.	8	18 ½	11	28.	0	*idem.*

Les deux Bouſſoles 19 degrés 45 minutes.

Septembre.

Ce mois a été assez sec, mais froid; ainsi l'Été s'est passé sans chaleur; il y a cependant eu dans le courant du mois quelques jours qui, à midi, ont été aussi chauds qu'ils auroient pu l'être dans le courant d'Août; mais les nuits ont toujours été fraîches, & dans les vallées il a gelé blanc plusieurs fois.

On a commencé avec le mois à lever les avoines & autres menus grains. Le blé étoit toujours très-cher; il s'en est vendu de nouveau, qui n'étoit pas bien beau, trente-cinq livres le setier. Les laboureurs demandoient de la pluie pour faire les labours à demeure.

On n'a trouvé que très-peu de nids de perdrix dans les blés; par conséquent il y avoit peu de perdreaux.

Le 15, on servoit communément les prunes & les pêches qui étoient fort petites & en petite quantité.

Le 15, il n'y avoit encore que quelques raisins de tournés. Le prix du vin augmentoit tous les jours; celui de 1768 & de 1769, se vendoit soixante-dix-huit à quatre-vingts livres la demi-queue; le vieux n'avoit point de prix & s'est vendu jusqu'à deux cents livres & même plus: l'eau-de-vie deux cents cinquante livres, ce qui n'a aucun rapport avec le prix du vin. A la fin du mois les raisins faisoient passablement aux vignes; les fromentés étoient noirs sans être mûrs, les gouas n'étoient encore que rouges; mais le prix du vin ne diminuoit pas.

Le 19, on servoit encore des cerneaux. On voyoit sur les tables les poires de beurré, de saint-michel & l'angleterre. On a mangé quelques melons assez bons pour la saison.

La verdure des arbres étoit encore très-belle.

Il y a eu pendant le courant de ce mois une prodigieuse quantité de fièvres intermittentes bilieuses, qui ont été très-rébelles.

OCTOBRE 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre.		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N.	8½	17	11½	28.	0	beau & nébuleux.
2	N. E.	8½	15	10	28.	1	*idem.*
3	E.	6	15½	9½	28.	0	beau temps.
4	E.	6	18½	12	28.	0	beau avec brouillard.
5	O.	9	18½	11	28.	½	beau temps.
6	O.	11	15	11	28.	1½	variable avec petite pluie.
7	N. O.	11½	15	12	28.	2	couvert.
8	N. O.	10½	15	9½	28.	1½	beau temps.
9	E.	8½	16	9½	27.	11	*idem.*
10	S.	6½	16½	10	27.	9	beau temps, gelée blanche.
11	N.	10	13½	8	27.	11½	beau temps.
12	S. O.	6½	14	7½	27.	10	beau avec nuages.
13	S.	4½	10	7	27.	7	gelée blanche, couvert & pluvieux.
14	S. O.	4	11	4½	27.	7	variable avec nuages.
15	S.	2½	11	10½	27.	3	gelée blanche, pluie & vent.
16	S.	8	13	8½	27.	2½	beau avec du vent.
17	S. O.	8	12	6	27.	5	beau temps.
18	S. O.	7½	12	7	27.	5½	variable avec pluie.
19	N.	6	10	4	27.	4½	couvert & pluvieux.
20	S.	2	9	5	27.	2	gelée blanche & petite pluie.
21	S.	4½	5	4½	27.	2	couvert.
22	O.	2	8½	5	26.	11	grand vent & grande pluie.
23	S.	4	9	6½	27.	0	couvert & pluvieux.
24	S. O.	4	9	4	27.	6	beau temps.
25	S.	4	10	6½	27.	8	variable & couvert ſans pluie.
26	S.	7	9	8	27.	6	pluvieux.
27	S. E.	7	9	8½	27.	6	pluvieux toute la journée.
28	S. O.	4	8½	7	27.	6½	couvert.
29	O.	7	10	3½	27.	7½	variable & venteux.
30	S. O.	2½	8	3	27.	5½	beau temps, gelée blanche.
31	O.	3½	7½	4	27.	8½	variable & couvert ſans pluie.

Octobre.

Le commencement du mois ayant été ſec, les ſemences ont été interrompues parce que la terre étoit trop dure, & que la herſe ne faiſoit que retourner les mottes ſans les briſer. Les pluies qui ſont venues vers le milieu du mois ont été favorables pour ſemer & faire lever les blés.

Le 5, on a vu encore quelques hirondelles, mais c'étoit les dernières.

Le 10, on a fait la vendange qui a continué juſqu'au 15. Les gouas étoient rouges, les fromentés étoient plus noirs.

Le 18, on a foulé les cuves vendangées; le 10 le vin a bouilli trois jours, & promettoit aſſez de couleur.

Le 25, on a commencé à voir quelques fleurs de ſafran; mais on s'attendoit à en avoir peu.

Le 26, on ſervoit encore la pêche jaune tardive, & la jaune liſſe tardive.

Les fièvres bilieuſes continuoient toujours; ceux qui ont été attaqués les premiers ont eu beaucoup de peine à ſe rétablir.

NOVEMBRE 1770.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre.		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	N.	4	7½	3	27.	9½	beau avec nuages.
2	N.	2	7½	10	27.	6½	gelée blanche, beau temps.
3	N.	4	7	5	27.	11	couvert & grand brouillard.
4	S.	4	7½	5	27.	10	couvert, brouillard & pluvieux.
5	S.	3	9	8½	27.	8½	couvert.
6	S.	4	9½	5	27.	6	couvert, le soir, grande pluie.
7	S. O.	5	11	9½	27.	1	couvert & pluvieux.
8	S.	9	12	7	27.	2½	nébul. & gr. vent (barom. mat. 26. 1).
9	S. O.	7½	9½	8	27.	2	variable & pluvieux avec grand vent.
10	S.	8	10½	5	27.	4½	couv. & v. avec ond. pluie (bar. m. 27).
11	O.	3	8	3	27.	9½	beau & variable.
12	S.	2	9	8½	27.	10	gelée blanche, beau temps.
13	S. O.	9	11½	7½	27.	11	beau avec nuages.
14	S. O.	6½	11½	7½	27.	10	beau avec nuages & brouillard.
15	O.	7	9	7½	27.	9½	brouillard.
16	S.	9	10½	11	27.	6½	couvert & pluvieux.
17	O.	9½	10	4	27.	6½	venteux & couvert.
18	O.	4½	5	3½	27.	4	grand vent & pluvieux.
19	E.	2½	4½	4½	27.	1½	couvert & pluvieux.
20	O.	3½	2½	0	27.	4½	couv. venteux & pluv. (bar. m. 26. 9).
21	O.	0	3	1	27.	11½	beau temps.
22	S.	½	3	3½	27	8	couvert, après-midi du gresil.
23	S.	6	9	7½	27.	6½	couvert, venteux & pluvieux.
24	S. O.	6	7½	6½	27.	7	pluvieux.
25	S.	3	6	9	27.	4	couvert, pluvieux & grand vent.
26	S. E.	7	7	5½	26.	10½	pluie continuelle & forte tout le jour.
27	S. O.	2½	4	3½	27.	4	nébuleux.
28	N.	3	4	½	27.	8	beau avec gros nuages.
29	S.	½	4	½	27.	8	gelée blanche, grand brouillard.
30	N.	—1	1½	½	27.	8½	givre, beau temps.

La Boussole, le 1.er 20d 19′; le 4, 20d 12′; le 5, 20d 15′; le 12, 20d 19′; le 17, 20d 16′; le 19, 20d 5′; le 27, 20d 10′.

Novembre.

La verdure a été très-belle juſqu'à la fin du mois d'Octobre, mais toutes les feuilles ſont tombées pendant les huit premiers jours de ce mois.

La fleur du ſafran a été tardive, elle a été peu abondante, & n'a donné que depuis le 1.er juſque vers le 10 de ce mois.

Le 15, on ſemoit encore le reſte des blés.

Le 26, il a plu à verſe toute la journée & la nuit; la rivière d'Eſſonne a débordé & a paſſé par-deſſus toutes les chauſſées. Le reſte du mois a été ſi pluvieux qu'on n'a pu ni labourer les terres, ni faire de voitures.

Les vignerons ont donné à leurs vignes la façon d'avant l'Hiver, qu'on nomme *parer.*

La bouſſole a éprouvé de grandes variations.

DÉCEMBRE 1770.

Jours du Mois	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N.	½	2 ½	2	28.	0	couvert.
2	S.	2 ½	5	4	27.	11 ½	*idem.*
3	S.	3 ½	4	4	27.	10	couvert & bruine.
4	E.	4	5	4	27.	10	couvert.
5	E.	2	5	3	27.	8	beau avec nuages.
6	S. O.	4 ½	5	3	27.	8 ½	variable avec pluie & vent.
7	S. O.	4	5	4	27.	7	variab. avec pluie par ondées & gr. vent.
8	S. O.	3	6	4 ½	27.	8	couvert.
9	N.	2	3 ½	0	27.	8	beau temps.
10	S. O	0	2	0	27.	9	couvert.
11	S. O.	— 2	3	1	27.	11	beau temps.
12	S. O.	2	4 ½	3	27.	11 ½	variable & couvert avec pluie & vent.
13	S. O.	3	7	7	27.	8 ½	couvert & bruine.
14	S. O.	4	6	2 ½	27.	10	beau ſoleil.
15	S.	4	5 ½	8	27.	7	couvert, pluie & vent.
16	S. O.	8	9 ½	9	27.	10	pluvieux & venteux.
17	S. O.	6	8 ½	8 ½	27.	10 ½	couvert & bruine.
18	S. O.	6	9	8	27.	8	couvert, bruine & grand vent.
19	O.	5	7	2 ½	27.	11	grand vent, beau avec nuages.
20	S.	3	5 ½	5	27.	4	pluvieux & venteux.
21	O.	3	4 ½	2	27.	10 ½	beau temps.
22	N.	2	4	0	27.	10	*idem.*
23	S. O.	1	2	1 ½	27.	6	gelée blanche, pluie, neige & vent.
24	S. E.	3	5	3 ½	27.	5	couvert.
25	E.	1	4 ½	3 ½	27.	8 ½	gelée blanche.
26	O.	0	3	2 ½	27.	9	beau avec nuages, le ſoir, pluvieux.
27	O.	5	7 ½	4	27.	9	pluvieux & venteux.
28	S.	3	6 ½	6	27.	9	couvert & pluvieux.
29	S. O.	6 ½	8 ½	8 ½	27.	8	couvert, bruine & vent.
30	S. O.	7	9	8	27.	8	pluvieux & venteux.
31	S. O.	8 ½	9 ½	9	27.	10	couvert, bruine & vent.

Le 2, la Bouſſole 20 degrés 6 minutes, le 6, 20 degrés 6 minutes.

Décembre.

Pendant ce mois, la terre a été si humide & si molle, à cause des neiges du mois d'Octobre, que quoiqu'il soit tombé fort peu d'eau on n'a pu labourer que le long des chemins, & faire quelques entr'hivers.

Il a plu assez souvent, cependant il n'est tombé qu'un pouce six lignes $\frac{16}{48}$.[e] d'eau, & on recevoit de toutes parts des nouvelles des dommages que les débordemens & les inondations avoient causé dans plusieurs Provinces.

L'aiguille aimantée a été stationnaire.

Idée générale des productions de la Terre, Pendant l'Année 1770.

Fromens.

La récolte des fromens a été médiocre dans notre pays; il y a eu cependant beaucoup de gerbes, mais dans chaque gerbe il y avoit la moitié de chardons. Dans les meilleures terres il falloit vingt à vingt-quatre & jusqu'à trente gerbes pour avoir une mine, mesure de Pithiviers, qui est le tiers du setier de Paris, dans les bonnes années il n'en faut que 12. Le grain qui étoit de bonne qualité a rendu en farine plus que celui de l'année dernière & a fait du pain fort blanc: il valoit de vingt-six à trente livres le sac, pesant 240 livres.

Avoines.

Les avoines paroissoient fort belles aux champs, mais elles ont rendu plus en fourrage qu'en grain; la qualité en est bonne; elle valoit huit à huit livres dix sous le sac, qui fait moitié du setier de Paris.

Orges.

Les orges ont été bonnes, mais on en fait peu de nos côtes; elles ont augmenté de prix cette année, & ont valu jusqu'à seize & dix-huit livres le sac; parce que dans le temps de la semence on en a enlevé pour fournir des semences à la Sologne, où le seigle avoit manqué.

GROS LÉGUMES.

Les pois & vesces ont bien réussi, mais les féves ont manqué; ce qui fait un grand tort aux pauvres qui en font leur principale nourriture, elles ont valu de quatre à cinq livres le boisseau.

FOINS ET SAINFOINS.

Comme le printemps a été froid, les foins & sainfoins ont été bas, & il y en a eu un quart moins que l'année dernière; mais ils étoient de bonne qualité, sur-tout ceux qui ont été serrés avant les pluies.

CHANVRES.

Les chanvres ont été bons quoique tendres, la filasse étoit cependant chère & valoit en branches cinquante à cinquante-deux livres le cent.

ABEILLES.

Il a péri beaucoup d'abeilles pendant l'hiver, celles qui ont résisté ont très-bien fait au printemps; mais pendant les pluies & les mauvais temps qui sont venus avant la moisson, elles ont beaucoup consommé de leurs provisions, & on n'a vendu que sept livres le panier, qui, l'année précédente, auroit valu dix & onze livres, parce que cette année les paniers étoient légers & peu fournis de miel.

MELONS.

Il n'y a point eu de melons dans notre province, mais il y en a beaucoup eu à Paris, & quoiqu'ils n'aient point été excellens, ils ont été meilleurs qu'on ne l'auroit cru, vu qu'il n'y a point eu de chaleur pour mûrir aucuns fruits.

NOIX ET GLAND.

Il n'y a point eu de gland, mais une demi-année de noix qui ont été petites, huilées, & qui n'ont pas mûri parfaitement; en général les arbres forestiers & nos arbres étrangers ont donné très-peu de fruit.

GIBIER.

Il y a eu très-peu de gibier cette année & ſur-tout de perdreaux, peu de lièvres, mais beaucoup de cailles. Il a paſſé pendant la vendange de ces petites grives qu'on nomment *Moviar:* mais il n'y a pas eu une ſeule groſſe grive, & même on n'en voit plus depuis trois ou quatre ans.

Il y a eu très-peu d'alouettes, & à leur arrivée, temps où elles ſont le plus abondantes, on en voyoit peu qui étoient maigres & amères, elles ont toujours été chères.

INSECTES.

Il y a eu peu d'inſectes; point de hannetons, ni de chenilles; & très-ſenſiblement moins de mouches qu'à l'ordinaire, parce qu'il a toujours fait froid.

VINS.

Il y a eu très-peu de vin. L'arpent qui produit, année commune, de ſix à huit pièces, n'a produit qu'une pièce & un quart au plus l'une dans l'autre. Comme il n'y a point eu d'été, le fruit n'auroit pas pu mûrir, ſans la ſécheresſe de l'automne: ainſi le vin eſt verd, mais il a plus de couleur & un peu plus de qualité qu'en 1768 & 1769; il valoit de cent à cent vingt livres le tonneau. A l'égard du vieux de 1765 & 1766, quoiqu'il ait preſque toujours été rempli avec du vin nouveau; il s'eſt vendu deux cents livres la pièce, c'eſt-à-dire quatre cents livres le tonneau: mais il y a eu très-peu de conſommation, & il reſtoit du vin dans les celliers.

SAFRANS.

Il y a eu très-peu de ſafran: ceux qui en avoient récolté ſix livres l'année dernière n'en ont pas eu ſix quarterons cette année; & quoiqu'il ſoit de bonne qualité il ne s'en vend pas beaucoup, parce qu'il n'y a point de commiſſions pour le Nord, à cauſe de la guerre de Pologne. Il valoit encore trente livres à la Foire de Saint-Aignan, le 17 Novembre; & au mois de Décembre il ne ſe payoit plus que vingt-ſept livres.

POIRES ET POMMES.

Il y a eu peu de poires, qui ont été petites; mais beaucoup de pommes dont on a fait du cidre pour ſuppléer à la diſette du vin.

MALADIES DES HOMMES.

Il y a eu peu de fièvres malignes, ainſi que de petites véroles; mais une prodigieuſe quantité de fièvres intermittentes qui ont commencé à la fin d'Août, dont pluſieurs ont été très-rébelles, & ſubſiſtoient encore à la fin de Décembre.

MALADIES DES ANIMAUX.

Il n'a point régné de maladies épidémiques ſur les chevaux; les vaches, les moutons, ni les volailles de baſſe-cour. Quelques chiens ont péri de la maladie des années dernières; & il eſt mort une prodigieuſe quantité de chats de la maladie qui les attaquoit depuis deux ans: c'eſt une galle qui les prenoit à la tête, & la leur faiſoit enfler; ils devenoient aveugles, & ils mouroient. Cette maladie a dépeuplé de chats toutes nos fermes.

NIVEAU DES EAUX.

Le niveau des eaux a beaucoup augmenté; les rivières ont débordé par les pluies; les ſources ordinaires pouſſoient abondamment; mais celles qui ſont très-élevées ne fourniſſoient pas encore.

EAU DE PLUIE.

HIVER.

	pouces	lignes	pouces	lignes
Janvier	1.	$1\frac{21}{48}$.	2.	6.
Février	//	$11\frac{17}{48}$.		
Mars	//	5.		

PRINTEMPS.

	pouces	lignes	pouces	lignes
Avril	1.	$7\frac{19}{48}$.	4.	$2\frac{12}{48}$.
Mai	//	$11\frac{14}{48}$.		
Juin	1.	$7\frac{27}{48}$.		

ÉTÉ.

	pouces	lignes	pouces lignes
Juillet	//	$7\frac{45}{48}$.	
Août	//	$1\frac{38}{48}$.	0. $11\frac{25}{48}$.
Septembre	//	$1\frac{38}{48}$.	

AUTOMNE.

Décembre	1.	$6\frac{16}{48}$.

Il ne faut point compter fur les mois d'Octobre & de Novembre, parce que la machine qui fert à obferver a été dérangée; mais ces deux mois ont été fort pluvieux.

	pou.	lig.
Pendant les faifons d'Hiver, du Printemps & d'Été il n'eft tombé que	7.	$7\frac{37}{48}$.
Pendant le mois de Décembre	1.	$6\frac{16}{48}$.
Ainfi les deux mois d'Octobre & de Novembre exceptés, il eft tombé pendant le furplus de l'année	9.	$2\frac{5}{48}$.



RÉCAPITULATION

Des Baptêmes, Mariages, Mortuaires & Enfans-trouvés de la ville & fauxbourgs de Paris, depuis l'année 1709, jusques & compris l'année 1770; précédée de quelques Remarques générales sur ce Tableau.

Par M. MORAND fils.

DÈS la fin du siècle dernier, on avoit commencé en France le travail, qui depuis l'année 1709, a été suivi exactement, & qui consiste à faire un relevé des baptêmes, des mariages & des mortuaires de la ville de Paris, par mois & par Paroisses en particulier *(a)*.

En 1670, au mois de Janvier, il parut une feuille imprimée *in-folio*, qui renfermoit ce dénombrement pour les années 1670 & 1671; on y annonçoit qu'il en seroit fait un semblable tous les seconds jours de chaque mois.

Cette entreprise, relative aux besoins, à la subsistance & à la conservation des habitans d'une grande capitale comme Paris, embrassoit d'une manière très-intéressante des objets propres à faciliter la recherche des causes qui peuvent influer sur l'augmentation ou la diminution de la population dans chaque quartier; pour cela on avoit rapproché de ces états mortuaires l'annonce succincte des maladies qui avoient régnées pendant le mois, & des moyens qu'on leur avoit opposés, les changemens & les

(a) Londres est la première Ville où l'on ait fait des bills mortuaires; ce fut en 1552, à l'occasion d'une maladie pestilentielle dont on cherchoit à reconnoître le progrès ou la diminution; après qu'elle eut cessé, ces cédules furent discontinuées jusqu'en 1603 qu'on les reprit avec plus d'exactitude; en 1619 on y inséra les différentes maladies & les accidens qui avoient produit les mortalités; en 1728 on y ajouta les âges des morts de dix ans en dix ans, & des enfans au-dessous de cinq.

irrégularités des ſaiſons: cet article eſt abſolument rédigé dans la forme ſuivie à la Faculté de Médecine de Paris, dans les aſſemblées des *prima Menſis*, établies vers ce temps pour cet objet.

Cette feuille renfermoit encore le prix & le poids des pains de différentes ſortes pendant le mois, avec un avertiſſement pour ſe plaindre dans le cas d'infidélité ſur le ſecond chef.

Dans l'année 1671, on commença à ajouter à ce tableau l'état des enfans-trouvés, ſoit en nourrice, en penſion à la campagne, ſoit en la maiſon de l'Hôpital au fauxbourg Saint-Denys, & à la Couche devant Notre-Dame, ſe montant en tout à 12814.

On y avoit auſſi fait entrer, dans le même ordre de ſupputation, un pareil état des baptêmes, mariages & morts de la Religion prétendue Réformée; enfin l'état de l'Hôtel-Dieu, par ordre d'entrée & de ſortie.

Le Journal des Savans du mois de Mars 1672, ainſi que quelques autres ouvrages périodiques de ce temps, font mention de cette première feuille, & il paroît que ce travail a eu quelque ſuite. Le Journal de Médecine du 1.er Juillet 1681, *page 335*, renferme une récapitulation ſommaire des trois premiers mois de cette année *(b)*.

Ces pièces volantes ont malheureuſement éprouvé le ſort auquel elles ſont expoſées lorſqu'elles ne ſe continuent pas; quelque recherche que j'aie faite depuis que j'ai préſenté à l'Académie le réſultat complet & ſuivi de celles qui ont paru depuis 1709, je n'ai pu me procurer que la copie des feuilles de 1670 & 1671 *(c)*: en les faiſant connoître ici on regrettera que cet hiſtorique de Paris n'ait pas été continué ſur le même plan.

(b) Nous placerons cette dernière à la ſuite de l'année 1672, *p. 842*.

(c) J'en ſuis redevable au ſavant Abbé Brotier, auteur d'une nouvelle édition de Tacite, avec des notes; elle a été copiée ſur l'original.

JANVIER 1670.

Étant important au Public, pour la ſanté & la ſubſiſtance des habitans, d'en connoître l'état en tout temps, & d'obſerver ſoigneuſement les cauſes qui augmentent ou qui diminuent le peuple en chacun des quartiers de Paris; il ſera fait tous les ſeconds jours des mois, une feuille qui contiendra le nombre des Baptêmes, des Mariages & des Mortuaires du mois précédent & de chacune des paroiſſes en particulier.

PAROISSES.	*Baptêmes.*	*Mariages.*	*Mortuaires.*
VILLE.			
Saint-Euſtache	168.	47.	174.
Saint-Germain-l'Auxerrois	60.	21.	182.
Saint-Gervais	38.	16.	56.
Saint-Jean-en-Grève	27.	10.	48.
Saint-Jacques-de-la-Boucherie	52.	10.	51.
Les Saints-Innocens	1.	//	2.
Saint-Joſſe	1.	//	1.
Saint-Jacques-de-l'Hôpital	//	//	//
Saint-Louis, île Notre-Dame	17.	3.	23.
Saint-Leu-Saint-Gilles	26.	8.	18.
Saint-Laurent	120.	13.	102.
Saint-Médéric	46.	13.	37.
Saint-Nicolas-des-champs	119.	21.	161.
Sainte-Opportune	3.	//	7.
S.[t]-Paul & S.[te]-Marguerite ſon annexe.	169.	39.	178.
Saint-Roch	69.	12.	61.
Saint-Sauveur	38.	7.	32.
Le Temple	6.	//	4.
La Villeneuve	//	//	//
La Ville-l'Évêque	15.	3.	9.
	975.	223.	1146.

CITÉ.

PAROISSES.	*Baptêmes.*	*Mariages.*	*Mortuaires.*
Ci-contre	975.	223.	1146.
CITÉ.			
Saint-Barthélemi.	26.	18.	28.
La basse Sainte-Chapelle au Palais....	1.	//	2.
Sainte-Croix.	1.	//	1.
Saint-Christophe	3.	2.	//
Saint-Germain-le-vieux.	7.	2.	8.
Sainte-Geneviève-des-Ardens	4.	//	//
Saint-Jean-le-rond	//	1.	1.
Saint-Landry	10.	1.	5.
Sainte-Magdeleine.	2.	//	4.
Sainte-Marine.	3.	7.	//
Saint-Martial	6.	6.	//
Saint-Pierre-des-Arcis	5.	//	1.
Saint-Pierre-aux-Bœufs.	1.	//	1.
Saint-Symphorien.	2.	//	2.
L'Hôtel-Dieu.	74.	//	644.
UNIVERSITÉ.			
Saint-André-des-Arcs.	16.	4.	14.
Saint-Benoist	20.	12.	25.
Saint-Cosme.	7.	5.	14.
Saint-Étienne-du-Mont.	65.	15.	68.
Saint-Hilaire.	9.	4.	10.
Saint-Hyppolite.	20.	2.	13.
Saint-Jacques-du-haut-Pas.	30.	5.	44.
Saint-Jean-de-Latran	2.	//	4.
Saint-Médard.	56.	9.	49.
Saint-Martin.	10.	2.	8.
Saint-Nicolas-du-Chardonnet.	18.	3.	27.
Saint-Severin	39.	6.	57.
Saint-Sulpice, faubourg Saint-Germain.	178.	26.	174.
TOTAL.	1590.	353.	2350.

La maladie la plus fréquente & la plus fâcheuſe qu'on ait remarqué pendant le mois précédent, a été celle des fluxions ſur la poitrine, que l'extrême froid a rendu violentes & périlleuſes, ſans qu'il ait été néanmoins reconnu rien d'extraordinaire en la qualité de la maladie, non plus que dans l'effet ou uſage des remèdes.

Tout le pain au-deſſus du poids d'une livre, qui ſe vend à la Halle, aux Marchés, & autres endroits de la ville & fauxbourgs, doit être marqué de ſon véritable poids, à peine de confiſcation & d'amende.

Le pain des Boulangers de Paris a été le mois paſſé:

SAVOIR.

	Onces.
Celui de Chapitre de deux liards, peſant	$3\frac{1}{2}$.
D'un ſou	7.
De deux ſous	14.
Le Pain bis-blanc d'un ſou	10.
Le Pain bis d'un ſou	14.
Le Pain mollet (ainſi appelé) & d'autres qualités au-deſſus de deux liards	3.
D'un ſou	6.
De deux ſous & au-deſſus, à proportion.	

Toutes leſquelles ſortes de pain, doivent être du même poids pour le moins pendant le préſent mois de Février, à peine de confiſcation & d'amende.

Toutes perſonnes à qui il aura été fait faux poids ou fauſſe meſure, de quelque marchandiſe ou denrée que ce puiſſe être, en pourra avertir un des Commiſſaires, qui ſe tranſportera auſſi-tôt dans le lieu où la marchandiſe ou denrée aura été vendue; & au cas qu'il trouve au Boulanger d'autre pain ſans marque, ou fauſſement marqué, & de moindre poids que celui ci-deſſus; & au Marchand des faux poids & de fauſſes meſures, il ſaiſira la choſe vendue, dont il fera rendre le prix ſur le champ à celui qui aura été trompé, auquel il appartiendra auſſi le tiers de l'amende en laquelle le vendeur ſera condamné ſur le rapport du Commiſſaire.

Copié ſur l'original imprimé en 1670, chez Frédéric Léonard, Imprimeur ordinaire du Roi, rue Saint-Jacques, à Paris.

1671.

ÉTAT général des Baptêmes, Mariages & Mortuaires des Paroiſſes de la ville & fauxbourgs de Paris, avec les obſervations générales ſur l'année 1671. A Paris, chez Frédéric Léonard, Imprimeur du Roi, rue Saint-Jacques, à l'Écu de Veniſe. 1672, in-folio.

JANVIER.

Étant important au public, pour la ſanté & pour la ſubſiſtance des habitans de Paris, d'en connoître l'état en tout temps, & d'obſerver ſoigneuſement les cauſes qui augmentent ou diminuent le peuple en chacun des quartiers de Paris, on fera tous les ſeconds jours de chaque mois, une feuille qui contiendra le nombre des baptêmes, des mariages & des mortuaires du mois précédent, & de chacune des Paroiſſes en particulier.

Baptêmes.	*Mariages.*	*Mortuaires.*
1675.	548.	1150.

Pluſieurs perſonnes ont été affligées de rhumatiſmes, cauſés par l'humidité extraordinaire de la ſaiſon pendant le mois de Janvier, & les enfans plus communément & plus dangereuſement que les autres. La prompte décharge de l'humeur dans la poitrine, ou le tranſport au cerveau ayant fait mourir pluſieurs de ceux qui en ont été attaqués. Et comme il n'y a preſque point eu d'autres maladies pendant le mois, le nombre des malades n'a pas été conſidérable.

FÉVRIER.

Baptêmes.	*Mariages.*	*Mortuaires.*
1696.	489.	1068.

Les rhumatiſmes ont continué pendant le mois de Février avec plus de danger qu'au mois précédent; pluſieurs perſonnes en ſont mortes ſubitement, par le tranſport de l'humeur qui s'eſt fait à la tête, & d'autres par la décharge de la même humeur ſur

la poitrine, qui leur a pareillement, & en peu de temps causé la mort, & même la malignité qui les causoit a été si grande, que l'on a remarqué, à l'ouverture de quelques corps de ceux qui sont décédés inopinément dans une convalescence apparente de ces rhumatismes, que les parties où la douleur avoit été plus sensible étoient gangrénées; il y a eu aussi quelques malades de flux-de-ventre, causé par la simple corruption des alimens; néanmoins le nombre des malades en tout n'a pas été considérable.

Mars.

Baptêmes.	*Mariages.*	*Mortuaires.*
1860.	56.	1218.

Le nombre des malades pendant le mois de Mars n'a pas été considérable; les fluxions sur la poitrine, & quelques fièvres-tierces, qui ont paru opiniâtres, accompagnées de jaunisse, nausée, pointillement à l'épygastre & flux de ventre bilieux, sont les maladies qui ont eu plus de cours.

Avril.

Baptêmes.	*Mariages.*	*Mortuaires.*
1595.	447.	1350.

L'inégalité de la saison a causé pendant le mois d'Avril beaucoup de fluxions très-fâcheuses, à cause de l'humeur qui se portoit d'abord à la tête & qui faisoit ensuite son dépôt sur la poitrine, ou sur les parties voisines. Outre ces fluxions, dont plusieurs personnes sont mortes assez subitement, il y a eu pendant le mois des fièvres-tierces & double-tierces très-opiniâtres & difficiles à guérir.

Mai.

Baptêmes.	*Mariages.*	*Mortuaires.*
1478.	324.	1431.

Les fièvres tierces & double-tierces, continues & intermittentes ont eu cours pendant le mois de Mai avec moins d'opiniâtreté & de danger que pendant le mois d'Avril, la plus grande partie ayant été guéries par des flux de ventre bilieux qui sont survenus

lors & enſuite des grandes chaleurs. Il y a eu auſſi beaucoup de rhumatiſmes, dont quelques-uns ont dégénéré en fluxion ſur la poitrine, ou tranſport à la tête.

JUIN.

Baptêmes.	*Mariages.*	*Mortuaires.*
1331.	334.	1219.

Les maladies qui ont paru pendant le mois de Juin, ont été, quoique moins fréquentes, entièrement ſemblables à celle du mois précédent; & la ſanté publique paroît être en un ſi bon état, qu'il n'y a que cette ſeule obſervation à faire.

JUILLET.

Baptêmes.	*Mariages.*	*Mortuaires.*
1424.	337.	1358.

Il n'y a au que très-peu de malades pendant ce mois, puiſque tous ont été travaillés de fièvres tierces ou double-tierces, & néanmoins la guériſon en a été aſſez facile. La petite vérole a été plus fréquente qu'aux mois précédens, mais ſans malignité.

AOUST.

Baptêmes.	*Mariages.*	*Mortuaires.*
1606.	327.	1502.

Les grandes chaleurs du mois d'Août ont augmenté le nombre des malades, & on a vu pendant ce mois les fièvres tierces & double-tierces, qui ont été fréquentes, dégénérer communément en fièvres continues, accompagnées de mouvemens convulſifs, joint à l'aſſoupiſſement des malades. Pluſieurs néanmoins en ont été guéris par le mouvement des humeurs qui s'eſt fait en-dedans, ou à l'habitude du corps, par des flux de ventre bilieux, & par des éréſipèles qui ſont ſurvenus. La petite vérole n'a pas été auſſi maligne qu'elle a été fréquente parmi les grandes perſonnes & parmi les enfans.

SEPTEMBRE.

Baptêmes.	*Mariages.*	*Mortuaires.*
1507.	327.	1897.

Les grandes chaleurs du mois d'Août, & le changement du temps qui s'eſt extrêmement refroidi pendant le mois de Septembre, ont cauſé beaucoup de maladies; les fièvres tierces & doubles-tierces ont été fréquentes, auſſi-bien que la petite vérole, qui a été très-maligne, les rhumatiſmes ont été auſſi fréquens & dangereux, ayant dégénéré communément en fluxions ſur la poitrine, depuis que le temps eſt devenu pluvieux.

OCTOBRE.

Baptêmes.	*Mariages.*	*Mortuaires.*
1587.	321.	1753.

Les maladies qui ont eu cours pendant le mois de Septembre ont continué pendant le mois d'Octobre, avec cette différence néanmoins qu'il n'y a pas eu tant de malades de fièvre tierce & double-tierce, & que la petite vérole a été encore plus fréquente & plus maligne qu'elle n'étoit le mois précédent. Quelques perſonnes ont été travaillées de flux-dyſſenteriques, mais ils n'ont été ni opiniâtres, ni mortels.

NOVEMBRE.

Baptêmes.	*Mariages.*	*Mortuaires.*
1560.	437.	1709.

L'inégalité de la ſaiſon, jointe à la conſtitution humide de l'air pendant le mois de Novembre, a beaucoup augmenté le nombre des malades, qui pour la plupart ont été travaillés de fièvres quartes, doubles & triples-quartes. La petite vérole a été très-maligne, & plus fréquente qu'à l'ordinaire. Pluſieurs perſonnes ſont auſſi mortes ſubitement pendant ce même mois, par un épanchement de ſéroſités dans le quatrième ventricule du cerveau, & cette cauſe de mort a été obſervée & reconnue par l'ouverture de pluſieurs corps.

DÉCEMBRE.

Baptêmes.	Mariages.	Mortuaires.
1253.	42.	1743.

Les fièvres quartes qui ont eu cours pendant le mois de Novembre ont dégénéré pendant le mois de Décembre en fièvres tierces, & les triples-quartes en doubles-tierces; les changemens, avec le flux de ventre bilieux, qui ont ordinairement paru à la fin des années, ont fait juger que l'humidité de la saison avoit causé une pourriture considérable dans les humeurs.

RÉCAPITULATION GÉNÉRALE.

Mois	Baptêmes	Mariages	Mortuaires.
Janvier	1675	548	1150.
Février	1656	489	1068.
Mars	1860	56	1218.
Avril	1595	447	1350.
Mai	1478	324	1431.
Juin	1331	334	1219.
Juillet	1424	337	1358.
Août	1606	324	1502.
Septembre	1507	327	1897.
Octobre	1587	321	1753.
Novembre	1560	437	1709.
Décembre	1253	42	1743.
TOTAL	18532	3986	17398.

OBSERVATIONS GÉNÉRALES *sur l'année 1671.*

La ville de Paris ayant été préservée pendant le cours entier de cette année de toutes sortes de maladies contagieuses, populaires & malignes; toutes les choses nécessaires pour la nourriture & pour la subsistance de tous les habitans, s'y étant trouvées dans une assez grande abondance, & à bon marché, la sûreté ayant été aussi entièrement établie & le jour & la nuit, les citoyens & les étrangers préservés de toutes sortes d'accidens; les hôpitaux tenus dans un grand ordre, & les pauvres secourus, il seroit difficile,

après tant de bonheur pour cette ville, de l'empêcher de mettre l'année 1671 au nombre des plus heureuſes années qu'elle ait eu; & ſi en 1670 on a dû ſe louer du bon état de la ſanté publique, parce que le nombre des mortuaires ne ſurpaſſoit celui des baptêmes que de 4651, que n'en doit-on pas juger d'avantageux cette année, où avec la même affluence, & avec ce concours prodigieux & continuels d'Étrangers, le nombre des baptêmes ſe trouve ſurpaſſer celui des mortuaires de 1134.

Après ces obſervations générales il ne ſera pas inutile de remarquer que les ſaiſons de l'Hiver & du Printemps s'étant trouvées aſſez douces & tempérées, elles n'ont pas peu contribué à maintenir la ſanté des habitans au bon état où elle a été pendant pluſieurs mois: & il ſemble auſſi bien à propos d'obſerver, après l'examen particulier des douze mois de l'année, & par la comparaiſon des uns aux autres, que la ſanté publique n'a reçu aucune altération conſidérable juſqu'aux chaleurs exceſſives du mois d'Août; mais il eſt encore plus important, après quelques réflexions ſur les bons & ſur les mauvais effets de ces cauſes générales, de remarquer qu'il n'y en a point qui ſoient indifférentes au public; qu'il n'en eſt pas, & juſqu'aux moindres, qui ne s'y faſſent ſentir, & qui ne s'y faſſent connoître par le bien ou par le mal qu'elles produiſent, ce qui étant ſuppoſé, comme il eſt indubitable, il n'eſt pas mal aiſé, après cela, de concevoir l'utilité qui ſe peut tirer à l'avenir de cette ſorte d'obſervations, qui ſervent préſentement à faire connoître le bon état où eſt cette ville, mais qui peuvent également ſervir dans d'autres temps & dans d'autres conjonctures, à découvrir les néceſſités publiques, à faire connoître en quoi le peuple aura beſoin d'être aſſiſté, & de quoi on aura à le défendre; à quelles choſes on devra le plus s'attacher pour l'utilité & pour le bien en général de cette grande ville; en un mot, les ordres du Roi, qui l'ont miſe en un état ſi ſurprenant & ſi avantageux, n'en ſeront que plus exactement & plus fidèlement exécutés, pour ce qui touche la ſubſiſtance, la ſanté & la conſervation de tous ſes habitans, auxquels cela aſſure à l'avenir la même tranquillité dont ils jouiſſent à préſent.

ÉTAT

ÉTAT des Enfans-Trouvés pendant l'année 1671.

L'Hôpital des Enfans-Trouvés, en nourrice & en pension à la campagne; en la maison de l'Hôpital au faubourg Saint-Denys; à la Couche devant Notre-Dame.

Janvier 1671	960.	Juillet 1671	1128.
Février	991.	Août	1128.
Mars	991.	Septembre	1066.
Avril	1064.	Octobre	1066.
Mai	1087.	Novembre	1066.
Juin	1116.	Décembre	1151.
TOTAL	6209.	TOTAL	6605.

ÉTAT de la Religion prétendue réformée pendant l'année 1671.

Mois	*Baptêmes*	*Mariages*	*Morts*
Janvier	22	6	21.
Février	18	5	18.
Mars	32	1	18.
Avril	23	5	25.
Mai	30	8	29.
Juin	16	2	23.
Juillet	18	5	21.
Août	26	7	31.
Septembre	17	4	42.
Octobre	15	5	30.
Novembre	31	5	33.
Décembre	13	3	5.
TOTAL	261	56	296.

Le prix du pain pendant l'année 1671.

	onces.
Le pain de Chapitre de deux liards, de	$3\frac{1}{2}$.
D'un sou, de	7.
De deux sous, de	14.
Le pain bis-blanc d'un sou, de	10.

	onces.
Le pain bis d'un ſou, de	14.
Le pain appelé mollet, & d'autre qualité au-deſſus de deux liards, de	3.
D'un ſou, de	6.
De deux ſous & au-deſſus, à proportion.	

ÉTAT de l'Hôtel-Dieu de Paris en 1671.

Malades reſtés du mois préc.		1923.	Juillet	Malades reſtés.	1569.
Janvier, entrés pend. le mois.		1149.		Entrés	1151.
Février	Malades reſtés.	1877.	Août	Malades reſtés.	1582.
	Entrés	1041.		Entrés	1400.
Mars	Malades reſtés.	2181.	Septembre.	Malades reſtés.	1809.
	Entrés	1088.		Entrés	1513.
Avril	Malades reſtés.	1906.	Octobre	Malades reſtés.	2013.
	Entrés	1122.		Entrés	1347.
Mai	Malades reſtés.	1822.	Novembre.	Malades reſtés.	2033.
	Entrés	1083.		Entrés	1420.
Juin	Malades reſtés.	1673.	Décembre.	Malades reſtés.	2135.
	Entrés	988.		Entrés	1321.

Malades reſtés au dernier Décembre de l'an 1671........ 2129.

EXTRAIT des Baptêmes & Mortuaires de la ville & fauxbourgs de Paris, 1681.

JOURNAL DE MÉDECINE.

JANVIER.

Baptêmes.	*Mortuaires.*	*Exécutés à mort.*
1594.	2789.	2.

Les grands froids continus ont cauſé des inflammations internes, douleurs de côté, rhumatiſmes, catharres, fièvres malignes, teneſmes & apoplexies.

FÉVRIER.

Baptêmes.	Mortuaires.	Exécutés à mort.
1597.	2337.	1.

Fluxions de poitrine, catharres, rhumatiſmes, fièvres intermittentes, mauvaiſes couches, épreintes, hoquets, hydropiſies, & mouvement apoplectiques.

MARS.

Baptêmes.	Mortuaires.	Exécutés à mort.
1722.	2475.	4

Hémorrhagies, jauniſſes, fièvres ordinaires, fluxions de poitrine, & hydropiſies.

L'eſprit philoſophique qui règne aujourd'hui, a fait connoître combien ces ſpéculations étoient utiles, & pour la politique, & pour la Médecine; en conſéquence, depuis pluſieurs années, tant en France que dans l'Étranger, les papiers publics donnent régulièrement ces états de naiſſances & de morts: quelques perſonnes en ont fait des objets de calculs, qu'elles ont différemment appliqués, ſelon les idées dont elles ont été frappées; comme, par exemple, à la recherche de la ſupériorité en nombre des naiſſances d'un ſexe ſur les naiſſances d'un autre ſexe &c. *(d)*.

Je ne dirai rien de ces calculs, il eſt certainement très-difficile d'en déduire des réſultats ſatisfaiſans; on doit ſouvent y remarquer une inégalité qui vient des différentes obſervations qu'on a employées, & qui eſt bien propre à jeter de l'incertitude ſur les conſéquences qu'on ſeroit d'abord tenté d'en tirer.

Mais ſans attendre que quelques-uns de ces calculs, plus ou moins curieux, donnent des réſultats certains, la ſimple récapitulation générale à laquelle je me ſuis borné, des naiſſances &

(d) Mrs Graunt, Halley, Kerſboom, Sympſon, Deparcieux, Dupré-de-Saint-Maur, de Buffon, Proſt, Wargentin, Deſlandes, d'Expilly, le docteur Brackenridge, le docteur Price.

des morts, dans chaque année, depuis 1709, pourroit fournir un point de vue suffisamment intéressant. En effet, ce tableau de population & de dépopulation perpétuelle, semble prouver que l'homme remplit en général une carrière plus longue qu'on ne seroit peut-être porté à le croire.

On a jusqu'à présent tiré de ces états rassemblés, des inductions, qui loin d'affliger l'humanité sur la longævité, ne sont propres qu'à calmer l'amertume d'une perspective affligeante, souvent même pour ceux qui semblent n'avoir à perdre que des douleurs. Les calculs faits de toutes parts, paroissent prouver que l'homme marche d'un pas beaucoup plus lent qu'on ne le croit communément, vers le dernier terme de ses peines ou de ses plaisirs, & il résulte des recherches des personnes les plus savantes qui se sont occupées de cet objet, que dans les grandes villes comme Londres, Paris & autres, il ne meurt, année commune, qu'un homme sur trente; proportion qui diminue, toutes choses d'ailleurs égales, à mesure que les Villes diminuent d'étendue; car dans les Bourgs, elle n'est plus que dans le rapport de 1 à 37; enfin dans les campagnes il ne meurt pas un homme sur quarante. On voit par-là combien l'air & la vie de la campagne sont préférables à ceux des villes.

On a cru apercevoir à Paris, d'après l'article des enterremens de l'année 1744, qu'il étoit mort dans cette ville 117 personnes depuis l'âge de soixante-quinze ans jusqu'à quatre-vingt; 285 depuis l'âge de quatre-vingt jusqu'à cent, & 8 depuis cent jusqu'à cent sept ans *(e)*.

En 1771, à l'Hôtel royal des Invalides *(f)*, on voyoit, d'après

(e) On a eu soin d'observer que dans cet article, ne sont point compris les gens du peuple, ni les domestiques, ni tous ceux qui meurent aux Hôpitaux; cette classe de citoyens étant la plus exposée à tous les évènemens qui peuvent abréger la vie de l'homme, en même-temps, la moins en état de les prévenir, & de conserver leur individu, peut en conséquence donner un plus grand nombre de morts.

(f) Composé alors d'après la vérification que j'en ai faite de 4 ou 500 Officiers, de 5 ou 600 Bas-officiers, & le reste Soldats, allant souvent à 2000, & au-delà suivant les variations continuelles & presque journalières.

un relevé inféré dans la gazette de France, que fur neuf cents quatorze vieillards il y en avoit:

125 âgés de......	70 ans.	10 âgés de......	85 ans.
70.............	71.	11.............	86.
107.............	72.	13.............	87.
65.............	73.	9.............	88.
88.............	74.	4.............	89.
70.............	75.	2.............	90.
64.............	76.	3.............	91.
27.............	77.	6.............	92.
61.............	78.	3.............	93.
37.............	79.	4.............	94.
42.............	80.	4.............	95.
18.............	81.	1.............	100.
25.............	82.	1.............	102.
21.............	83.	1.............	103.
23.............	84.		

Pour en venir maintenant à ce que j'ai propofé à l'Académie, je préfente ici, pour être inféré dans le volume de 1771, le réfumé annuel depuis 1709, des feuilles imprimées tous les ans; & de dix en dix ans on inféreroit le même réfumé, foit dans l'Hiftoire, foit à la fuite des Obfervations Météorologiques de M. Duhamel.

Je crois feulement devoir faire deux obfervations, l'une fur le nombre des morts de l'hôtel-Dieu, l'autre fur celui des Enfans-trouvés: quant à ces derniers, l'augmentation fenfible qui s'y remarque depuis quelques années tient à la plus grande difficulté qu'éprouvent les gens du peuple à donner à leurs enfans les premiers fecours convenables à cet âge, ce qui en fait porter un plus grand nombre dans cet hôpital.

Pour ce qui eft de l'hôtel-Dieu on ne doit pas compter fur l'exactitude du nombre des malades qui s'y trouvent; cet état eft confié aux Chirurgiens des falles, qui n'apportent pas à cette miffion dont on les charge, l'attention convenable. Je me fuis affuré que jamais cet état n'eft fidèle, & que le nombre des malades

n'a jamais excédé trois mille à la fois; encore comprend-on dans ce nombre M.[rs] les Prêtres, les Religieuses, les Officiers, les Chirurgiens & les Domestiques qui donnent quelquefois cinq cents malades. Avant le dernier incendie il y avoit, sur treize salles pour les hommes, sept cents quarante-six lits, & sur huit salles pour les femmes cinq cents quatre-vingt-dix lits, ce qui fait en tout treize cents trente-six lits.

ÉTAT GÉNÉRAL des Baptêmes, Mariages, Mortuaires & Enfans-trouvés de la ville & fauxbourgs de Paris, depuis l'année 1709 jusques & compris l'année 1770.

Années.	Baptêmes.	Mariages.	Morts.	Enfans-trouvés.
1709.	16910.	3047.	29288.	
1710.	13634.	3382.	22389.	1179.
1711.	16593.	4484.	15920.	1653.
1712.	16589.	4264.	15721.	1743.
1713.	16763.	4289.	14860.	1741.
1714.	16866.	4553.	16380.	1734.
1715.	17631.	4555.	15478.	1795.
1716.	17719.	3795.	17410.	1780.
1717.	18660.	4527.	13533.	1673.
1718.	18517.	4290.	12954.	1723.
1719.	18620.	4378.	24151.	1734.
1720.	17679.	6105.	20371.	1441.
1721.	19917.	4467.	15978.	1730.
1722.	19673.	4464.	15517.	1857.
1723.	19622.	4255.	20024.	1982.
1724.	19828.	4278.	19719.	2095.
1725.	18564.	3311.	18039.	2260.
1726.	18209.	3295.	19022.	2466.
1727.	18715.	3813.	19100.	2302.
1728.	18189.	4198.	16887.	2166.
1729.	18163.	4231.	19852.	2336.
1730.	18966.	4403.	17452.	2401.

Années.	*Baptêmes.*	*Mariages.*	*Morts.*	*Enfans-trouvés.*
1731.	18877.	4169.	20832.	2539.
1732.	18605.	3983.	17532.	2474.
1733.	17825.	4132.	17466.	2414.
1734.	19835.	4133.	15122.	2654.
1735.	18862.	3876.	16196.	2577.
1736.	18877.	3990.	18900.	2681.
1737.	19767.	4158.	18678.	2914.
1738.	18617.	4247.	19581.	2786.
1739.	19781.	4108.	21986.	3289.
1740.	18632.	4017.	25284.	3150.
1741.	18578.	3928.	23574.	3388.
1742.	17722.	4178.	22784.	3163.
1743.	17873.	5143.	19033.	3101.
1744.	18318.	4210.	16205.	3034.

ANNÉES.	BAPTÊMES		Mariages.	MORTS.		ENFANS-TROUVÉS.	
	Garçons.	Filles.		Hommes.	Femmes.	Garçons.	Filles.
1745.	9454.	9386.	4135.	9261.	8061.	1661.	1573.
1746.	9363.	8984.	4146.	9418.	8633.	1677.	1605.
1747.	9394.	9052.	4169.	3592.	8566.	1677.	1692.
1748.	9197.	8710.	4003.	10265.	9264.	1762.	1667.
1749.	9819.	9339.	4263.	9864.	8743.	1923.	1852.
1750.	9711.	9324.	4619.	9961.	8123.	1943.	1842.
1751.	9905.	9416.	5013.	8800.	7873.	1922.	1861.
1752.	10308.	9909.	4359.	9573.	8179.	2046.	2081.
1753.	10229.	9500.	4146.	11676.	10040.	2216.	2113.
1754.	9507.	9402.	4143.	11978.	9620.	2117.	2114.
1755.	9725.	9687.	4501.	10930.	9091.	2171.	2102.
1756.	10169.	9837.	4710.	9083.	8050.	2453.	2374.
1757.	9931.	9438.	4089.	10682.	9438.	2502.	2467.
1758.	9677.	9471.	4342.	10027.	9175.	2632.	2450.
1759.	9798.	9260.	4059.	9560.	8886.	2693.	2571.
1760.	9214.	8777.	3787.	9674.	8767.	2573.	2458.

ANNÉES.	BAPTÊMES.		Mariages.	MORTS.		ENFANS-TROUVÉS.	
	Garçons.	Filles.		Hommes.	Femmes.	Garçons.	Filles.
1761.	9414.	8960.	3947.	9446.	8228.	2747.	2671.
1762.	9047.	8762.	4113.	10691.	9276.	2698.	2591.
1763.	8935.	8524.	4479.	11126.	8045.	2630.	2623.
1764.	9745.	9659.	4838.	9438.	7761.	2825.	2735.
1765.	9872.	9567.	4782.	9651.	9383.	2780.	2715.
1766.	9542.	9231.	4693.	10940.	8754.	2898.	2706.
1767.	10023.	9726.	4677.	10805.	8070.	3065.	2942.
1768.	9577.	9001.	4573.	11522.	9376.	3044.	2981.
1769.	9971.	9474.	4860.	9700.	8727.	3254.	3172.
1770.	10000.	9549.	4775.	9922.	8797.	3531.	3387.



RAPPORT DES INOCULATIONS FAITES DANS LA FAMILLE ROYALE AU CHÂTEAU DE MARLI.

Par M. DE LASSONE.

L'HEUREUSE Inoculation du Roi, de Monſieur, de Monſeigneur le Comte d'Artois & de Madame la Comteſſe d'Artois, eſt une époque trop mémorable dans l'hiſtoire des faits relatifs aux Sciences utiles, pour ne pas la conſigner dans les regiſtres d'une Compagnie qui a tant de droit & d'intérêt à des détails de cette importance.

Lû le 20 Juill. 1774.

Témoin de tout ce qui s'eſt paſſé dans cette inoculation, je vais en faire un rapport exact, au nom & de l'aveu de ceux qui y ont coopéré. Il en résultera un double avantage; 1.° nous rendrons à des Juges éclairés un compte fidèle de notre conduite, nous le devons & nous le deſirons; 2.° ceux, parmi le Public, que des préjugés, des doutes mal fondés ne préoccuperont pas entièrement, ſeront par-là aſſez inſtruits pour reconnoître la légitimité & le ſuccès d'une inoculation qui doit préſerver, ſelon toute apparence, les Perſonnes auguſtes qui l'ont ſubie, d'une nouvelle atteinte de la maladie dont le nom ſeul nous fait encore frémir.

La Famille royale perſuadée enfin par l'évidence des faits les plus authentiques & les plus multipliés, qu'il n'exiſtoit qu'un moyen de ſe mettre déſormais en ſûreté contre les malheurs qui la menaçoient encore de toute part, prit tout-à-coup, ſeule & ſans impulſion étrangère, le parti courageux de recourir à l'inoculation. Les Médecins conſultés n'eurent point à prononcer ſur les avantages ou les inconvéniens de l'inoculation conſidérée en elle-même: on ne fit pas là-deſſus

la moindre queſtion; leur miniſtère alors n'eut pour objet que d'examiner ſi l'état actuel de la ſanté du Roi, des deux Princes & de la Princeſſe, permettoit d'inoculer ſans danger.

Les repréſentations que nous crumes devoir faire ſur le choix de la ſaiſon un peu plus favorable, ne furent point écoutées; on voulut ſans délai procéder aux préparations néceſſaires.

De tout temps les Inoculateurs ont un peu varié ſur la manière de préparer les adultes deſtinés à être inoculés; les uns ont cru qu'il convenoit d'employer la ſaignée, la purgation répétée, les bains, les boiſſons ou tiſanes délayantes & rafraîchiſſantes, & de ne permettre pendant un mois ou ſix ſemaines, qu'une très-légère nourriture; en un mot, de diminuer les forces ſans pourtant les affoiblir trop. Les épreuves répétées ont fait connoître que ces précautions pouſſées ſi loin n'étoient pas ſans inconvénient.

Les autres penſant que le meilleur état poſſible de ſanté, relativement à la conſtitution & au tempérament propres à chaque individu, étoit la diſpoſition la plus favorable, ont jugé que, lorſqu'il s'agiſſoit d'inoculer des perſonnes qui ſe portoient bien, toute préparation devenoit preſque inutile; puiſqu'alors en permettant la quantité de nourriture à-peu-près ordinaire, pourvu qu'elle ſoit modérée, on pouvoit ſe borner à preſcrire, ſeulement pendant quelques jours, les alimens les plus ſains.

Cette conduite, ſans doute la plus ſage & la plus conforme aux loix de la Nature, nous crumes devoir la préférer.

M. Richard *(a)* fut d'abord choiſi par le Roi & par les Princes pour les inoculer, ainſi que Madame la Comteſſe d'Artois; & M. Lieutaud, premier Médecin, appela encore, de l'aveu & avec la permiſſion du Roi, M. Jauberthou déjà connu avantageuſement dans Paris comme Inoculateur.

La préparation fut commencée le 10 Juin, & continuée juſqu'au 18 du même mois.

(a) Premier Médecin des camps & armées du Roi, Inſpecteur général des hôpitaux militaires.

Pendant ce temps, M. Richard fit chercher plusieurs sujets atteints d'une petite vérole naturelle de bonne espèce; & je me joignis à lui pour aller les examiner. Nous choisîmes une petite fille âgée de deux ans, malade à Paris dans la maison paternelle; elle nous parut réunir tous les avantages que nous desirions; au terme où sa maladie étoit alors, les boutons varioleux devoient être en pleine suppuration le jour où l'on avoit résolu d'inoculer. Quoique toutes les apparences nous eussent fait juger cet enfant fort sain, nous pensâmes pourtant qu'il étoit essentiel de faire par nous-mêmes des informations exactes sur la conduite, sur la vie & sur les mœurs du père & de la mère, dont le talent unique qui les fait subsister, est de blanchir pour le public le linge à la rivière.

Les témoignages réunis furent tous sans équivoque & sans variation à l'avantage de ces honnêtes gens. Nous voulumes pousser plus loin les précautions. Le Magistrat éclairé qui préside avec tant de soin & de zèle à la police générale de Paris, & qui mérite si justement la confiance publique, fut prié par nous, d'ordonner que l'on fît les mêmes informations. Cela fut exécuté. Les bons témoignages furent confirmés, & M. de Sartine en fit dresser un procès-verbal authentique que l'on nous remit, & que nous conservons.

La première fois que nous visitames la petite malade, dont nous avions fait choix pour servir à inoculer la Famille royale, elle étoit renfermée soigneusement sous les rideaux d'un lit, dans une chambre échauffée par un feu, que l'on y entretenoit, pour lessiver beaucoup de linge. Livrés aux anciens préjugés, le père & la mère ne permirent d'abord qu'avec peine de la découvrir pour l'examiner; & ils furent effrayés, lorsqu'après avoir fait ouvrir la porte & une fenêtre pour rafraîchir l'air de la chambre & le renouveler, nous substituames au vin sucré, aux bouillons forts & aux œufs, un régime beaucoup plus doux & moins échauffant, dont nous fimes sentir la nécessité. Le nouveau traitement ayant promptement calmé le mal-aise & l'agitation, & sensiblement amélioré l'état d'angoisse & de souffrance, on l'observa & le suivit avec confiance;

On n'hésita pas même à tenir l'enfant levée une partie du jour; car nous avions annoncé, qu'il seroit nécessaire de la transporter de Paris à Marli dans un carrosse, en assurant que ce voyage ne l'exposeroit à aucun danger.

Le 17 au soir, la Famille royale quitta la Muette, & alla s'établir à Marli. Le 18, jour fixé pour l'inoculation, la petite malade, dont les boutons se trouvoient alors en pleine suppuration, fut conduite de grand matin à Marli, dans un carrosse, sur les bras de sa mère, accompagnée du père & d'un homme de confiance, dont nous étions sûrs & qui les surveilloit.

A huit heures du matin, cette enfant, en aussi bon état que sa situation pouvoit le permettre, étoit avec sa mère dans le grand salon de Marli, où il se trouva un assez grand nombre de personnes de la Cour, qui la virent & l'examinèrent librement. Tous les Médecins réunis, constatèrent le caractère de la maladie, & ce fut le moment où l'on procéda à l'inoculation.

Il y a différentes méthodes d'inoculer, c'est-à-dire, d'employer & d'insérer la matière variolique, de manière que son venin soit communiqué à la masse du sang. Celle qui actuellement est prouvée incontestablement par le concours des faits, la meilleure de toutes en même temps qu'elle est la plus simple, consiste en ce qui suit. On prend une bonne lancette ordinaire, on la plonge dans un bouton varioleux en pleine suppuration; la lancette ayant ainsi été chargée, on en insinue très-doucement la pointe seulement sous l'épiderme de la personne que l'on veut inoculer. Le plus souvent cette piqûre se fait sans ouvrir le plus petit vaisseau sanguin, par conséquent sans procurer la moindre douleur. S'il paroissoit un peu de sang, il n'y a pas d'inconvénient. On ne met ensuite sur la piqûre nulle espèce de topique: on l'abandonne à la Nature. C'est la méthode d'inoculer, que l'on appelle *Suttonienne*, parce que Sutton, fameux inoculateur Anglois, est le premier qui l'ait employée avec le plus grand succès, ou plutôt il n'a fait que renouveler l'ancienne d'Asie en la

perfectionnant. Sa ſimplicité & ſes avantages, confirmés depuis pluſieurs années par un nombre prodigieux de faits, l'ont rendue preſque générale en Europe; il eſt à deſirer qu'elle ſoit enfin ſubſtituée à toutes les autres.

Le 18 Juin à huit heures du matin, M. Richard fit lui-même cinq piqûres aux bras du Roi, trois à l'un, deux à l'autre. Immédiatement après, il fit deux piqûres à chaque bras de Madame la comteſſe d'Artois: il en fit une enſuite à chaque bras des deux Princes, & la ſeconde piqûre leur fut faite en même temps par M. Jauberthou. Le Roi eut donc cinq piqûres (Sa Majeſté exigea & ordonna la cinquième); les deux Princes & la Princeſſe en eurent quatre, deux à chaque bras.

Le régime déjà preſcrit fut continué ſans nul changement juſqu'au 22. C'eſt le jour où tous les inoculés furent purgés avec leurs médecines ordinaires, qui évacuèrent bien & ſans fatiguer.

Les piqûres, ce même jour, marquoient déjà le ſuccès de l'inſertion; c'eſt-à-dire qu'il y paroiſſoit un petit gonflement circonſcrit & proéminent, qui annonçoit ſur chaque endroit piqué la formation de vrais boutons varioleux. Ces boutons parcourent les mêmes temps, ont la même progreſſion, les mêmes caractères que ceux de la petite vérole naturelle; & forment ce que l'on appelle la petite vérole locale.

Quand on aperçoit & reconnoît par ces premiers ſignes, que le venin variolique a commencé à imprimer & à communiquer ſon action immédiate, on peut prédire & aſſurer, que l'invaſion aura lieu; c'eſt-à-dire, que bientôt doivent ſe manifeſter les ſymptômes ordinaires qui précèdent l'éruption variolique, ſur différentes parties du corps. Le terme de cette invaſion eſt communément depuis le ſix ou le ſept des piqûres juſqu'au onze. Mais ſoit qu'elle arrive un peu plus tôt, ou un peu plus tard, les obſervations ont appris que l'on n'en peut tirer aucune induction poſitive ſur le plus ou le moins de boutons varioleux qui doivent paroître, ni ſur les accidens qui peuvent ſurvenir.

Le jour même de la purgation, c'eſt-à-dire, le quatre depuis les piqûres faites, le Roi reſſentit le ſoir du froid, du mal-aiſe, mal aux reins, & un peu de douleur aux aiſſelles. Le pouls indiqua alors un peu de fièvre. Le 23, les mêmes accidens ſubſiſtèrent d'une manière un peu plus marquée, & le mal de tête s'y joignit. Le 24, la fièvre étoit ſenſiblement augmentée, ainſi que le mal-aiſe & l'abattement. Le ſommeil de la nuit avoit été coupé & interrompu; & ce même jour le Roi eut pluſieurs fois des nauſées, des ſoulèvemens d'eſtomac; par intervalles, des friſſonnemens, & un peu plus de douleur aux aiſſelles.

Ces divers ſymptômes furent marqués, & ſe ſoutinrent en cet état juſqu'au 25 vers le ſoir, où nous trouvames la fièvre diminuée, ainſi que le mal-aiſe univerſel. La nuit fut meilleure, & pendant le ſommeil il ſe fit une éruption de quelques boutons. La fièvre qui étoit preſque entièrement tombée, ceſſa tout-à-fait dans la journée. Les autres accidens diſparurent auſſi.

La petite vérole locale, pendant les trois premiers jours de l'invaſion, caractériſée par les ſymptômes qui viennent d'être énoncés, avoit fait beaucoup de progrès. Les boutons des piqûres s'étoient bien élevés, avoient groſſi, & il s'étoit formé autour, comme cela arrive ordinairement, une aréole rouge & enflammée. Le 26, qui fut le jour où la petite vérole artificielle commença à ſe démontrer par quelques boutons apparens & épars, ceux de la petite vérole locale étoient déjà en pleine ſuppuration. C'eſt la marche & la progreſſion la plus ordinaire; c'eſt-à-dire que la petite vérole locale eſt déjà bien avancée, & preſque terminée, lorſque celle qui lui ſuccède le plus ſouvent, & qu'elle produit ſur le reſte du corps, s'annonce par une nouvelle éruption plus ou moins marquée ou abondante.

Pendant les trois jours que dura cette éruption, il ne parut que très-peu de boutons. Ils furent diſperſés ſur toutes les parties. Pluſieurs groſſirent, s'enflammèrent & ſuppurèrent

bien; en un mot, ils eurent tous les caractères des vrais boutons varioleux. Quelques-uns avortèrent, & c'est ce qui arrive toujours dans ces espèces de petites véroles inoculées, lorsqu'elles sont bénignes, comme l'a été celle du Roi.

Les deux Princes n'eurent les mêmes symptômes, qui marquoient l'invasion, que vingt-quatre heures après le Roi; c'est-à-dire le cinq après l'inoculation. D'ailleurs, tout se passa de même, & la petite vérole secondaire fut aussi bénigne.

Les signes de l'invasion n'eurent lieu, pour Madame la Comtesse d'Artois, que le septième jour. La petite vérole locale fut encore mieux caractérisée par plusieurs boutons varioleux qui s'élevèrent au voisinage des piqûres sur l'aréole enflammée, & qui suppurèrent bien. Mais l'éruption de la petite vérole secondaire ne produisit sur le reste du corps que très-peu de boutons, qui tous avortèrent aussi-tôt que fut établi l'écoulement des règles, qui revinrent alors extraordinairement, & qui continuèrent plusieurs jours.

Aucun des inoculés n'a eu le plus léger mouvement de fièvre, pas le moindre accident, pendant la petite vérole secondaire.

Nous avions pensé dès le commencement, & avant de rien entreprendre, qu'il seroit bon de constater que la matière dont nous avions fait choix pour inoculer le Roi, pouvoit réellement communiquer une petite vérole artificielle. Le moyen le plus sûr & le plus direct eût été, sans doute, d'inoculer quelqu'un avec le pus des boutons varioleux du Roi. Ce moyen ne nous fut pas permis; mais à son défaut, que nous avions prévu & soupçonné, M. Richard inocula en même temps que le Roi & les Princes, & avec la même matière, plusieurs personnes qui étoient venues s'établir exprès dans le bourg de Marli. Toutes ont eu une petite vérole bien caractérisée, quoique bénigne. La matière variolique puisée ensuite dans ces nouveaux boutons par M. Richard & par M. Jauberthou, pour inoculer dans Marli d'autres personnes, communiqua pareillement, & tout aussi bien,

une vraie petite vérole ; & même, trois de ces derniers inoculés l'eurent fort abondante quoique discrète *(b)*.

De plus, nous avons appris, & nous pouvons le prouver, qu'à notre insu on fit imprégner à Paris plusieurs brins de coton avec le même pus dont on s'étoit servi pour inoculer le Roi, apparemment pour examiner par des épreuves directes, si cette matière étoit réellement variolique. Ces brins de coton ainsi préparés, furent envoyés de Paris à Nanci à un inoculateur, qui en fit usage dans cette ville pour inoculer *(c)*. L'expérience eut tout le succès possible. Les boutons varioleux qui survinrent, furent reconnus & avoués bien légitimes.

Nous sommes donc autorisés par la réunion de ces faits authentiques, à affirmer que le Roi, les deux Princes, & Madame la Comtesse d'Artois, ont reçu par l'inoculation qui leur a été faite, l'impression d'un vrai levain variolique, dont l'action d'abord locale, transmise ensuite à la masse du sang, ayant eu lieu de la manière la plus marquée, par tous les symptômes qui caractérisent cette impression, & qui ont été détaillés, a dû par conséquent détruire la disposition & l'aptitude préexistante, à éprouver désormais le pouvoir & les effets énergiques d'un pareil levain ; quelque légères & bénignes qu'aient été les petites véroles artificielles. C'est une induction bien fondée, puisqu'elle est appuyée sur une multitude infinie de faits réunis & rapprochés, qu'il suffit de rappeler pour répondre victorieusement à toutes les objections qu'une vaine théorie, ou la prévention opposent, & pour rassurer sur les craintes qui en dérivent.

En effet, le vulgaire a bien de la peine à se persuader que lorsque par l'effet de l'inoculation il ne se fait sur le

(b) M. de Parni, Écuyer de main de la Reine.
M. le Marquis d'Aupoul, Écuyer de Monseigneur le Comte d'Artois.
M. le Comte de Menard.

(c) M. Roquille, Chirurgien-major des Grenadiers de France, inocula à Nanci, avec ce coton imprégné, deux fils de M. Jadelot, Médecin de cette ville.

corps

corps qu'une très-petite éruption de quelques boutons varioleux, ou même qu'il ne s'établit que la ſeule petite vérole locale, alors le retour de la petite vérole naturelle ou ſpontanée ne puiſſe plus avoir lieu. Il croit que l'on n'a eu réellement cette maladie, & que l'on n'eſt bien garanti d'une ſeconde atteinte, qu'autant que le corps a été couvert de boutons, ſur-tout quand ils ont été confluens. Cette opinion trop répandue encore, eſt la ſource principale des préventions contre l'inoculation en général. Elle a auſſi donné lieu aux ſoupçons & aux craintes que l'on a inſinués dans le Public, ſur le ſuccès & la légitimité des inoculations faites au château de Marli. Mais ces préjugés uniquement produits par la fauſſe idée que l'on ſe forme de ce qui conſtitue eſſentiellement la petite vérole, diſparoiſſent devant le principe vraiment fondamental que je vais poſer, & qui devient preſque un axiome établi par le concours ſeul des faits à l'excluſion de tout raiſonnement. Voici ce principe général, reçu par les plus célèbres Inoculateurs.

Toutes les fois qu'après l'inſertion faite du pus variolique, on reſſent les ſymptômes qui prouvent que le levain a porté & déployé ſon action ſur la maſſe du ſang, on doit être ſûr d'avoir déjà la petite vérole; d'ailleurs il n'importe pas qu'il ſurvienne enſuite peu ou beaucoup de boutons ſur le corps, ou même que la petite vérole artificielle ne ſoit que locale: les faits, je le répète, atteſtent cette vérité, toute extraordinaire qu'elle paroiſſe.

Et voici encore un de ces faits récens que je vais rapporter, parce qu'il appartient plus particulièrement à ce qui s'eſt paſſé à Marli, & qu'il n'en eſt que plus intéreſſant.

Madame la Ducheſſe de Durfort avoit été inoculée il y a pluſieurs années, elle avoit éprouvé les principaux ſymptômes de l'invaſion; mais, à toute rigueur, la petite vérole ne fut alors que locale. Peu raſſurée ſur la crainte d'un retour de la petite vérole naturelle, & voulant profiter des inoculations qui ſe faiſoient à Marli, où elle réſidoit avec la Cour, elle pria M. Richard de l'inoculer de nouveau; après l'avoir

interrogée & examinée, ce Médecin aſſura qu'elle avoit eu réellement la petite vérole artificielle. Madame la Ducheſſe de Durfort inſiſta, & voulut abſolument ſe ſoumettre à une ſeconde inoculation; elle fut faite par quatre piqûres, mais le venin variolique inſéré fut ſans effet; il n'eut aucune action, & ne fit pas même, aux endroits piqués, la moindre impreſſion apparente.

Il eſt donc vrai que l'invaſion, telle que je l'ai décrite, conſtitue eſſentiellement dans la perſonne qui en eſt atteinte, l'exiſtence réelle de la petite vérole.

Nous conclurons donc avec confiance & ſécurité, que le Roi, les deux Princes & la Princeſſe inoculés au château de Marli, ont eu réellement la petite vérole.

